

电子电路与系统基础(B2)---非线性电路

第15讲：期末复习

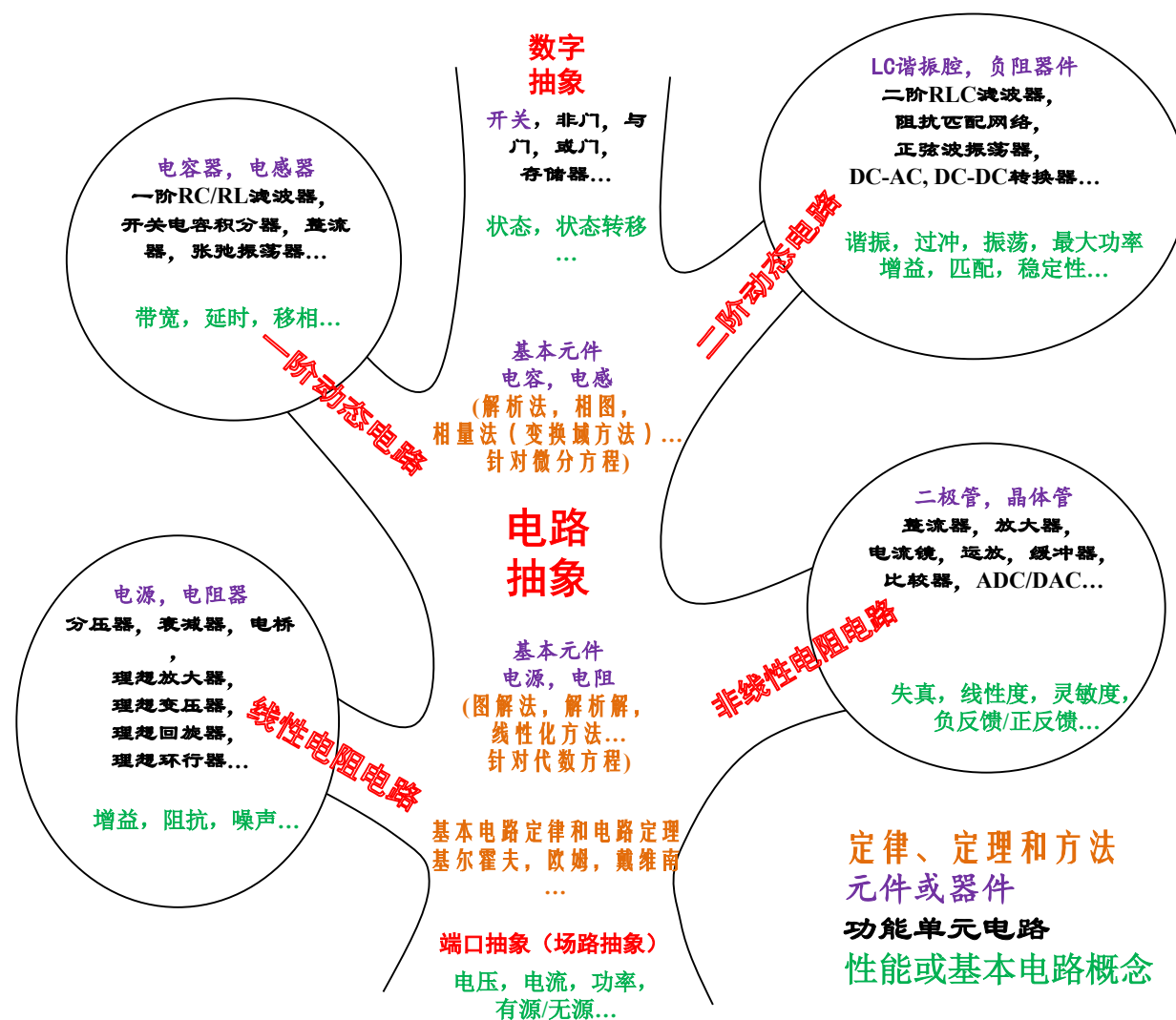
李国林

清华大学电子工程系

B班课程内容安排

第一学期：线性	序号	第二学期：非线性
电路定律	1	器件基础
电阻电源	2	二极管
电容电感	3	MOSFET
信号分析	4	BJT
分压分流	5	反相电路
正弦稳态	6	数字门
时频特性	7	放大器
期中复习	8	期中复习
RLC 二阶	9	负反馈
二阶时频	10	差分放大
受控源	11	频率特性
网络参量	12	正反馈
典型网络	13	振荡器
作业选讲	14	作业选讲
期末复习	15	期末复习

A班登高爬树模式



B班核心环绕模式



2021年开始**A班B班**同步比较

同一教师，同样的电路理解，同样没有习题课，仅概念引入顺序、细节处理有差别

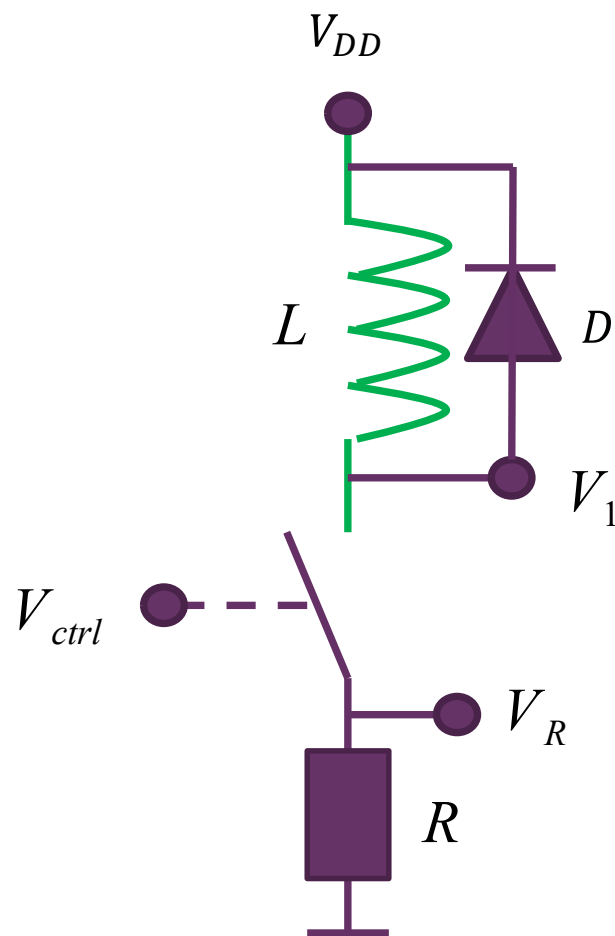
比较**A班B班**同学接受匹配度，电路知识传递效率

B班第二学期内容：非线性电路

- 第一学期以理想的线性元件为基础，讨论最核心的电路概念
 - 列方程，解方程都相对简单
 - 典型线性系统：滤波器、理想变压器、理想放大器、分压分流、…
- 第二学期以实现某种功能的真实器件为考察要点，为了获得简单的原理性分析结果，需要对真实器件进行建模
 - 线性器件
 - 电阻器、电容器、电感器：存在寄生效应，使得它们拟合的电阻元件、电容元件、电感元件特性仅在一个频段是近似成立的，超出适用频率范围，将严重偏离设计特性
 - 非线性器件
 - 器件：二极管（单端口非线性电阻）、晶体管（二端口非线性电阻）
 - 单元电路：放大器、振荡器、门电路；整流器、逆变器、…
 - 非线性分析
 - 解析法：电阻分压角度分析三种组态放大器、差分放大器
 - 分段折线法：针对大信号
 - 局部线性法：针对小信号
 - 准线性：正弦波振荡器分析

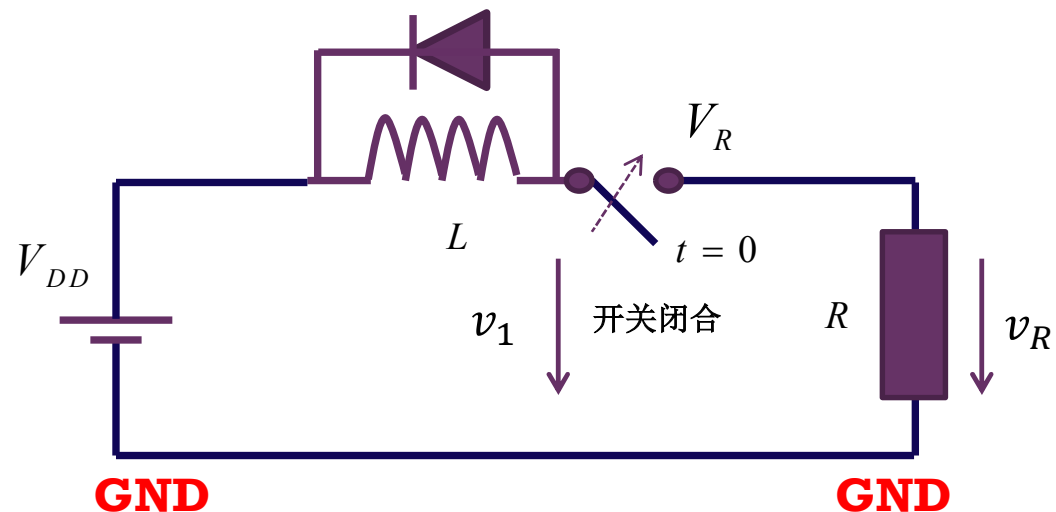
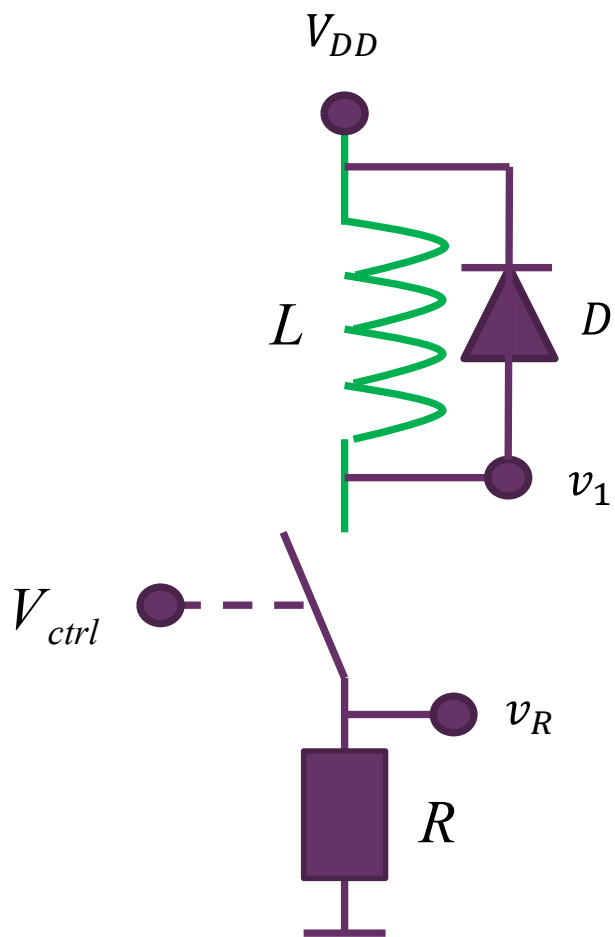
二极管分析要点：通断判定

- 作业8.1请分析开关闭合后 v_1 电压变化规律，电路稳定后，开关断开， v_1 电压变化规律
 - 没有二极管D
 - 有二极管D
- 由此说明二极管D的作用



开关闭合

等效

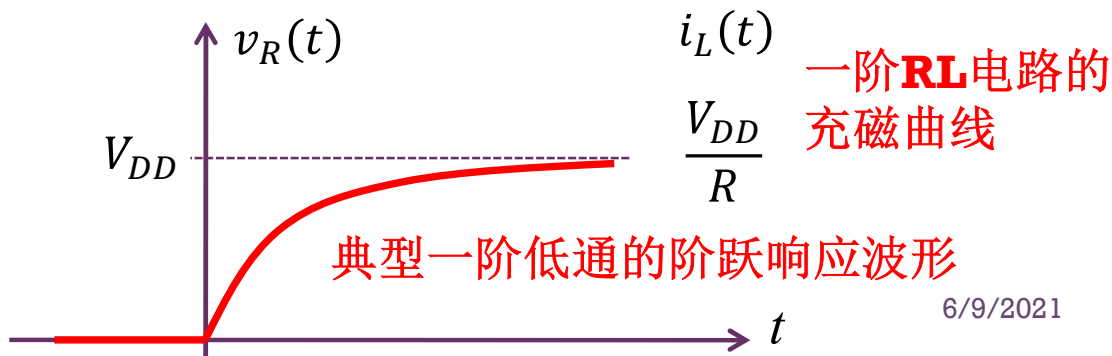


开关闭合，二极管截止：三要素法

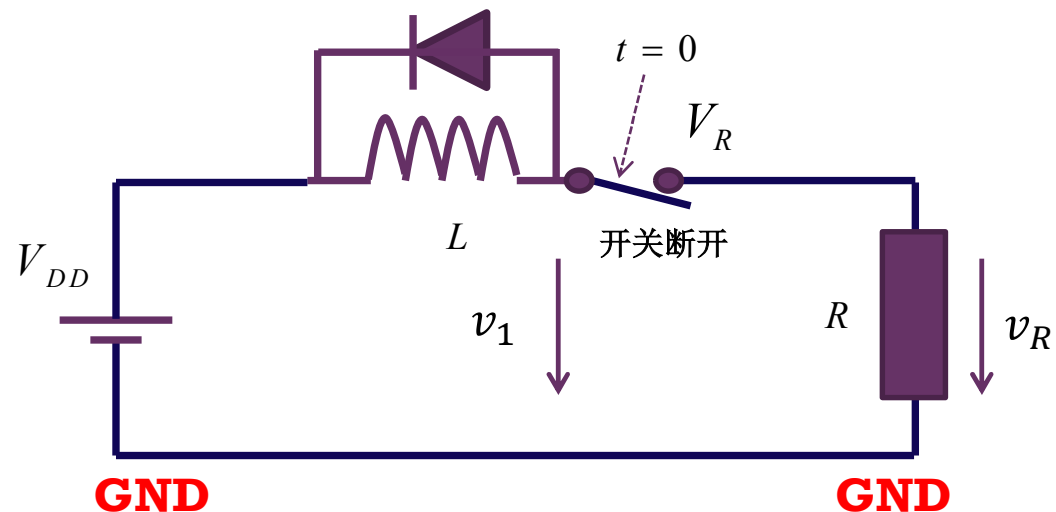
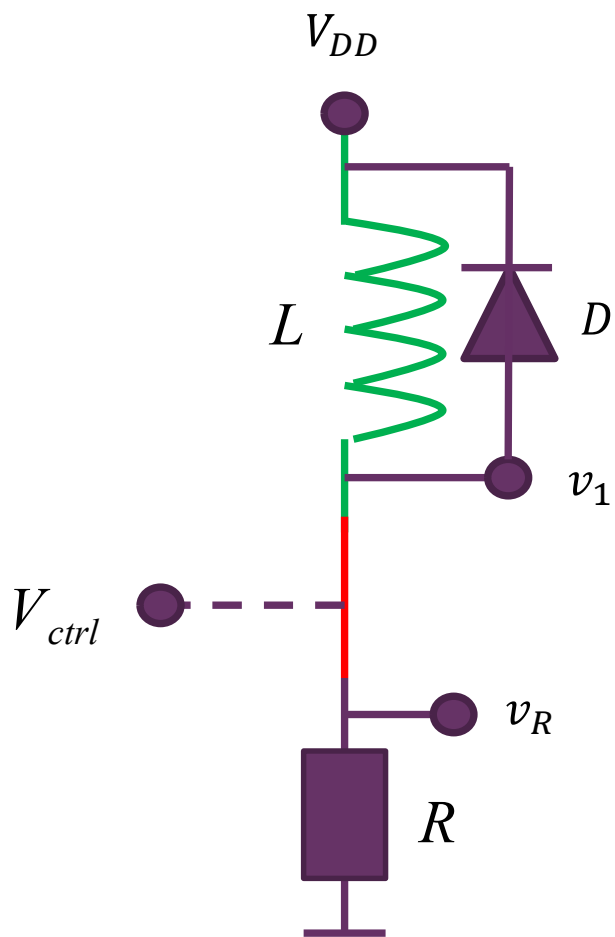
$$v_R(0^+) = 0 \quad v_{R\infty}(t) = V_{DD} \quad \tau = GL = \frac{L}{R}$$

$$v_R(t) = v_{R\infty}(t) + (v_R(0^+) - v_{R\infty}(0^+))e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_R(t) = V_{DD} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) U(t) \quad t > 0$$



开关断开



无二极管强行断开

$$i_L(0^-) = \frac{V_{DD}}{R} \quad i_L(0^+) = 0$$

$$v_1(0^-) = V_{DD}$$

$$v_1(0^+) = V_{DD} - L \frac{di_L(0^+)}{dt} = V_{DD} + L \frac{V_{DD}}{R} \delta(t)$$

加续流二极管后断开

$$i_L(0^-) = \frac{V_{DD}}{R} \quad i_L(0^+) = i_L(0^-) = \frac{V_{DD}}{R}$$

$$v_1(0^-) = V_{DD} \quad v_1(0^+) = V_{DD} + 0.7$$

续流二极管 恒压放磁

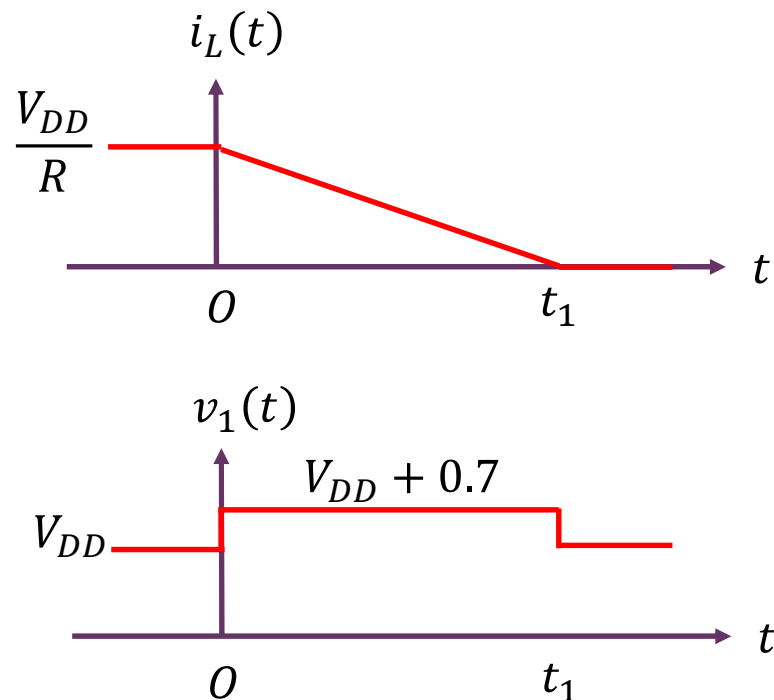
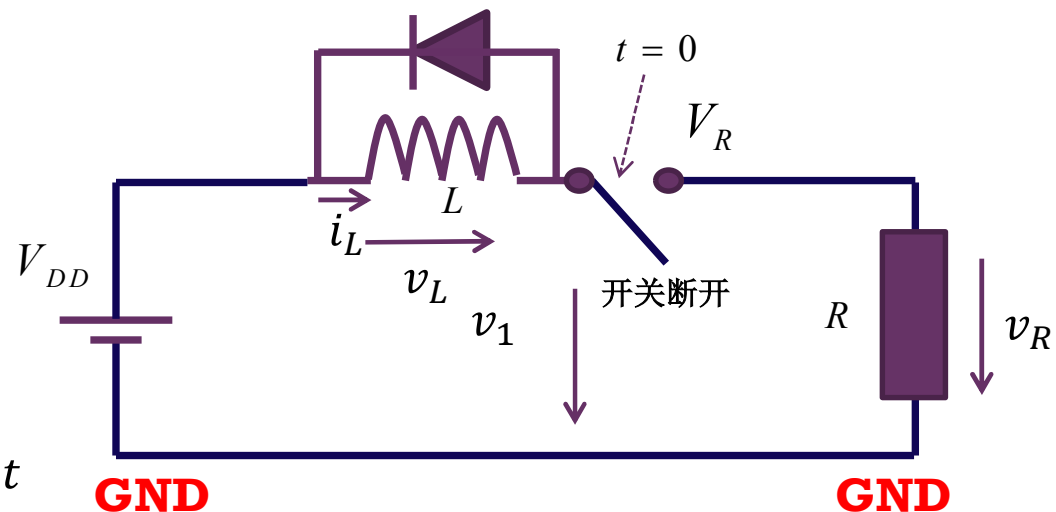
$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v_L(t) dt$$

$$= \frac{V_{DD}}{R} + \frac{1}{L} \int_0^t (-0.7) dt = \frac{V_{DD}}{R} - \frac{V_{Don}}{L} t$$

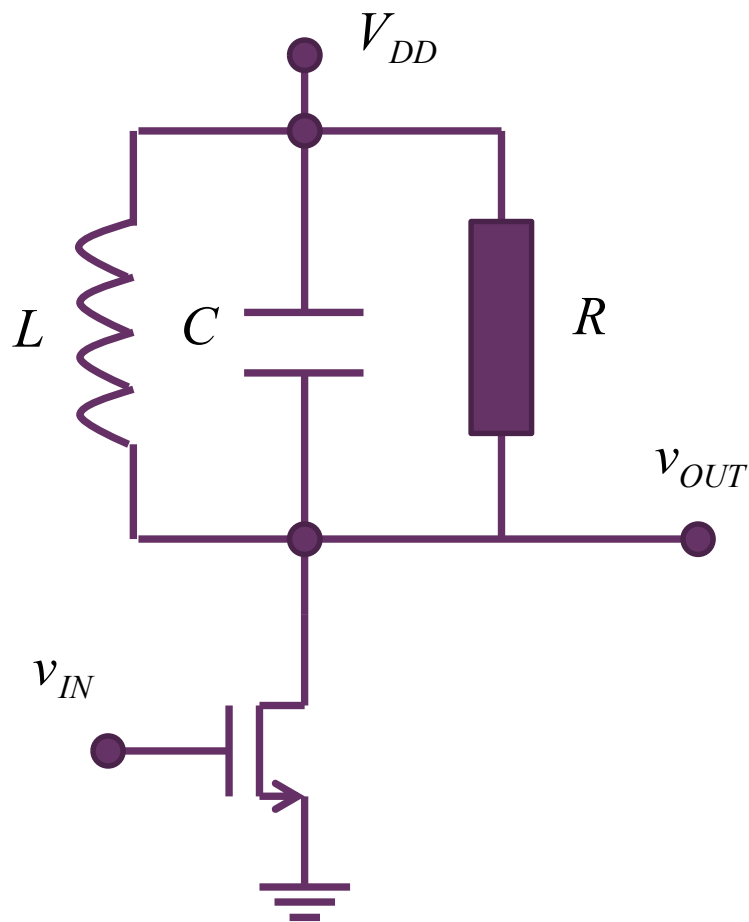
$$i_L(t_1) = \frac{V_{DD}}{R} - \frac{V_{Don}}{L} t_1 = 0$$

$$t_1 = \frac{V_{DD}}{V_{Don}} \frac{L}{R} = \frac{V_{DD}}{V_{Don}} \tau$$

$$v_1(t) = \begin{cases} V_{DD} & t < 0 \\ V_{DD} + 0.7 & 0 < t < t_1 \\ V_{DD} & t > t_1 \end{cases}$$

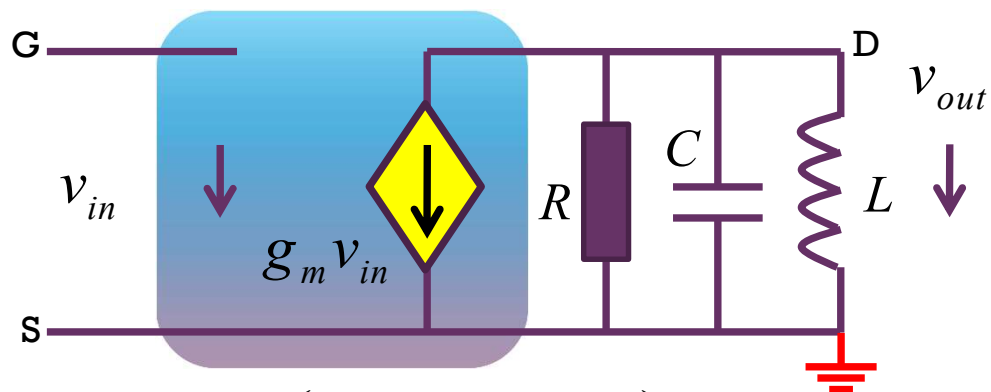
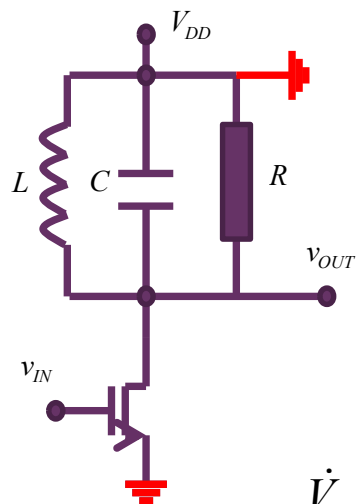


晶体管小信号分析至少掌握理想模型



- 作业11.6 窄带调谐放大器
- 如图所示，晶体管输入电压为 $v_{IN} = V_{GS0} + V_{sp} \cos \omega t$ ，其中 V_{GS0} 直流电压使得晶体管偏置在有源区，而交流小信号的幅度 V_{sm} 很小
- 1、假设晶体管是理想跨导器，不考虑厄利效应，不考虑寄生电容效应，请画出交流小信号等效电路
 - 和电阻电路的交流小信号分析一样，不同的是负载电阻 R_L 被负载阻抗 $Z_L = (R \parallel L \parallel C)$ 所替代
- 2、确认对于交流小信号，输出电压是输入电压的带通选频结果，求出带通中心频点的放大倍数和3dB带宽
- 3、请写出输出 $v_{OUT}(t)$ 的表达式。

没有指定条件就按理想晶体管模型分析



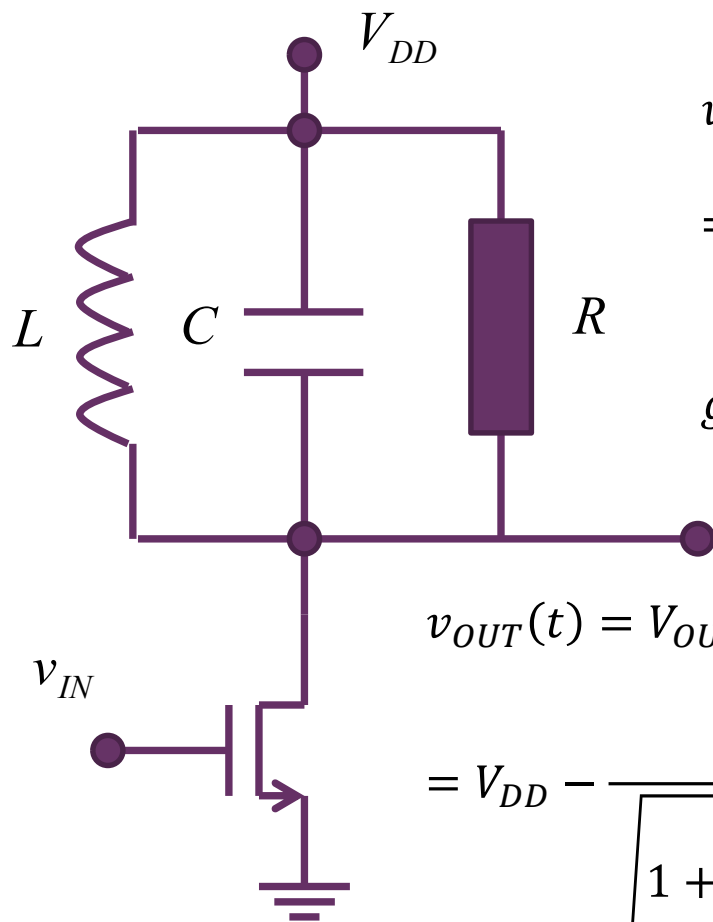
$$\dot{V}_{out} = -g_m \dot{V}_{in} Z(j\omega) = -g_m \dot{V}_{in} \left(\frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{R}} \right) = -g_m \dot{V}_{in} R \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$H(j\omega) = H_0 \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$H_0 = -g_m R \quad BW_{3dB} = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC} \cdot R \sqrt{\frac{C}{L}}} = \frac{1}{2\pi RC}$$

