

电子电路与系统基础(B2)---非线性电路

第13讲：振荡器

李国林

清华大学电子工程系

B 班课程内容安排

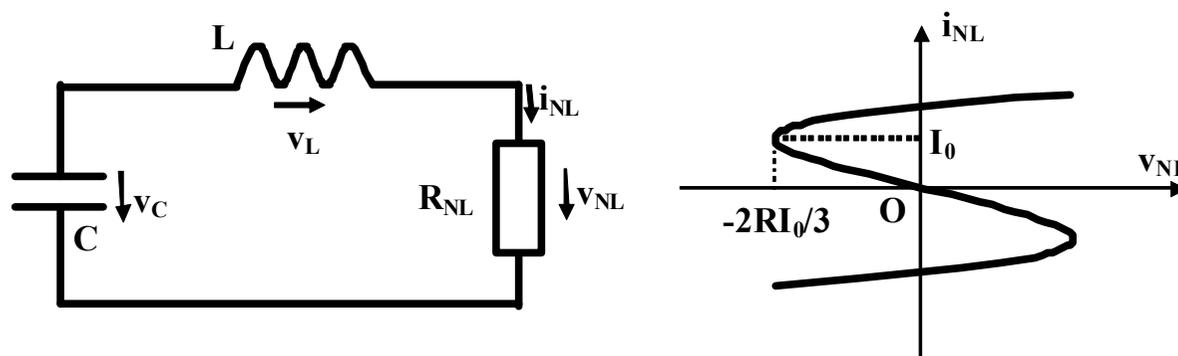
第一学期：线性	序号	第二学期：非线性
电路定律	1	器件基础
电阻电源	2	二极管
电容电感	3	MOSFET
信号分析	4	BJT
分压分流	5	反相电路
正弦稳态	6	数字门
时频特性	7	放大器
期中复习	8	期中复习
RLC 二阶	9	负反馈
二阶时频	10	差分放大
受控源	11	频率特性
网络参量	12	正反馈
典型网络	13	振荡器
作业选讲	14	作业选讲
期末复习	15	期末复习

振荡器 内容

- 从正弦振荡到张弛振荡
 - 仿真波形
- 张弛振荡
- 正弦振荡
 - 正反馈原理
 - 案例分析

一、从正弦振荡到张弛振荡

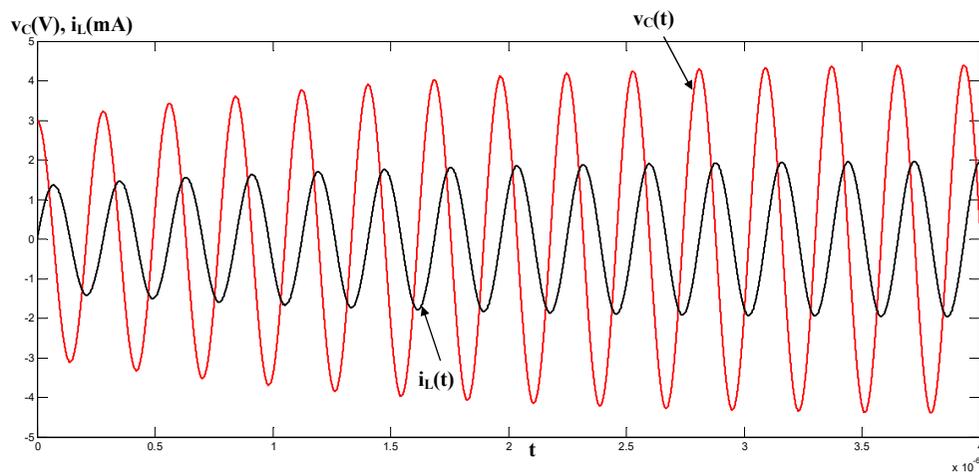
- 上节课分析负阻正弦波振荡器时，要求LC谐振腔的Q值足够高，从而非线性负阻产生的高次谐波分量被滤除，于是可以用准线性方法分析正弦波振荡器的稳态情况
- 显然，如果LC谐振腔的Q值下降，带通滤波效果变差，振荡波形就会偏离正弦波，当Q值小到接近于0时，就是典型的张弛振荡



$$\begin{aligned}
 & \mathbf{C=20pF, R=100\Omega, I_0=1mA} \\
 & \mathbf{v_C(0)=3V, i_L(0)=0} \\
 & \mathbf{L=100\mu H, 1\mu H, 10nH, 0.1nH}
 \end{aligned}$$

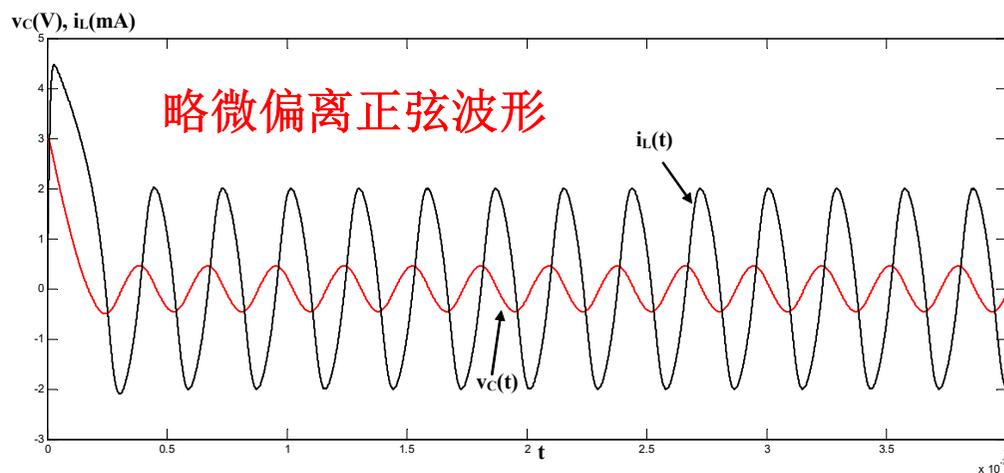
$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

高Q值正弦振荡



$$L=100\mu\text{H}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 22.36$$

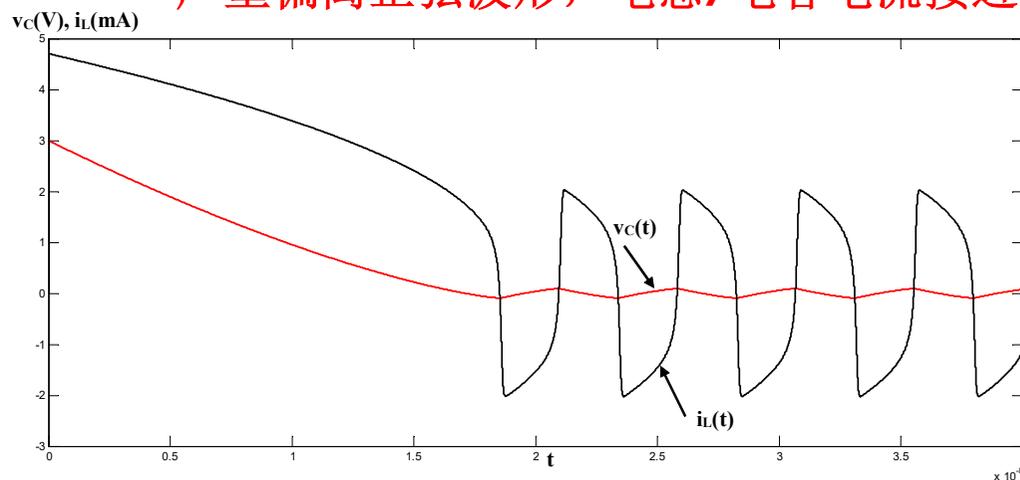


$$L=1\mu\text{H}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 2.236$$

低Q值张弛振荡

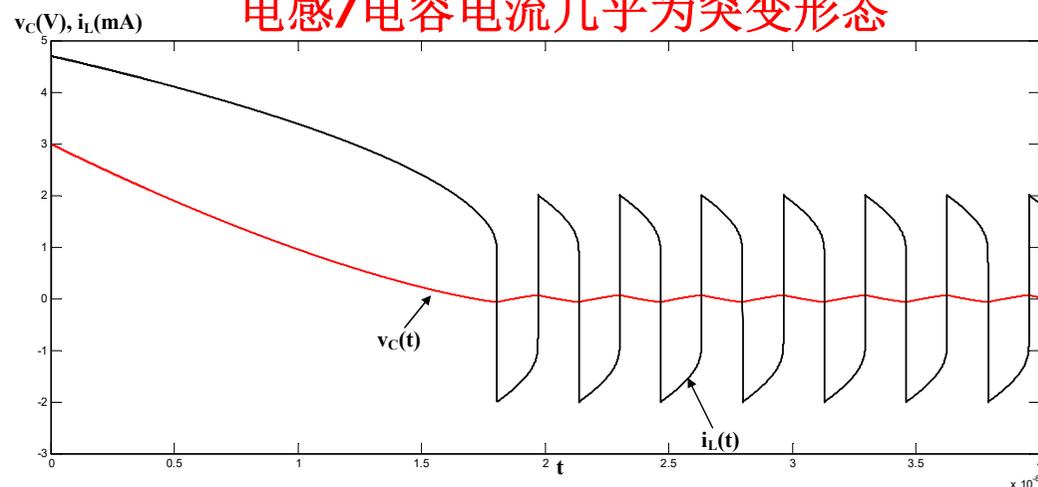
严重偏离正弦波形，电感/电容电流接近突变形态



L=10nH

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0.2236$$

电感/电容电流几乎为突变形态



L=0.1nH

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 0.02236$$

二、张弛振荡

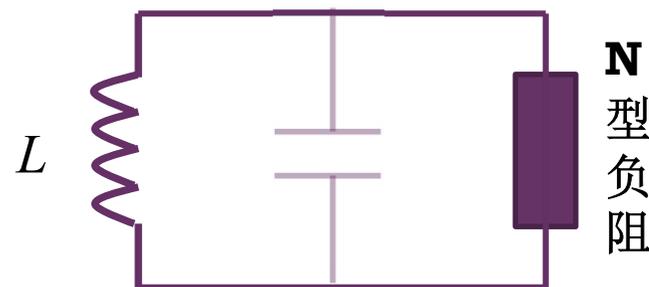
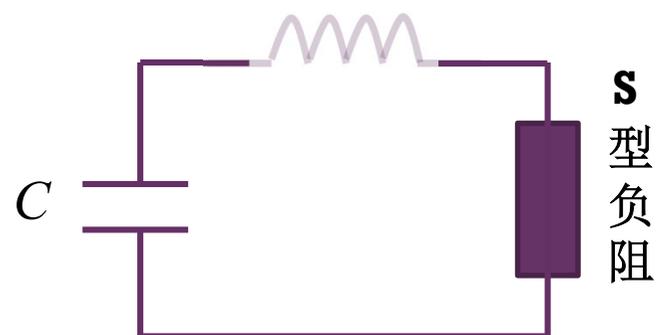
电容充放电、电感充放电分析

- LC负阻振荡，LC谐振腔Q值很高时，形成正弦振荡；随着Q值的降低，正弦振荡波形将最终退化为张弛振荡波形
- 对于S型负阻，串联于串联LC谐振腔，电感为0对应Q值为0，因而S型负阻对接电容将形成张弛振荡

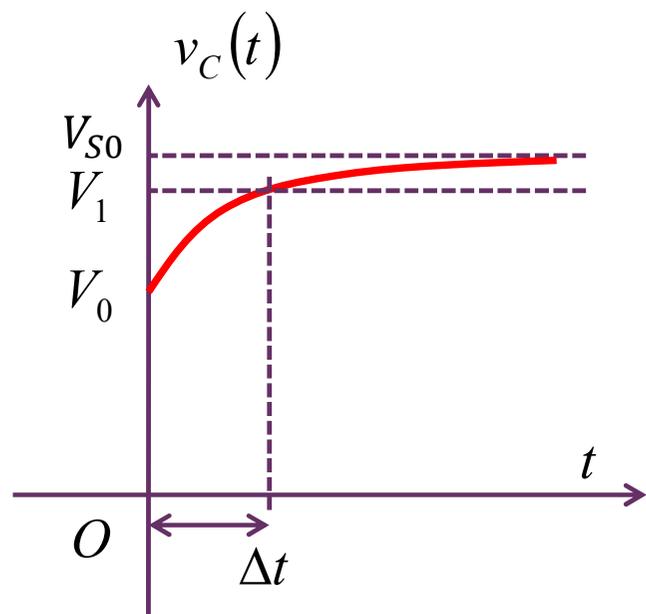
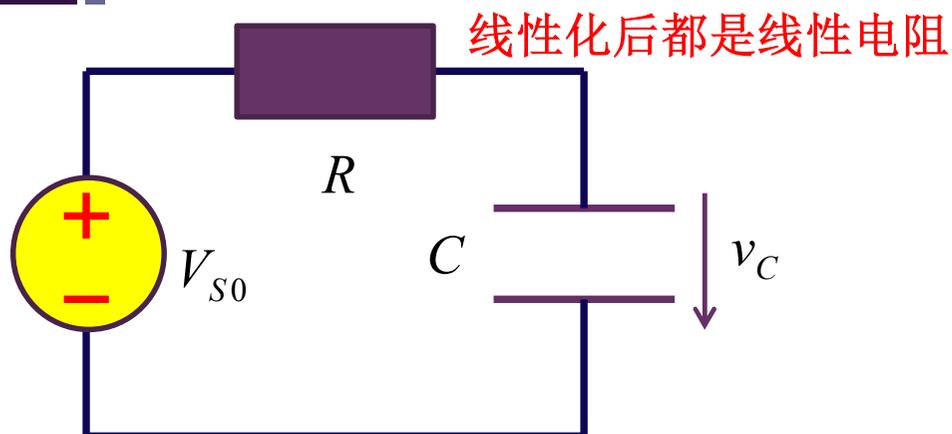
$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \xrightarrow{L \rightarrow 0} 0$$

- 对于N型负阻，并联于并联LC谐振腔，电容为0对应Q值为0，因而N型负阻对接电感将形成张弛振荡

$$Q = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}} \xrightarrow{C \rightarrow 0} 0$$



电容充放电时间计算



$$v_C(t) = v_{C\infty} + (v_{C0} - v_{C\infty})e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_1 = v_C(\Delta t) = V_{S0} + (V_0 - V_{S0})e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

$$\frac{V_1 - V_{S0}}{V_0 - V_{S0}} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

$$-\frac{\Delta t}{\tau} = \ln \frac{V_1 - V_{S0}}{V_0 - V_{S0}}$$

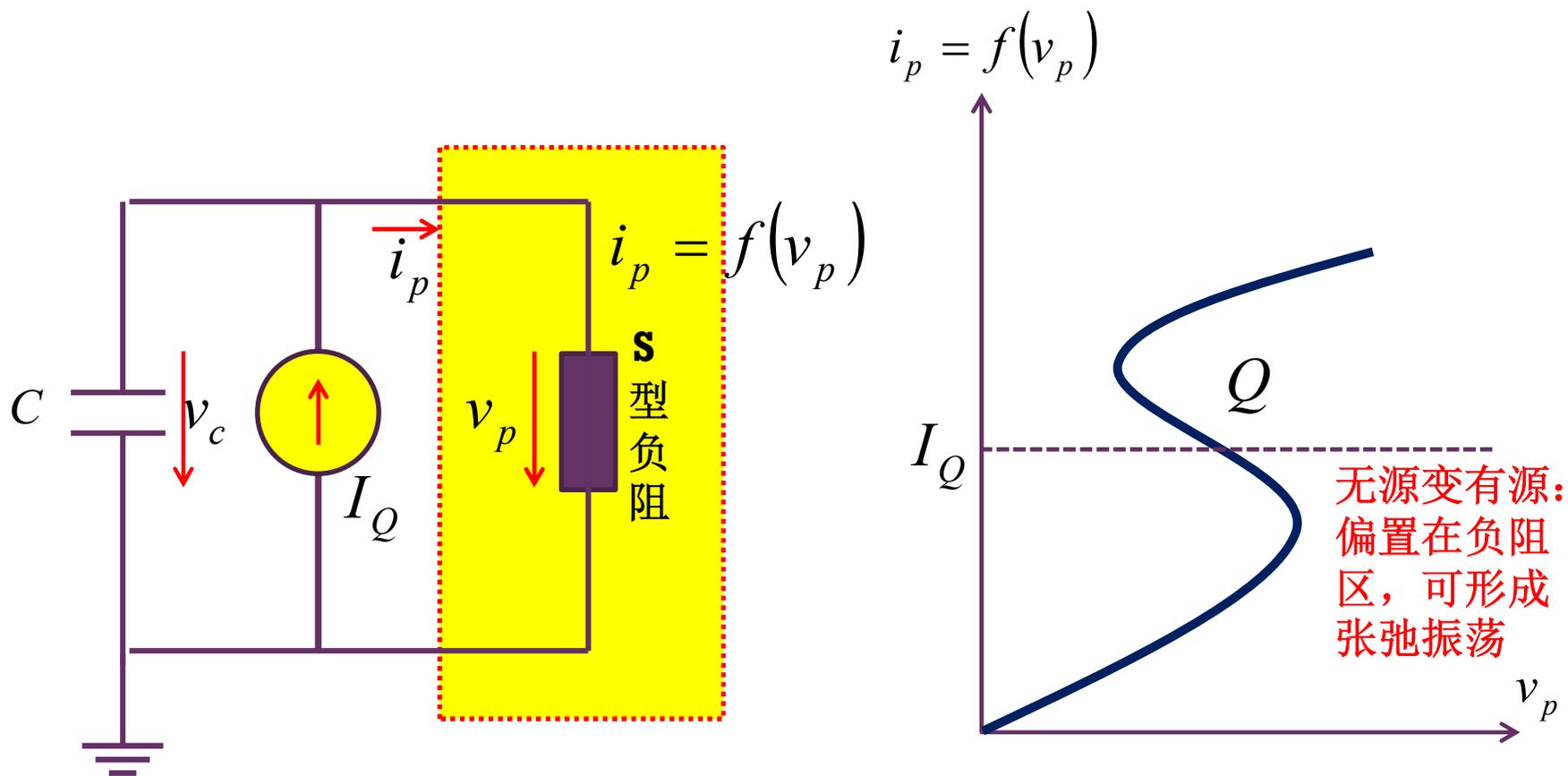
$$\Delta t = \tau \ln \frac{V_{S0} - V_0}{V_{S0} - V_1}$$