相量分析结果是正弦稳态响应

$$H(j\omega) = -g_m R \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{g_m R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} e^{j \left(-\pi - \arctan \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right)}$$



$$v_{IN}(t) = V_{IN0} + v_{in}(t)$$

$$= V_{GS0} + V_{sp} \cos(\omega t)$$

电阻电路中，电压不得高于电源电压

动态电路中，电压可以高于电源电压

$$g_m = 2\beta_n (V_{GS0} - V_{TH})$$

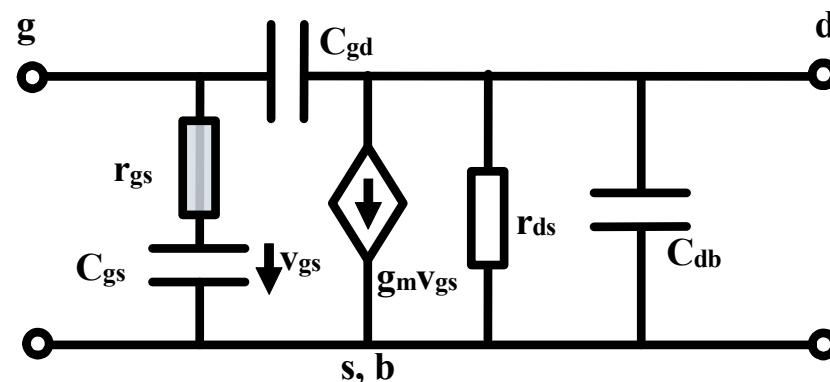
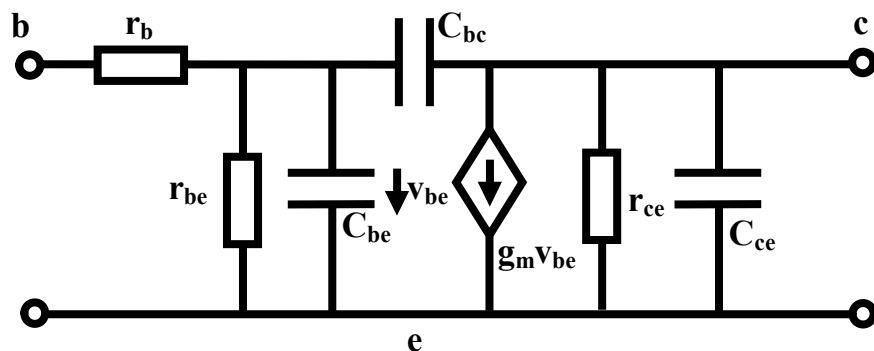
动态元件具有储能效应，可以释放能量使得电路中电压或电流在短时内高于电源电压或电源电流：动态元件是电路中的另外的一个源，可提供高电压或大电流

$$v_{OUT}(t) = V_{OUT0} + v_{out}(t)$$

$$= V_{DD} - \frac{g_m R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} V_{sp} \cos \left(\omega t - \arctan Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right)$$

晶体管寄生电容效应导致有源性丢失

- 作业11.1 有源性
- 复习第12讲网络参量中的“有源与无源”，请分析确认MOSFET高频模型的有源性条件为 $f < f_{\max}$



$$f_{\max} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{g_m^2 - 4g_{be}g_{ce}(1 + g_{be}r_b)}{(g_m C_{bc}(C_{be} + C_{bc}) + g_{be}C_{bc}^2 + g_{ce}(C_{be} + C_{bc})^2)r_b}}$$

$$\approx \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{g_m}{C_{bc}(C_{be} + C_{bc})r_b}}$$

$$f_{\max} = \frac{g_m}{4\pi C_{gs}} \sqrt{\frac{r_{ds}}{r_{gs}}}$$

有源性定义

- 具有向端口外提供电功率（电能量）能力的网络为有源网络，不具有该能力的网络为无源网络
- 针对线性时不变网络，相量域描述：端口描述方程为线性代数方程的线性时不变网络，如果其端口总吸收实功恒不小于零，

$$P = \sum_{k=1}^n P_k = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^n \dot{V}_k \dot{I}_k^* = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \dot{\mathbf{V}}^T \dot{\mathbf{I}}^* \geq 0 \quad (\forall \dot{\mathbf{V}}, \dot{\mathbf{I}}, \mathbf{f}(\dot{\mathbf{V}}, \dot{\mathbf{I}}) = 0)$$

- 该网络就是**无源网络**。如果存在某种负载条件，使得端口总吸收实功小于0的情况可以出现，该网络则是**有源的**

$$P = \sum_{k=1}^n P_k = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \sum_{k=1}^n \dot{V}_k \dot{I}_k^* = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \dot{\mathbf{V}}^T \dot{\mathbf{I}}^* < 0 \quad (\exists \dot{\mathbf{V}}, \dot{\mathbf{I}}, \mathbf{f}(\dot{\mathbf{V}}, \dot{\mathbf{I}}) = 0)$$

- $\dot{\mathbf{v}} \ \dot{\mathbf{i}}$ 是关联参考方向定义的端口电压和端口电流列向量
- $\mathbf{f}(\dot{\mathbf{V}}, \dot{\mathbf{I}}) = 0$ 则是该线性时不变网络相量域的端口描述线性代数方程

无源网络的网络参量特性

下面的推导是对上学期第12讲内容的回顾

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} + jB_{11} & G_{12} + jB_{12} \\ G_{21} + jB_{21} & G_{22} + jB_{22} \end{bmatrix}$$

无源性定义要求任意满足元件约束方程的端口电压电流均有

$$\operatorname{Re} \dot{\mathbf{V}}^T \dot{\mathbf{I}}^* \geq 0 \quad \dot{\mathbf{V}}^T \dot{\mathbf{I}}^* + \dot{\mathbf{I}}^T \dot{\mathbf{V}}^* \geq 0$$

$$\dot{\mathbf{V}}^T \mathbf{Y}^* \dot{\mathbf{V}}^* + \dot{\mathbf{V}}^T \mathbf{Y}^T \dot{\mathbf{V}}^* = \dot{\mathbf{V}}^T (\mathbf{Y}^* + \mathbf{Y}^T) \dot{\mathbf{V}}^* \geq 0$$

故而只要 $\mathbf{Y}^* + \mathbf{Y}^T$ 是半正定矩阵 (**positive semidefinite matrix**) 即可

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^* + \mathbf{Y}^T &= \begin{bmatrix} G_{11} - jB_{11} & G_{12} - jB_{12} \\ G_{21} - jB_{21} & G_{22} - jB_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{11} + jB_{11} & G_{21} + jB_{21} \\ G_{12} + jB_{12} & G_{22} + jB_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2G_{11} & G_{12} + G_{21} - j(B_{12} - B_{21}) \\ G_{12} + G_{21} + j(B_{12} - B_{21}) & 2G_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

半正定条件就是无源条件

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}^* + \mathbf{Y}^T &= \begin{bmatrix} G_{11} - jB_{11} & G_{12} - jB_{12} \\ G_{21} - jB_{21} & G_{22} - jB_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{11} + jB_{11} & G_{21} + jB_{21} \\ G_{12} + jB_{12} & G_{22} + jB_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2G_{11} & G_{12} + G_{21} - j(B_{12} - B_{21}) \\ G_{12} + G_{21} + j(B_{12} - B_{21}) & 2G_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Delta_{11} = 2G_{22} \geq 0$$

这三个条件同时满足则无源（半正定）

$$\Delta_{22} = 2G_{11} \geq 0$$

反之，三个条件中只要有一个不满足，二端口网络就是有源的（不是半正定）

$$\Delta = 2G_{11} \cdot 2G_{22} - (G_{12} + G_{21} - j(B_{12} - B_{21}))(G_{12} + G_{21} + j(B_{12} - B_{21})) \geq 0$$

有源性条件

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} + jB_{11} & G_{12} + jB_{12} \\ G_{21} + jB_{21} & G_{22} + jB_{22} \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$$

$G_{11} < 0$ 端口1看入导纳出现负电导可向外输出电能
或

$$G_{11} < 0$$

$G_{22} < 0$ 端口2看入导纳出现负电导可向外输出电能
或

$$G_{22} < 0$$

$$(G_{12} + G_{21})^2 + (B_{12} - B_{21})^2 > 4G_{11}G_{22}$$

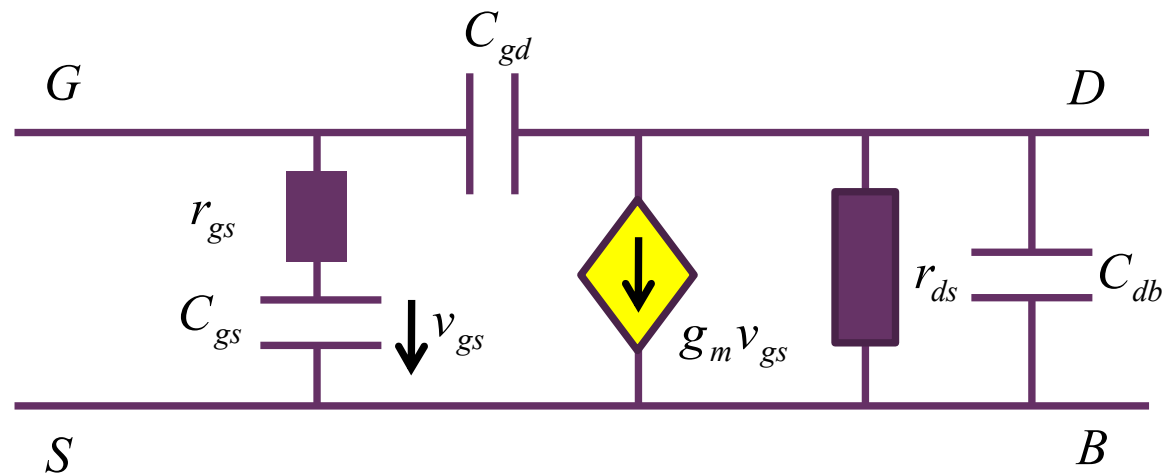
$$(G_{12} + G_{21})^2 > 4G_{11}G_{22}$$

跨导增益足够高，除了抵偿内部电导损耗外，还可向外输出额外能量

前述三个条件任意一个满足，二端口网络就是有源网络

导纳参量矩阵的获取

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$



$$Y_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1} \right|_{\dot{V}_2=0} = (r_{gs} \text{ 串 } C_{gs}) \text{ 并 } C_{gd} = \frac{sC_{gs}}{1 + sC_{gs}r_{gs}} + sC_{gd}$$

$$Y_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{V}_1=0} = -sC_{gd}$$

$$Y_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_1} \right|_{\dot{V}_2=0} = \frac{g_m \dot{V}_{gs} - \dot{I}_{gd}}{\dot{V}_g} = g_m \frac{1}{1 + sC_{gs}r_{gs}} - sC_{gd}$$

$$Y_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{V}_1=0} = r_{ds} \text{ 并 } C_{db} \text{ 并 } C_{gd} = \frac{1}{r_{ds}} + sC_{db} + sC_{gd}$$

有源性条件分析

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} \frac{sC_{gs}}{1+sC_{gs}r_{gs}} + sC_{gd} & -sC_{gd} \\ g_m \frac{1}{1+sC_{gs}r_{gs}} - sC_{gd} & \frac{1}{r_{ds}} + sC_{db} + sC_{gd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{j\omega C_{gs}}{1+j\omega C_{gs}r_{gs}} + j\omega C_{gd} & -j\omega C_{gd} \\ g_m \frac{1}{1+j\omega C_{gs}r_{gs}} - j\omega C_{gd} & \frac{1}{r_{ds}} + j\omega C_{db} + j\omega C_{gd} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{(\omega C_{gs})^2 r_{gs}}{1+(\omega C_{gs}r_{gs})^2} + \frac{j\omega C_{gs}}{1+(\omega C_{gs}r_{gs})^2} + j\omega C_{gd} & -j\omega C_{gd} \\ \frac{g_m}{1+(\omega C_{gs}r_{gs})^2} - j\omega \left(\frac{g_m r_{gs} C_{gs}}{1+(\omega C_{gs}r_{gs})^2} + C_{gd} \right) & \frac{1}{r_{ds}} + j\omega C_{db} + j\omega C_{gd} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$(G_{12} + G_{21})^2 + (B_{12} - B_{21})^2 > 4G_{11}G_{22}$$

$$\left(\frac{g_m}{1+(\omega C_{gs}r_{gs})^2} + 0 \right)^2 + \left(\omega \left(\frac{g_m r_{gs} C_{gs}}{1+(\omega C_{gs}r_{gs})^2} + C_{gd} \right) - \omega C_{gd} \right)^2 > 4 \left(\frac{(\omega C_{gs})^2 r_{gs}}{1+(\omega C_{gs}r_{gs})^2} \right) \frac{1}{r_{ds}}$$

最高振荡频率

$$\left(\frac{g_m}{1 + (\omega C_{gs} r_{gs})^2} + 0 \right)^2 + \left(\omega \left(\frac{g_m r_{gs} C_{gs}}{1 + (\omega C_{gs} r_{gs})^2} + C_{gd} \right) - \omega C_{gd} \right)^2 > 4 \left(\frac{(\omega C_{gs})^2 r_{gs}}{1 + (\omega C_{gs} r_{gs})^2} \right) \frac{1}{r_{ds}}$$

$$g_m^2 + (\omega C_{gs} g_m r_{gs})^2 > 4(\omega C_{gs})^2 \frac{r_{gs}}{r_{ds}} (1 + (\omega C_{gs} r_{gs})^2)$$

$$g_m^2 (1 + (\omega C_{gs} r_{gs})^2) > 4(\omega C_{gs})^2 \frac{r_{gs}}{r_{ds}} (1 + (\omega C_{gs} r_{gs})^2)$$

$$g_m^2 > 4(\omega C_{gs})^2 \frac{r_{gs}}{r_{ds}} \quad (\omega C_{gs})^2 < \frac{g_m^2 r_{ds}}{4r_{gs}}$$

$$\omega < \frac{g_m}{2C_{gs}} \sqrt{\frac{r_{ds}}{r_{gs}}} = \omega_{\max}$$

$$f_{\max} = \frac{g_m}{4\pi C_{gs}} \sqrt{\frac{r_{ds}}{r_{gs}}}$$

$$f < f_{\max}$$

MOS晶体管的有源性条件

有源的表现

$$f < f_{\max}$$

单向功率增益 $U(f) = \left(\frac{f_{\max}}{f}\right)^2$

先添加互易网络将双向网络变换为单向网络
再在输入端口和输出端口进行双共轭匹配获得最大功率增益
这个增益称为单向功率增益

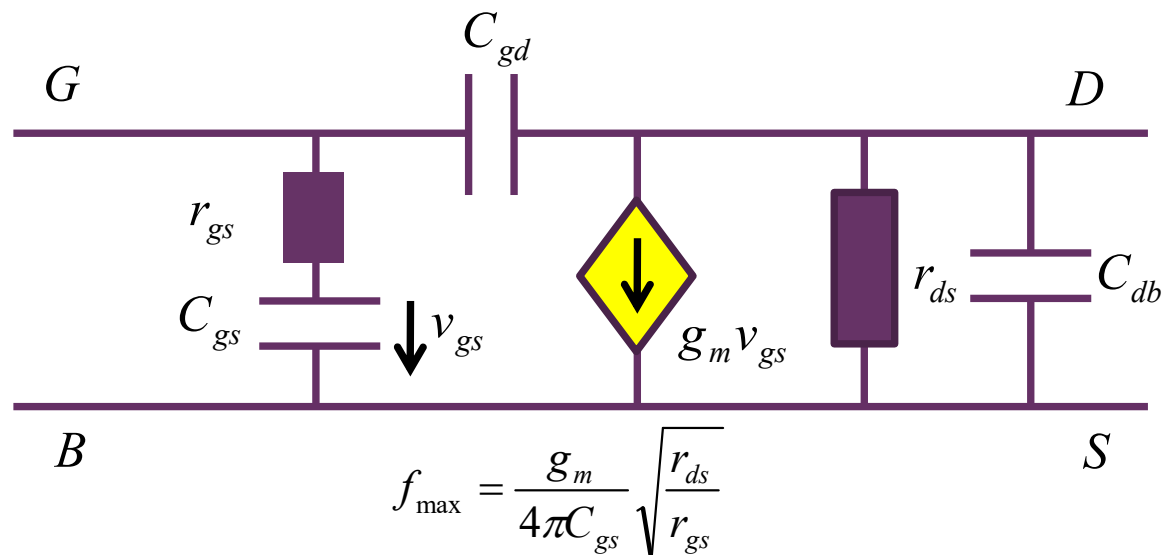
晶体管三种组态的单向功率增益完全一致，代表了晶体管的内在特性

显然，如果晶体管有源，晶体管功率增益 > 1 ，具有向端口外提供电功率的能力
如果晶体管无源，晶体管则不具向端口外提供电能量的能力
无法用晶体管实现放大/振荡这些有源功能
故而称 f_{\max} 为晶体管的最高振荡频率

晶体管被用于实现放大器和振荡器时，工作频率不应超过 $f_{\max}/4$

$$U\left(\frac{1}{4}f_{\max}\right) = \left(\frac{f_{\max}}{0.25f_{\max}}\right)^2 = 16 = 12dB$$

有源性来源



晶体管的有源性条件

晶体管的有源性来自将晶体管偏置在恒流导通区的直流偏置电压源
晶体管把偏置电压源的直流电能转换为交流电能，体现在跨导增益 g_m 上
跨导增益 g_m 越大，有源性越强，可用于有源的频率范围就越宽

交流小信号等效电路中的损耗体现在栅极损耗电阻 r_{gs} 和厄利效应电阻 r_{ds} 上
 r_{gs} 越小，输入损耗越小； r_{ds} 越大，输出损耗越小
因而当 r_{gs} 很小或 r_{ds} 极大，都可以有效扩展有源性频率范围

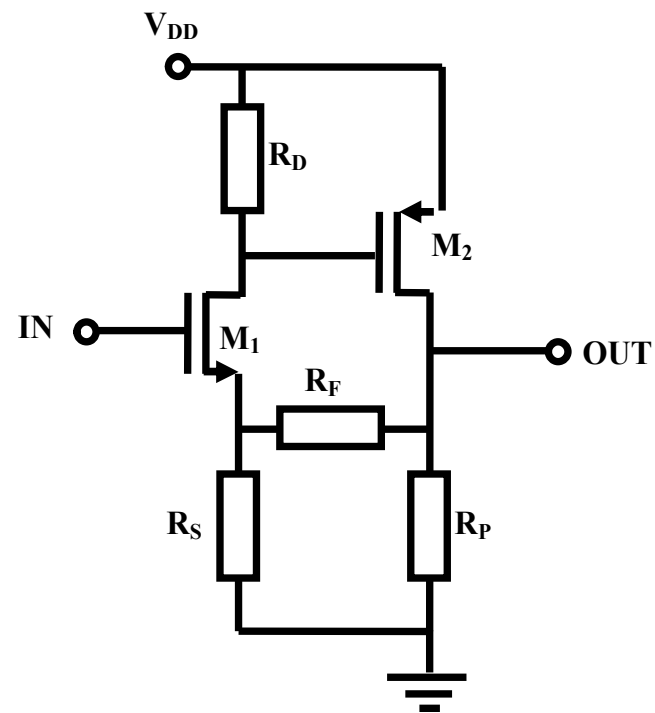
寄生电容 C_{gs} 越大，其上分压越小，导致跨导控制作用消失，有源性频率范围降低

正负反馈

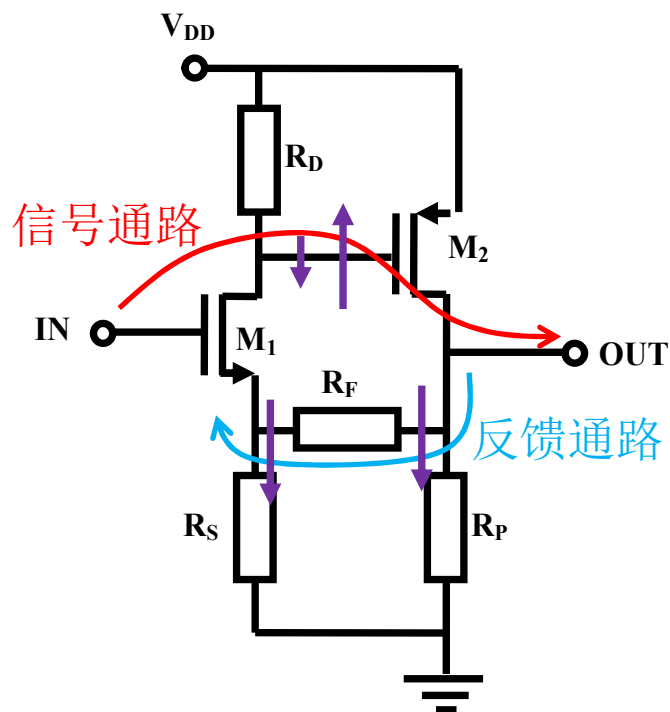
- 负反馈用以稳定系统性能
 - 稳定直流工作点，稳定增益，形成接近理想的受控源，...
- 正反馈形成不稳定特性
 - 高增益放大器
 - 负阻
 - 振荡器

负反馈放大器分析基本流程

- 作业9.3 负反馈晶体管放大器分析
- 习题4.23 一个负反馈放大器的分析：
对于如图E4.8.25所示负反馈放大电路。
 - (1) 找到负反馈闭合环路并加以描述，说明闭环上某一点电压的波动，环路一周后其波动被抑制，从而说明这是一个负反馈连接形式。
 - (2) 判定其负反馈连接方式，说明该负反馈连接方式决定的受控源类型，进而获得反馈系数表达式，并给出深度负反馈情况下的闭环增益表达式。
 - (3) 假设两个晶体管在恒流区的交流小信号电路模型为理想压控流源，其跨导增益分别为 g_{m1} 和 g_{m2} ，请给出开环增益表达式。

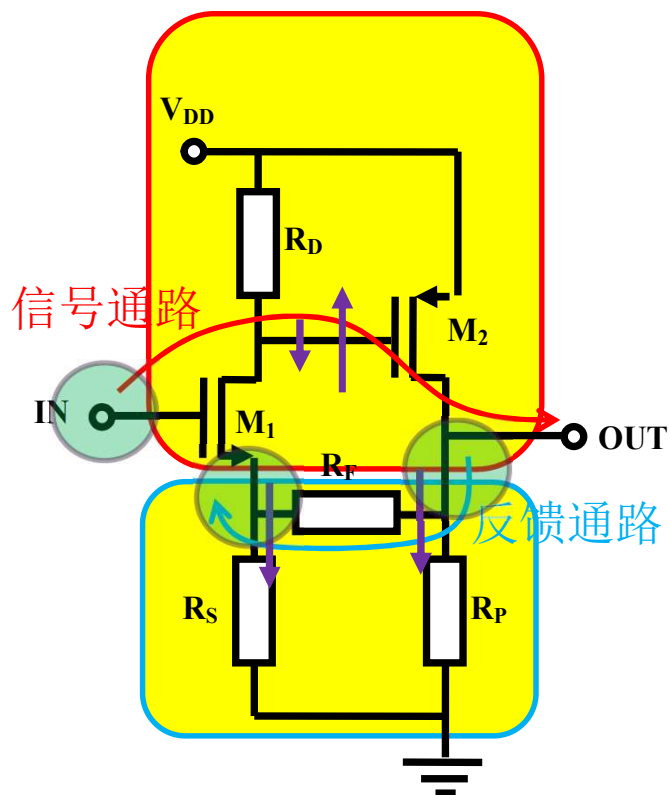


反馈环路



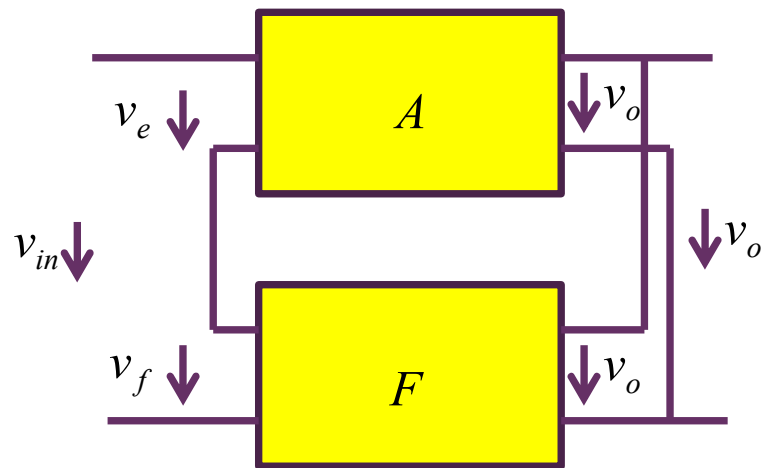
- 信号放大路径：输入电压信号从输入端点IN（M1栅极）进入，通过CS组态M1传输到达M1漏极（M2栅极），通过CS组态M2传输到M2漏极（输出端点OUT）
 - 通过晶体管放大网络信号自IN到达OUT
- 信号反馈路径：从OUT端点通过RF-RS电阻反馈网络到达M1源极（CS组态M1输入端口的下端点）
 - 通过电阻反馈网络信号自OUT到达IN
- 如是构成一个闭合环路
- 不妨假设该闭合环路中M2栅极电压有一个向上的扰动，由于CS组态M2晶体管反相放大，故而M2漏极电压下降，经电阻反馈网络的作用，使得M1源极电压下降，
 - 由于输入不变，故而M1的VGS上升，导致M1漏极电流上升，导致RD分压上升，导致M2栅极电压下降
 - 由于输入不变，视M1为共栅组态同相放大器，故而M1漏极电压下降
- 继而导致M2栅极电压下降，环路一周扰动被抑制了，显然这是一个负反馈连接方式

负反馈 连接方式判定

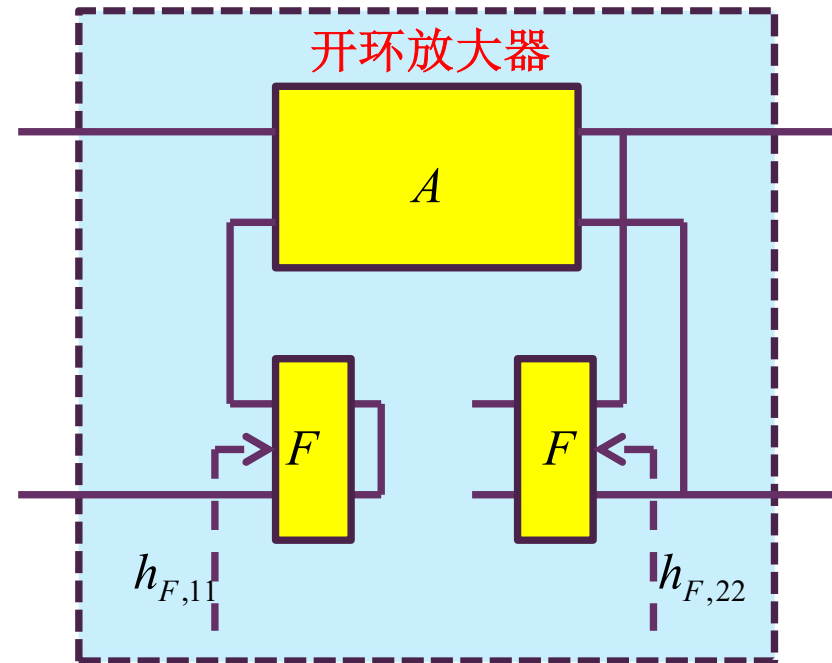


- 首先确定放大网络自IN入，自OUT出；反馈网络自RF右端点入，自RF左端点出
- IN端点和RF左端点不是一个端点，故而输入串联
- OUT端点和RF右端点是一个端点，故而输出并联
- 故而放大网络和反馈网络是串并连接关系
 - 反馈网络检测输出电压，形成反馈电压，通过负反馈环路抑制输出电压中的波动，使得输出电压稳定，故而串并连接负反馈形成接近理想的压控压源

脑海中的数学操作

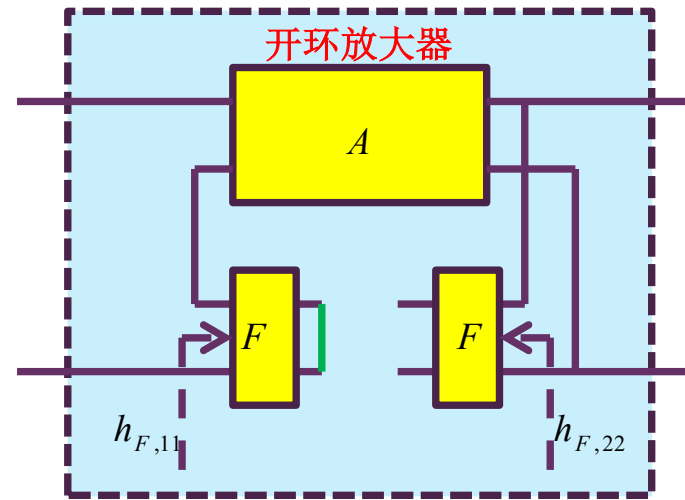
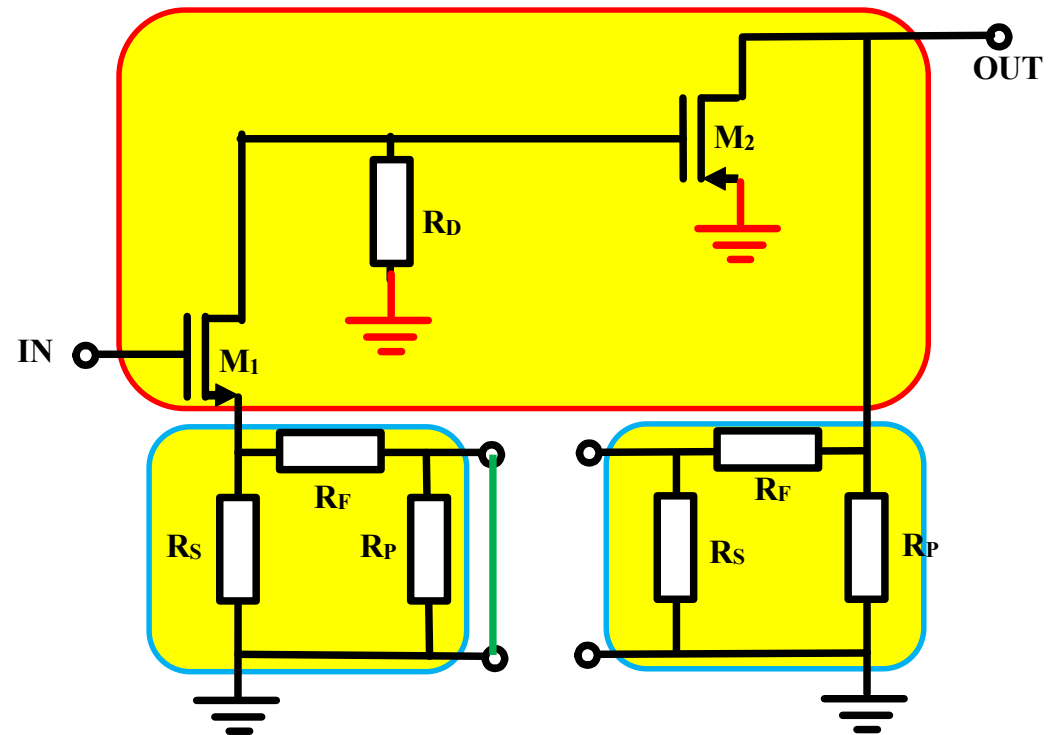
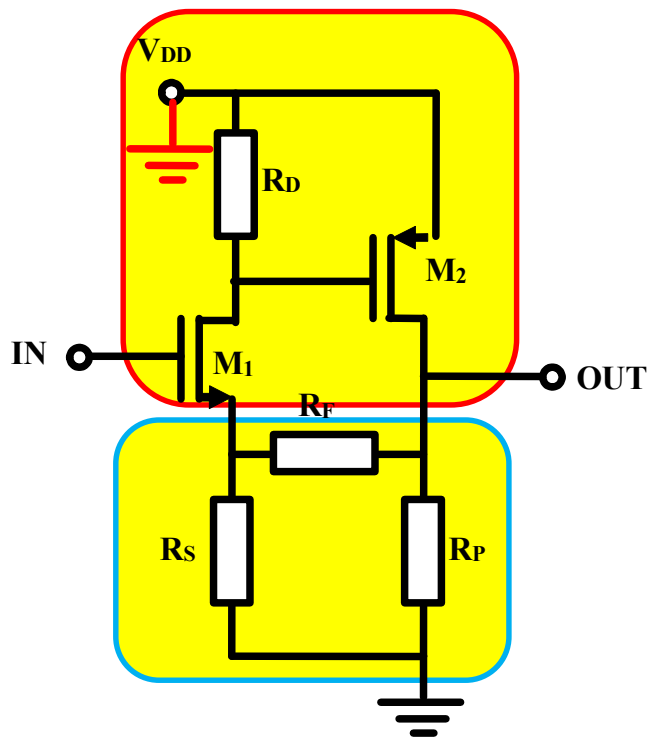