$\tau = RC$

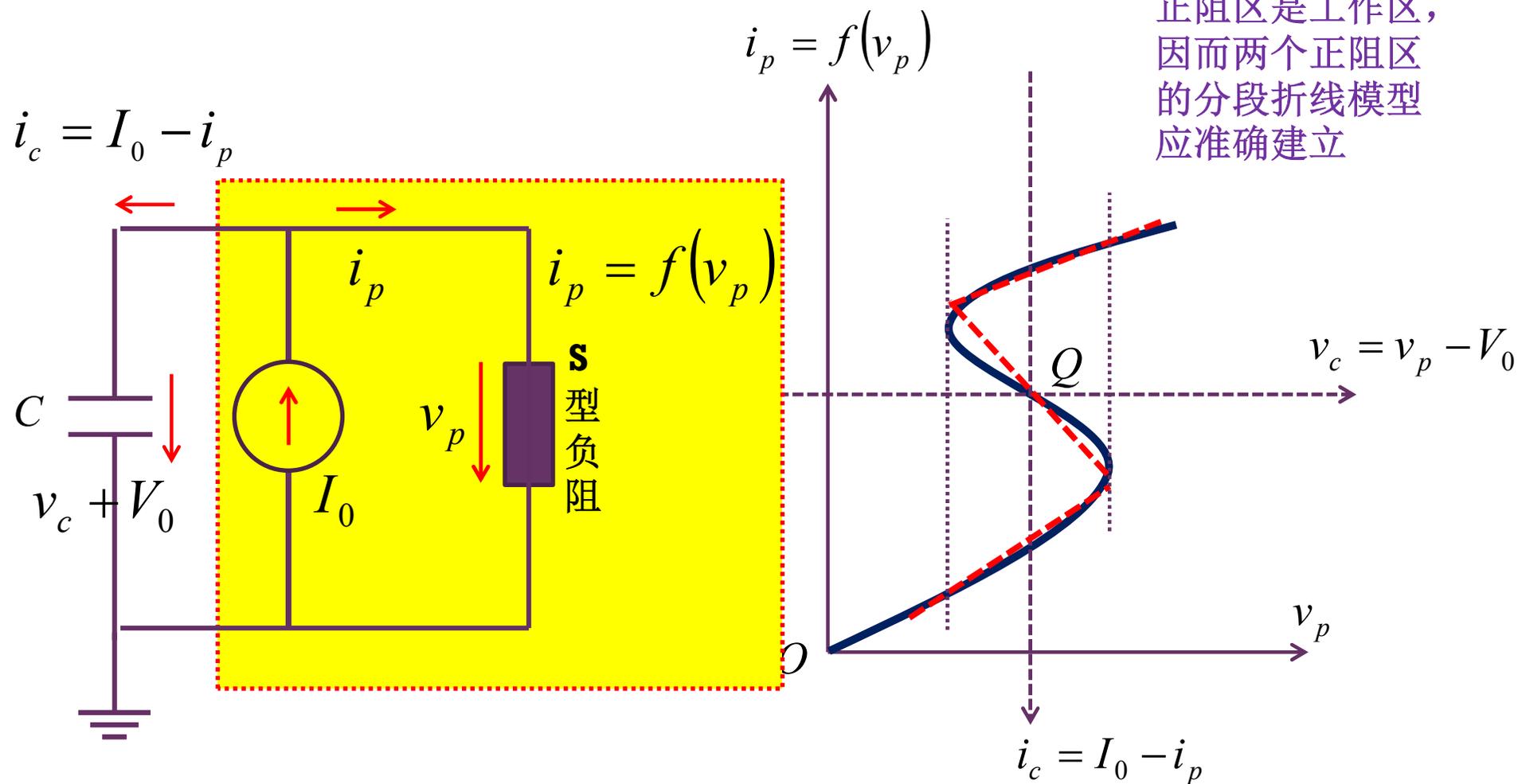
↙ 终值减初值
↘ 终值减转折值

S型负阻对接电容

S型负阻首先偏置于负阻区

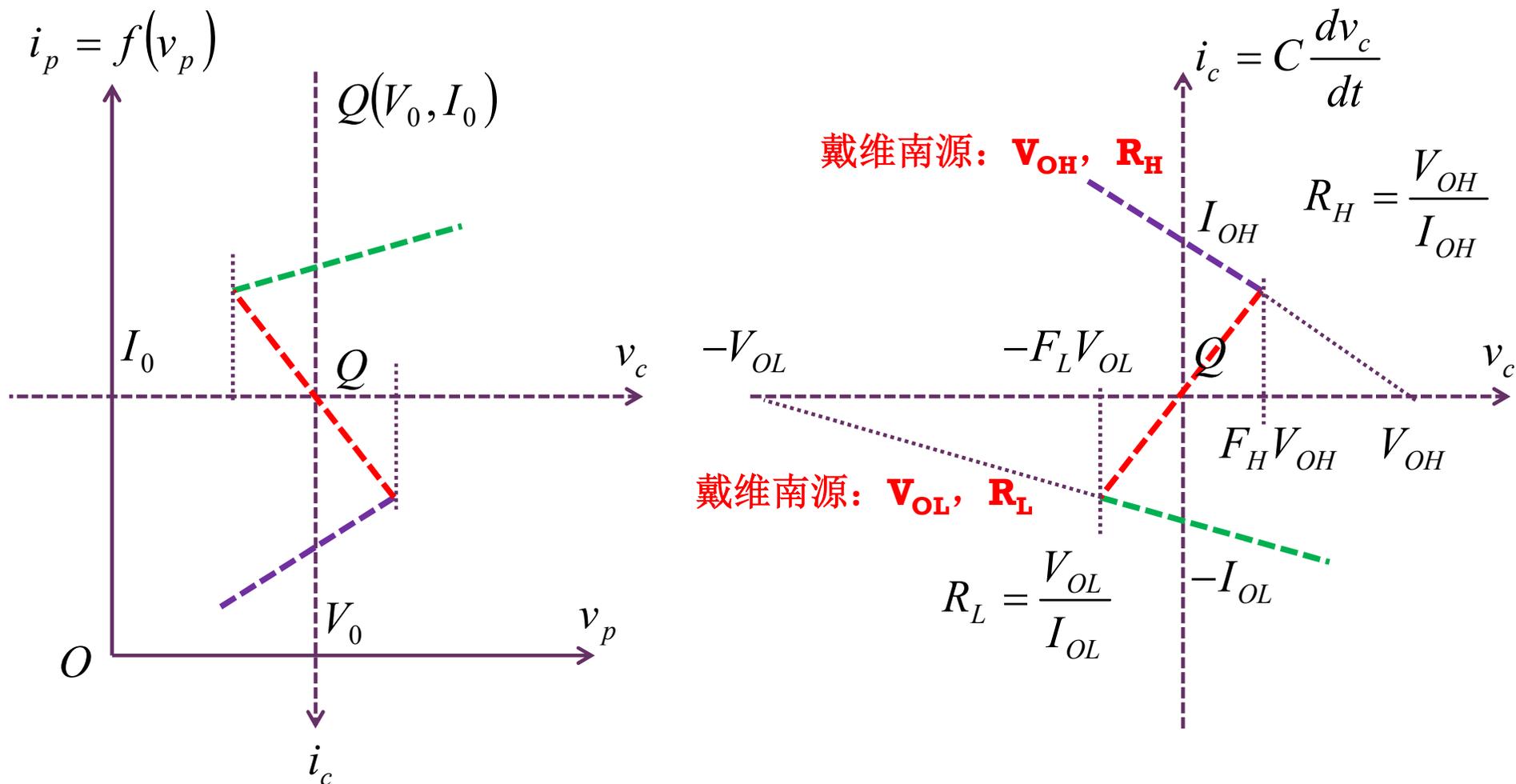


分段折线建模

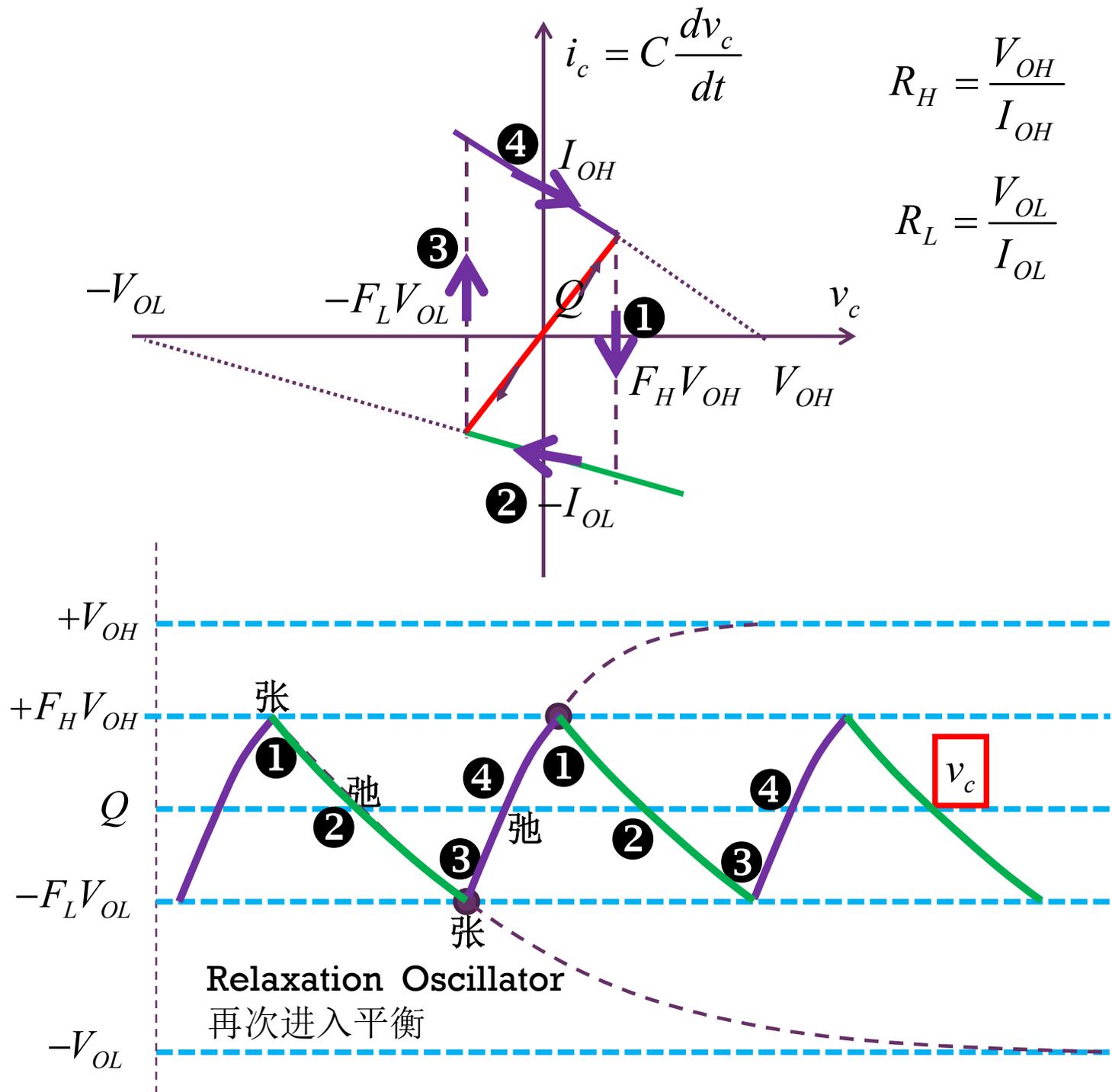


无法待在负阻区，
指数增长规律地
脱离负阻区，进
入正阻区，由于
正阻区是工作区，
因而两个正阻区
的分段折线模型
应准确建立

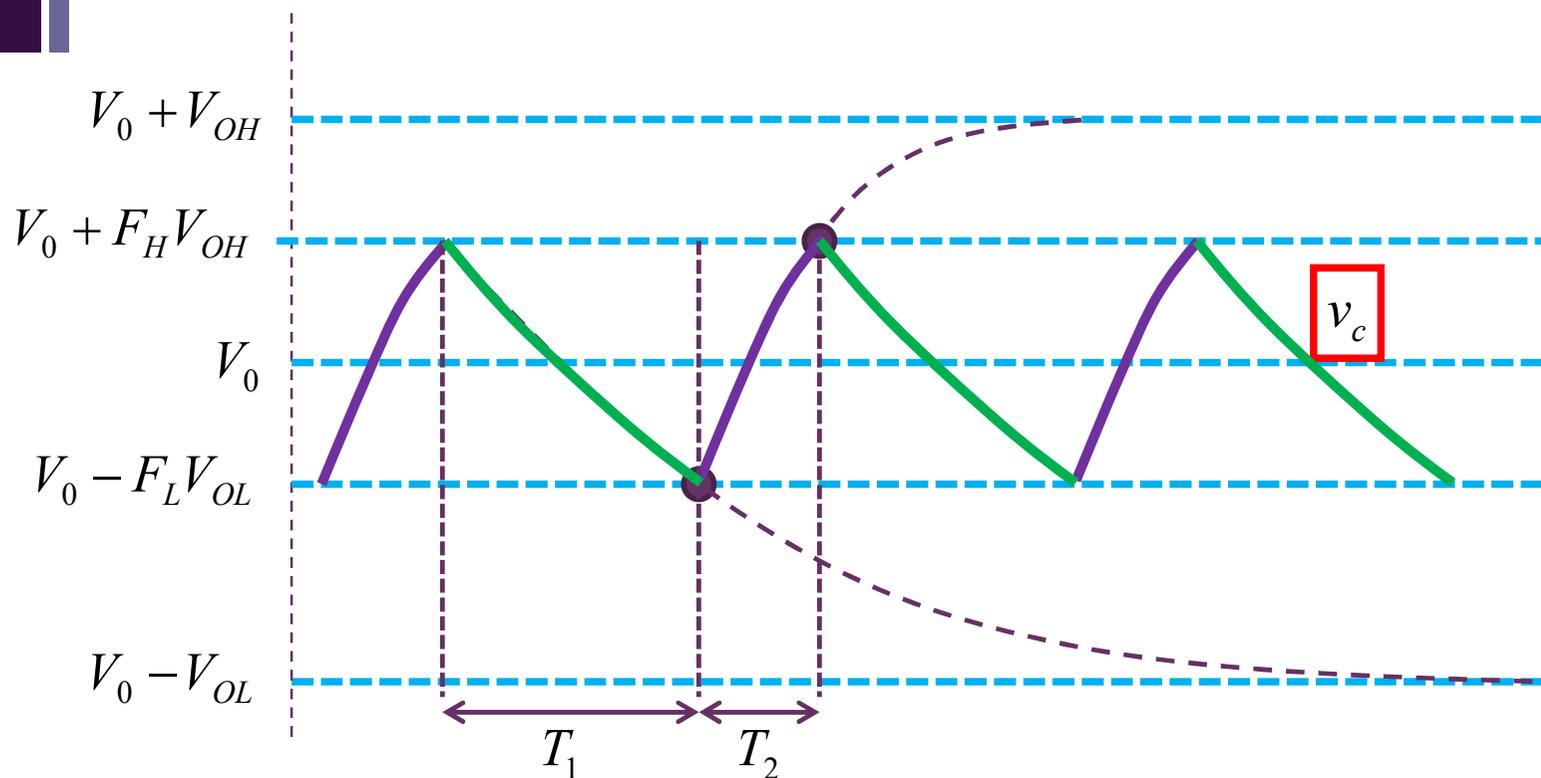
建模为戴维南源对电容的充放电



张弛振荡波形就是充放电波形



振荡周期与振荡频率



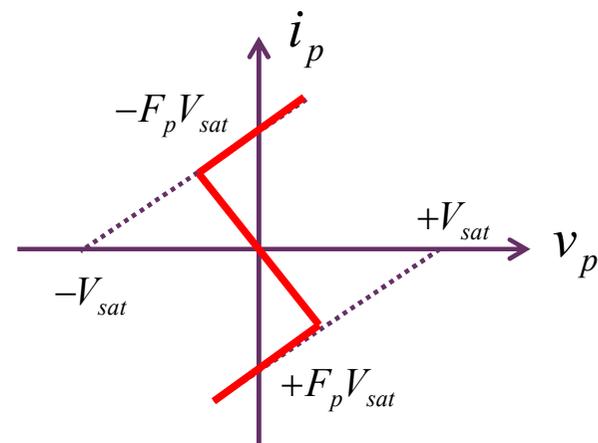
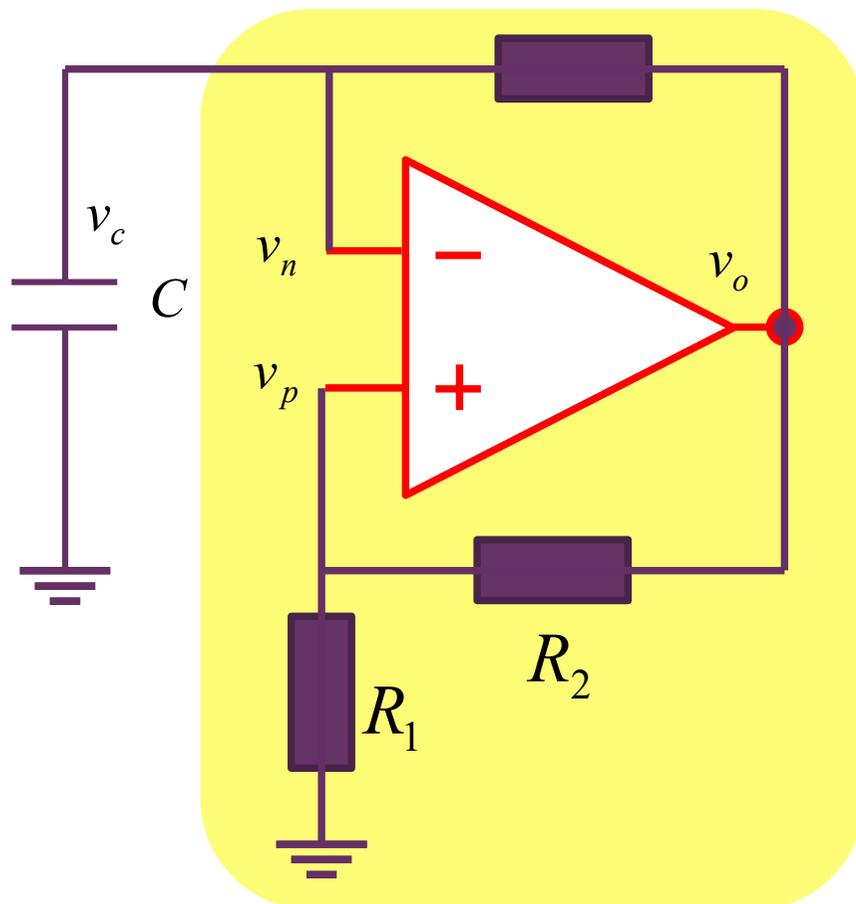
$$T = T_1 + T_2$$

$$T_1 = R_L C \ln \frac{-V_{OL} - F_H V_{OH}}{-V_{OL} - (-F_L V_{OL})} = R_L C \ln \frac{1 + F_H V_{OH} / V_{OL}}{1 - F_L}$$

$$T_2 = R_H C \ln \frac{+V_{OH} - (-F_L V_{OL})}{+V_{OH} - F_H V_{OH}} = R_H C \ln \frac{1 + F_L V_{OL} / V_{OH}}{1 - F_H}$$