原理很清楚，就是写不出网络参量
网络参量不存在不代表电路不存在

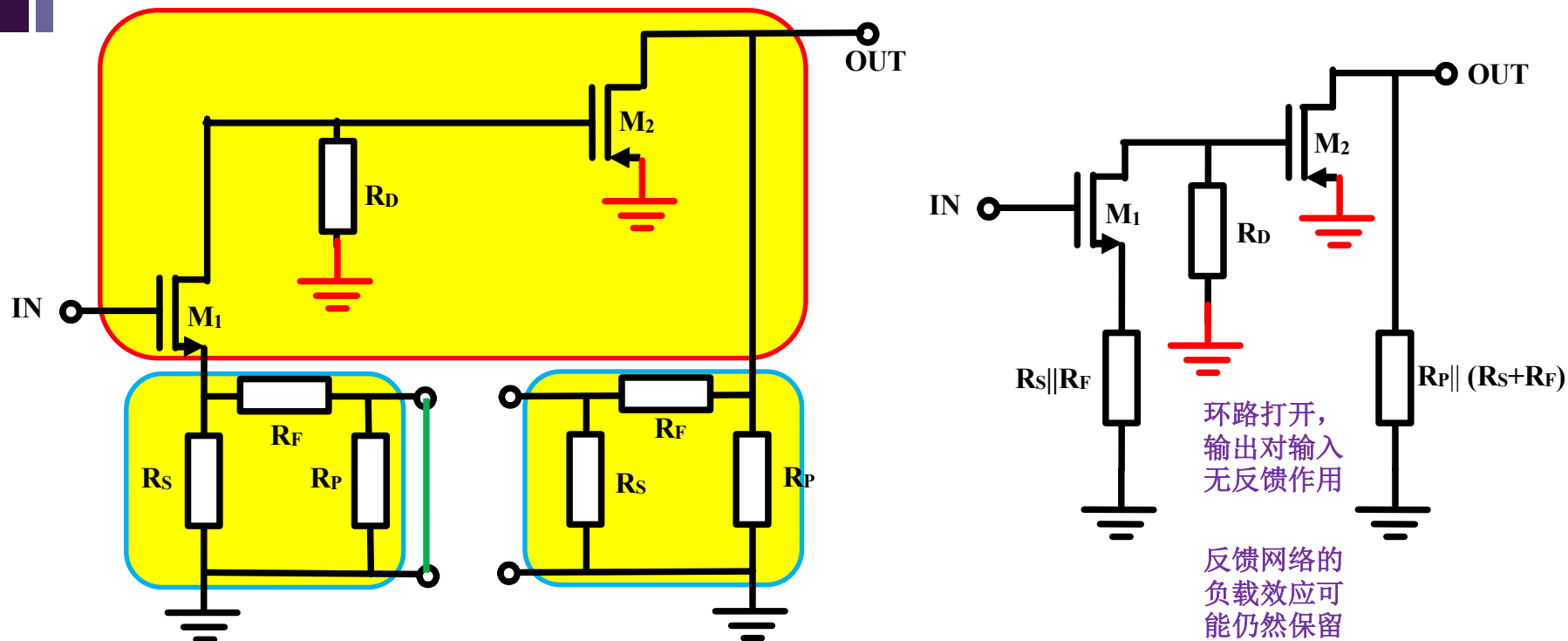


$$\begin{aligned}
 h &= h_A + h_F = \begin{bmatrix} h_{A11} & 0 \\ h_{A21} & h_{A22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{F11} & h_{F1} \\ h_{F21} & h_{F22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{A11} + h_{F11} & 0 \\ h_{A21} + h_{F21} & h_{A22} + h_{F22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & h_{F12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 &= h_{openloop,A} + h_{ideal,F} \approx \begin{bmatrix} h_{A11} + h_{F11} & 0 \\ h_{A21} & h_{A22} + h_{F22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & h_{F12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

转化为电路操作



开环放大器参量获取



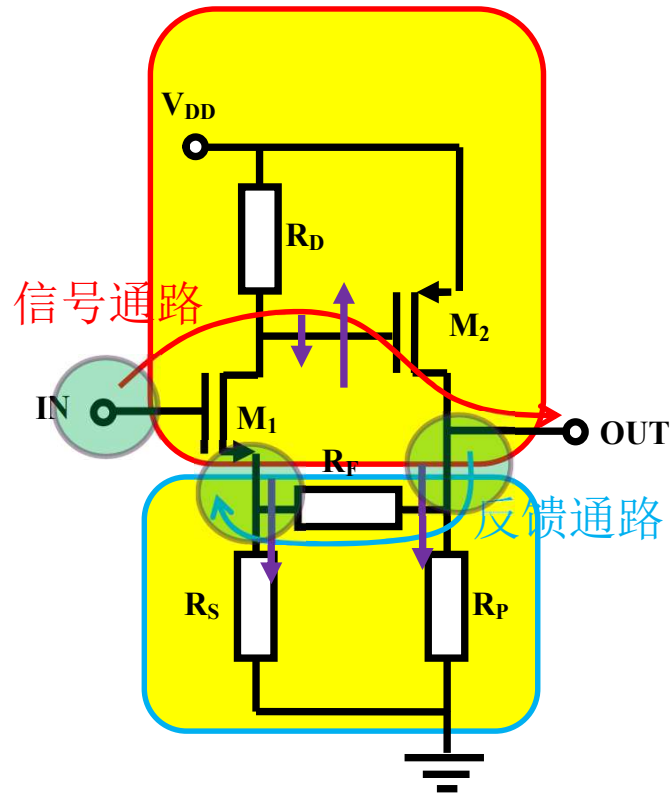
$$A_{v0} = \frac{g_{m1} R_D}{1 + g_{m1} (R_S \parallel R_F)} g_{m2} (R_P \parallel (R_S + R_F))$$

$$r_{ino} = \infty$$

$$r_{outo} = R_P \parallel (R_S + R_F)$$

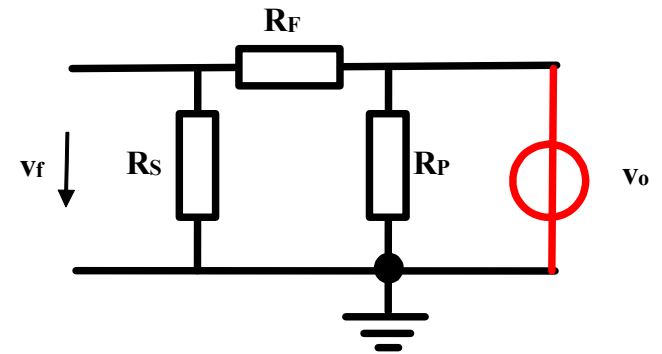
晶体管外围线性电阻一般远远小于 r_{ds} ，故而不考虑 r_{ds} 影响，假设是理想晶体管

反馈系数分析



电压反馈系数

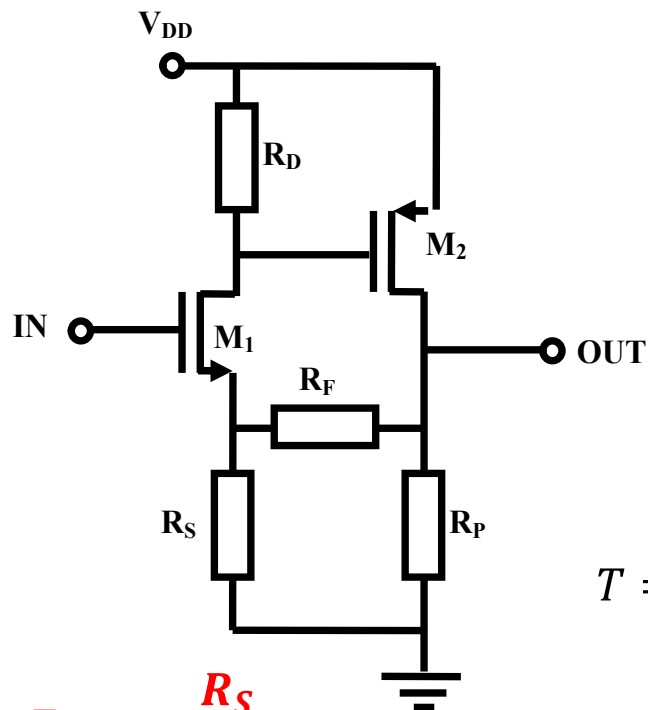
$$F_v = \frac{v_f}{v_o} = \frac{R_S}{R_S + R_F}$$



深度负反馈

$$A_{vf} = \frac{A_{v0}}{1 + T} \stackrel{T \rightarrow \infty}{\approx} \frac{1}{F_v} = 1 + \frac{R_F}{R_S}$$

闭环放大器参量结果



$$F_v = \frac{R_S}{R_S + R_F}$$

$$A_{v0} = \frac{g_{m1} R_D}{1 + g_{m1} (R_S \parallel R_F)} g_{m2} (R_P \parallel (R_S + R_F))$$

$$r_{ino} = \infty \quad r_{outo} = R_P \parallel (R_S + R_F)$$

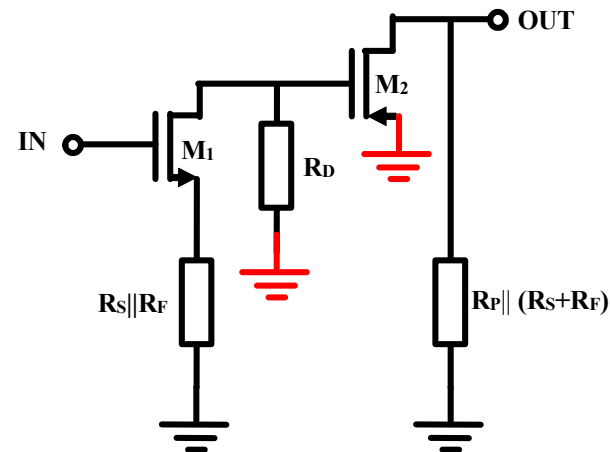
$$T = A_{v0} F_v = \frac{g_{m1} R_D}{1 + g_{m1} (R_S \parallel R_F)} g_{m2} \frac{R_P (R_S + R_F)}{R_P + (R_S + R_F)} \frac{R_S}{R_S + R_F}$$

$$= \frac{g_{m1} R_D}{1 + g_{m1} (R_S \parallel R_F)} g_{m2} \frac{R_P R_S}{R_P + R_S + R_F}$$

$$r_{inf} = (1 + T) r_{ino} = \infty$$

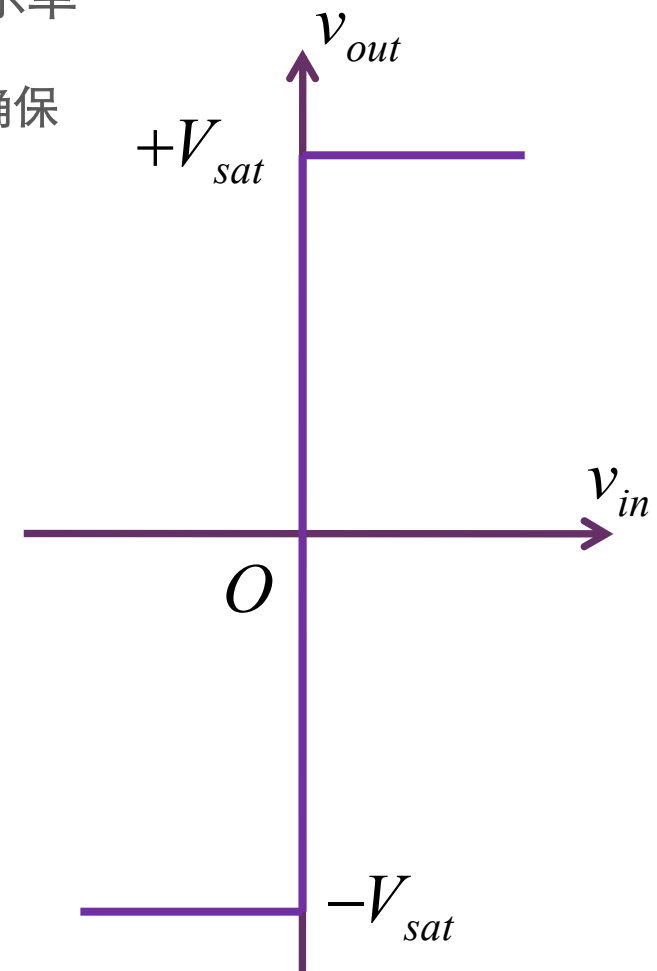
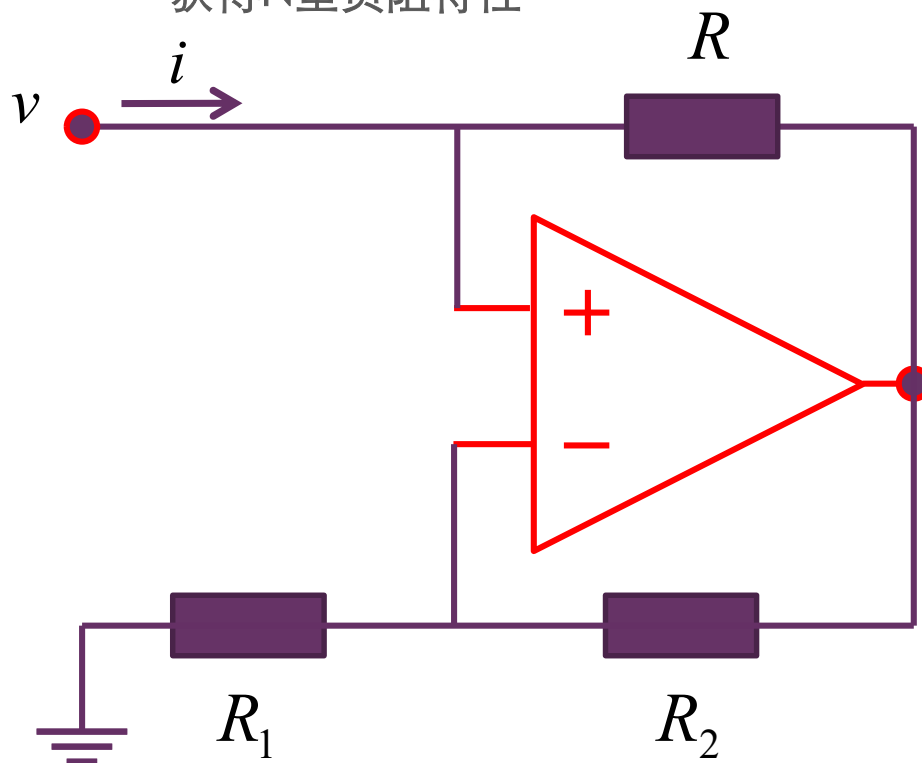
$$r_{outf} = \frac{r_{outo}}{1 + T} = \frac{R_P \parallel (R_S + R_F)}{1 + T} \approx \frac{R_F}{R_D} \frac{1}{g_{m2}}$$

$$A_{vf} = \frac{A_{v0}}{1 + T} \approx \frac{1}{F_v} = 1 + \frac{R_F}{R_S}$$

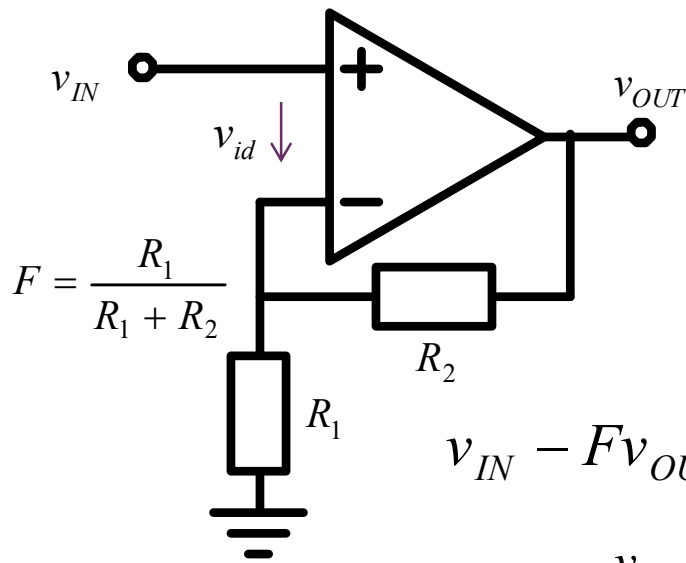


正反馈形成负阻

- 作业12.1 运放构造的N型负阻
- 已知理想运放的转移特性，分析确认如图所示单端口网络的伏安特性为N型负阻
 - 提示：电压源驱动，确保负反馈大于正反馈，确保获得N型负阻特性

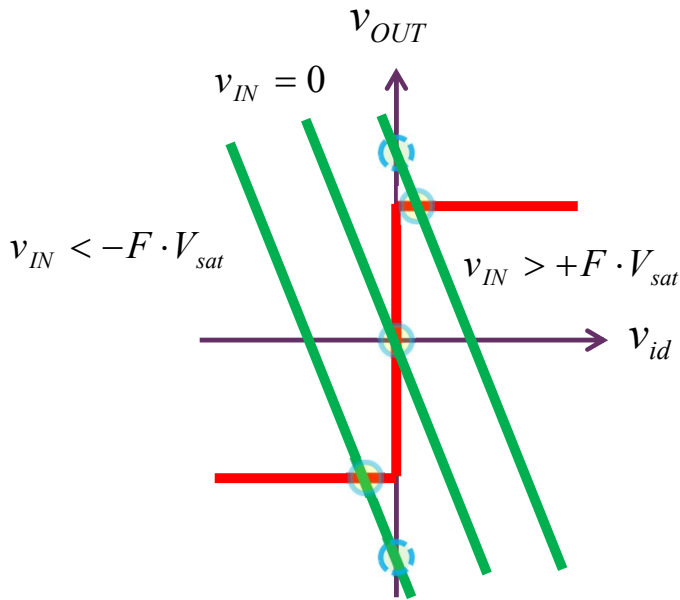
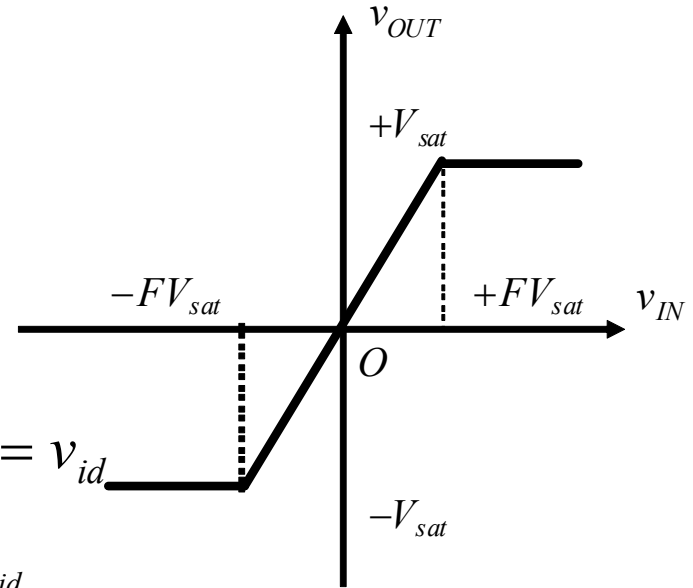


负反馈具有唯一解



$$v_{IN} - Fv_{OUT} = v_{id}$$

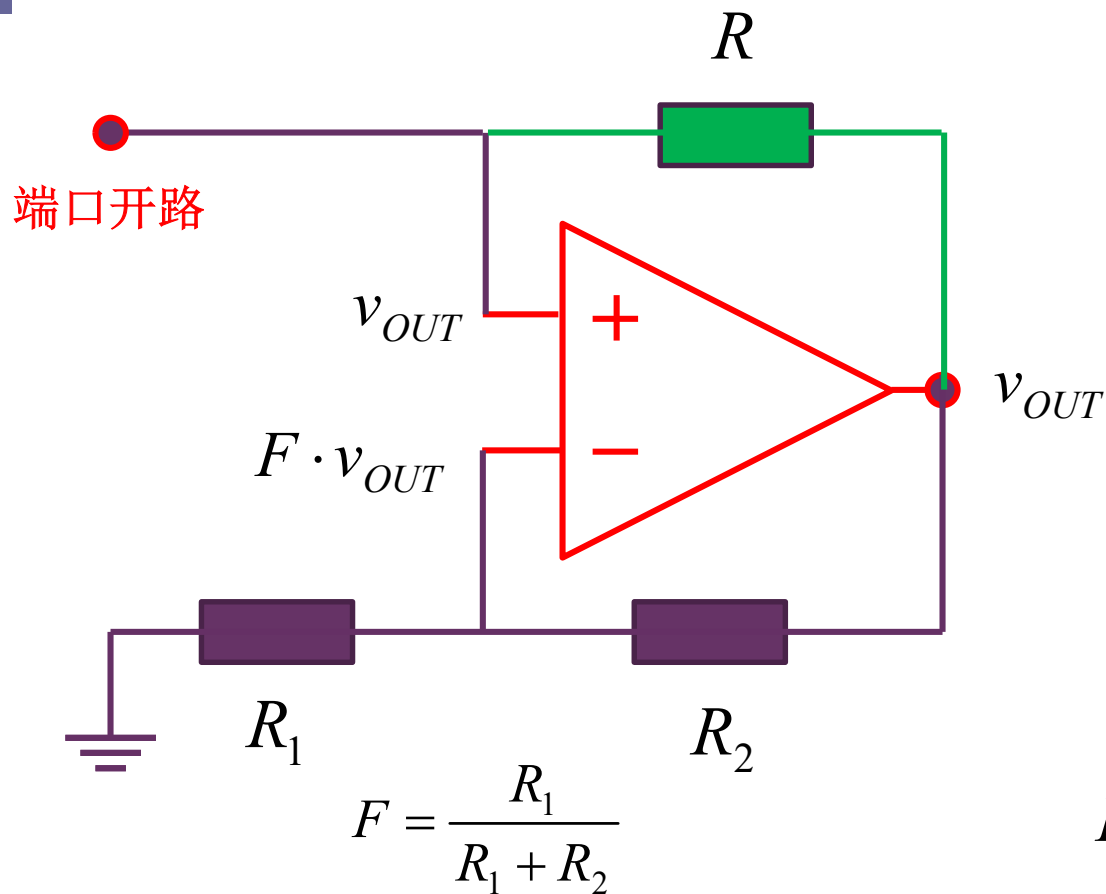
$$v_{OUT} = \frac{v_{IN} - v_{id}}{F}$$



线性区 $v_{IN} = F \cdot v_{OUT}$

$$v_{OUT} = \frac{1}{F} v_{IN} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_{IN}$$