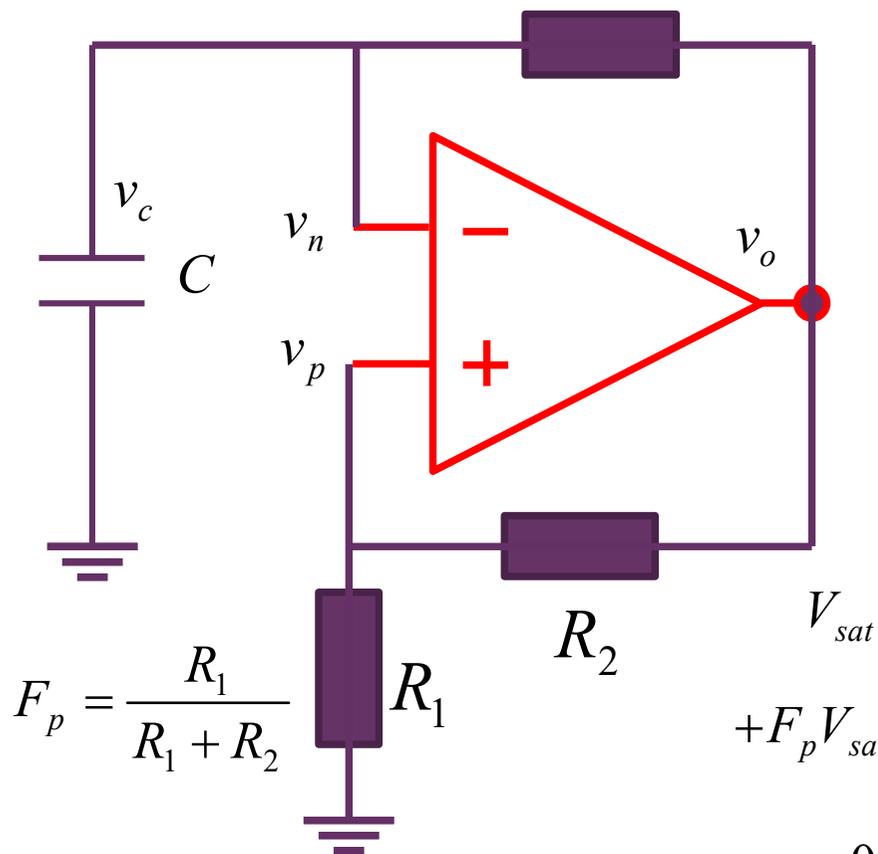
$$f = \frac{1}{T}$$

最典型的张弛振荡器电路



实际分析时

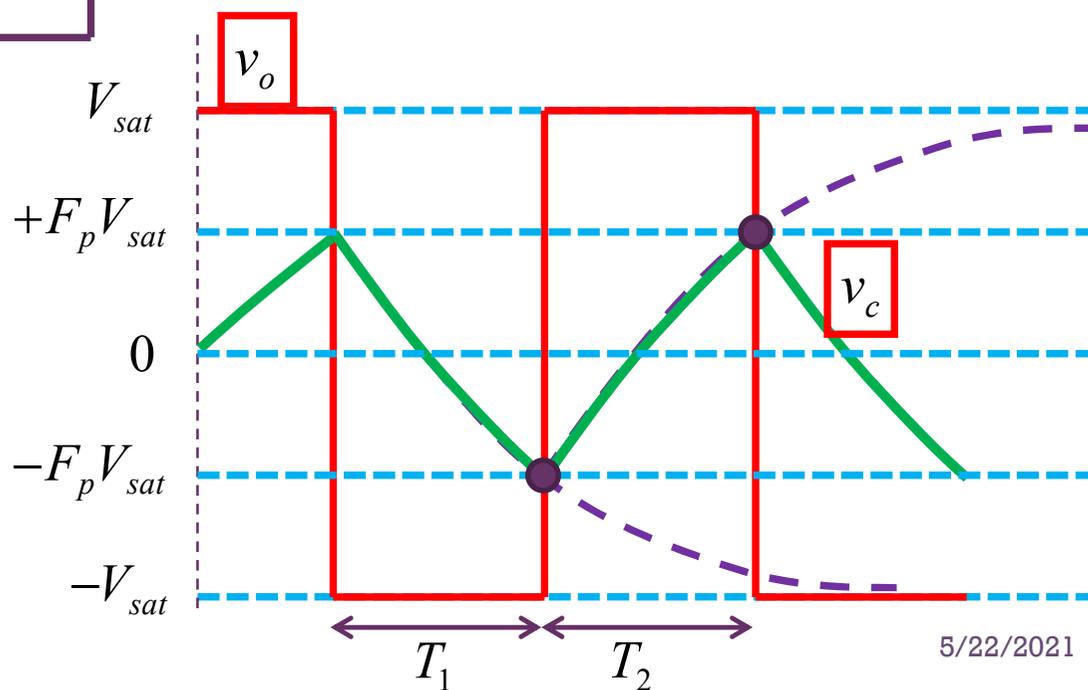
正反馈受控源可解释的一般不用负阻解释



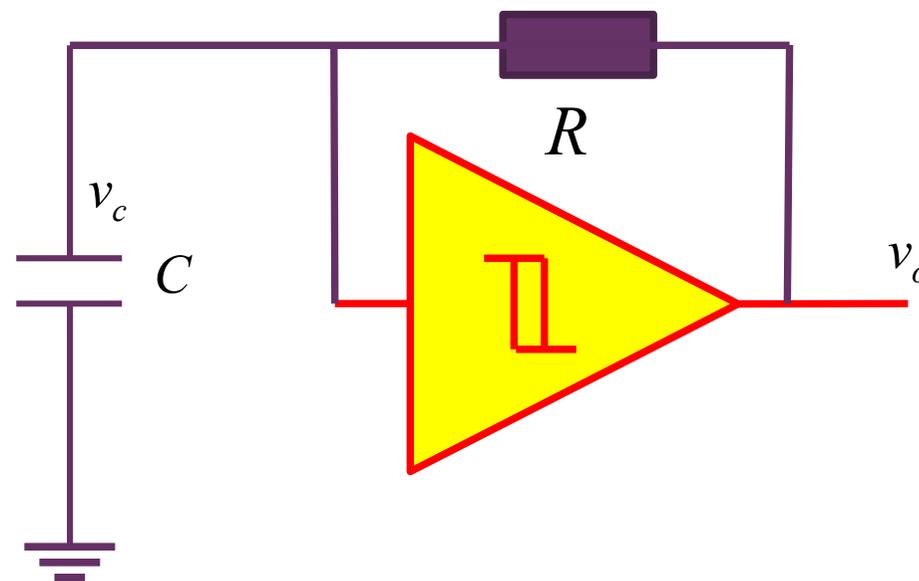
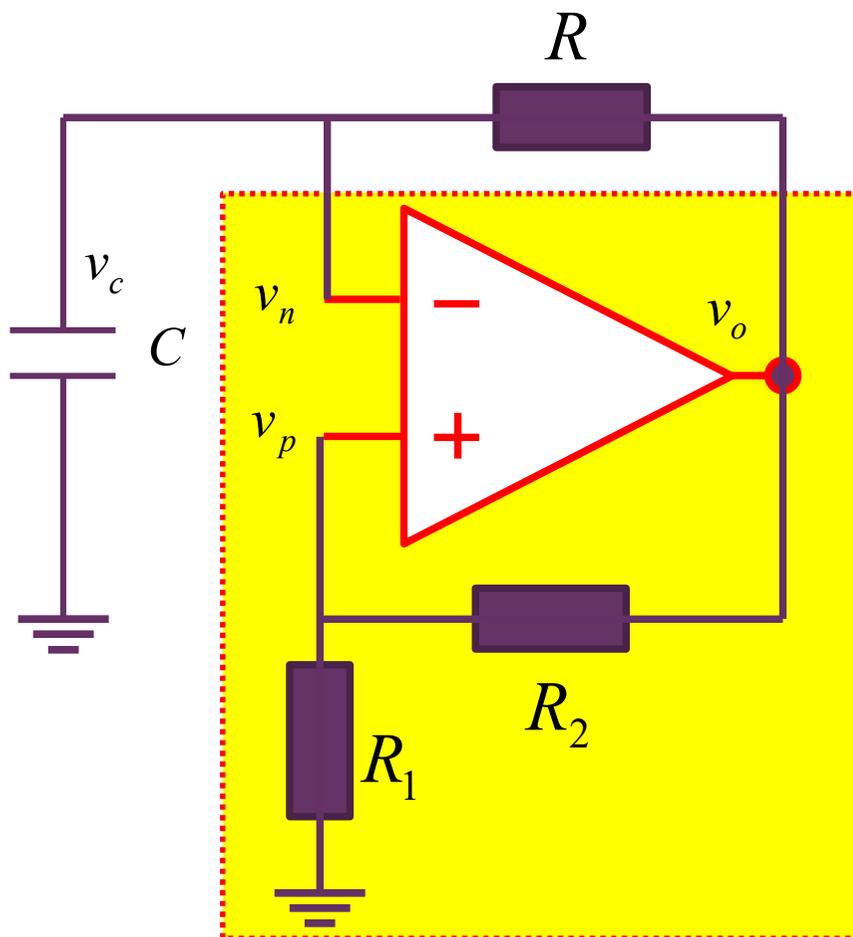
$$T_1 = RC \ln \frac{-V_{sat} - F_p V_{sat}}{-V_{sat} - (-F_p V_{sat})}$$

$$= RC \ln \frac{1 + F_p}{1 - F_p} = RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

$$T = T_1 + T_2 = 2RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

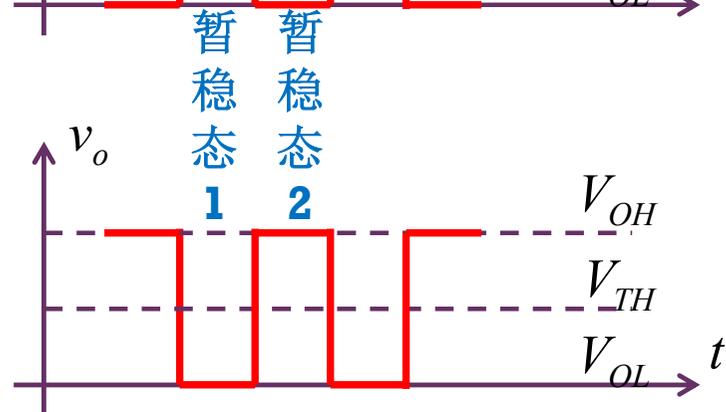
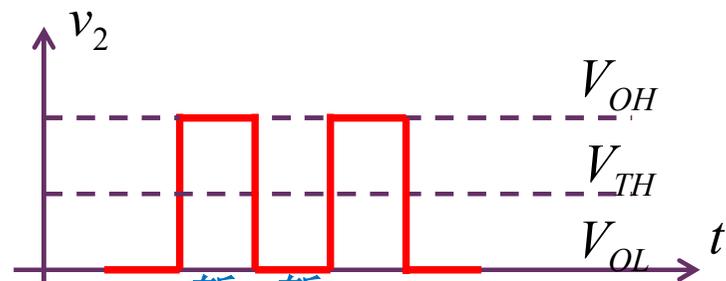
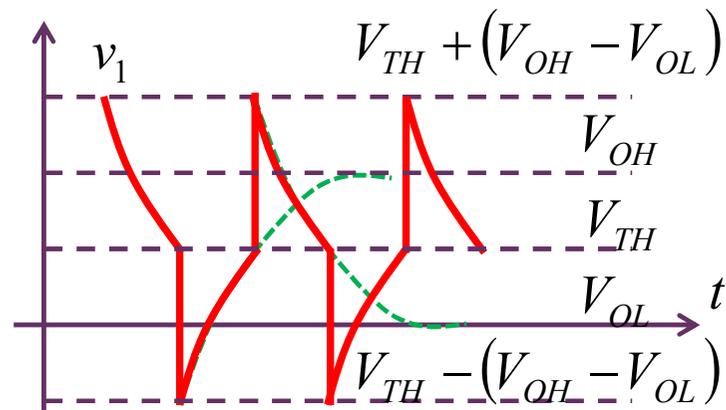
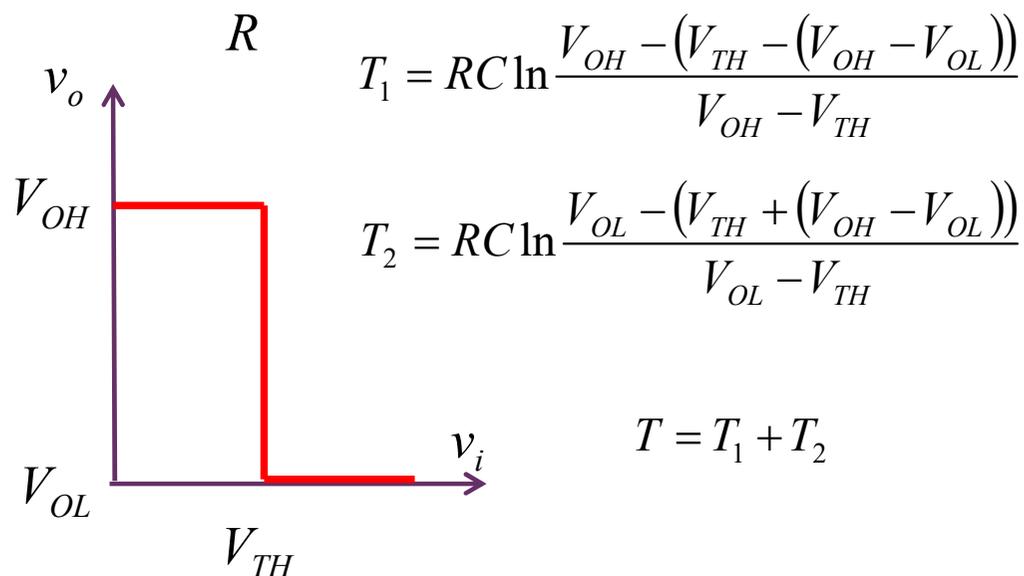
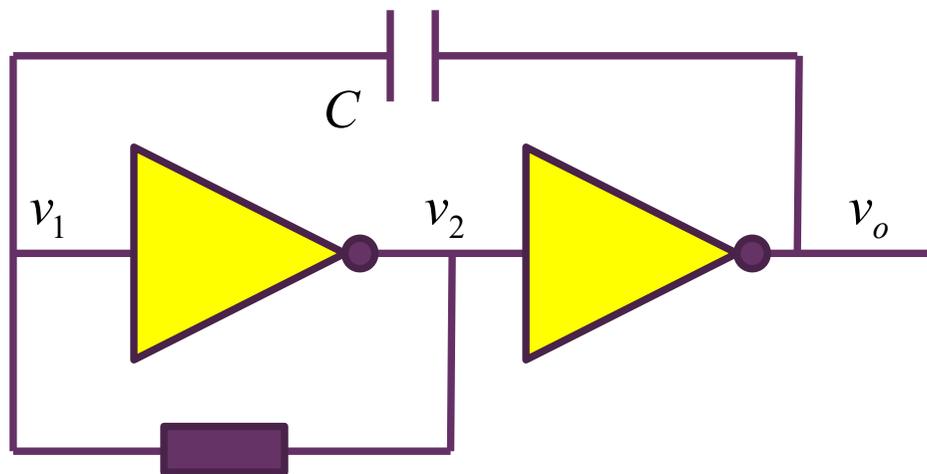


张弛振荡经典结构

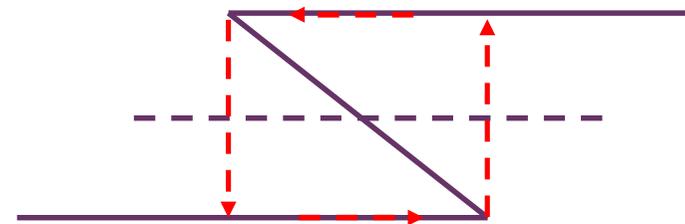


非门多谐振荡器

多谐：非简谐正弦振荡，有很多谐波分量

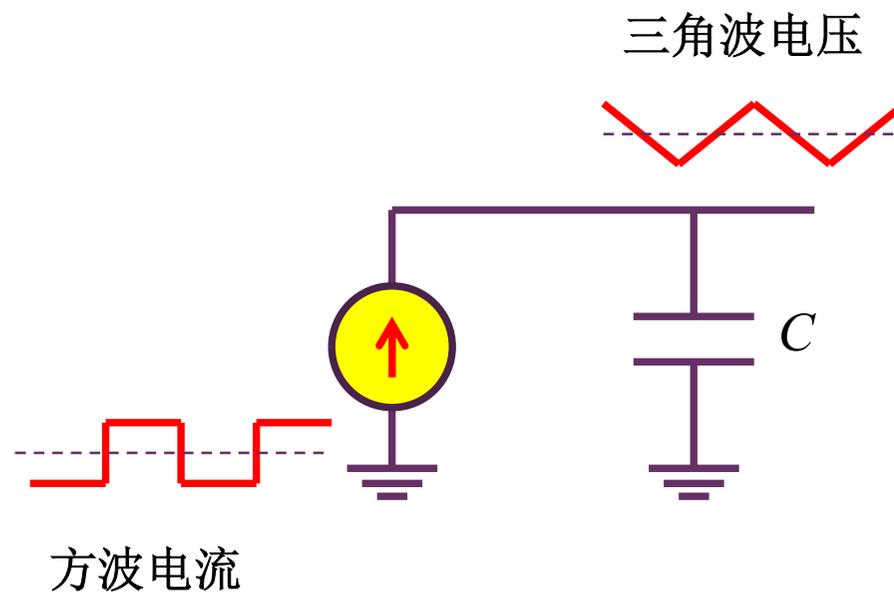


三角波原理

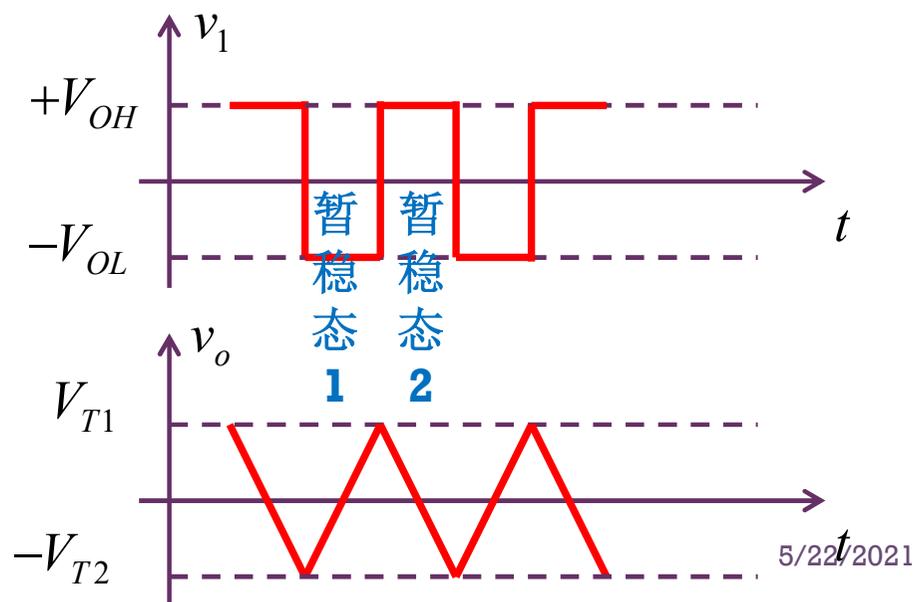
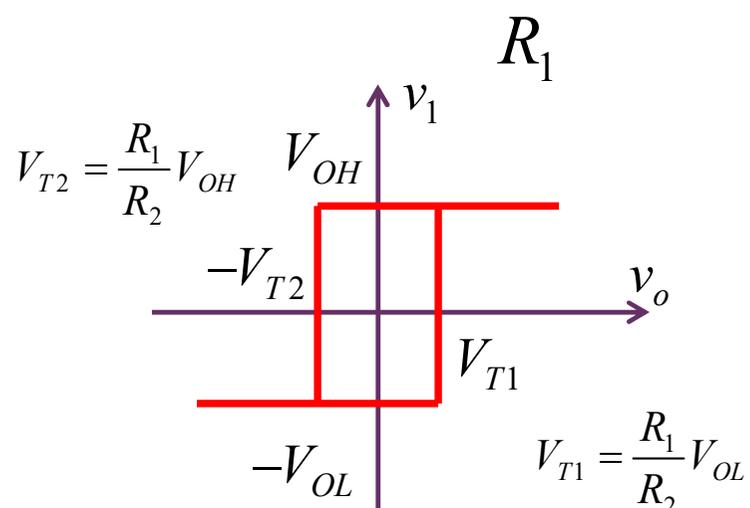
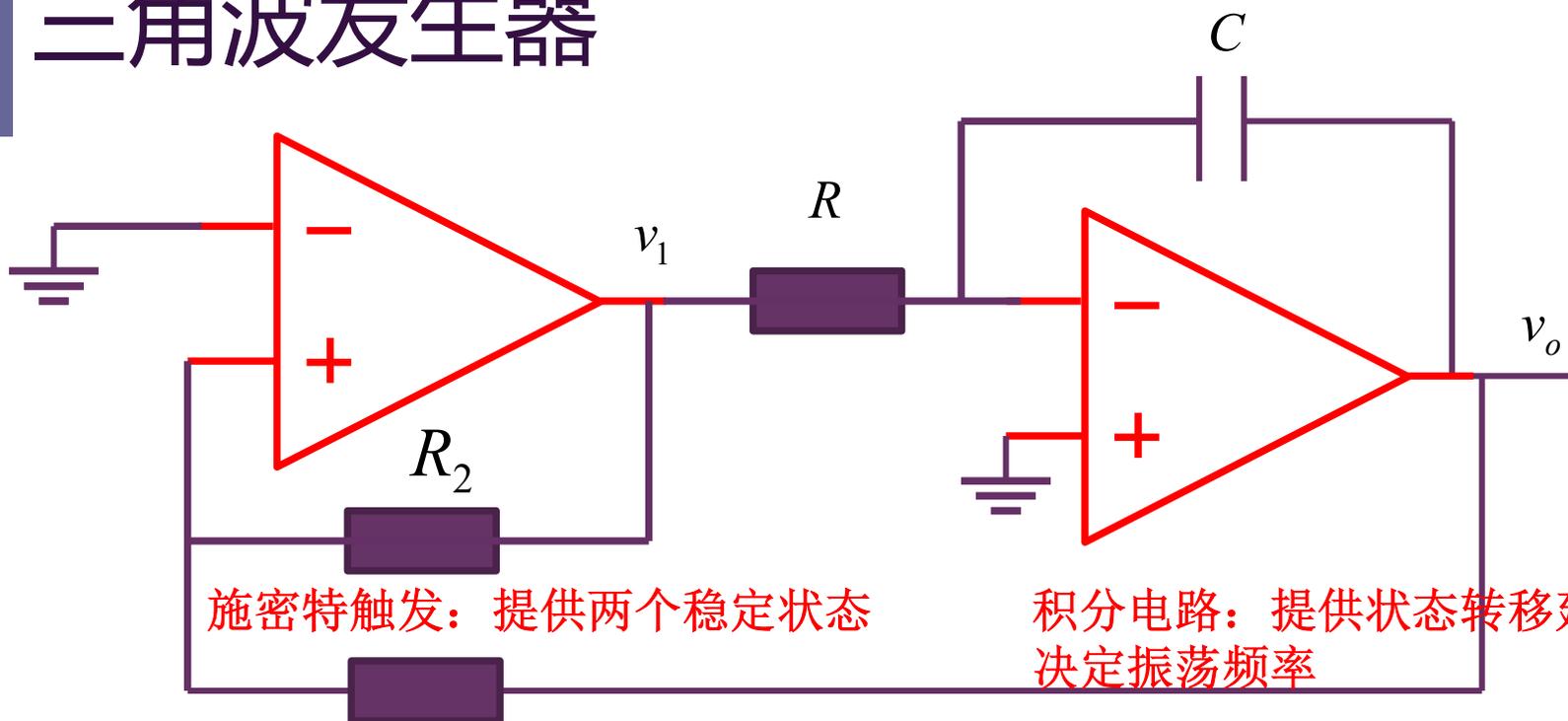