正反馈则存在多个解



可能性1: 运放线性区

$$v_{OUT} = F \cdot v_{OUT}$$

$$v_{OUT} = 0$$



可能性2: 运放正饱和区

$$V_{sat} > F \cdot V_{sat}$$



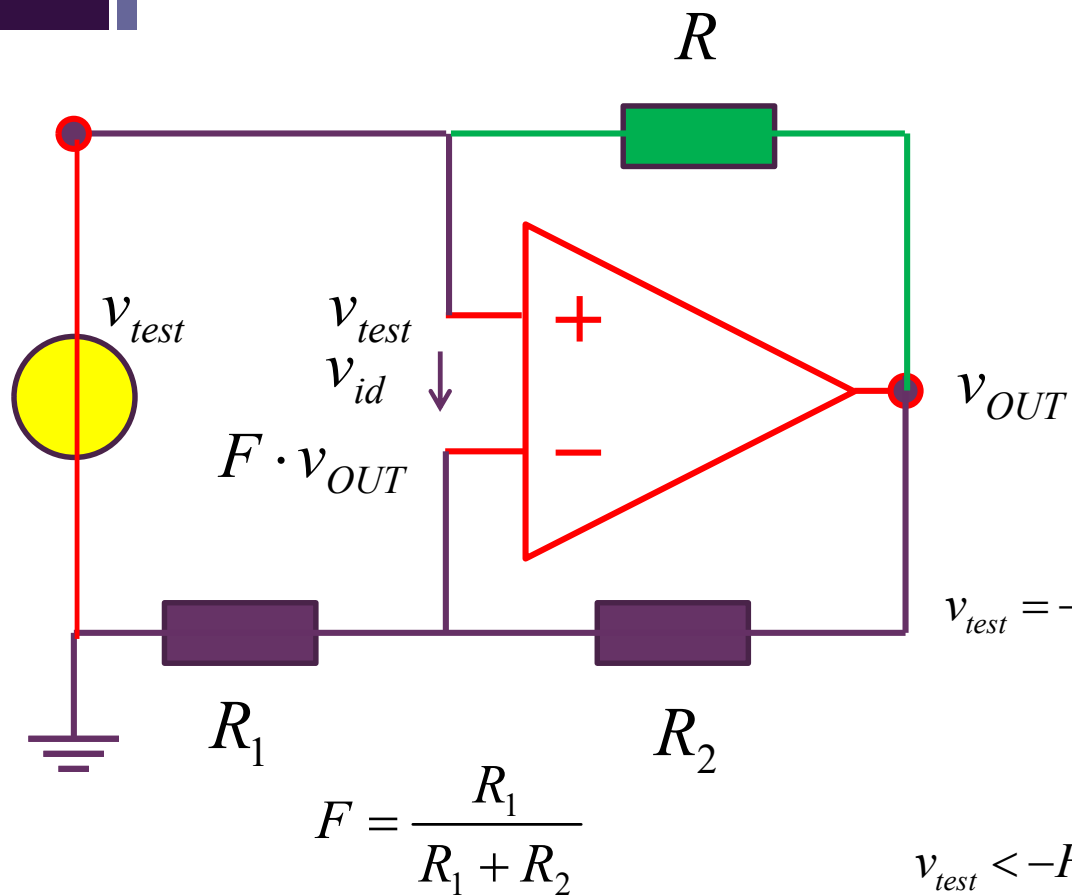
可能性3: 运放负饱和区

$$F \cdot (-V_{sat}) > -V_{sat}$$



输入端口开路，正反馈高于负反馈，电路中的噪声，
将导致运放无法待在线性区

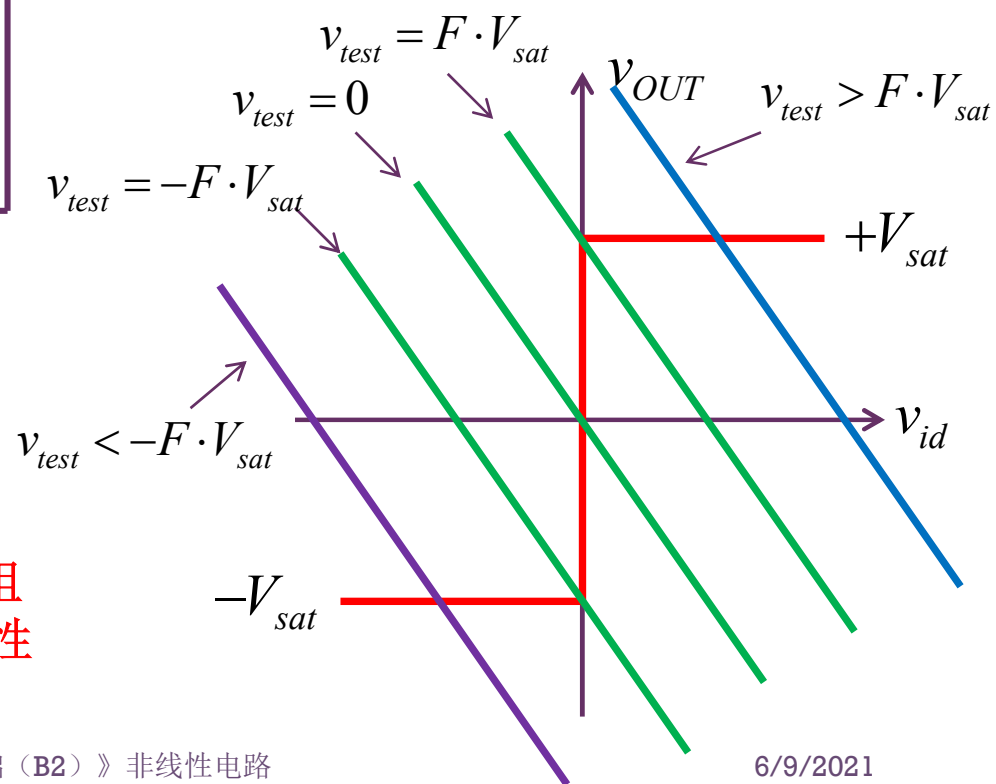
恒压激励取消正反馈通路



加压测试负反馈: **N**型负阻
 加流测试正反馈: 滞回特性

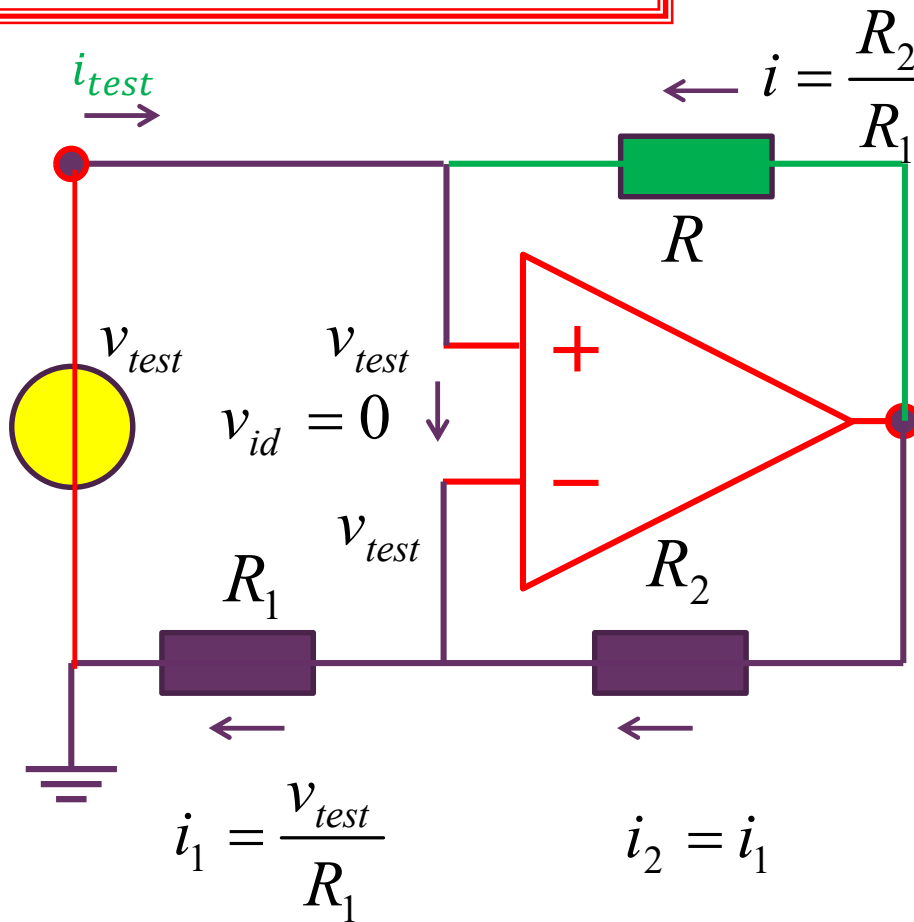
$$v_{id} = v_{test} - F \cdot v_{OUT}$$

$$v_{OUT} = \frac{1}{F} v_{test} - \frac{1}{F} v_{id}$$

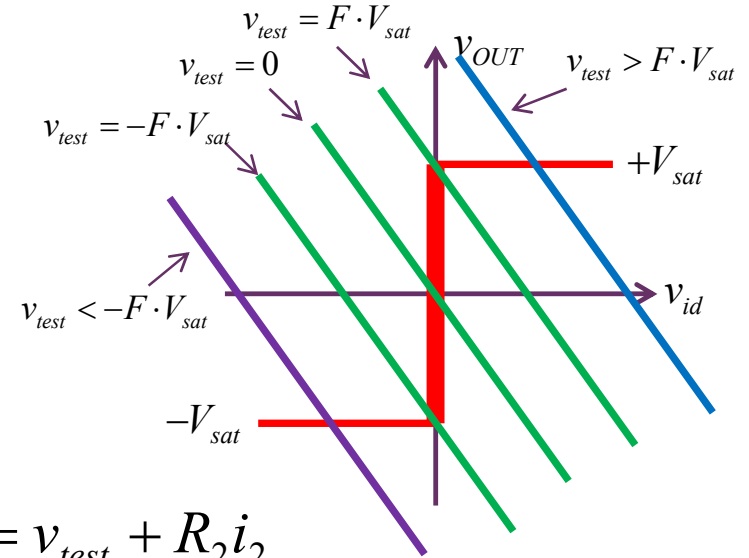


三个工作区分析 线性区

$$-F \cdot V_{sat} < v_{test} < +F \cdot V_{sat}$$



$$F = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



$$v_{OUT} = v_{test} + R_2 i_2$$

$$= v_{test} + \frac{R_2}{R_1} v_{test}$$

$$= \frac{v_{test}}{F} \in (-V_{sat}, V_{sat})$$

$$i = \frac{R_2}{R_1} \frac{v_{test}}{R} = -i_{test}$$

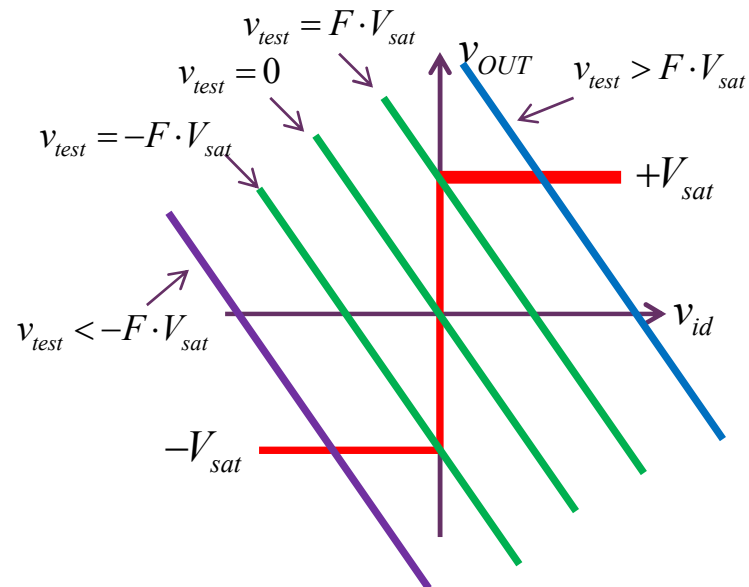
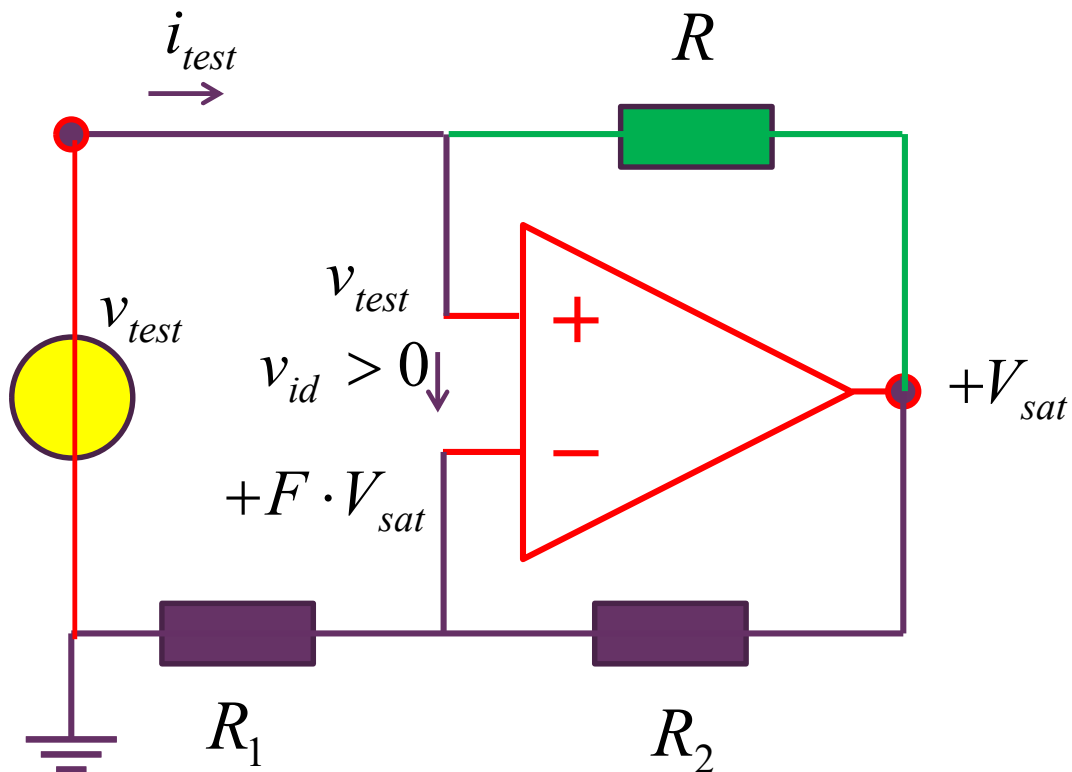
$$i_{test} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{v_{test}}{R}$$

三个工作区分析

正饱和区

$$v_{test} > +F \cdot V_{sat}$$

$$F = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



$$v_{test} = i_{test} R + V_{sat}$$

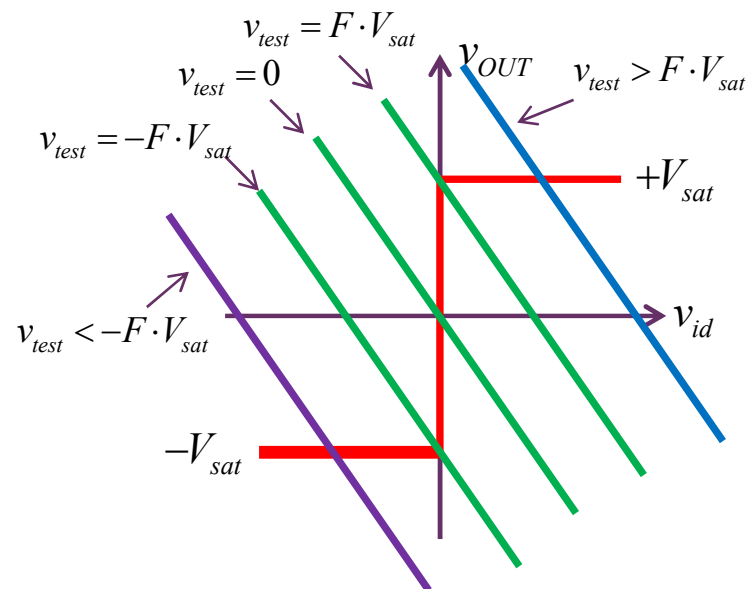
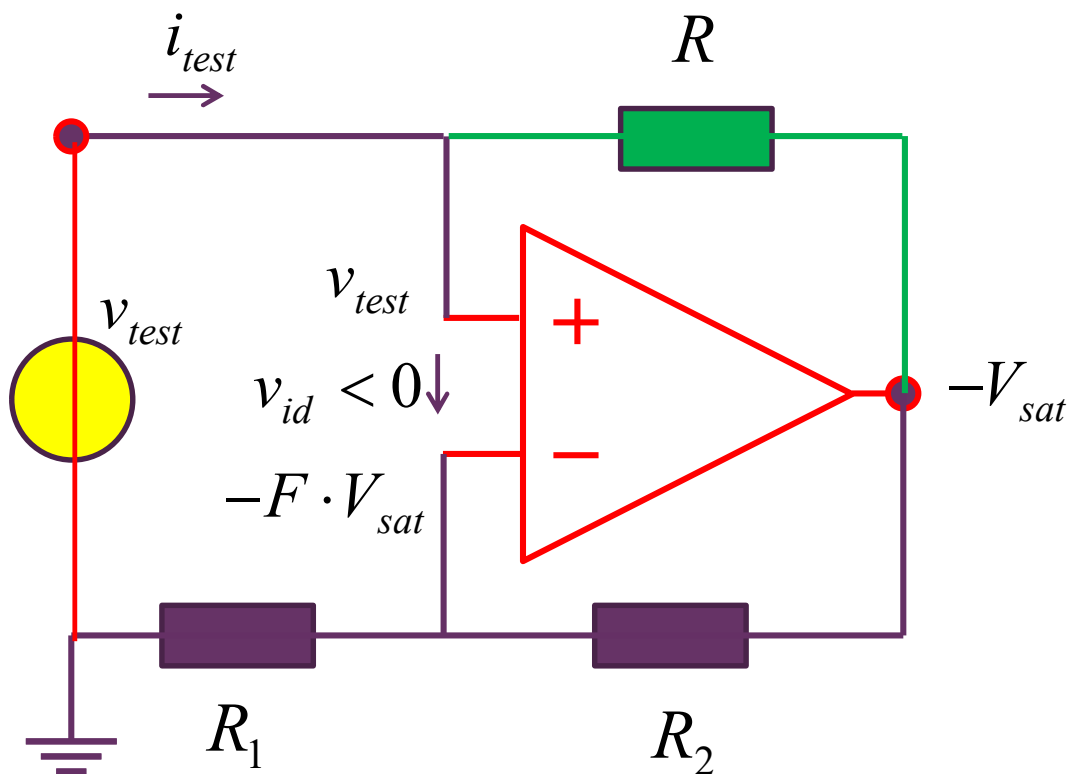
$$i_{test} = G v_{test} - G V_{sat}$$

三个工作区分析

负饱和区

$$v_{test} < -F \cdot V_{sat}$$

$$F = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



$$v_{test} = i_{test} R - V_{sat}$$

$$i_{test} = G v_{test} + G V_{sat}$$

N型负阻

运放线性区

$$-F \cdot V_{sat} < v_{test} < +F \cdot V_{sat}$$

$$i_{test} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{v_{test}}{R}$$

运放正饱和区

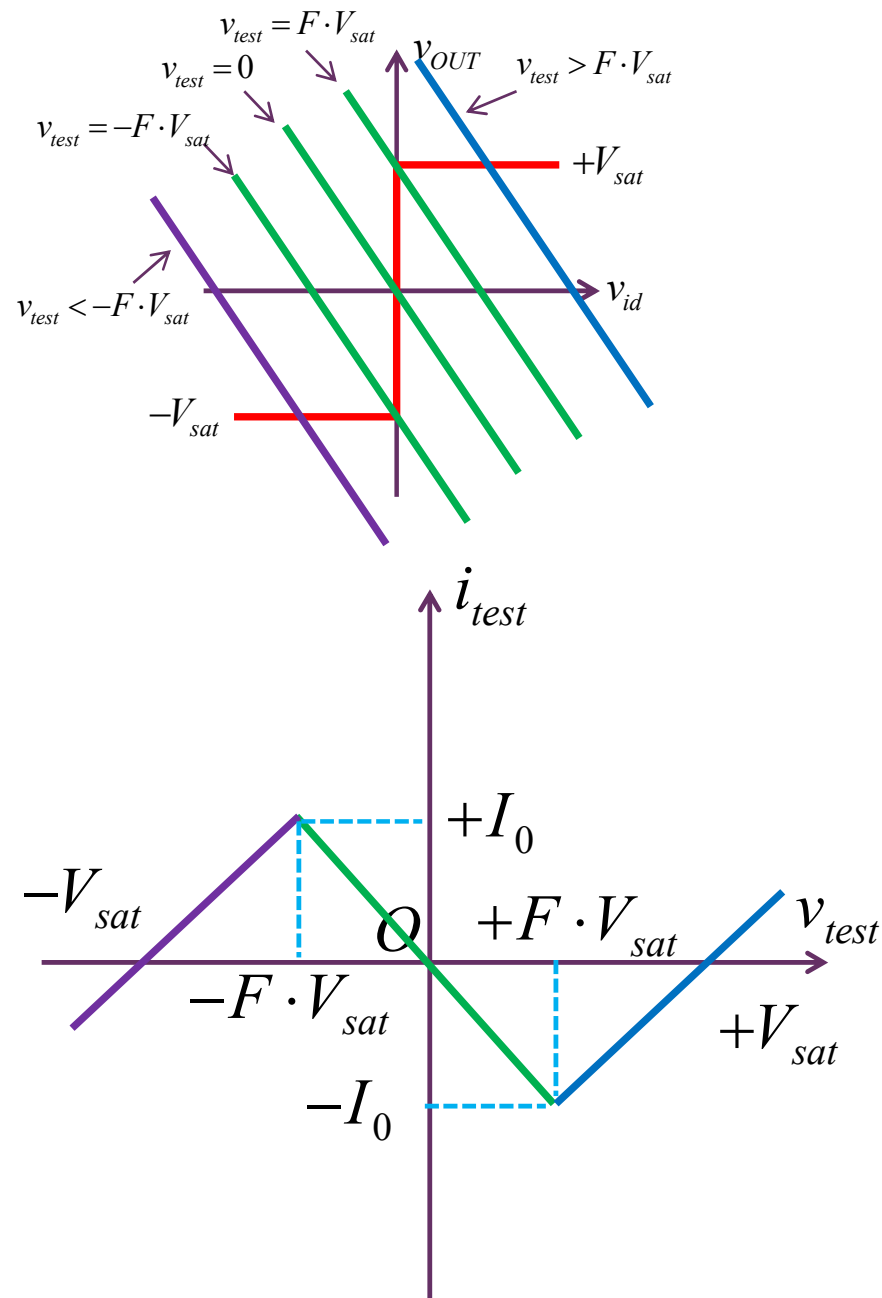
$$v_{test} > +F \cdot V_{sat}$$

$$i_{test} = \frac{v_{test}}{R} - \frac{V_{sat}}{R}$$

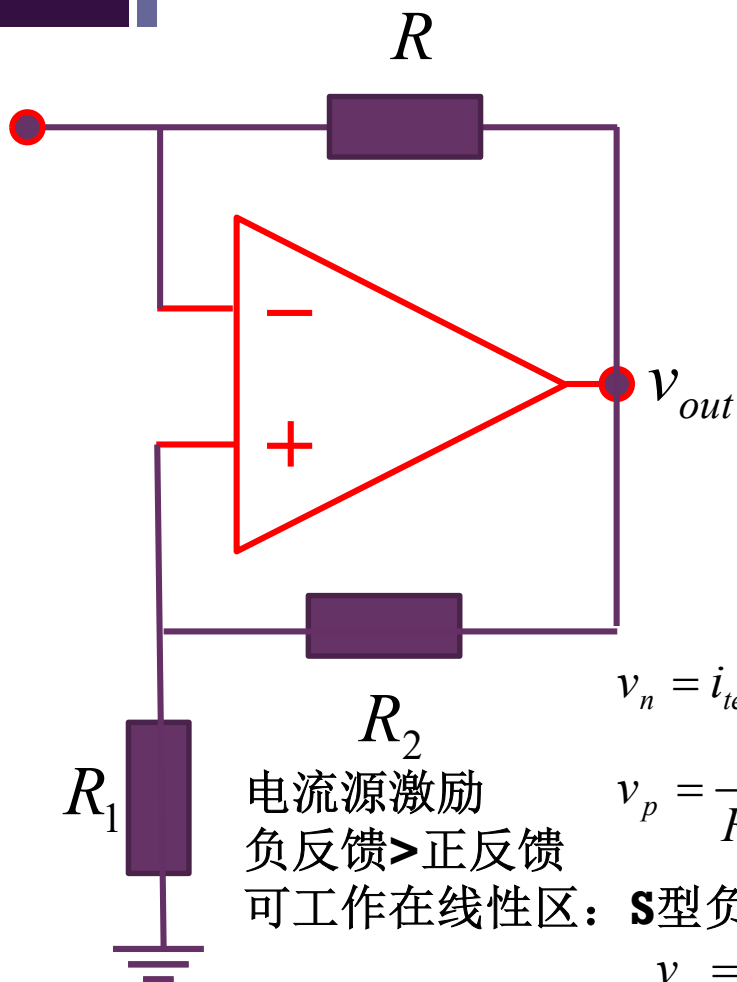
运放负饱和区

$$v_{test} < -F \cdot V_{sat}$$

$$i_{test} = \frac{v_{test}}{R} + \frac{V_{sat}}{R}$$



电路中同时存在正反馈和负反馈



电流源激励
负反馈 > 正反馈
可工作在线性区: **S**型负阻

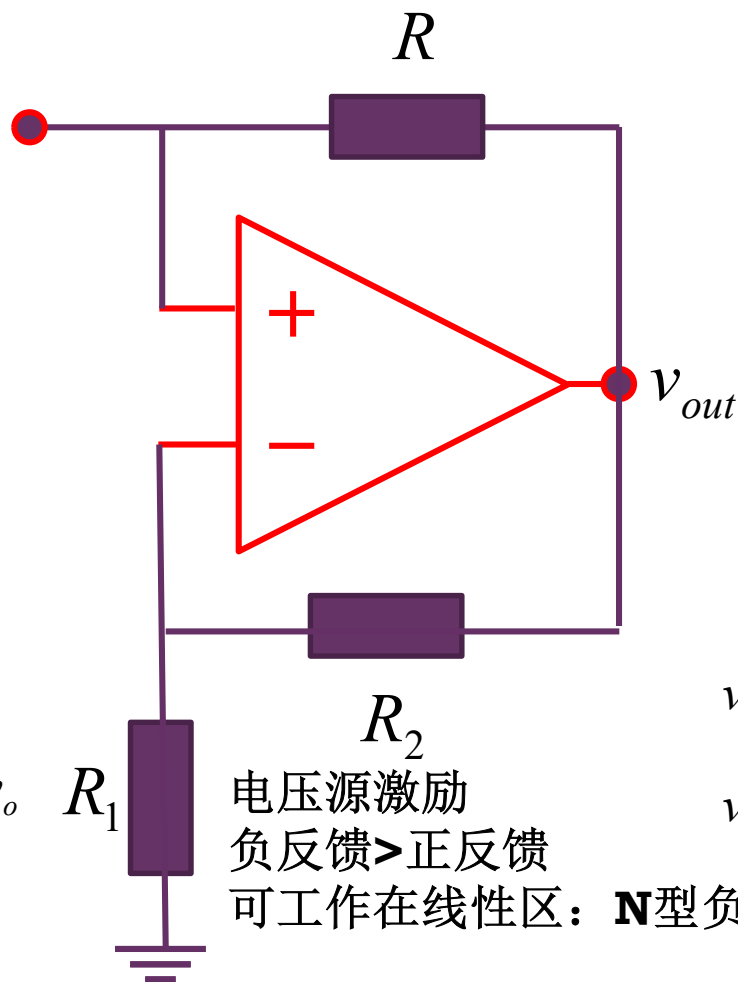
$$v_n = i_{test} R + v_o$$

$$v_p = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$$

电压源激励
正反馈 > 负反馈
只能工作在正负饱和区

$$v_n = v_{test}$$

$$v_p = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$$



电压源激励
负反馈 > 正反馈
可工作在线性区: **N**型负阻

$$v_p = v_{test}$$

$$v_n = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$$

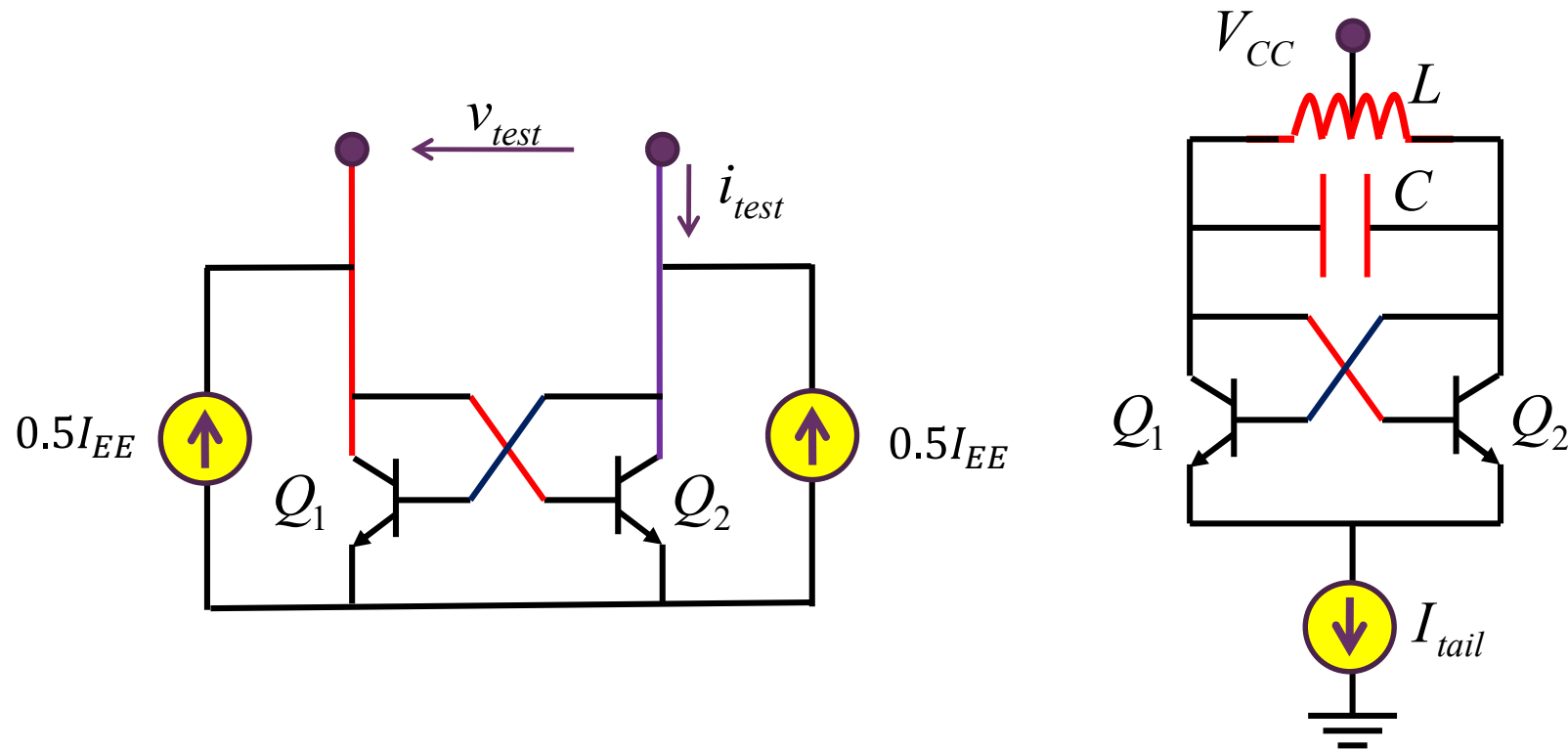
电流源激励
正反馈 > 负反馈
只能工作在正负饱和区

$$v_p = i_{test} R + v_o$$

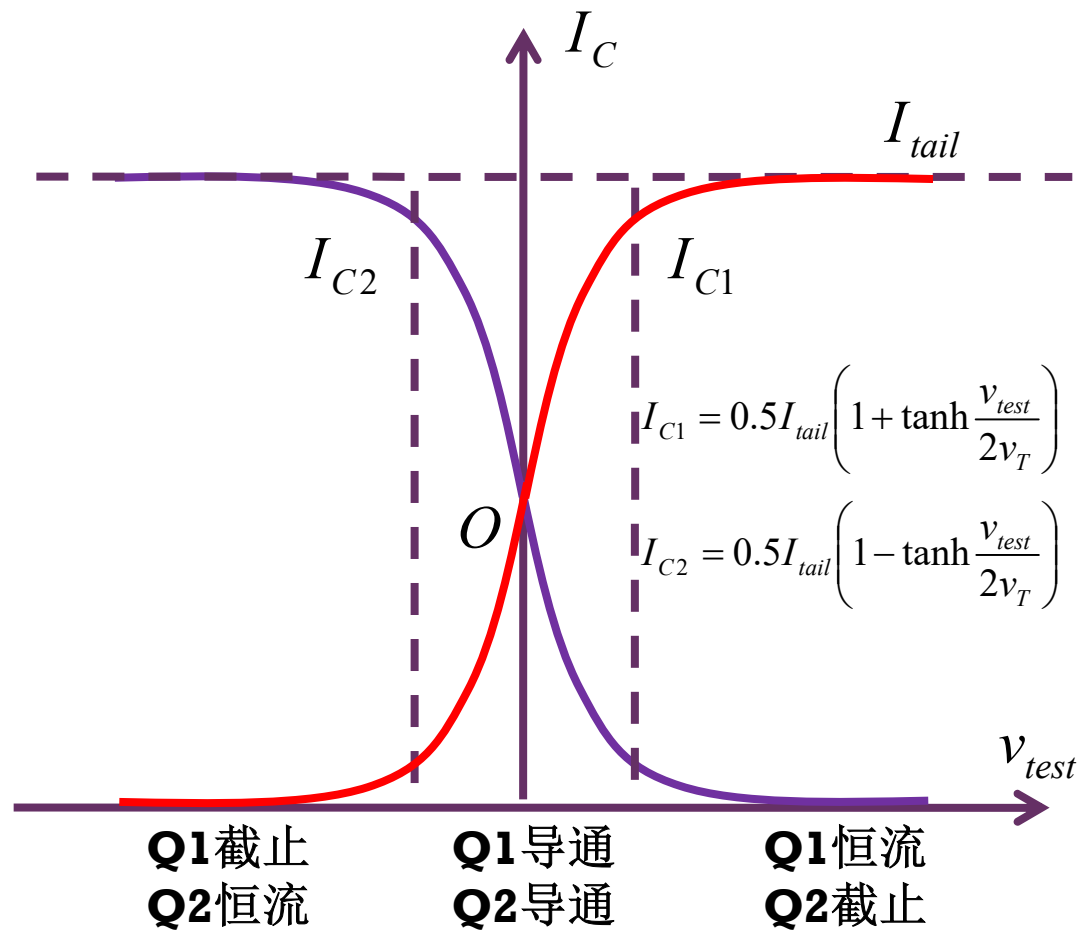
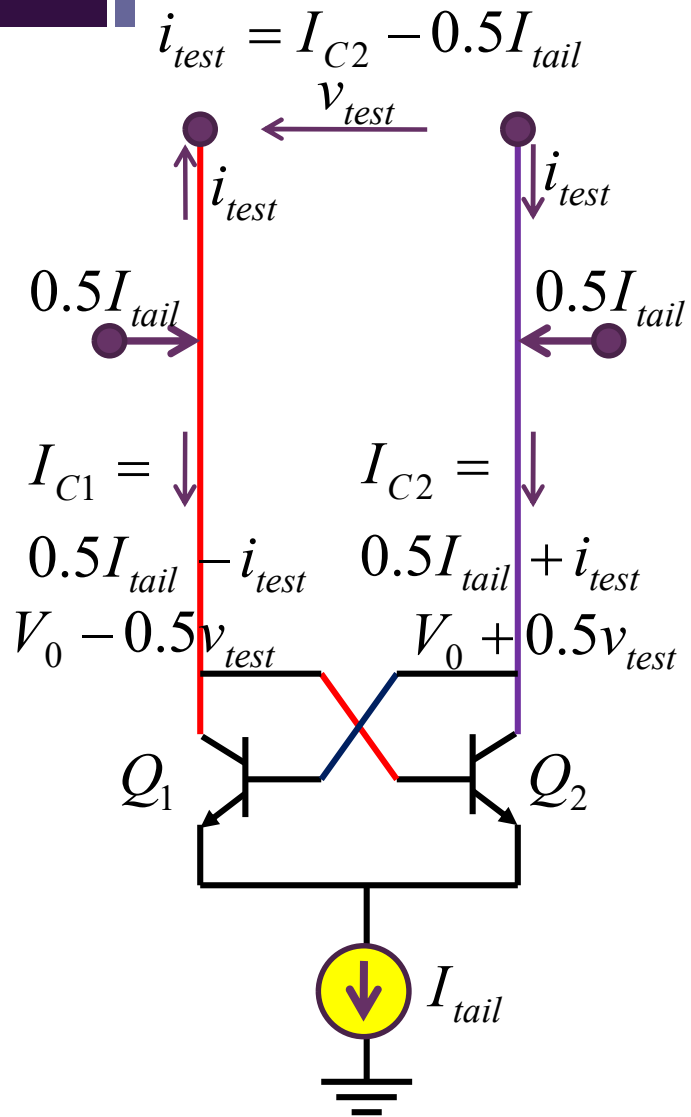
$$v_n = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_o$$

CAD仿真：差分对构造的N型负阻

- 仿真确认：在端口加压求流，确认正反馈的差分对是一个N型负阻
- 仿真确认：N型负阻并联在并联LC谐振腔中，可形成正弦振荡



差分对特性

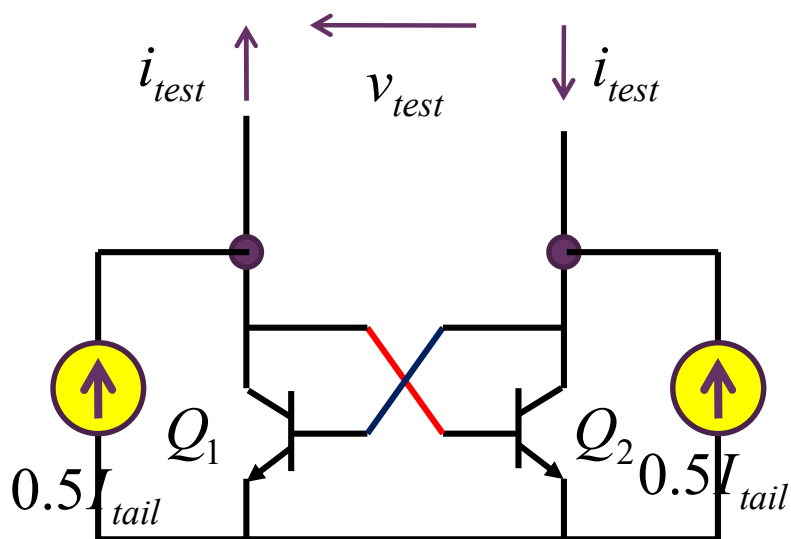


$$i_{test} = I_{C2} - 0.5I_{tail} = -0.5I_{tail} \tanh \frac{v_{test}}{2v_T}$$

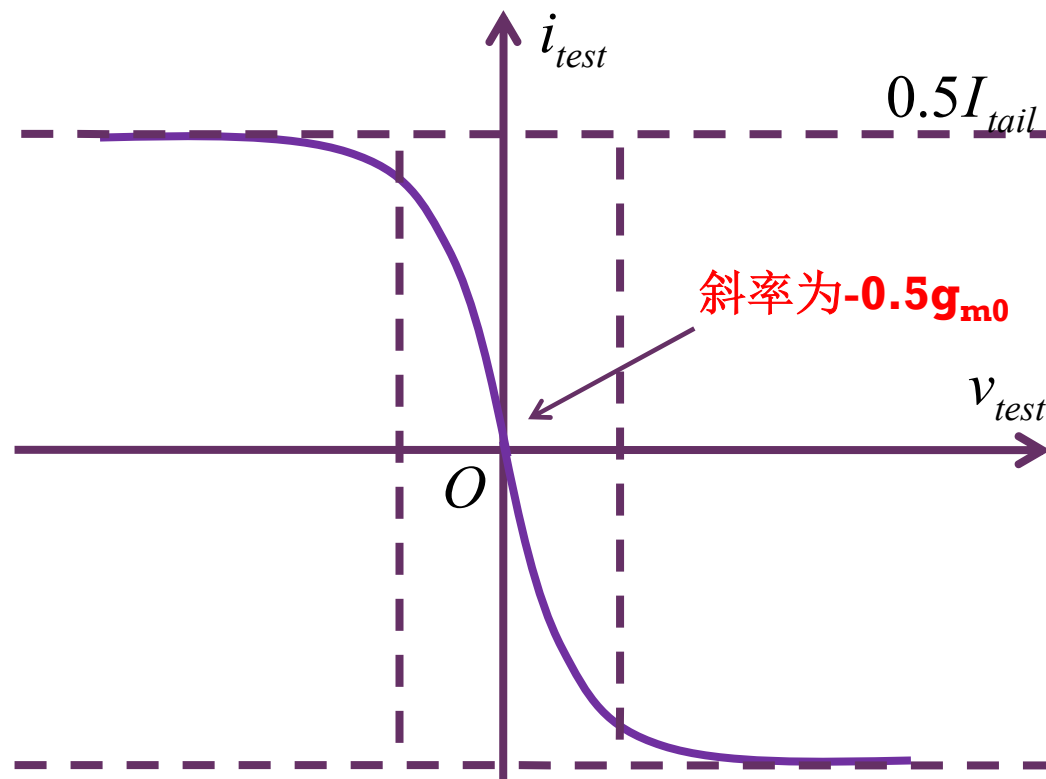
N型负阻特性

$$i_{test} = I_{C2} - 0.5I_{tail} = -0.5I_{tail} \tanh \frac{v_{test}}{2v_T}$$

$$\approx -0.5I_{tail} \frac{v_{test}}{2v_T} = -\frac{1}{2} \frac{0.5I_{tail}}{v_T} v_{test} = -\frac{1}{2} \frac{I_{C1,0}}{v_T} v_{test} = -0.5g_{m0}v_{test}$$



随着振荡信号幅度的增加，
晶体管进入非线性工作区，
负导越来越小



Q1截止 Q2恒流 非线性工作区	Q1导通 Q2导通 线性工作区	Q1恒流 Q2截止 非线性工作区
--------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------

负阻应用

- 偏置在负阻区的负阻器件是有源器件，具有向端口外提供电能的能力
 - 可以实现信号放大
 - 负阻放大器基本被淘汰，不如受控源型放大器容易控制/效率高
 - 可以实现信号产生
 - S型负阻对接电容，张弛振荡
 - S型负阻对接串联LC，正弦振荡
 - N型负阻对接电感，张弛振荡
 - N型负阻对接并联LC，正弦振荡
 - 可以实现状态存储
 - N型负阻对接电容（开路），状态记忆单元（如SRAM）
- 负阻如果没有偏置在负阻区，有可能形成单脉冲电路

负阻正弦振荡条件

- RLC自由谐振（零输入）存在正阻能量损耗，需要负阻提供能量抵偿正阻消耗能量

- RLC串联谐振回路中添加负阻，抵偿正阻影响，可以形成稳定的正弦波振荡

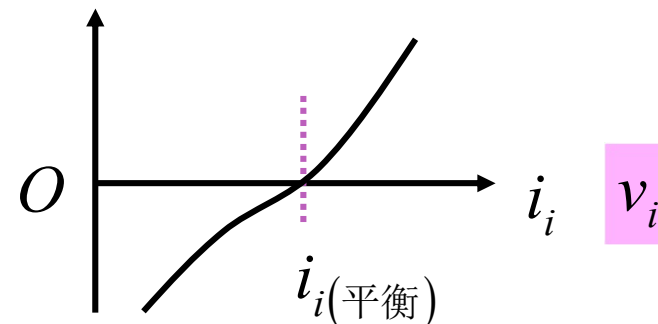
- 起振条件： $r_n > R_s$
- 平衡条件： $r_n = R_s$
- 稳定条件： r_n 随幅度增加单调下降

- RLC并联谐振回路中添加负导，抵偿正导影响，可以形成稳定的正弦波振荡

- 起振条件： $g_n > G_p$
- 平衡条件： $g_n = G_p$
- 稳定条件： g_n 随幅度增加单调下降

$$-g_n + G_p$$

$$-r_n + R_s$$



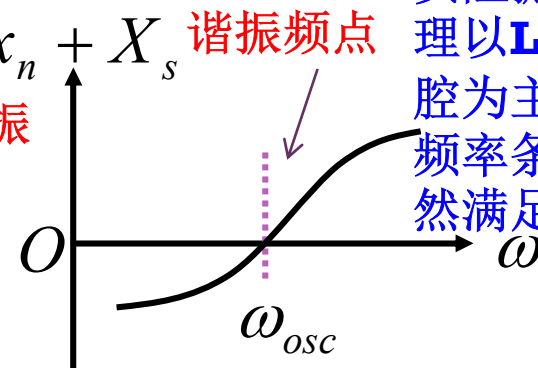
幅度条件（实部条件）

并联谐振

$$b_n + B_p$$

$$x_n + X_s$$

串联谐振

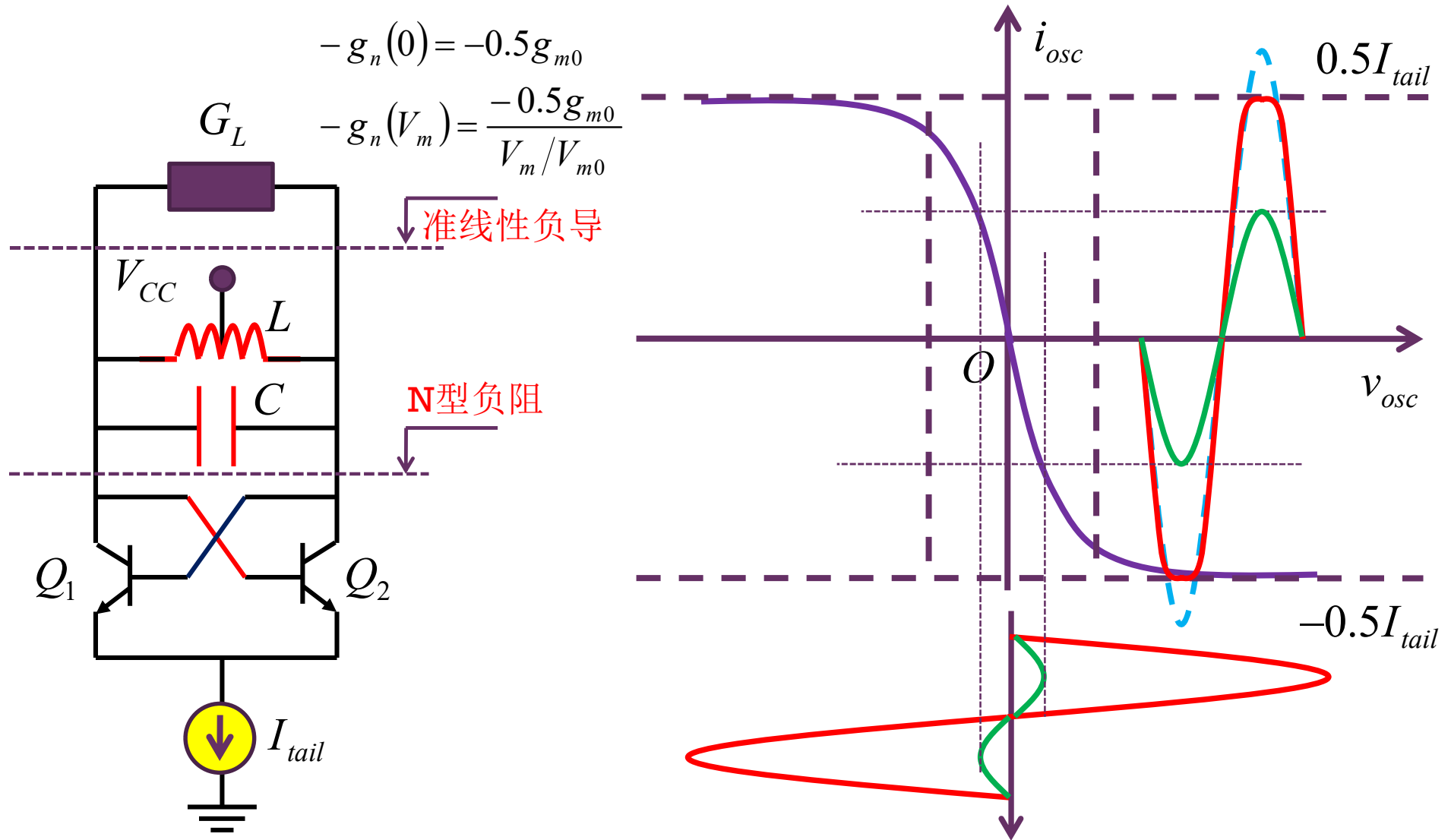


负阻振荡原理以LC谐振腔为主体，频率条件自然满足

频率条件（虚部条件）

负阻LC正弦振荡器

最典型的集成正弦振荡电路



准线性负导

- 假设振荡电压幅度很大，那么晶体管电流近似为方波信号

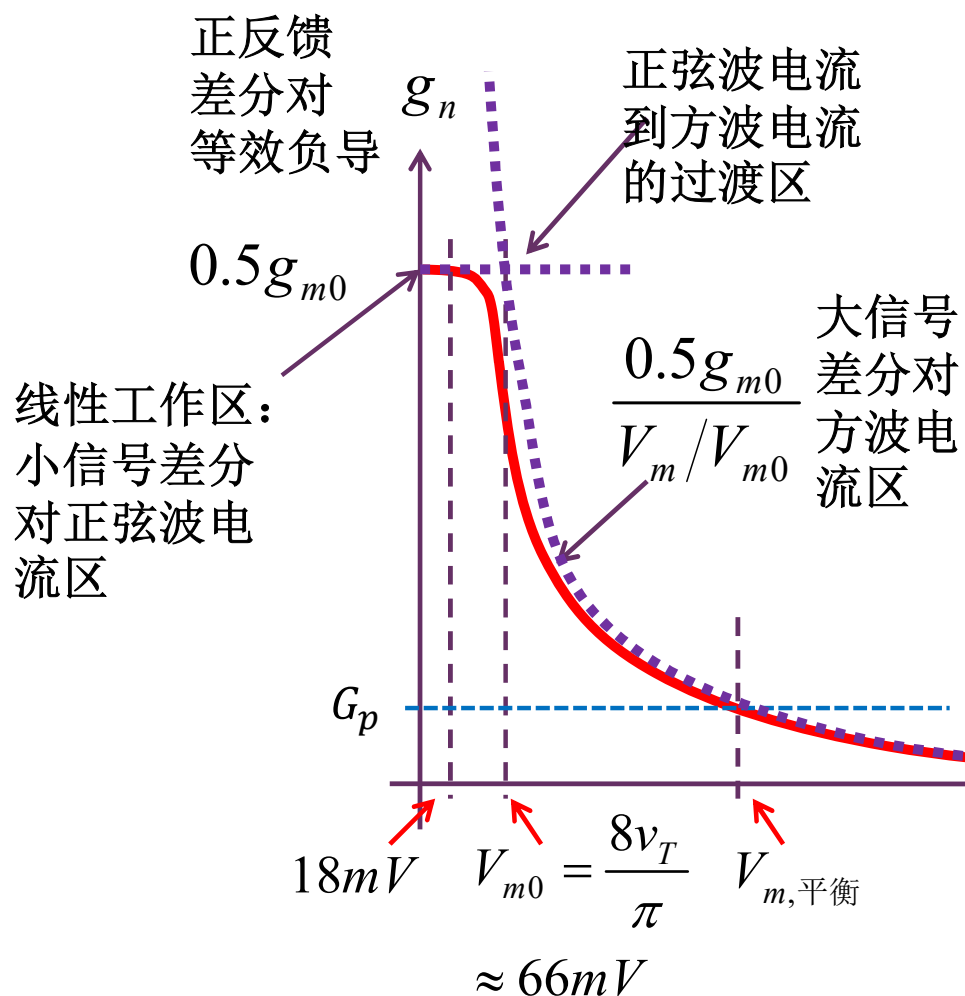
$$v_{osc} = V_m \cos \omega_0 t \quad \mathbf{V_m} \gg \mathbf{4.6v_T} = \mathbf{120mV}, \text{ 很容易满足的条件}$$

$$\begin{aligned} i_{BJT} &= -0.5I_{tail} \tanh \frac{v_{osc}}{2v_T} \approx -0.5I_{tail} S_2(\omega_0 t) \\ &= -0.5I_{tail} \left(\frac{4}{\pi} \cos \omega_0 t - \frac{4}{3\pi} \cos 3\omega_0 t + \frac{4}{5\pi} \cos 5\omega_0 t - \dots \right) \end{aligned}$$

方波电流激励**LC**并联谐振回路，只有基波分量保留，形成单频正弦波振荡电压

$$\begin{aligned} -g_n &= -\frac{0.5I_{tail} \frac{4}{\pi}}{V_m} = -\frac{4}{\pi} \frac{g_{m0} v_T}{V_m} = -\frac{8v_T}{\pi} \frac{0.5g_{m0}}{V_m} = -\frac{0.5g_{m0}}{V_m / V_{m0}} \\ V_{m0} &= \frac{8v_T}{\pi} \approx 66mV \end{aligned}$$

振荡幅度



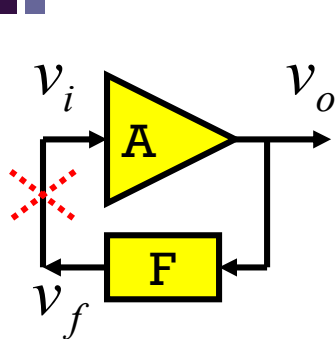
$$g_n = \begin{cases} 0.5g_{m0} & \text{[输入幅度很小时]} \\ \frac{0.5g_{m0}}{V_m/V_{m0}} & \text{[输入幅度很大时]} \end{cases} \approx \frac{0.5g_{m0}}{\sqrt[n]{1 + \left(\frac{V_m}{V_{m0}}\right)^n}}$$

等效负导随振荡幅度减小得以确认
变化规律为近似反比关系
这个规律假设同样适用于单晶体管

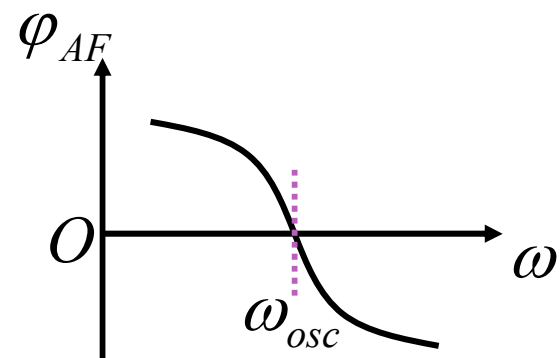
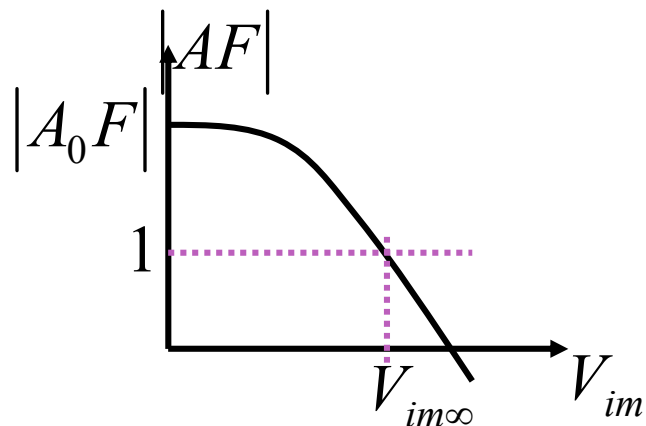
$$V_{m,平衡} = \frac{g_{m0}}{2G_p} V_{m0}$$

$$= \frac{g_{m0}}{g_{be} + g_{ce} + 2G_{p,L}} V_{m0}$$

正反馈正弦振荡条件



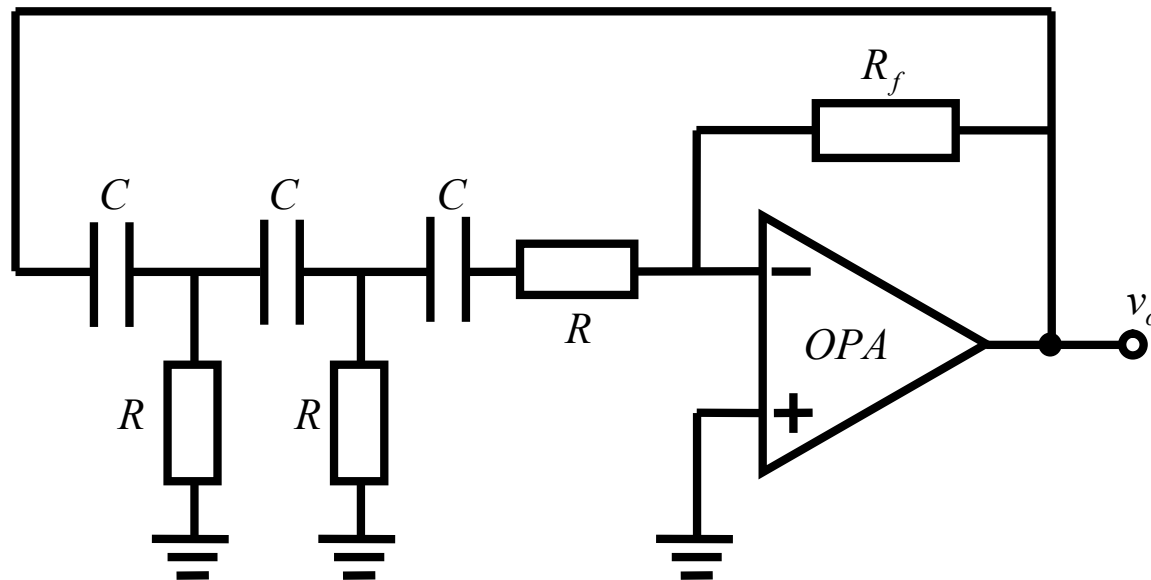
$$AF = |AF|e^{j\varphi_{AF}}$$



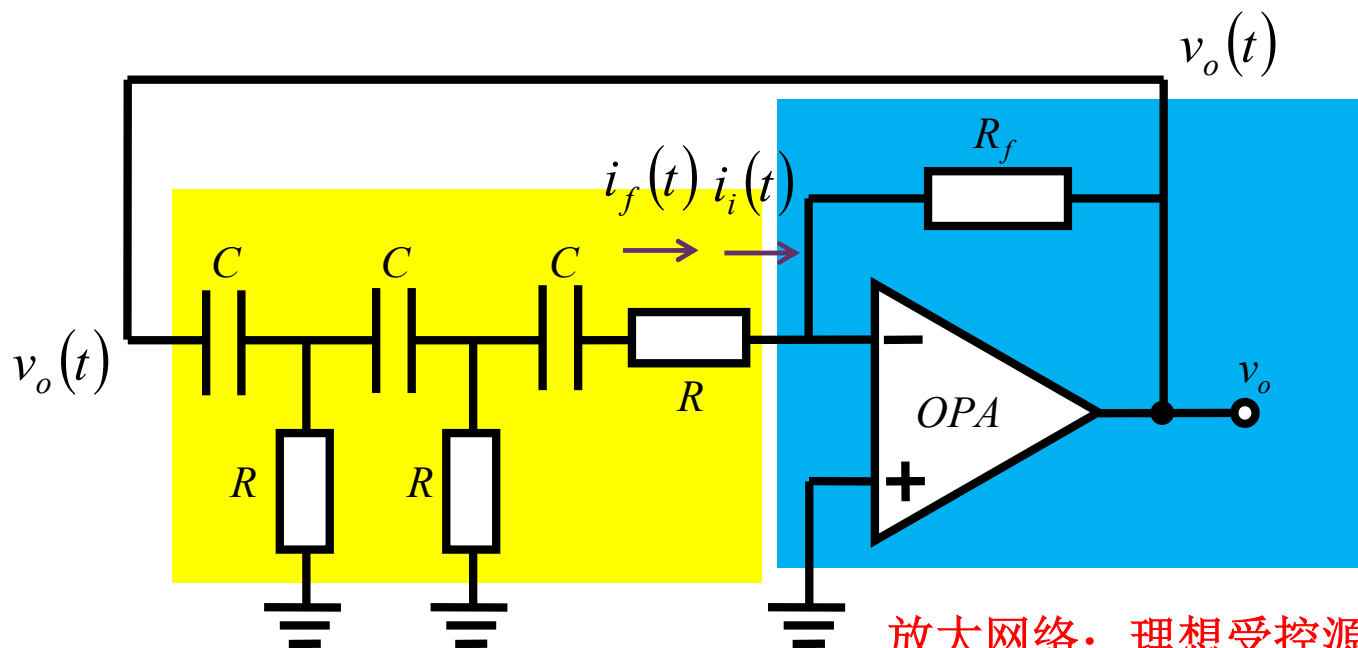
	幅度条件	相位（频率）条件
起振条件	$ A_0F > 1$	$\varphi_{A_0F}(\omega_{osc}) = 0$ (正反馈条件)
平衡条件	$ \bar{AF} = 1$	$\varphi_{\bar{AF}}(\omega_{osc}) = 0$ (正反馈条件)
	$V_{im} = V_{im\infty}$ (平衡点)	$\omega = \omega_{osc}$ (平衡点)
稳定条件	$\left. \frac{\partial \bar{AF} }{\partial V_{im}} \right _{V_{im}=V_{im\infty}} < 0$	$\left. \frac{\partial \varphi_{\bar{AF}}}{\partial \omega} \right _{\omega=\omega_{osc}} < 0$
$T = \bar{AF} = \bar{AF} e^{j\varphi_{\bar{AF}}} = T e^{j\varphi_T}$		越陡峭越稳定

作业13.2 正弦振荡

- 证明图E10.4.19所示RC移相正弦波振荡器的起振条件为 $R_f > 29R$ ，振荡频率为 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC}$