比较器
非门

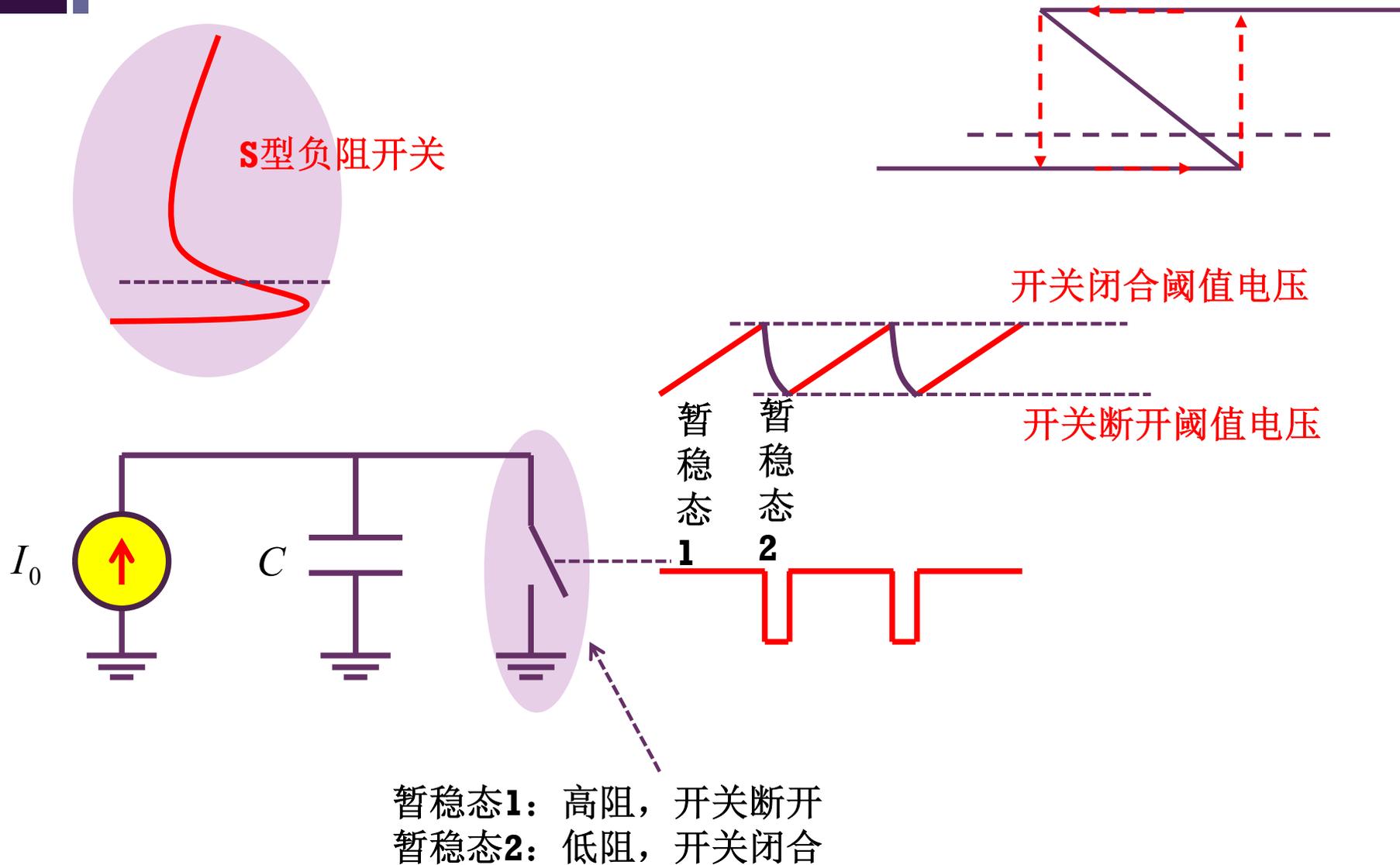
比较功能，将波形整形为方波



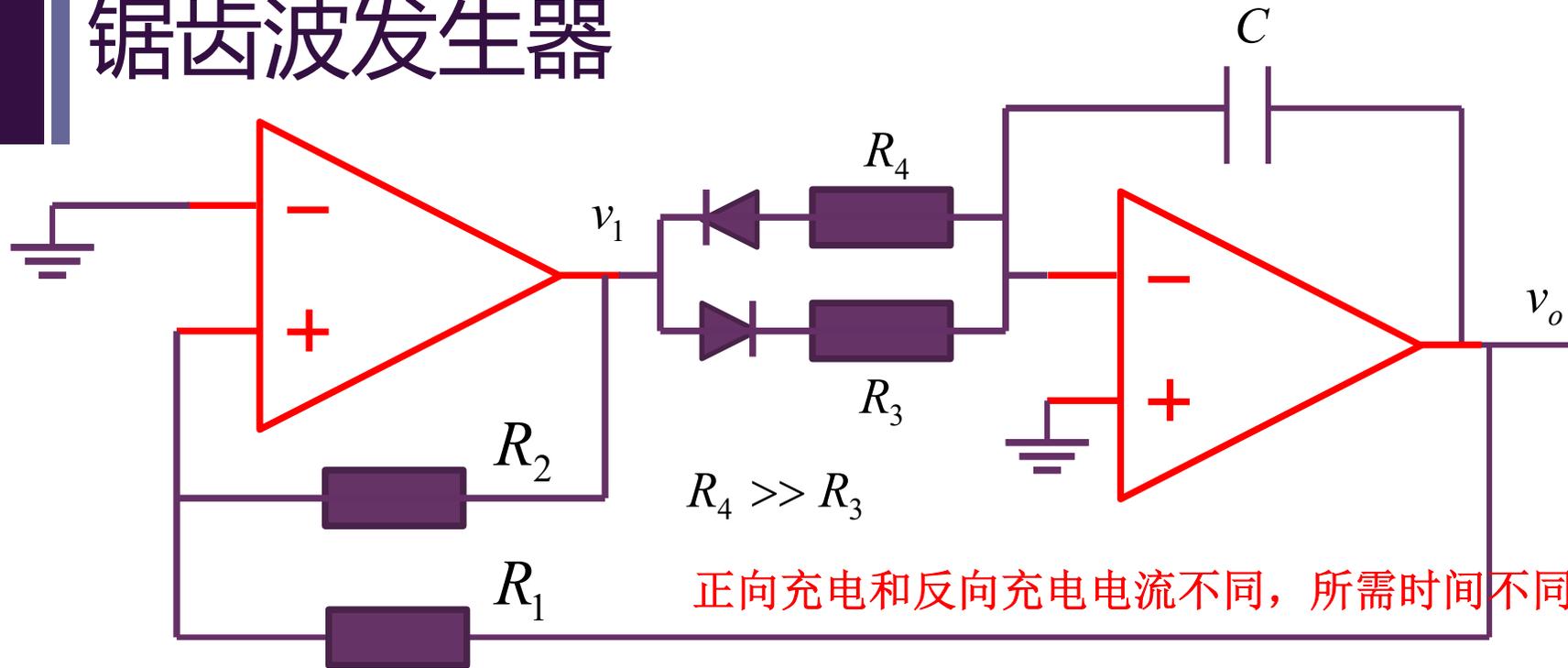
三角波发生器



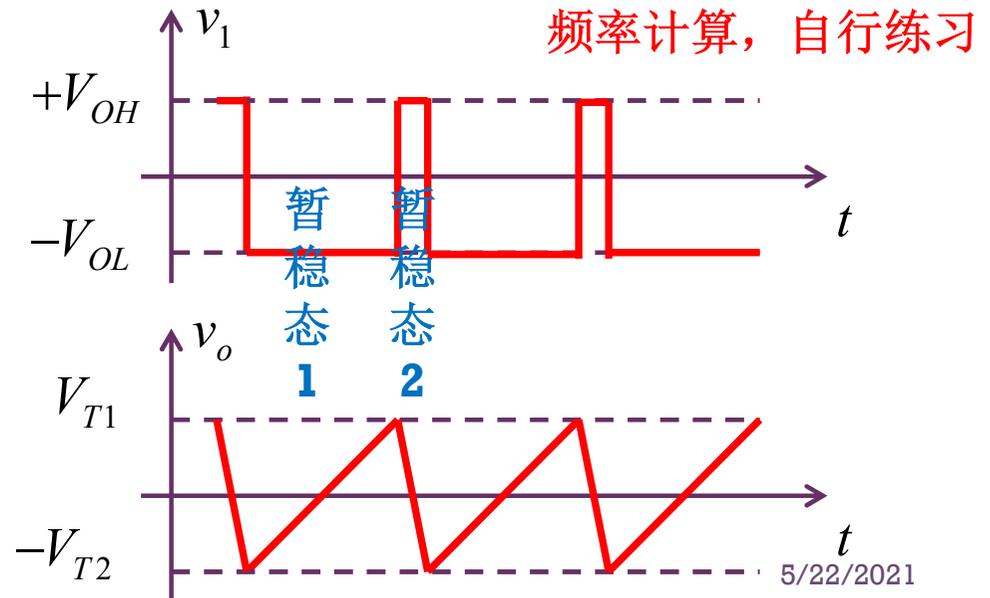
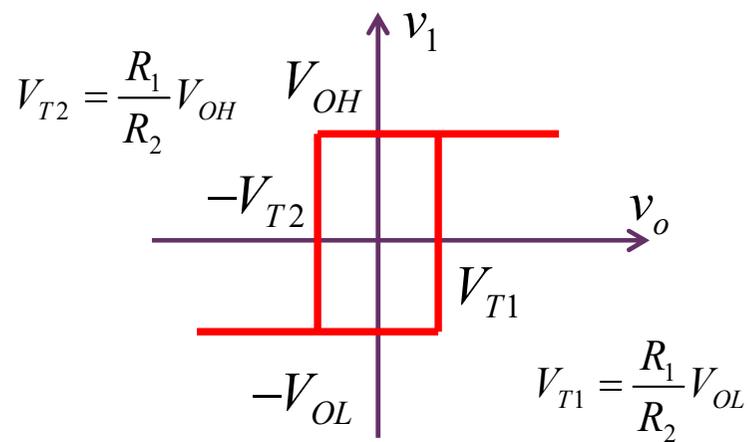
锯齿波原理



锯齿波发生器



正向充电和反向充电电流不同，所需时间不同



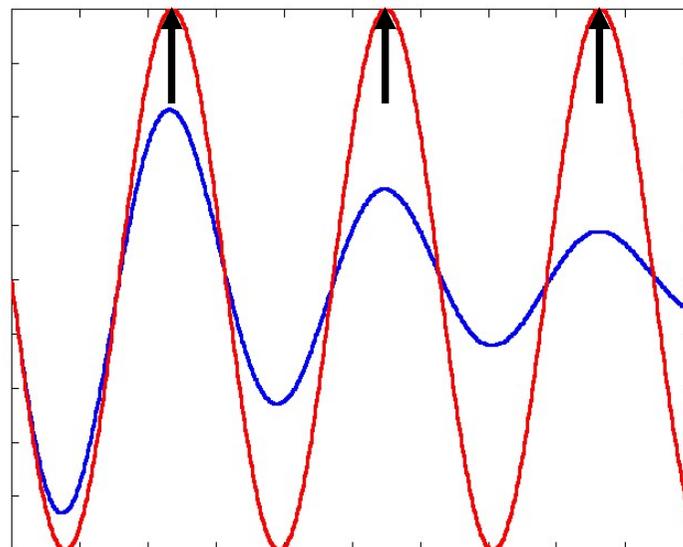
三、正弦振荡

■ 负阻原理

- 以LC谐振腔为主体，添加负阻器件（单端口器件）供能抵偿正阻耗能，两者完全抵偿，只剩下纯LC谐振腔，形成正弦振荡
 - 低Q值退化为张弛振荡

■ 正反馈原理

- 以放大器（二端口器件）为主体，在特定频点实现正反馈，导致该频率的信号越来越强，直至进入放大器非线性工作区，输出稳定正弦波：正反馈正弦振荡



正反馈振荡原理

正反馈原理

起振条件，平衡条件，稳定条件

分析例

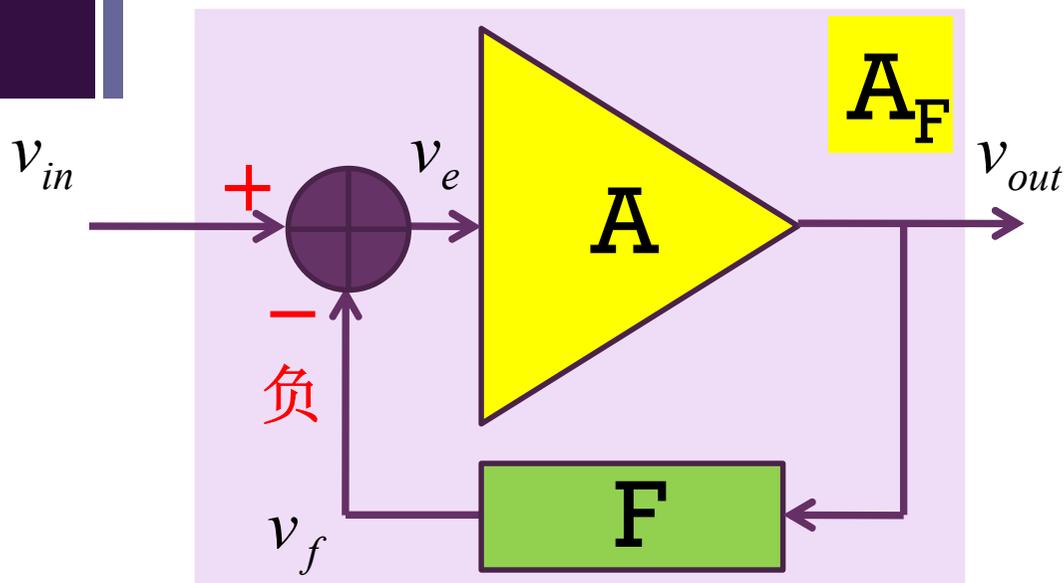
文氏电桥

RC移相

电容三点式

考毕兹电容三点式

负反馈回顾



$$v_e = v_{in} - F \cdot v_{out}$$

负反馈：从输出引回的信号和输入信号反相，环路增益足够大时，反馈支路的作用可以掩盖放大支路的作用

$$v_{out} = Av_e = A(v_{in} - F \cdot v_{out}) = Av_{in} - AFv_{out}$$

$$v_{out} = \frac{A}{1 + AF} v_{in}$$

$$AF \gg 1 \quad \approx \frac{1}{F} v_{in}$$

负反馈放大器：

- 1、增益下降
- 2、稳定性提高
- 3、线性度提高
- 4、带宽增加
- 5、...

负反馈放大器具有负反馈网络的优良特性：高稳定性，高线性，高带宽

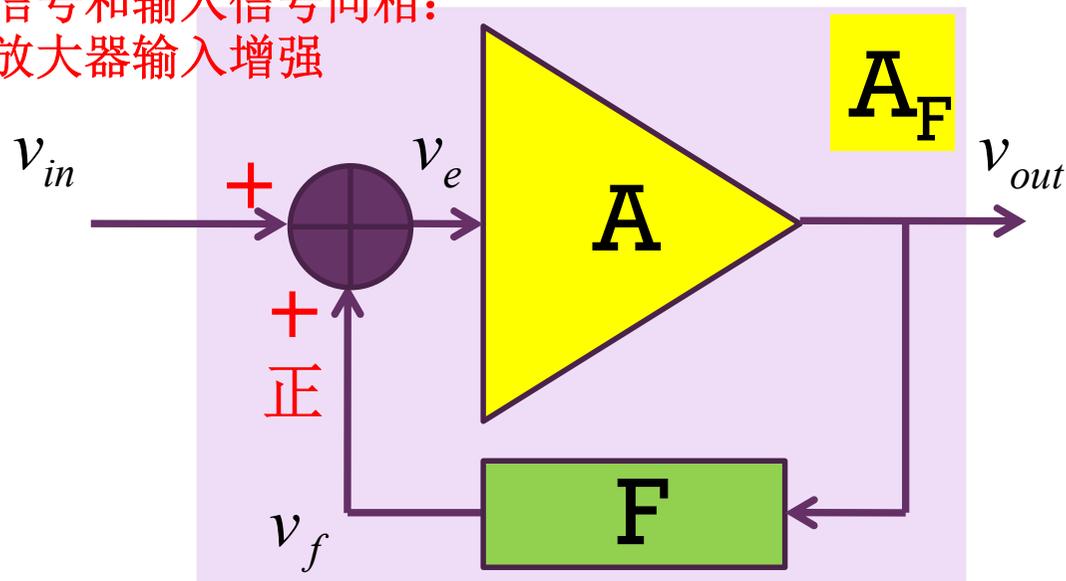
正反馈振荡

$$\begin{aligned} v_{out} &= Av_e \\ &= A(v_{in} + F \cdot v_{out}) \\ &= Av_{in} + AFv_{out} \end{aligned}$$