放大网络和反馈网络分解



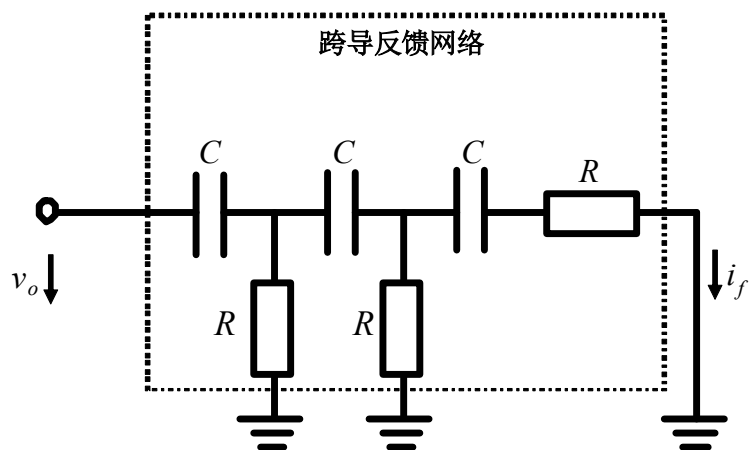
放大网络：理想受控源
理想受控源没有负载效应

理想流控压源

$$F = \frac{\dot{I}_i}{\dot{V}_o} = G_F = \dots$$

$$A_0 = \frac{\dot{V}_o}{\dot{I}_i} = R_{m0} = -R_f$$

跨导反馈系数



$$F = \frac{\dot{I}_i}{\dot{V}_o} = G_F = \frac{1}{B}$$

$$= \frac{1}{R} \frac{1}{\frac{1}{(sRC)^3} + \frac{5}{(sRC)^2} + \frac{6}{sRC} + 1}$$

$$\underline{s=j\omega} \frac{1}{R} \frac{1}{j\omega RC \left(6 - \frac{1}{(\omega RC)^2}\right) + \left(1 - \frac{5}{(\omega RC)^2}\right)}$$

$$\mathbf{ABCD} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} + R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{sRC} & \frac{1}{sC} \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{sRC} & \frac{1}{sC} \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} + R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{1}{sRC}\right)^2 + \frac{1}{sRC} & \frac{1}{sC} \left(2 + \frac{1}{sRC}\right) \\ \frac{1}{R} \left(2 + \frac{1}{sRC}\right) & 1 + \frac{1}{sRC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} + R \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} * & \left(\left(1 + \frac{1}{sRC}\right)^2 + \frac{1}{sRC} \right) \left(\frac{1}{sC} + R \right) + \frac{1}{sC} \left(2 + \frac{1}{sRC}\right) \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} * & R \left(\frac{1}{(sRC)^3} + \frac{5}{(sRC)^2} + \frac{6}{sRC} + 1 \right) \\ * & * \end{bmatrix}$$

相位平衡条件确定振荡频率

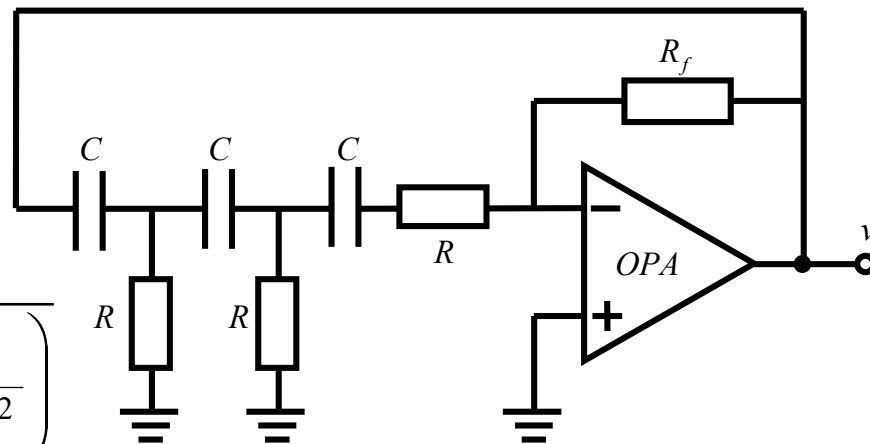
$$A_0 = \frac{\dot{V}_o}{\dot{I}_i} = R_{m0} = -R_f$$

$$F = \frac{\dot{I}_i}{\dot{V}_o} = \frac{1}{R} \frac{1}{\frac{1}{j\omega RC} \left(6 - \frac{1}{(\omega RC)^2} \right) + \left(1 - \frac{5}{(\omega RC)^2} \right)}$$

$$T_0 = A_0 F = -\frac{R_f}{R} \frac{1}{\frac{1}{j\omega RC} \left(6 - \frac{1}{(\omega RC)^2} \right) + \left(1 - \frac{5}{(\omega RC)^2} \right)}$$

$$\varphi_{T_0}(\omega_{osc}) = 0 \Rightarrow 6 - \frac{1}{(\omega_{osc} RC)^2} = 0 \Rightarrow \omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{6}RC}$$

正反馈条件决定振荡频率



起振条件

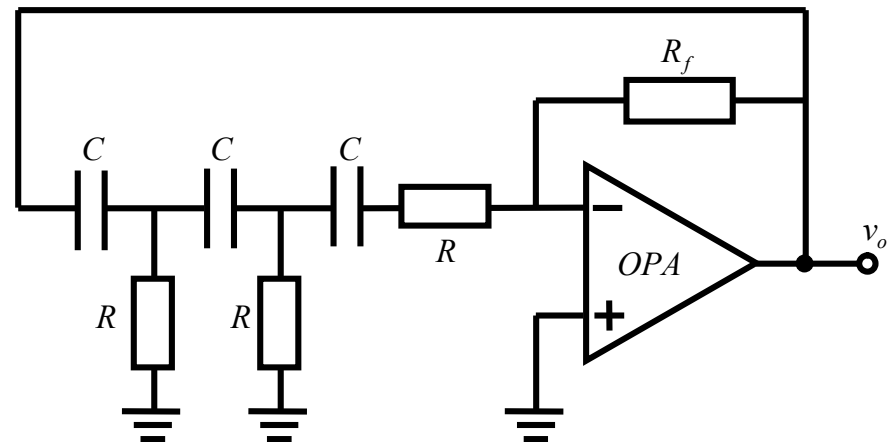
$$T_0 = A_0 F = -\frac{R_f}{R} \frac{1}{\frac{1}{j\omega RC} \left(6 - \frac{1}{(\omega RC)^2} \right) + \left(1 - \frac{5}{(\omega RC)^2} \right)}$$

$$\varphi_{T_0}(\omega_{osc}) = 0 \Rightarrow 6 - \frac{1}{(\omega_{osc} RC)^2} = 0$$

$$\Rightarrow \omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{6}RC}$$

$$T_0(j\omega_{osc}) = -\frac{R_f}{R} \frac{1}{j0 + (1 - 5 \times 6)} = \frac{R_f}{29R} > 1$$

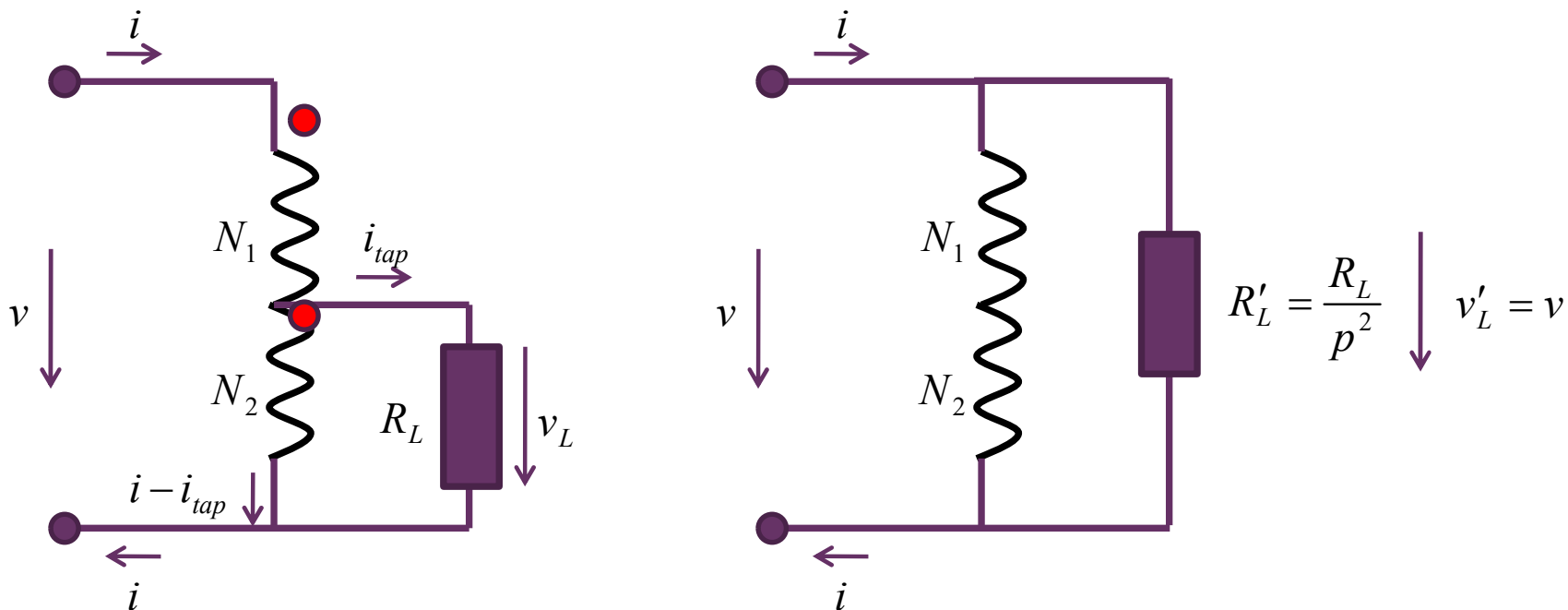
$$\Rightarrow R_f > 29R$$



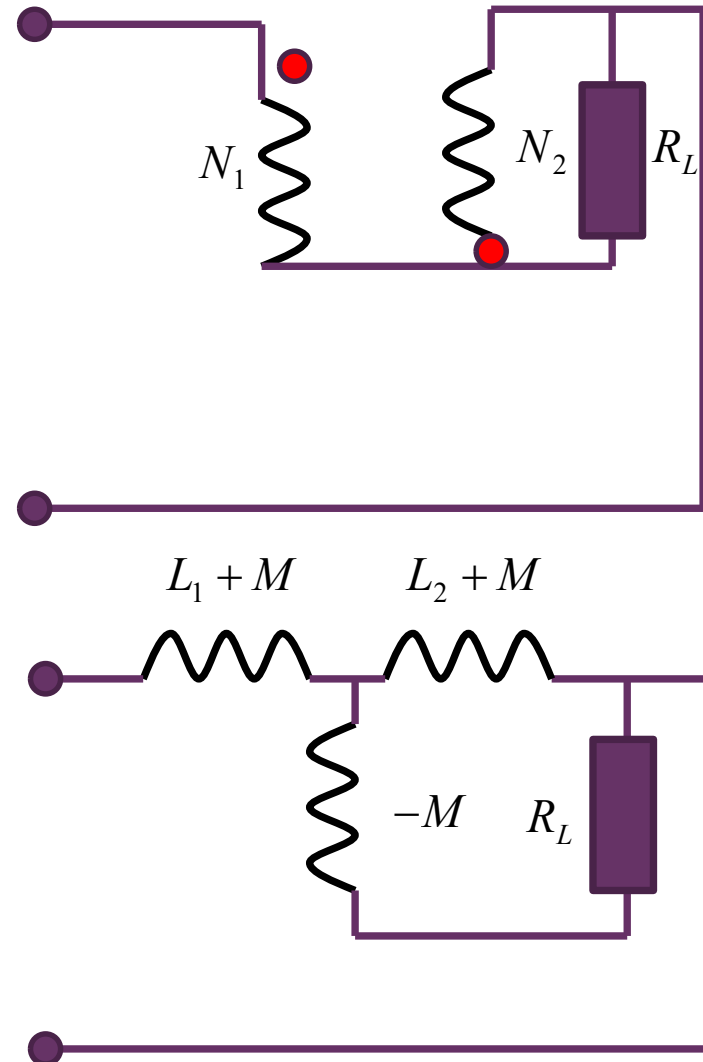
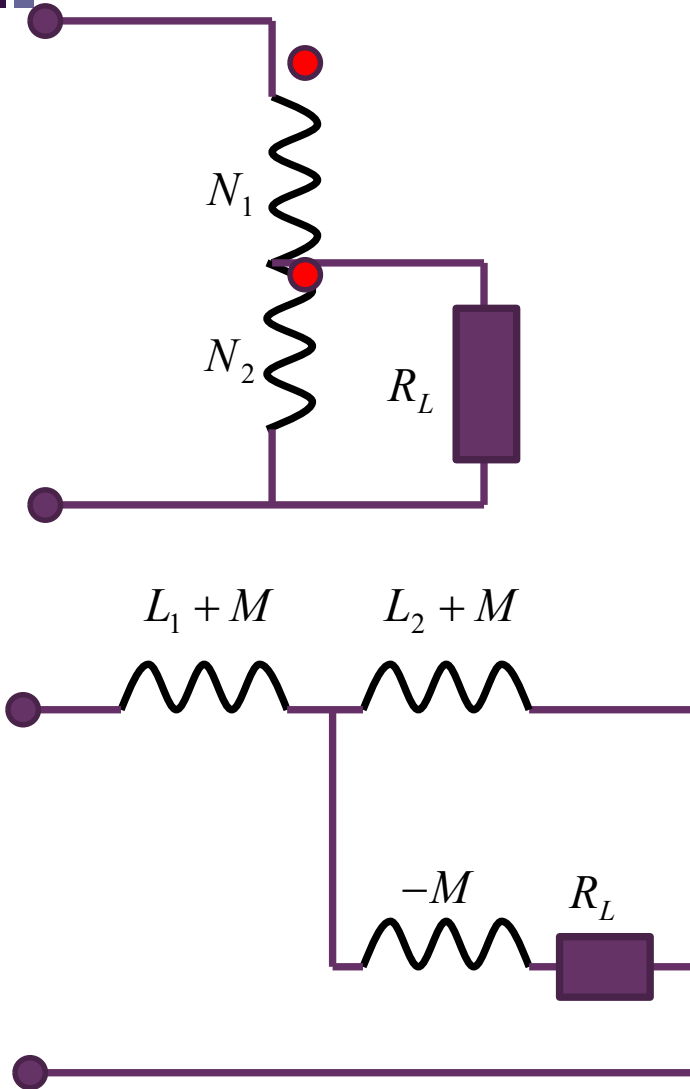
R_f 越大，负反馈越小，只有正反馈大于负反馈，才能起振

作业13.3 部分接入

- 证明：全耦合变压器部分接入公式无需局部 $Q \gg 1$ 的近似条件，给出部分接入系数

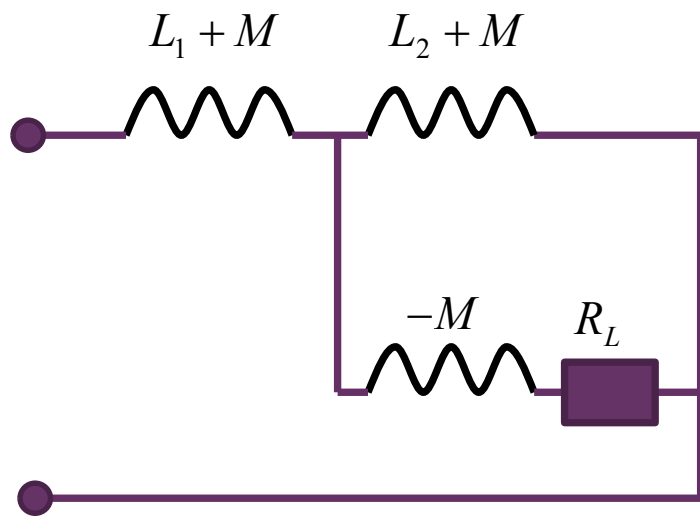


等效电路



端口阻抗

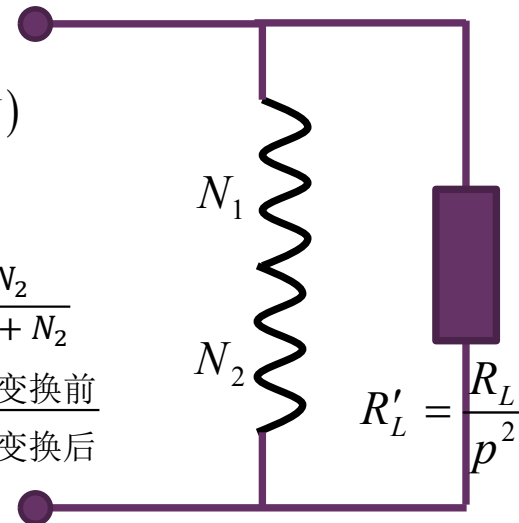
$$\begin{aligned}
 Z_{in} &= (L_1 + M) \text{串} ((L_2 + M) \text{并} (-M \text{串} R_L)) \\
 &= j\omega(L_1 + M) + \frac{j\omega(L_2 + M) \times (-j\omega M + R_L)}{j\omega(L_2 + M) + (-j\omega M + R_L)} \\
 &= j\omega(L_1 + M) + \frac{\omega^2 M(L_2 + M) + j\omega(L_2 + M)R_L}{j\omega L_2 + R_L} \\
 &= \frac{-\omega^2(L_1 + M)L_2 + j\omega(L_1 + M)R_L + \omega^2 M(L_2 + M) + j\omega(L_2 + M)R_L}{j\omega L_2 + R_L} \\
 &= \frac{-\omega^2(L_1 L_2 - M^2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)R_L}{j\omega L_2 + R_L}
 \end{aligned}$$



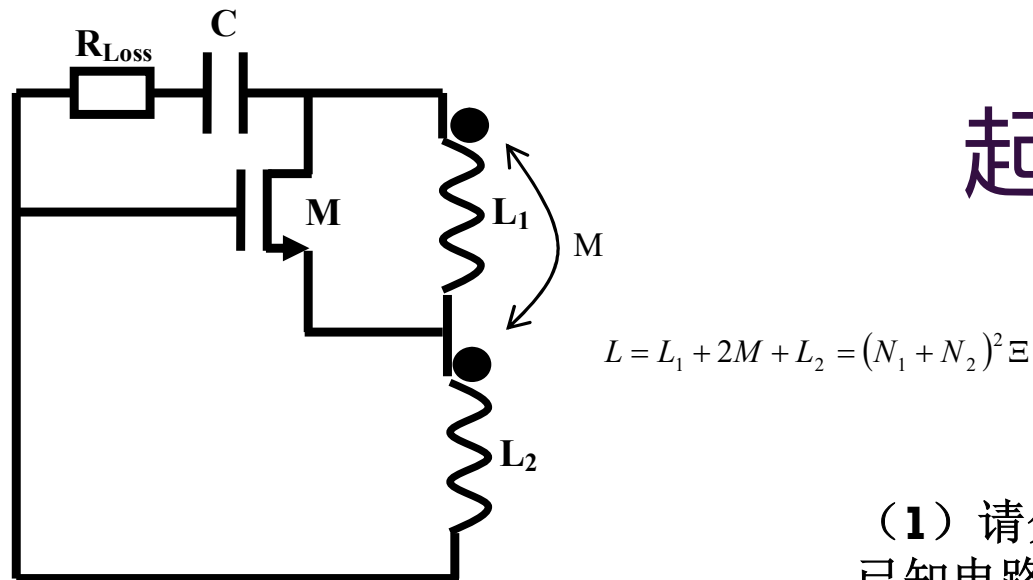
$$Y_{in} = Z_{in}^{-1} = \frac{j\omega L_2 + R_L}{-\omega^2(L_1 L_2 - M^2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)R_L} \left\{ \begin{array}{l} k=0 \\ k=1 \\ 0 < k < 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned}
 &\stackrel{\text{全耦合}}{=} \frac{j\omega L_2 + R_L}{j\omega(L_1 + L_2 + 2M)R_L} \\
 &= \frac{L_2}{(L_1 + L_2 + 2M)R_L} + \frac{1}{j\omega(L_1 + L_2 + 2M)} \\
 &= \frac{1}{\left(\frac{L_1 + L_2 + 2\sqrt{L_1 L_2}}{L_2}\right)R_L} + \frac{1}{j\omega(L_1 + L_2 + 2M)} \\
 &= \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2}}{\sqrt{L_2}}\right)^2 R_L} + \frac{1}{j\omega(L_1 + L_2 + 2M)} \\
 &= \frac{R_L}{p^2} \text{并} (L_1 + L_2 + 2M)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{\sqrt{L_2}}{\sqrt{L_1} + \sqrt{L_2}} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \\
 &= \frac{L_2 + M}{L_1 + 2M + L_2} = \frac{V_L \text{变换前}}{V_L \text{变换后}} \\
 &= \text{分压系数}
 \end{aligned}$$



作业13.4 起振条件分析



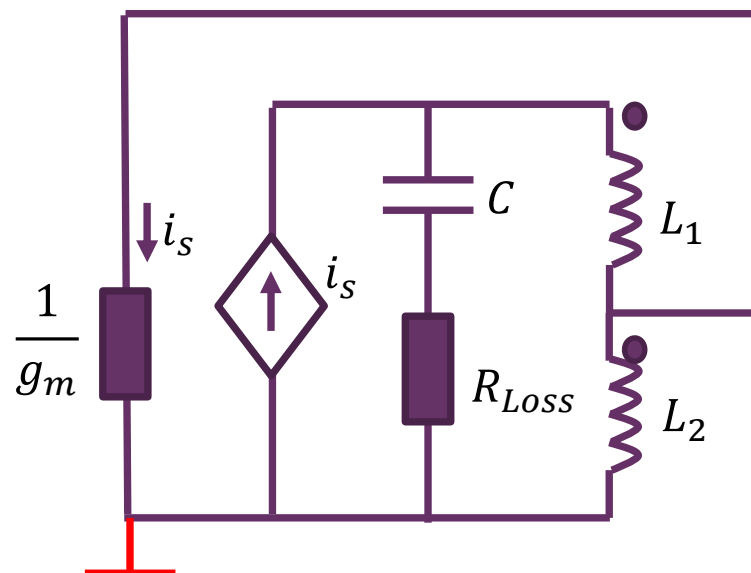
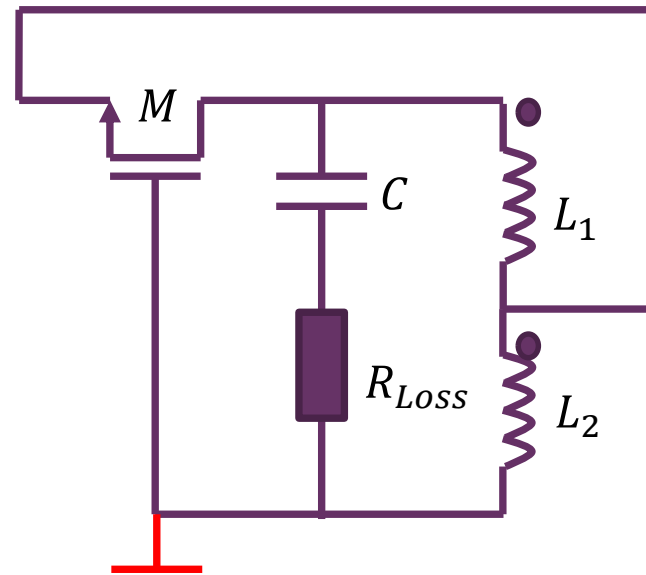
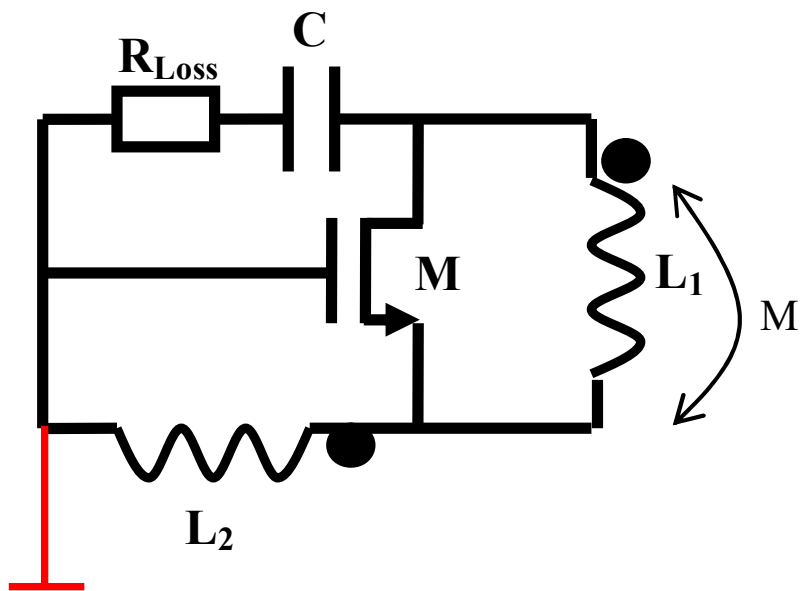
- 某同学在设计哈特莱正弦波振荡器时，首先将一个在磁环上绕了 N 圈制成的电感 L ($=N^2\Xi$, Ξ 为磁环磁导)中间引出一个抽头，接到晶体管源极上，电感的两端则分别接在晶体管的漏极和栅极，如图所示。由于一分为二的两个电感绕在同一个磁环上，它们之间具有全耦合关系，即 $M = \sqrt{L_1 L_2}$ ，其中 $L_1 = N_1^2 \Xi$ ， $L_2 = N_2^2 \Xi$ ，这里 N_1, N_2 和 N 为电感在磁环上的绕线匝数， $N = N_1 + N_2$ 。假设电路中的所有能量损耗全部折合等效为和电容串联的电阻 R_{Loss} ，且 $Q = \frac{1}{R_{Loss}} \sqrt{\frac{L}{C}} \gg 1$ 。此时图中晶体管可以建模为理想压控流源，其跨导增益为 g_m 。

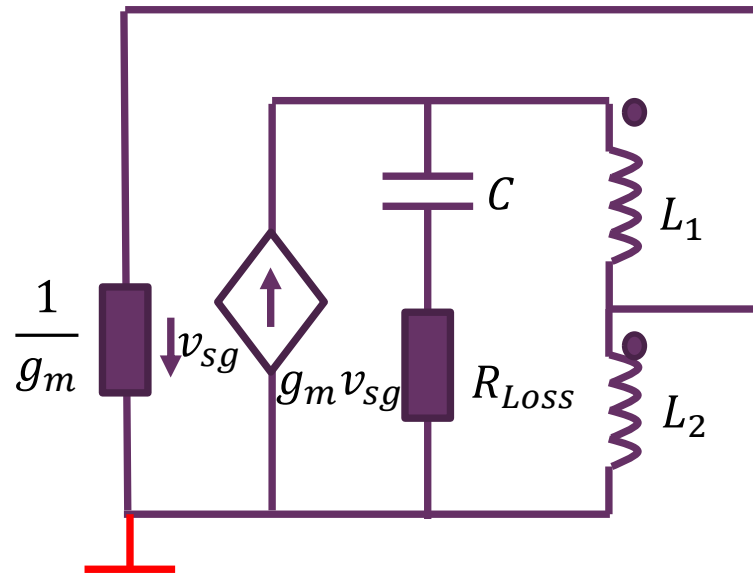
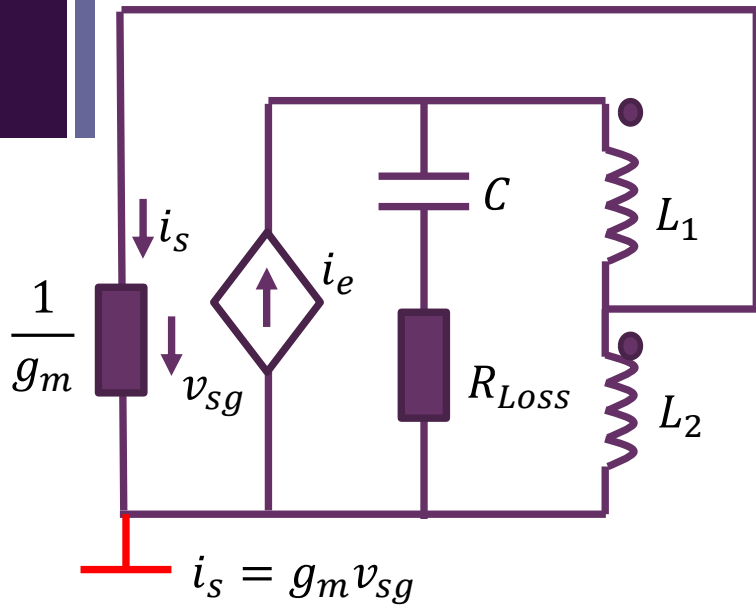
(1) 请分析该振荡器，用图示的已知电路元件参量 L 、 M 、 C 、 R_{Loss} 、 g_m 表述该正弦波振荡器的振荡频率和起振条件。

(2) 在实际电路设计中，我们往往期望低功耗设计，因而希望直流偏置电流足够的小，换句话说，希望和直流偏置电流成正比关系的跨导 g_m 应足够的小，该振荡器仍然可以起振。请分析图示振荡电路的电感中间抽头如何引出（即接入系数 $p = N_2/N$ 如何取值），该电路可以在较小的 g_m （对应较小的直流偏置电流）条件下就可以起振。

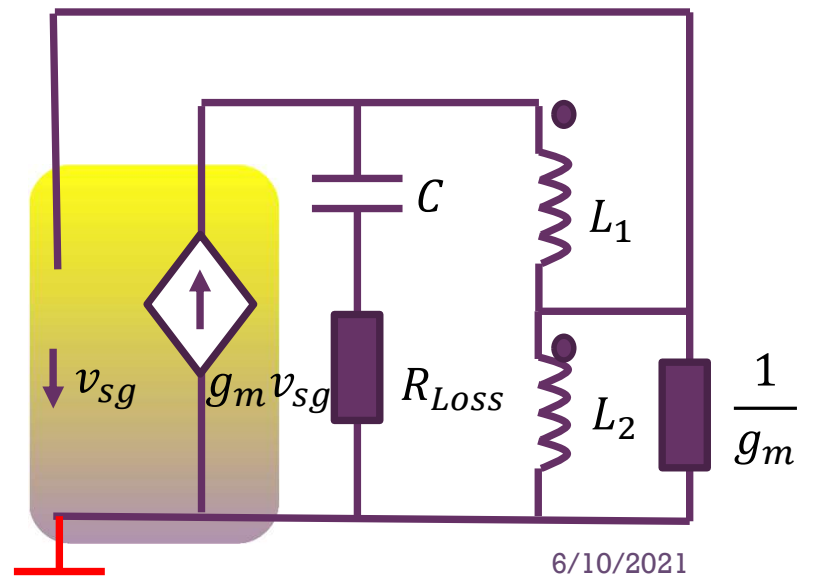
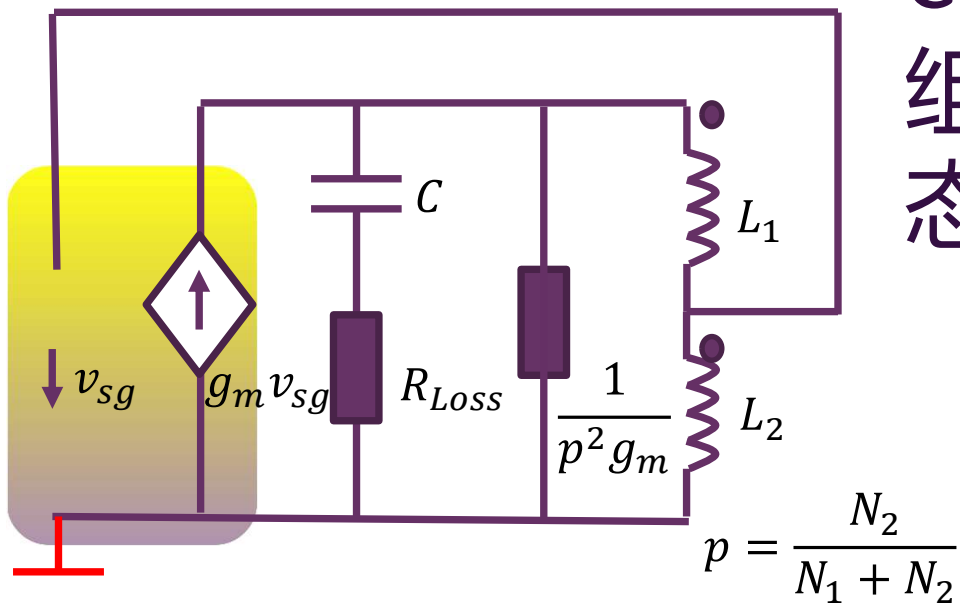
正反馈原理

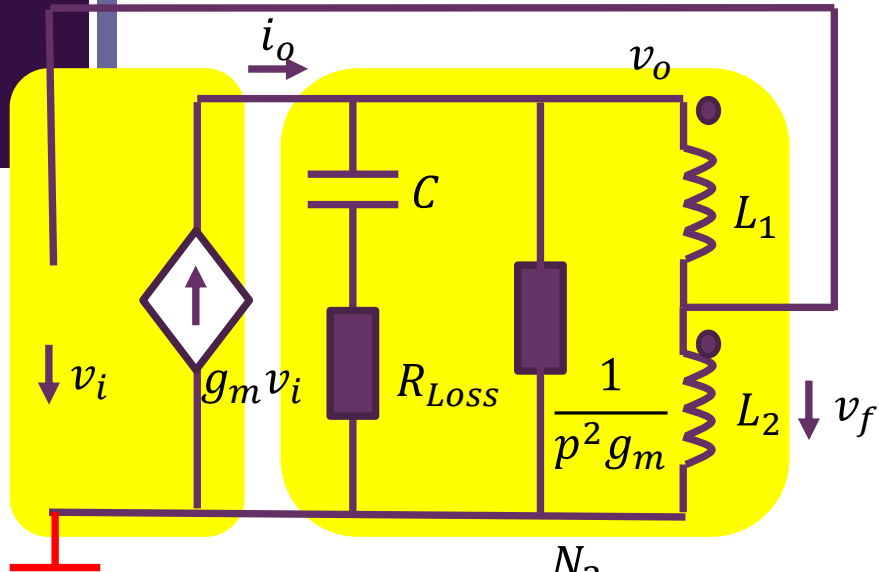
把晶体管建模为放大器
 需要考虑晶体管组态
 三点式振荡结构和地无关
 人为添加地（任意位置均可）





自选
CG
组态





$$p = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

$$AF > 1$$

$$p g_m \left(\frac{1}{p^2 g_m + \frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C}{1 + j\omega C R_{Loss}}} \right) > 1$$

$$p g_m \left(\frac{1}{p^2 g_m + \frac{(\omega C)^2 R_{Loss}}{1 + (\omega C R_{Loss})^2} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C}{1 + (\omega C R_{Loss})^2}} \right) > 1$$

起振条件分析

$$A = \frac{\dot{I}_o}{\dot{V}_i} = g_m$$

$$F = \frac{\dot{V}_f}{\dot{I}_o} = \frac{\dot{V}_f}{\dot{V}_o} \frac{\dot{V}_o}{\dot{I}_o} = p \left(L \parallel \frac{1}{p^2 g_m} \parallel (R_{Loss} \text{串} C) \right)$$

$$= p \left(\frac{1}{p^2 g_m + \frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R_{Loss} + \frac{1}{j\omega C}}} \right)$$

$$= p \left(\frac{1}{p^2 g_m + \frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C}{1 + j\omega C R_{Loss}}} \right)$$

相位条件和幅度条件

$$pg_m \left(\frac{1}{p^2 g_m + \frac{(\omega C)^2 R_{Loss}}{1 + (\omega C R_{Loss})^2} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C}{1 + (\omega C R_{Loss})^2}} \right) > 1 \quad p = \frac{N_2}{N_1 + N_2}$$

相位条件（虚部条件）决定振荡频率

$$\frac{1}{j\omega L} + \frac{j\omega C}{1 + (\omega C R_{Loss})^2} = 0 \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC - R_{Loss}^2 C^2} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC - R_{Loss}^2 C^2}}$$

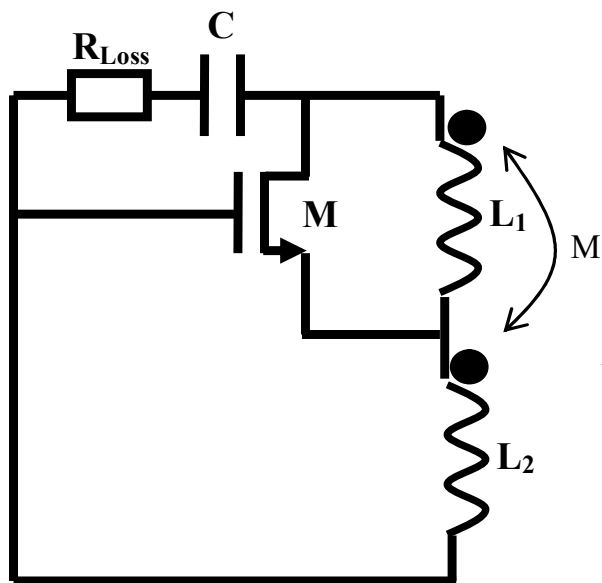
幅度条件（实部条件）决定振荡幅度（是否起振）

$$pg_m \left(\frac{1}{p^2 g_m + \frac{(\omega_0 C)^2 R_{Loss}}{1 + (\omega_0 C R_{Loss})^2}} \right) > 1 \quad pg_m > p^2 g_m + \frac{(\omega_0 C)^2 R_{Loss}}{1 + (\omega_0 C R_{Loss})^2}$$

$$g_m > \frac{1}{p(1-p)} \frac{(\omega_0 C)^2 R_{Loss}}{1 + (\omega_0 C R_{Loss})^2} = \frac{1}{\frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{N_1}{N_1 + N_2}} \frac{\frac{C^2}{LC - R_{Loss}^2 C^2} R_{Loss}}{1 + \frac{R_{Loss}^2 C^2}{LC - R_{Loss}^2 C^2}}$$

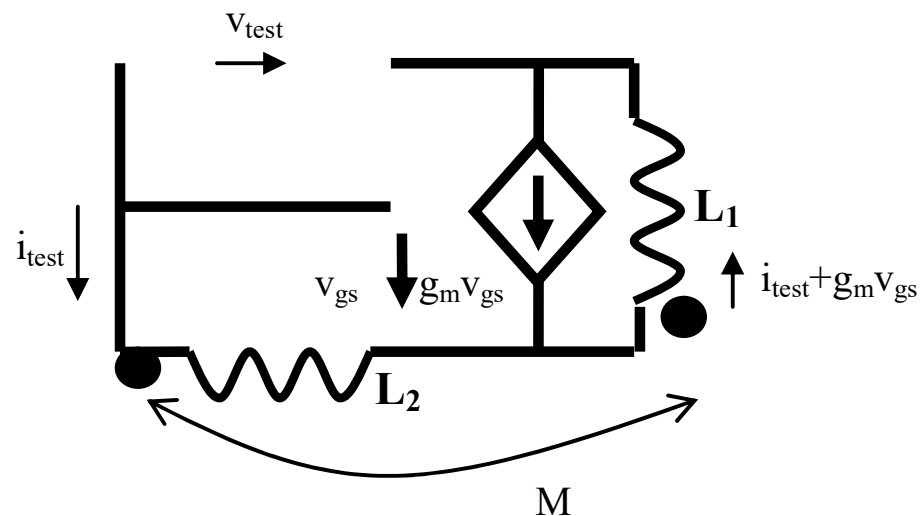
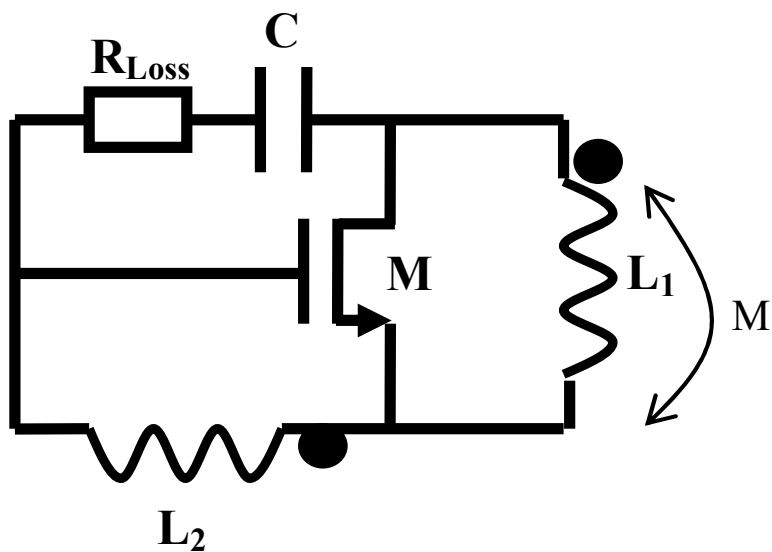
$$= \frac{1}{\frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{N_1}{N_1 + N_2}} \frac{R_{Loss} C^2}{LC} = \frac{1}{\frac{N_2}{N_1 + N_2} \frac{N_1}{N_1 + N_2}} \frac{R_{Loss} C}{L} = \frac{R_{Loss} C}{M}$$

负阻原理

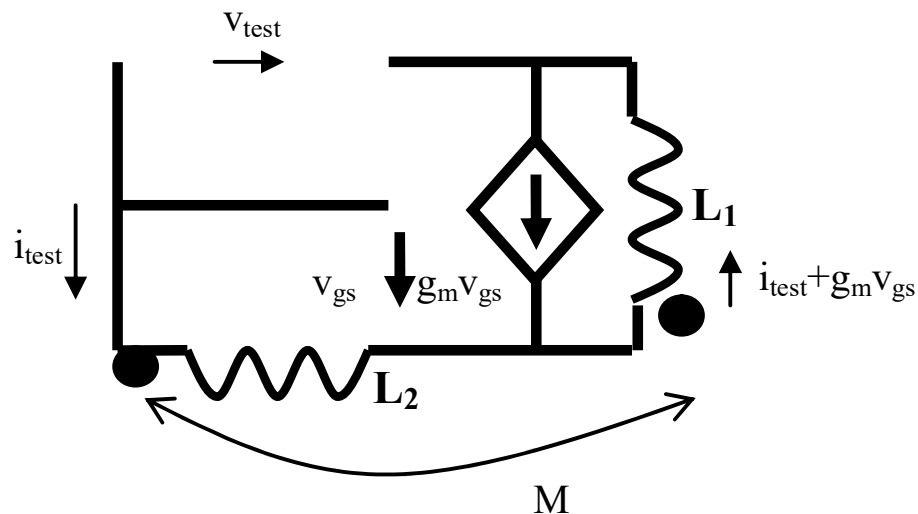


$$L = L_1 + 2M + L_2 = (N_1 + N_2)^2 \Xi$$

加流求压求端口阻抗



同名端与互感



$$\dot{V}_{gs} = j\omega L_2 \dot{I}_{test} + j\omega M (\dot{I}_{test} + g_m \dot{V}_{gs})$$

$$\dot{V}_{gs} = \frac{j\omega(L_2 + M)}{1 - j\omega M g_m} \dot{I}_{test}$$

$$\dot{V}_1 = j\omega L_1 (\dot{I}_{test} + g_m \dot{V}_{gs}) + j\omega M \dot{I}_{test}$$

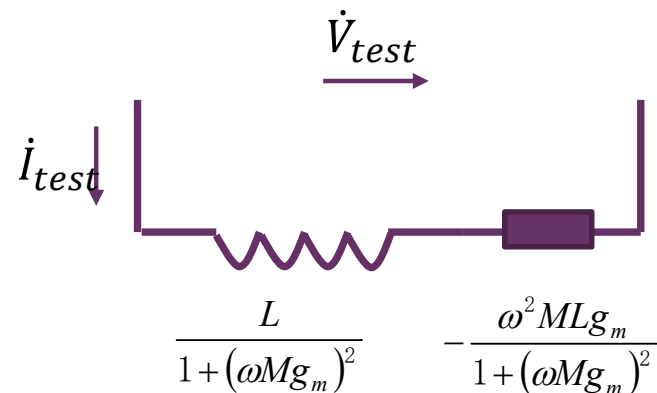
$$\dot{V}_1 = j\omega(L_1 + M) \dot{I}_{test} + j\omega L_1 g_m \frac{j\omega(L_2 + M)}{1 - j\omega M g_m} \dot{I}_{test}$$

$$\dot{V}_{test} = \dot{V}_{gs} + \dot{V}_1 = \frac{j\omega(L_2 + M)}{1 - j\omega M g_m} \dot{I}_{test} + j\omega(L_1 + M) \dot{I}_{test} + j\omega L_1 g_m \frac{j\omega(L_2 + M)}{1 - j\omega M g_m} \dot{I}_{test}$$

$$Z_{in} = \frac{\dot{V}_{test}}{\dot{I}_{test}} = j\omega(L_1 + M) + (1 + j\omega L_1 g_m) \frac{j\omega(L_2 + M)}{1 - j\omega M g_m}$$

$$= j\omega(L_1 + 2M + L_2) - \frac{\omega^2(L_1 + M)(L_2 + M)g_m}{1 - j\omega M g_m}$$

负阻等效



$$Z_{in} = j\omega(L_1 + 2M + L_2) - \frac{\omega^2(L_1 + M)(L_2 + M)g_m}{1 - j\omega M g_m}$$

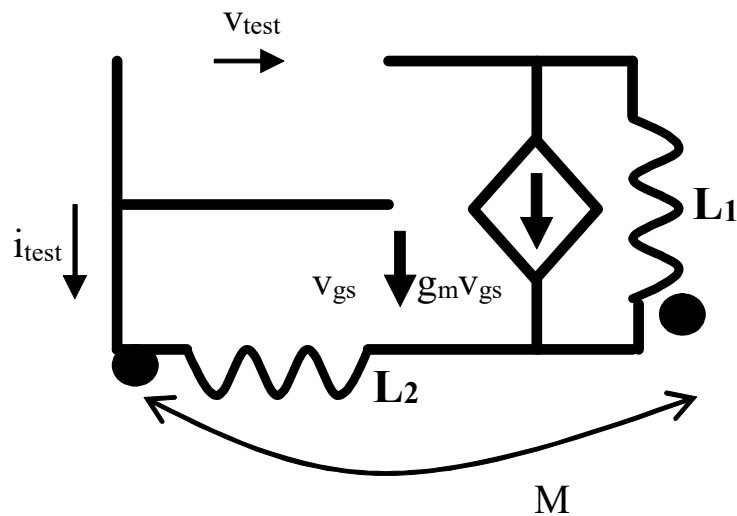
$$= j\omega(N_1^2 \Xi + 2N_1 N_2 \Xi + N_2^2 \Xi) - \frac{\omega^2(N_1^2 \Xi + N_1 N_2 \Xi)(N_2^2 \Xi + N_1 N_2 \Xi)g_m}{1 - j\omega M g_m}$$

$$= j\omega(N_1 + N_2)^2 \Xi - \frac{\omega^2 N_1 N_2 \Xi (N_1 + N_2)^2 \Xi g_m}{1 - j\omega M g_m}$$

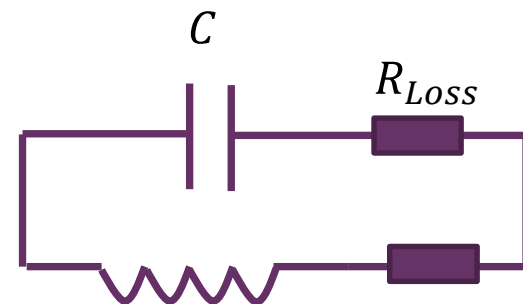
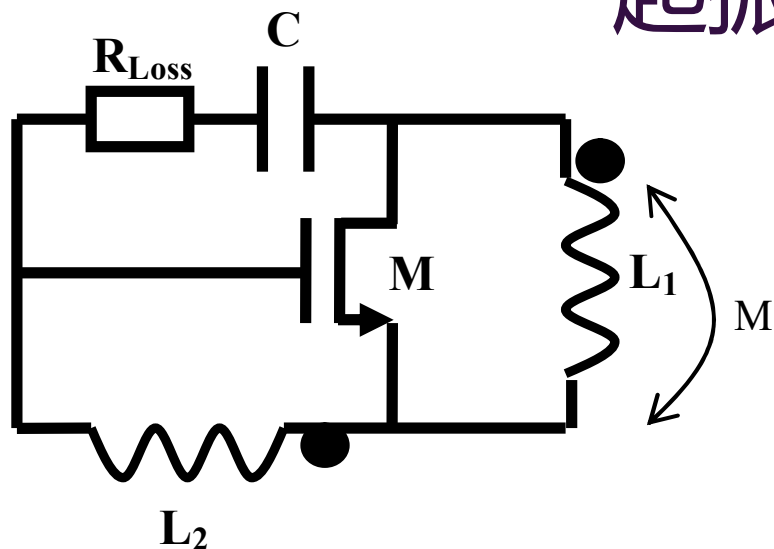
$$= j\omega L - \frac{\omega^2 M L g_m}{1 - j\omega M g_m}$$

$$= j\omega L - \frac{\omega^2 M L g_m (1 + j\omega M g_m)}{1 + (\omega M g_m)^2}$$

$$= j\omega L \frac{1}{1 + (\omega M g_m)^2} - \frac{\omega^2 M L g_m}{1 + (\omega M g_m)^2}$$



起振条件



起振条件
$$\frac{\omega^2 MLg_m}{1 + (\omega Mg_m)^2} > R_{Loss}$$

振荡频率

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{LC}{1 + (\omega_0 Mg_m)^2}$$

$$\frac{\frac{1}{LC - g_m^2 M^2} MLg_m}{1 + \frac{g_m^2 M^2}{LC - g_m^2 M^2}} > R_{Loss}$$

$$g_m > \frac{R_{Loss} C}{M}$$

最后检查发现：振荡频率和增益有关，增益代入满足平衡条件的准线性增益

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC - g_m^2 M^2}}$$

$$\omega_0 \stackrel{g_m = \frac{R_{Loss} C}{M}}{\cong} \frac{1}{\sqrt{LC - R_{Loss}^2 C^2}}$$

最优设计

- 在实际电路设计中，我们往往期望低功耗设计，因而希望直流偏置电流足够的小，换句话说，希望和直流偏置电流成正比关系的跨导 g_m 应足够的小，该振荡器仍然可以起振。请分析图示振荡电路的电感中间抽头如何引出（即接入系数 $p=N_2/N$ 如何取值），该电路可以在较小的 g_m （对应较小的直流偏置电流）条件下就可以起振。

$$g_m > \frac{R_{Loss}C}{M} = \frac{R_{Loss}C}{p(1-p)L} = \frac{R_{Loss}}{p(1-p)Z_0^2} = \frac{G_p}{p(1-p)}$$

恢复为三点式振荡器起振条件的一般形式

$G_p = \frac{R_{Loss}}{Z_0^2}$ 是电路中的损耗折合到**bc**（**gd**）端口的等效导纳

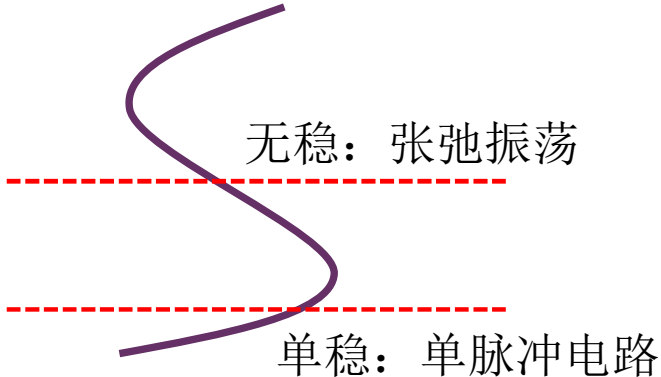
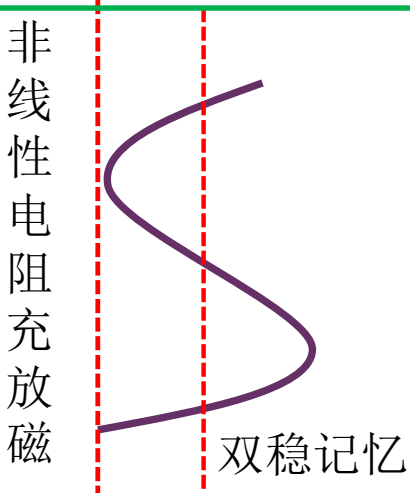
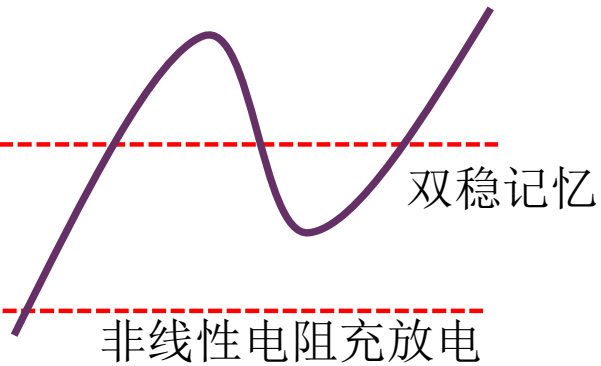
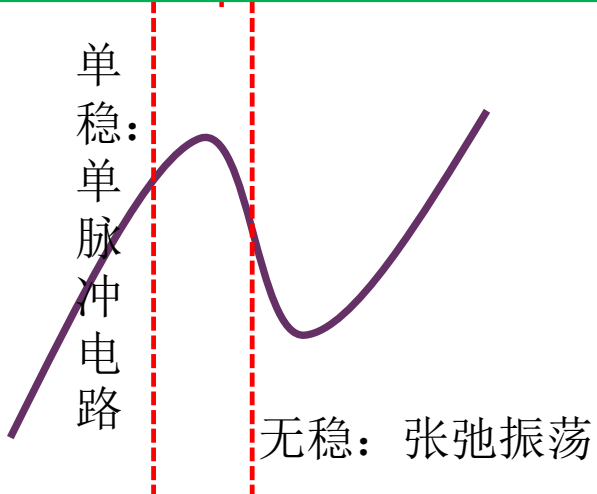
$p = \frac{N_2}{N_1+N_2}$ 是三点式（电容或）电感接入系数

$$p(1-p) \leq \frac{1}{4} \quad g_m > \frac{G_p}{p(1-p)} \geq 4G_p$$

显然接入系数 $p = \frac{N_2}{N_1+N_2} = 0.5$ 可使得跨导增益不必很大即可起振，属低功耗设计方案
这是三点式振荡器设计的一般初始设计方案：取部分介入系数为**0.5**

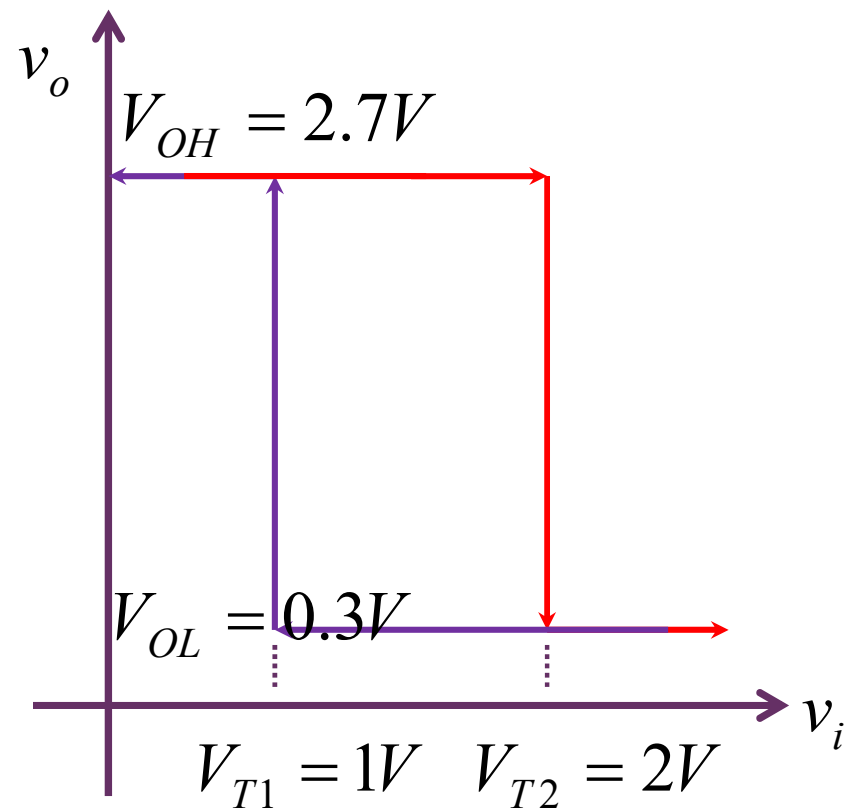
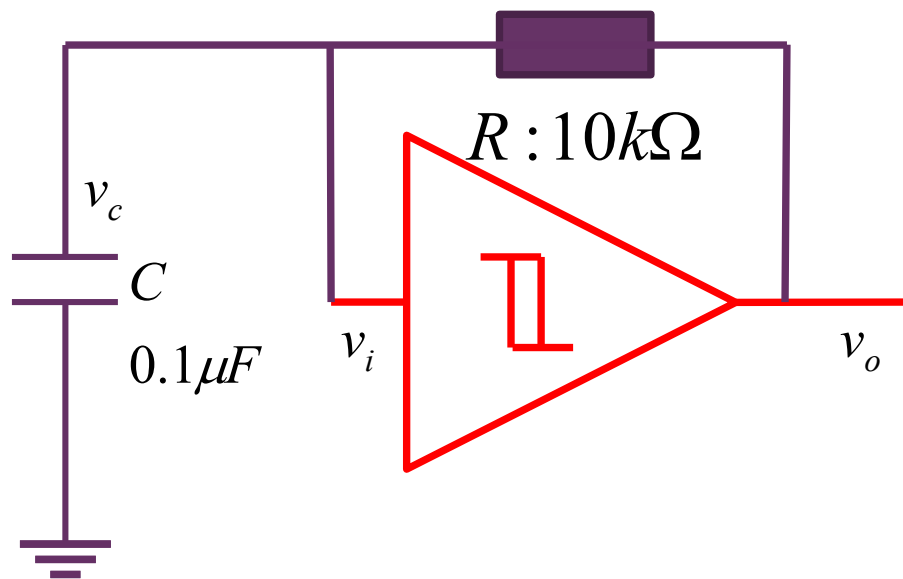
负阻工作区决定记忆类型

双稳记忆/单稳记忆/无稳记忆

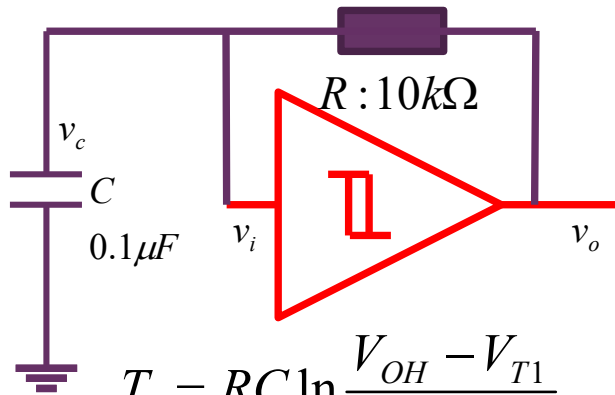
	对接电容	对接电感
S型负阻	 <p>无稳: 张弛振荡</p> <p>单稳: 单脉冲电路</p>	 <p>非线性电阻充放电</p> <p>双稳记忆</p>
N型负阻	 <p>双稳记忆</p> <p>非线性电阻充放电</p>	 <p>单稳: 单脉冲电路</p> <p>无稳: 张弛振荡</p>

作业13.1 张弛振荡

- 已知施密特触发器的滞回曲线如图所示
- 画出电容电压和触发器输出电压波形，根据波形对其工作原理进行描述，并给出振荡频率，请用 $R, C, V_{OH}, V_{OL}, V_{T1}, V_{T2}$ 参量表述振荡频率