$$v_{out} = \frac{A}{1 - AF} v_{in}$$

$$AF = 1$$

正反馈：从输出引回的
信号和输入信号同相：
放大器输入增强



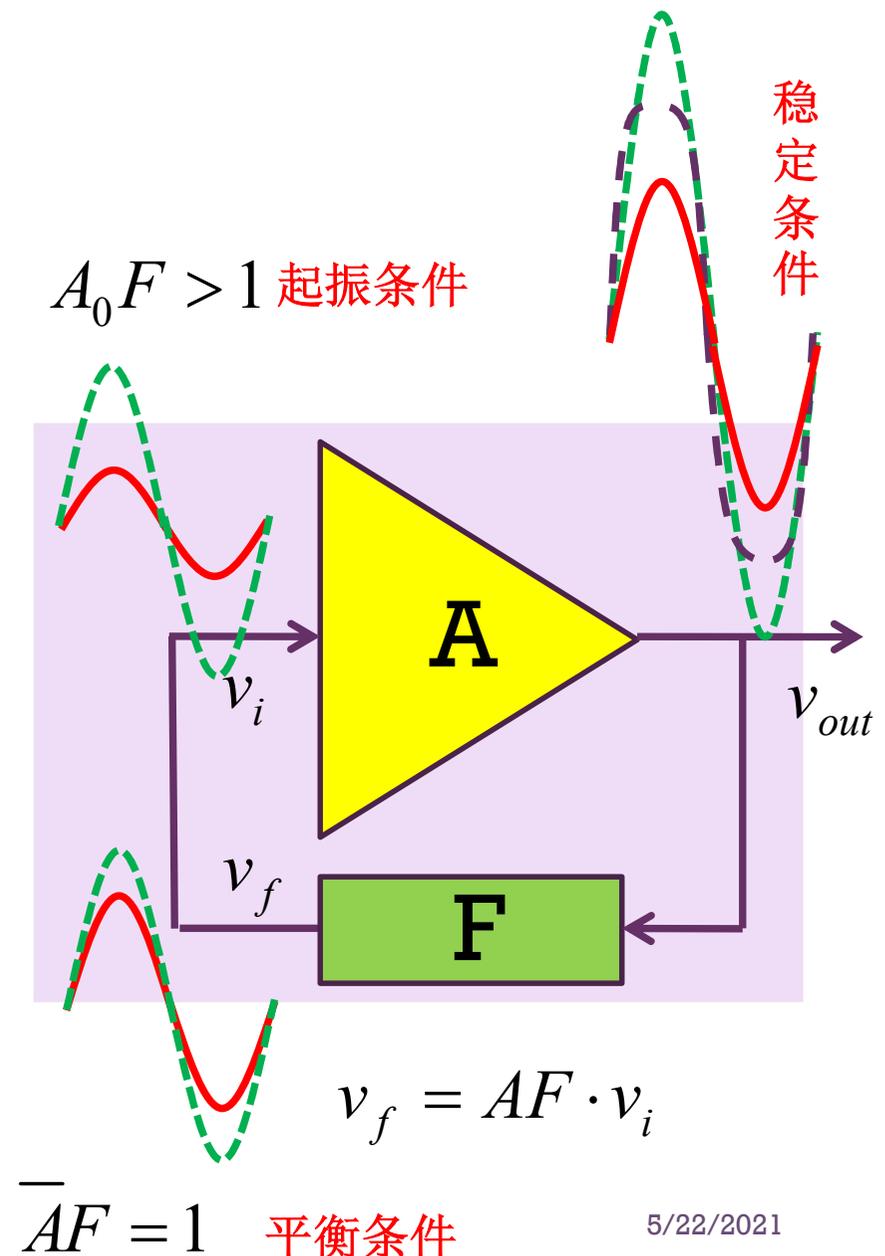
即使输入 v_{in} 为零，输出 v_{out} 也可以不为零：为什么？

假设放大器输入端有一正弦信号，正弦信号经放大器和反馈网络转一圈后，维持大小和相位不变，系统达到一种平衡状态

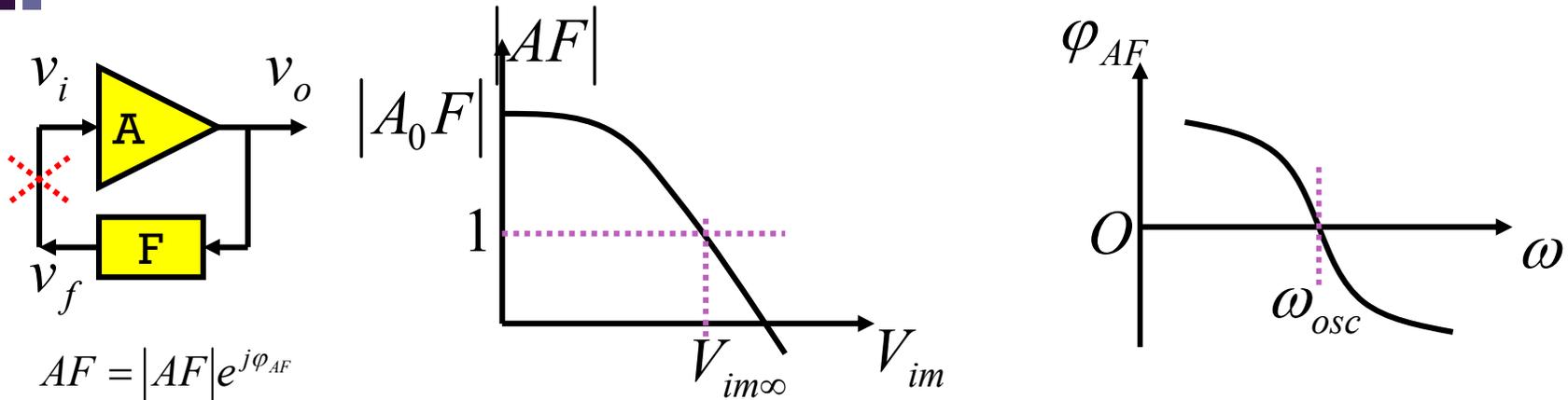
这恰好就是正反馈正弦波振荡器的平衡条件： **$AF=1$**

- 起始阶段，电路中的噪声做为初始激励，经反馈网络选频，导致特定频率信号在放大器输入端属正反馈关系，如果满足**起振条件** $AF > 1$ ，则该正弦信号将增幅振荡
- 随着振荡幅度增加，放大器必将进入非线性工作区，其准线性放大倍数必然下降，最终使得 $AF = 1$ ，振荡幅度不再继续增加
 - 只要 $AF = 1$ ，电路中的正弦波信号可以自行维持：**平衡条件**
 - 反馈网络具有选频作用，使得只有特定的频率 ω_{osc} 才能满足正反馈条件，从而只有这个特定的频率才能满足起振条件 $A_0 F(j\omega_{osc}) > 1$ 和平衡条件 $AF(j\omega_{osc}) = 1$ ，一般情况下，振荡频率由反馈网络决定
- 如果放大器放大倍数具有随着幅度增加单调下降特性，则可维持稳定的正弦输出
 - **稳定条件**

振荡条件

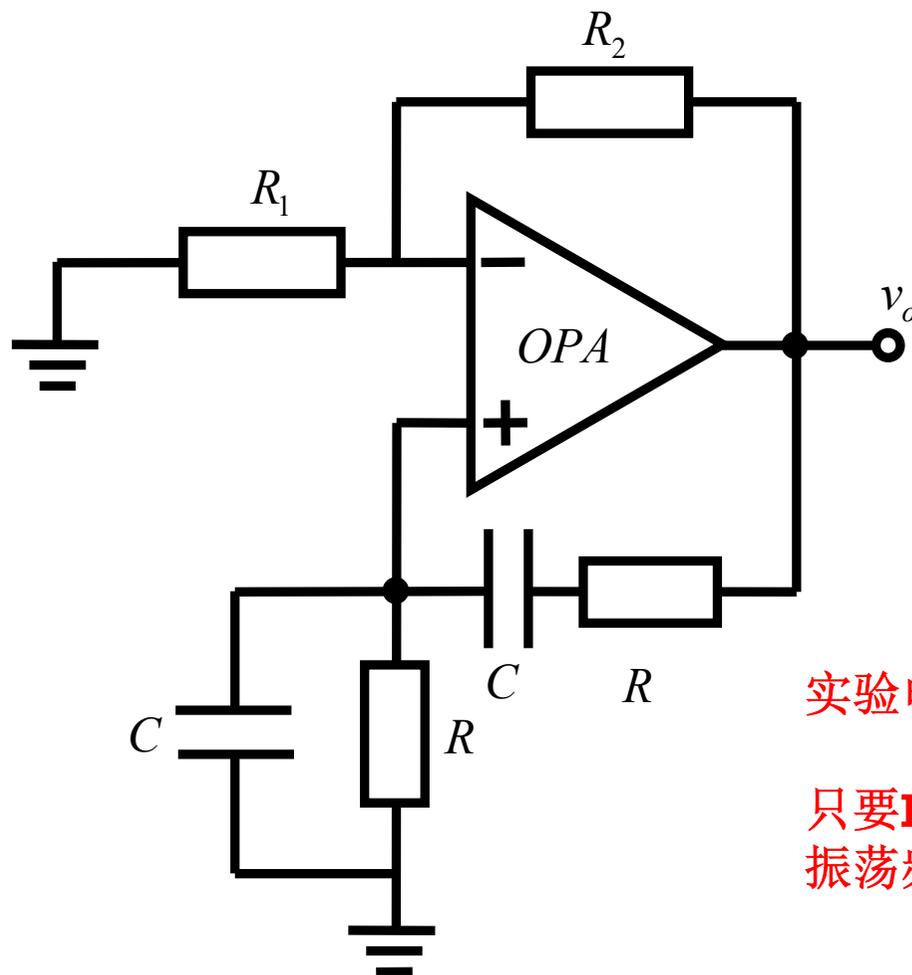


正反馈正弦振荡的振荡条件



	幅度条件	相位（频率）条件
起振条件	$ A_0F > 1$	$\varphi_{A_0F}(\omega_{osc}) = 0$ (正反馈条件)
平衡条件	$ \overline{AF} = 1$	$\varphi_{\overline{AF}}(\omega_{osc}) = 0$ (正反馈条件)
	$V_{im} = V_{im\infty}$ (平衡点)	$\omega = \omega_{osc}$ (平衡点)
稳定条件	$\left. \frac{\partial \overline{AF} }{\partial V_{im}} \right _{V_{im}=V_{im\infty}} < 0$	$\left. \frac{\partial \varphi_{\overline{AF}}}{\partial \omega} \right _{\omega=\omega_{osc}} < 0$
$T = \overline{AF} = \overline{AF} e^{j\varphi_{\overline{AF}}} = T e^{j\varphi_T}$		越陡峭越稳定

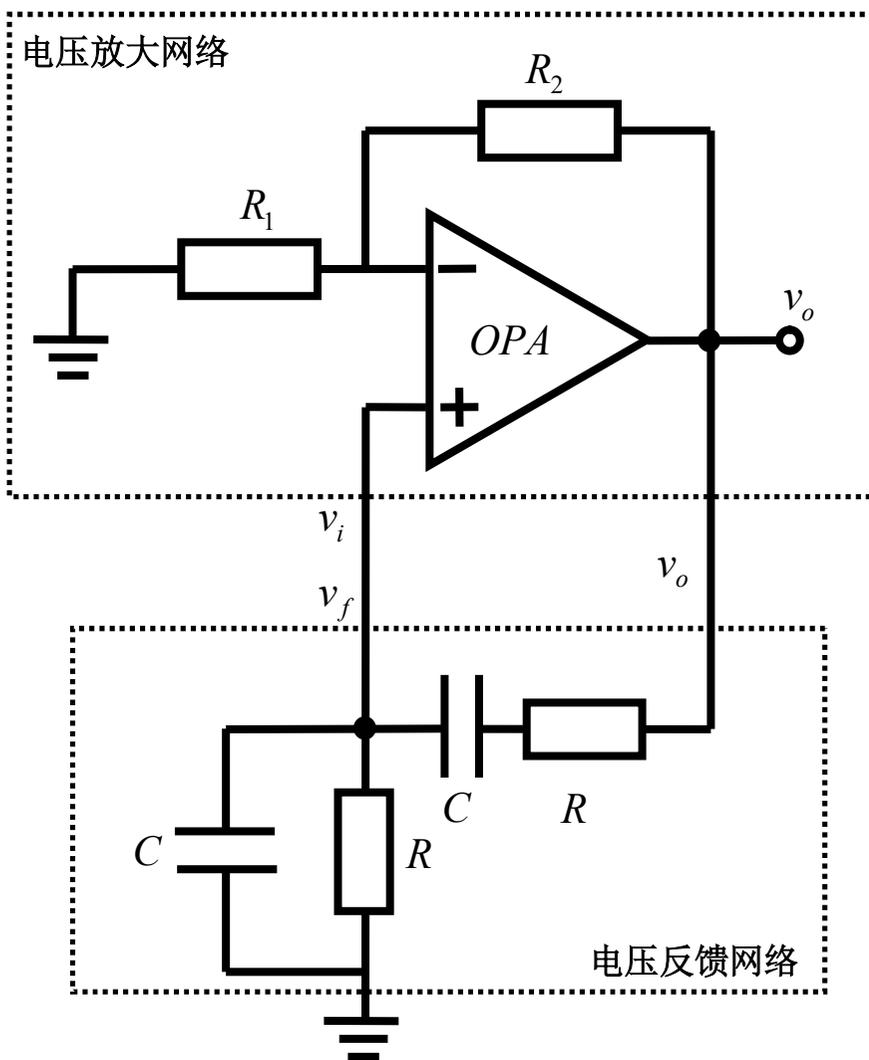
文氏电桥正弦振荡器



实验电路

只要 $R_2 > 2R_1$ ，则可形成正弦振荡：
振荡频率为 $f_0 = 1/(2\pi RC)$

放大网络与反馈网络的切分



同相电压放大器：接近理想
压控压源：输入电阻近似无
穷大，输出电阻近似零

$$A_0 = A_{v0} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

反馈网络为带通滤波器

$$F(j\omega) = \frac{\dot{V}_F}{\dot{V}_o} = \frac{R \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C} + R \parallel \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\stackrel{s=j\omega}{=} \frac{sRC}{s^2 R^2 C^2 + 3sRC + 1}$$

$$= \frac{1}{3} \frac{\frac{1}{Q} \frac{s}{\omega_0}}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q} \frac{s}{\omega_0} + 1}$$

将电路中的
理想受控源
划分为理想
放大器

其余的全部
归入反馈网
络

$$F_0 = \frac{1}{3}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3}$$

起振条件

$$\bar{A} = \begin{cases} A_{v0} = 1 + \frac{R_2}{R_1} & |V_{om}| < V_{sat} \\ \frac{\alpha}{V_{om}} = \frac{\alpha}{A_{v0}V_{im}} = \frac{\beta}{V_{im}} & |V_{om}| \gg V_{sat} \end{cases}$$

$$F(j\omega) = F_0 \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

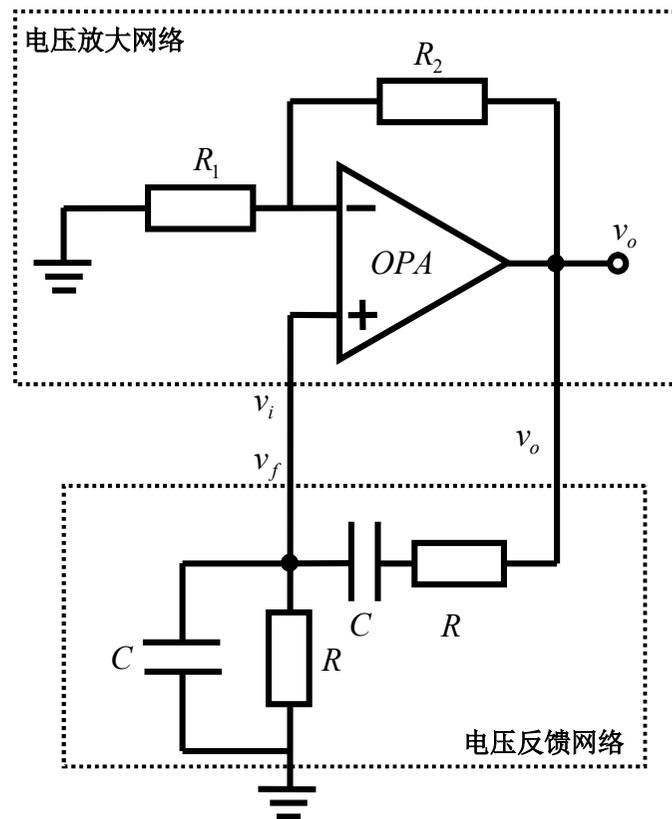
因为 $\varphi_{AF}(\omega_0) = 0$ 即在 $\omega = \omega_0$ 频点上满足正反馈条件（频率平衡条件）

故而振荡频率为 $\omega_{osc} = \omega_0 = \frac{1}{RC}$

由起振条件 $A_{v0}F(j\omega_0) > 1$ 得到 $\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{3} > 1$ 即调整电阻，使得