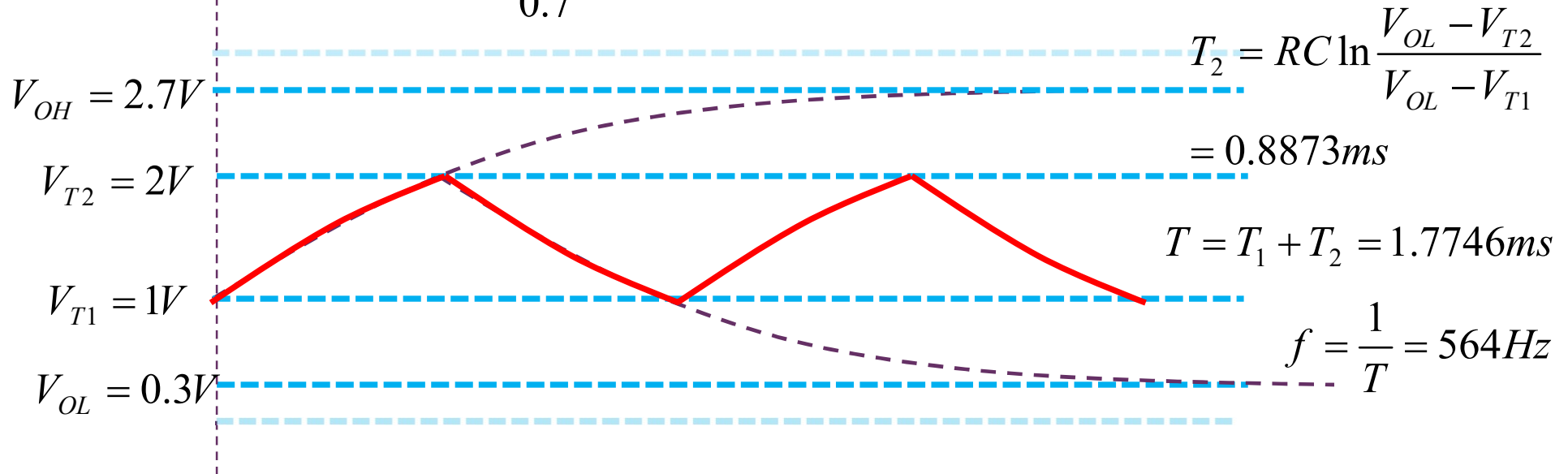


振荡原理

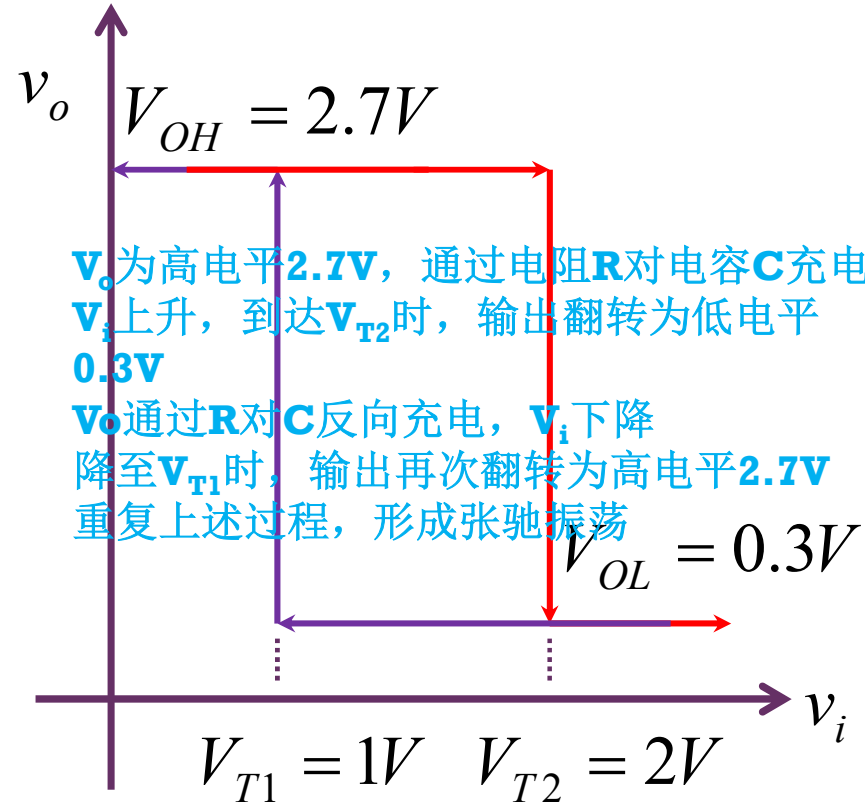


$$T_1 = RC \ln \frac{V_{OH} - V_{T1}}{V_{OH} - V_{T2}}$$

$$= 10k \times 0.1\mu \times \ln \frac{1.7}{0.7} = 0.8873ms$$

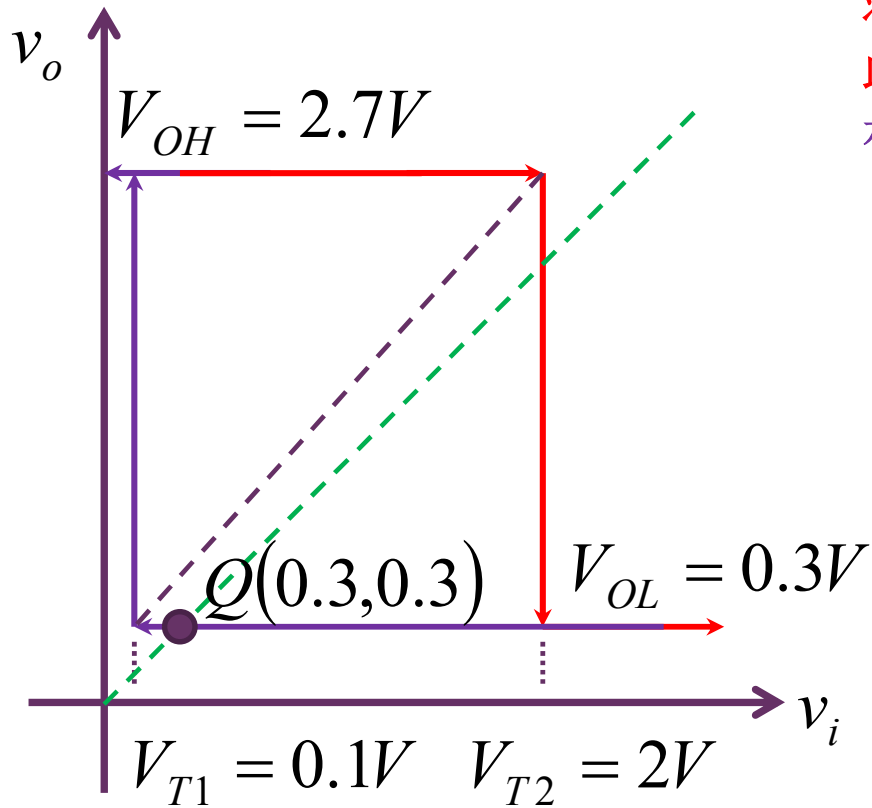


1. V_o 为高电平 **2.7V**，通过电阻 **R** 对电容 **C** 充电
2. V_i 上升，到达 V_{T2} 时，输出翻转为低电平 **0.3V**
3. V_o 通过 **R** 对 **C** 反向充电， V_i 下降
4. 降至 V_{T1} 时，输出再次翻转为高电平 **2.7V**
5. 重复上述过程，形成张弛振荡

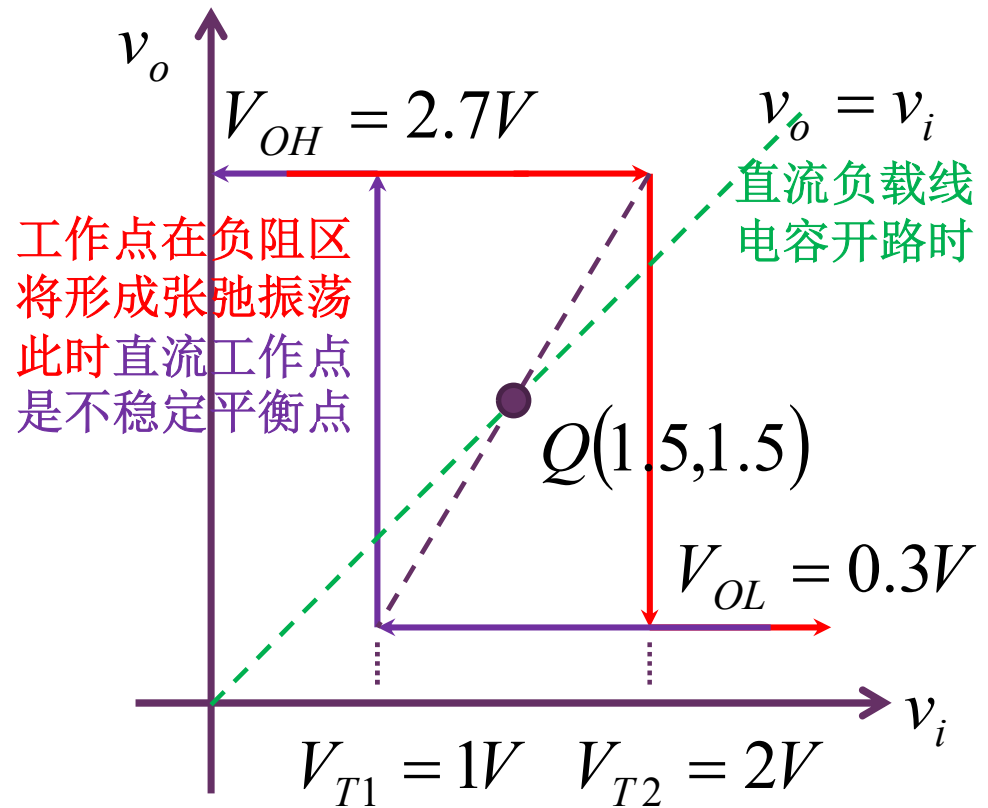


张弛振荡

工作点必须在负阻区

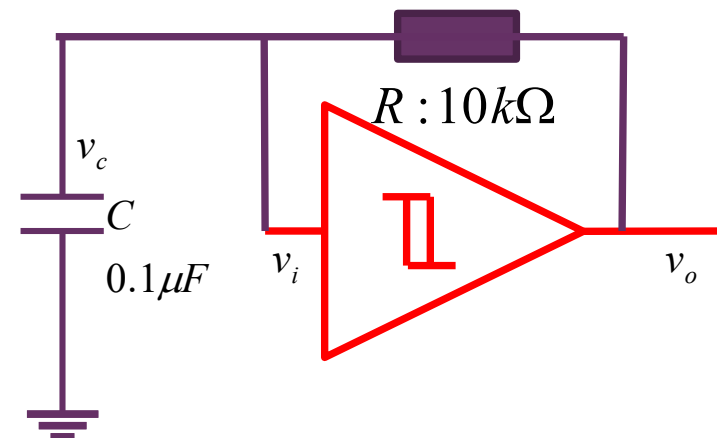


工作点不在负阻区
则无法形成张弛振荡
此时直流工作点是稳定平衡点

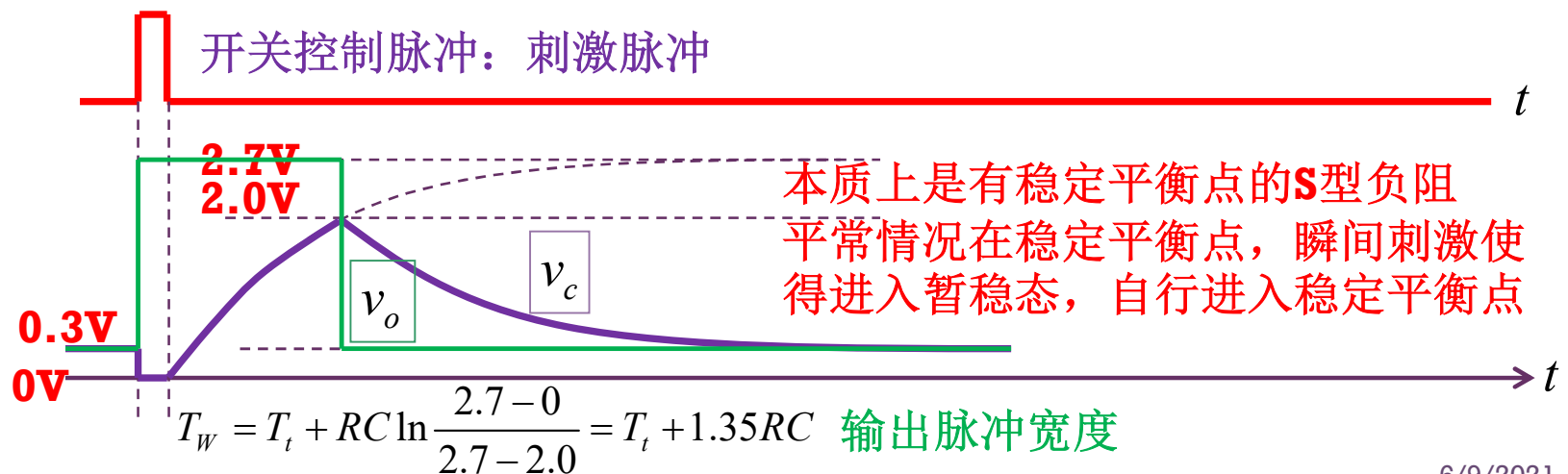
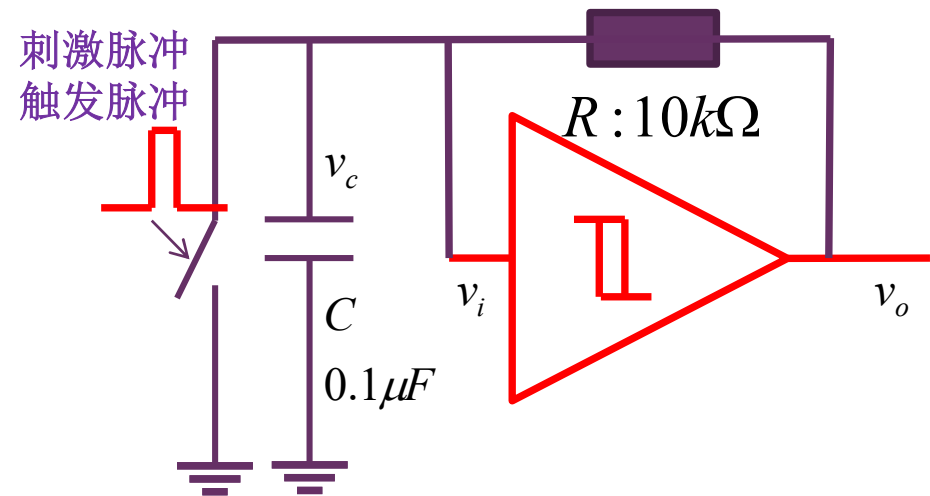
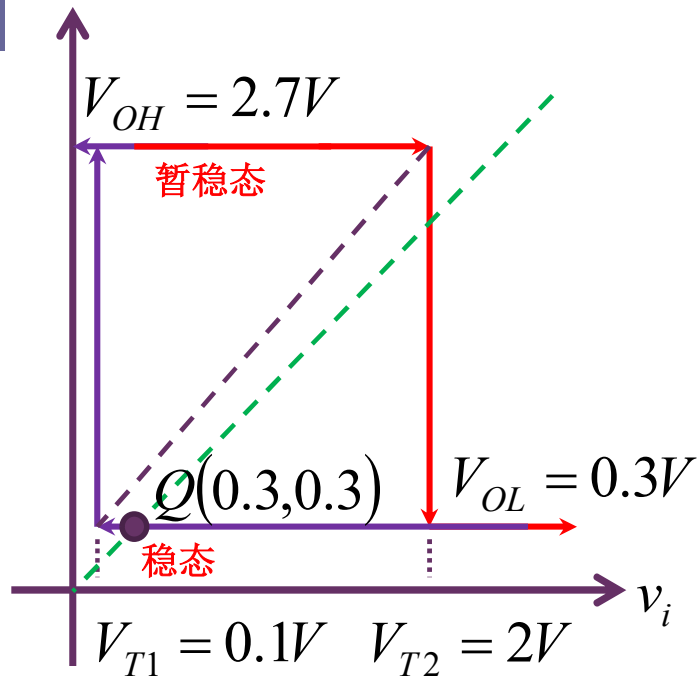


工作点在负阻区
将形成张弛振荡
此时直流工作点
是不稳定平衡点

$v_o = v_i$
直流负载线
电容开路时

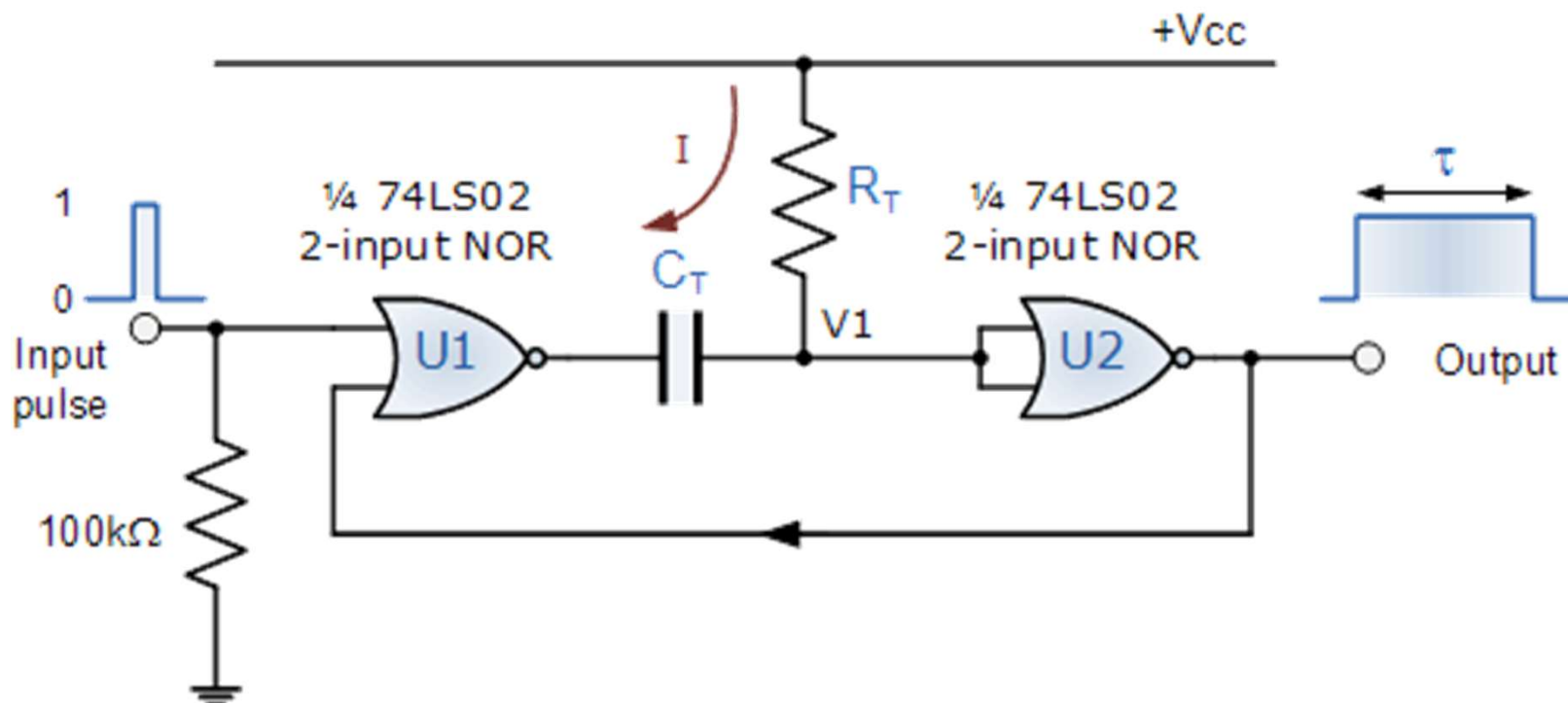


单稳电路:工作点在正阻区

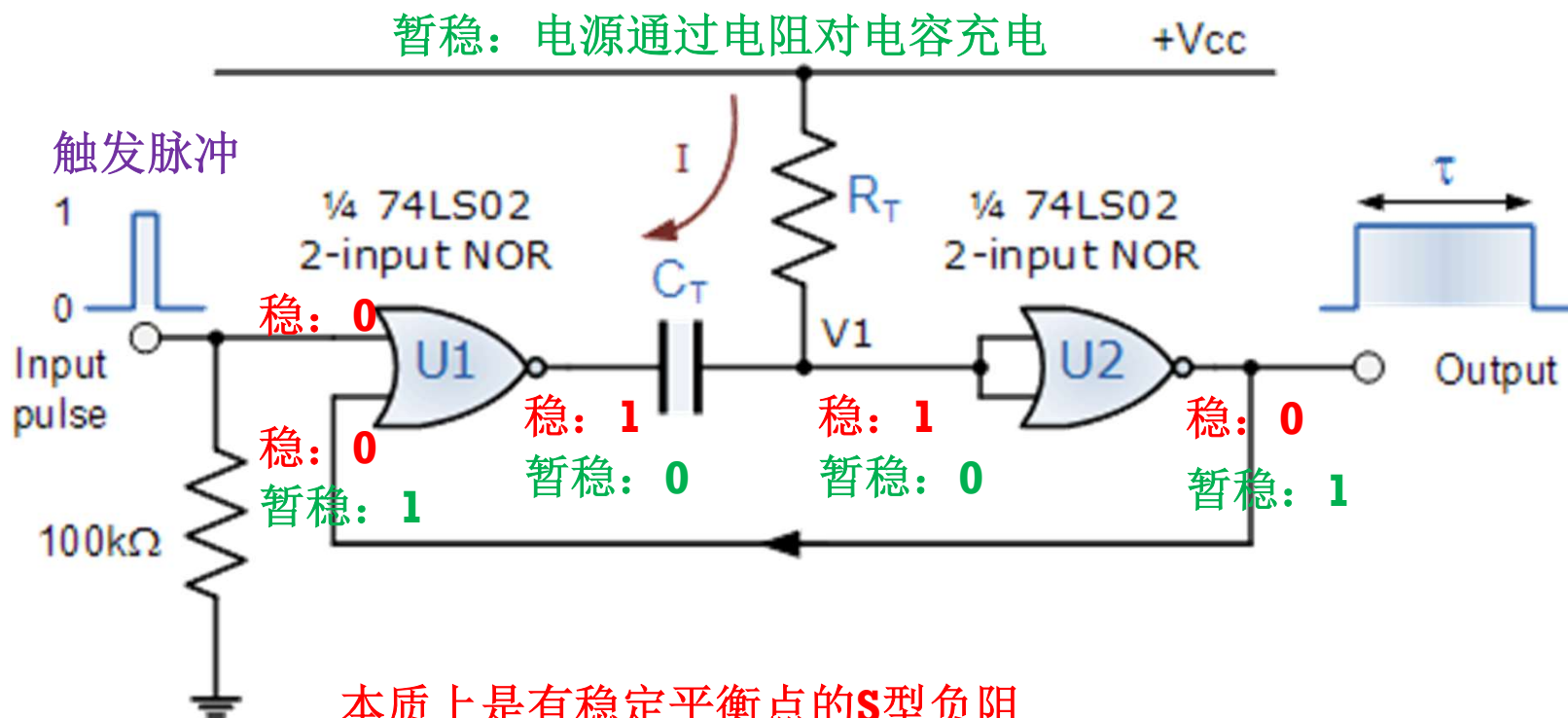


作业6.5 单脉冲电路

- 假设NOR输出高电平为 V_{CC} ，输出低电平为0
 - 输入电平阈值电压为 $0.5V_{CC}$
- 1、画出各个结点的波形
- 2、求单脉冲输出脉宽

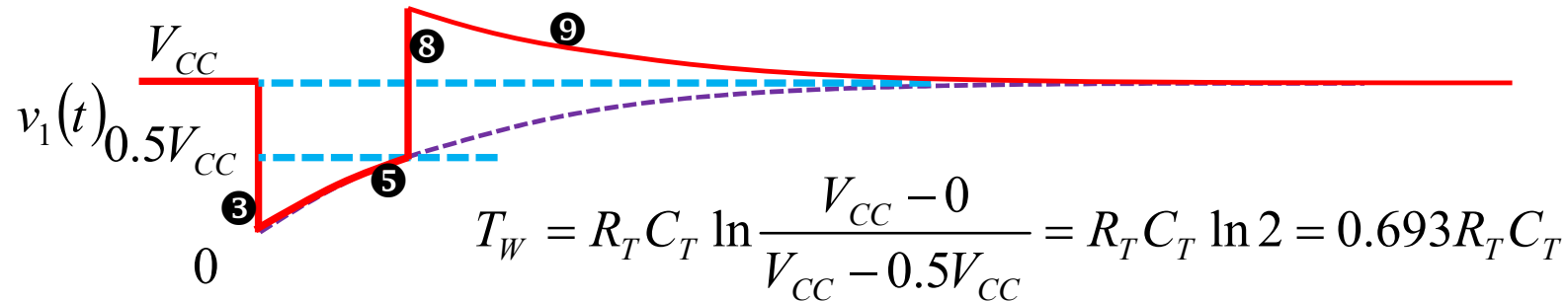
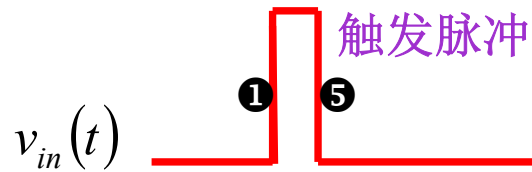
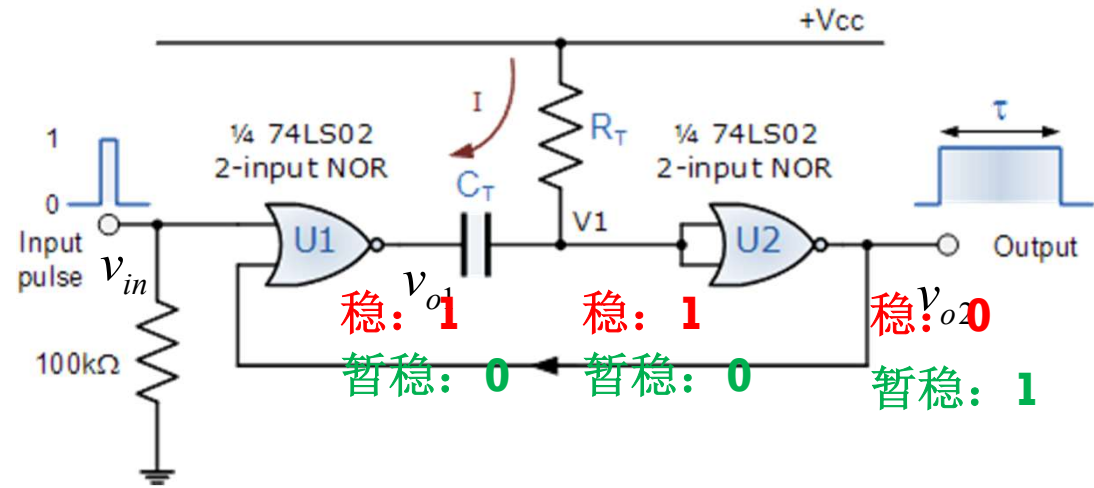


稳态与暂稳态



本质上是有稳定平衡点的S型负阻
平常情况在稳定平衡点，瞬间刺激使得进入暂稳态，自行进入稳定平衡点

单脉冲



考试安排 考试地点更换

- 考试时间：20210613（十六周周日晚上）；19:00-21:00
- 考试地点：六教6B410
- 冲突考
 - 考试时间和考试地点单独通知
 - 2016011115：电电1A（李国林），电电2A（杨帆）
 - 2016011010：电电1A（李国林），电电2A（杨帆）
 - 2018011212：电电1B（李国林），电电2B（李国林）
 - 2016011085：电电1B（李国林），电电2B（李国林）
 - 2017011103：电电1B（张沕琳），电电2B（李国林）

考试要求

- 至少提前15分钟入场
- 自带计算器
- 隔行隔列坐，严格考场纪律，不允许自带草稿纸，不允许多拿卷子
- 学生证置于桌子右上角
- 手机关机装到书包中，书包放前台
- 监考老师收卷、数卷无误后，方可离场

考试内容

- **所有答案均写在答题纸上**，试题纸上所写内容视为草稿，不计分。此为电电2B考卷，请在答题纸右上角写清楚“电2B”。本考卷满分108分，超过100分按100分计。填空题后<>内为提示或可选答案。答题纸试题纸均填写学号姓名，结束时试题纸夹在答题纸中一并上交。
- 一、填空题（本题55分：答题纸上答题时，需标注清楚题号和括号编码，之后写答案。连空填写公式时，前空出现过的电量符号后空可以直接引用以简化公式描述。）
- 二、运放电路（12分）
- 三、CMOS数字门电路设计（11分）
- 四、晶体管放大器分析（15分）
- 五、正弦波振荡器分析（15分）

和电路直接相关的后续本科课程

■ 专业核心课

■ 高层

- 《数字逻辑与处理器基础》
- 《信号与系统》

电路所开设
通信所开设

■ 底层

- 《电磁场》
- 《固体物理》

光电、微波所开设
光电所开设

电路是构建信息系统的物理层基础，是电子系学生区别于其他院系学生的看家本领

■ 专业限选课

- 《模拟电路原理》
- 《数字系统设计》
- 《通信电路》

电路所开设

同学们通过继续深入学习相关课程，加强实践训练，切实掌握电路系统的基本设计方法

- 《现代计算机体系结构》

电路所开设

- 《微波技术》
- 《射频通信电路》

光电、微波所开设
微波所开设

感谢同学们这一年的支持和配合！