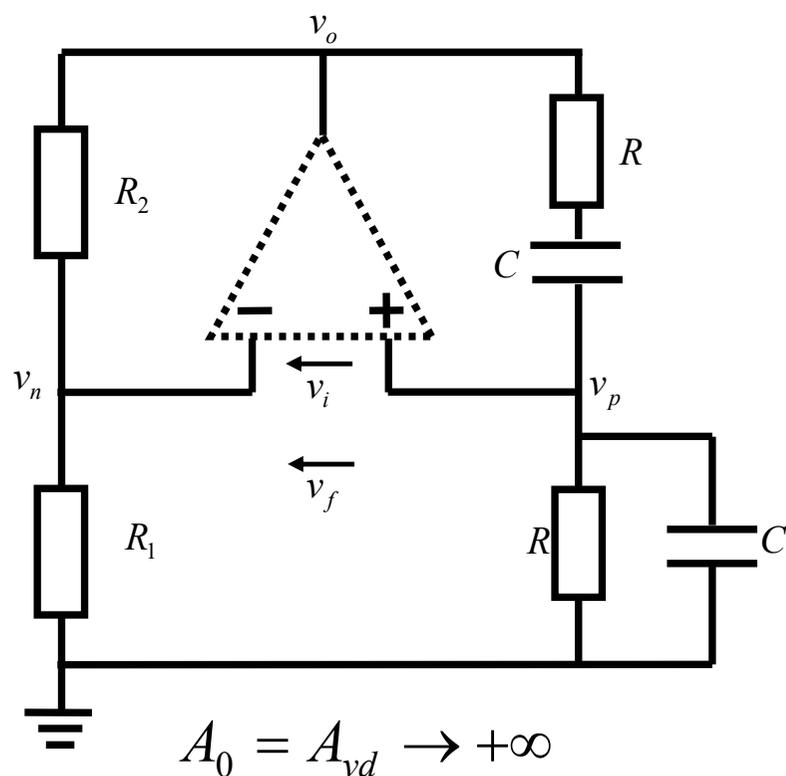
$$R_2 > 2R_1$$

则可振荡



如果振荡频率和准线性增益有关，则需把平衡条件代入获得最终振荡频率

放大网络与反馈网络的另外一种切分

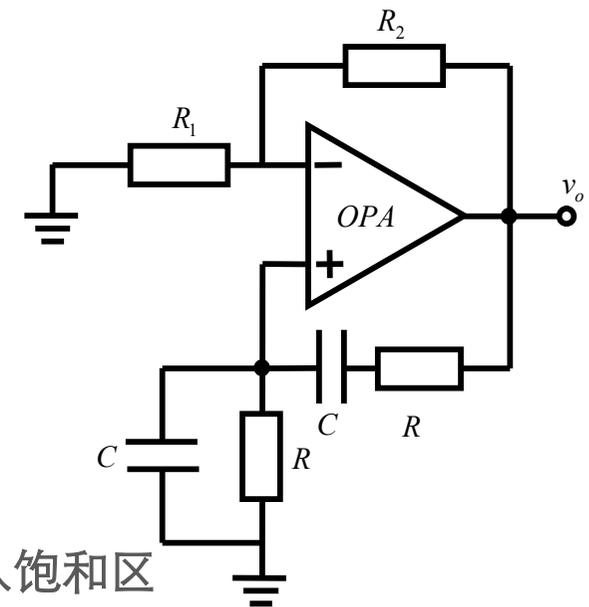


$$\begin{aligned}
 F(j\omega) &= \frac{\dot{V}_F}{\dot{V}_o} = \frac{\dot{V}_p - \dot{V}_n}{\dot{V}_o} \\
 &= \frac{R \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C} + R \parallel \frac{1}{j\omega C}} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\
 &= \frac{1}{3} \frac{\frac{1}{Q} \frac{s}{\omega_0}}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{1}{Q} \frac{s}{\omega_0} + 1} \Big|_{s=j\omega} - \frac{R_1}{R_1 + R_2}
 \end{aligned}$$

$$A_0 F(j\omega_0) > 1 \quad \Rightarrow \quad F(j\omega_0) > 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{3} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} > 0 \quad \Rightarrow \quad R_2 > 2R_1$$

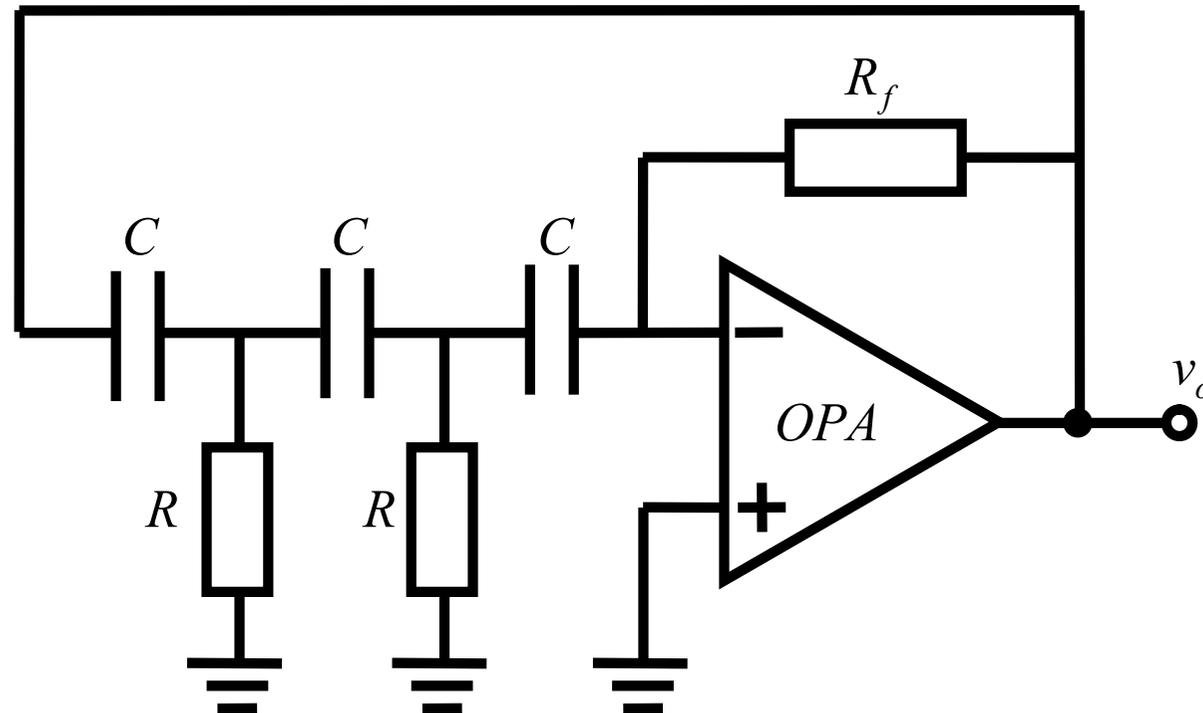
文氏电桥振荡器优缺点

- 优点：电路简单，容易调试
- 缺点：Q值太低，频率稳定度差
 - 但有提高正弦波形纯度的方法：尽量避免运放进入饱和区
 - 措施：令 R_2 微微大于 $2R_1$
 - 稳幅措施：引入负反馈
 - 如可令 R_2 电阻为负温度系数电阻。在满足起振条件前提下，随着振荡幅度的增加， R_2 上消耗的能量将增加，于是 R_2 温度上升，由于是负温度系数电阻， R_2 阻值将变小，当 R_2 阻值随温度增加变小到等于 $2R_1$ 时，满足平衡条件，如果此时正弦振荡幅度尚未脱离运放的线性区， $V_{om} < V_{sat}$ ，输出频谱纯度更高（谐波分量少）



$$Q = \frac{1}{3}$$

RC移相正弦振荡器

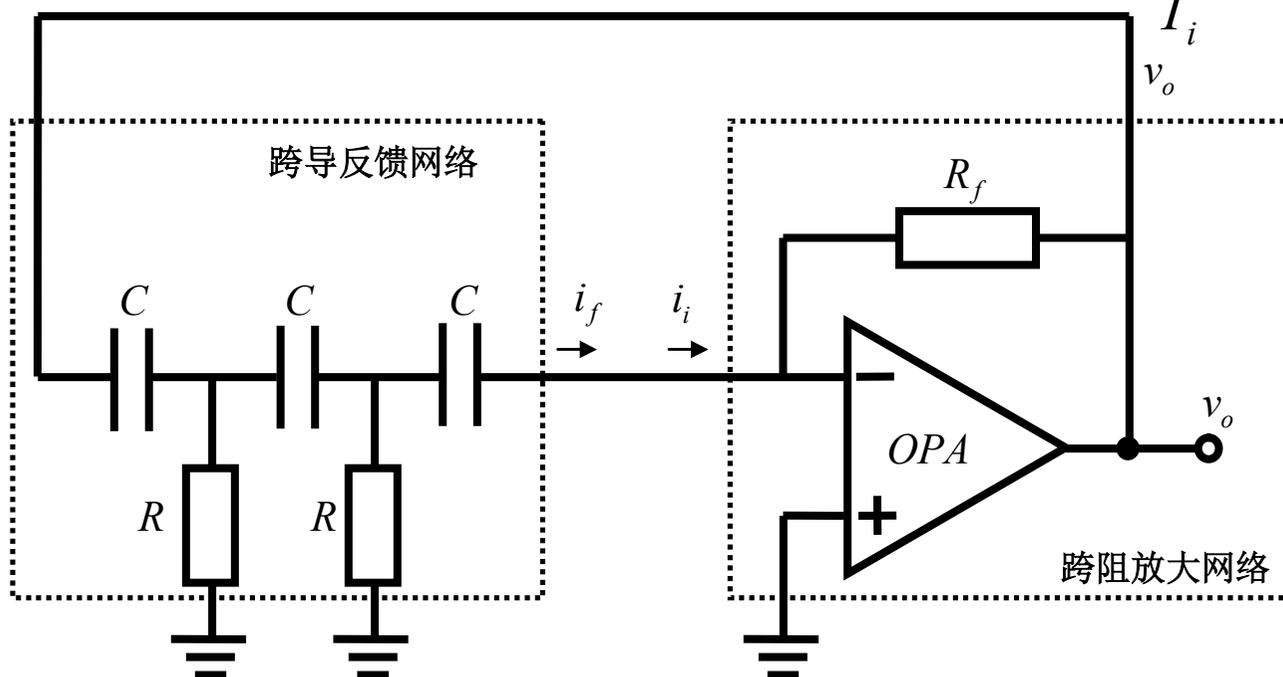


一个电容最多移相 90° ，两个电容最多移相 180° ，三个电容则肯定可移相超过 180° ，在特定频点上，阻容反馈网络移相 180° ，反相放大器移相 180° ，构成闭合共移相 360° ，则可形成正反馈通路

放大网络与反馈网络的切分

$$F = \frac{\dot{I}_f}{\dot{V}_o} = ?$$

$$A_0 = \frac{\dot{V}_o}{\dot{I}_i} = R_m = -R_f$$

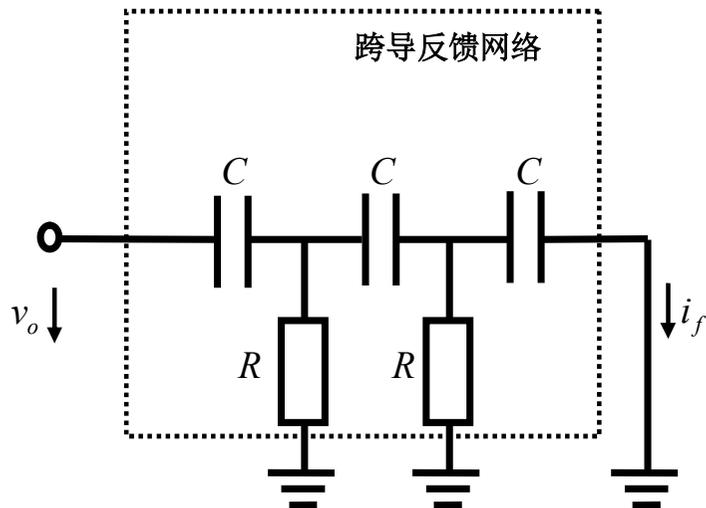


跨导反馈网络：将放大器输出电压转化为反馈电流

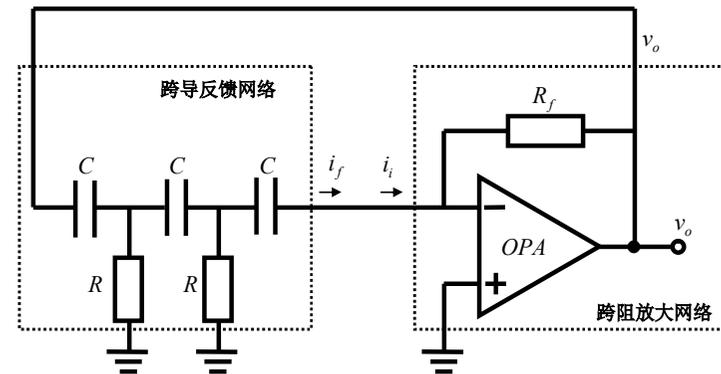
跨阻放大网络：将输入电流转化为输出电压

构成闭环：反馈电流就是跨阻放大器输入电流

跨导反馈系数

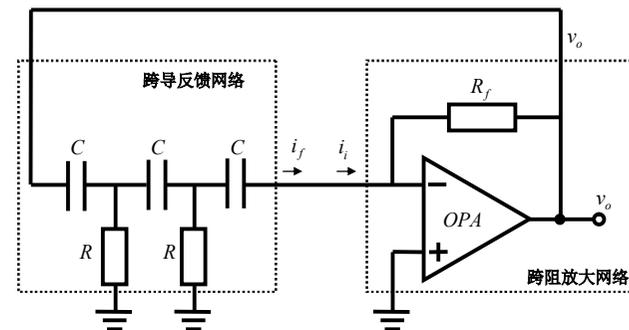


$$\begin{aligned}
 F(j\omega) &= G_f = \frac{1}{B} \\
 s=j\omega & \\
 &= \frac{sC}{\left(\frac{1}{sRC}\right)^2 + \frac{4}{sRC} + 3} \\
 &= \frac{sC \cdot (sRC)^2}{3s^2 R^2 C^2 + 4sRC + 1}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \mathbf{ABCD} &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{sRC} & \frac{1}{sC} \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{sRC} & \frac{1}{sC} \\ \frac{1}{R} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{sRC}\right)^2 + \frac{3}{sRC} + 1 & \left(2 + \frac{1}{sRC}\right) \frac{1}{sC} \\ \left(2 + \frac{1}{sRC}\right) \frac{1}{R} & 1 + \frac{1}{sRC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{sC} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} * & \left(\left(\frac{1}{sRC}\right)^2 + \frac{4}{sRC} + 3\right) \frac{1}{sC} \\ * & * \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

起振条件



$$T_0 = A_0 F = -R_f \cdot \frac{sC \cdot (sRC)^2}{3s^2 R^2 C^2 + 4sRC + 1} \Big|_{s=j\omega} = R_f \cdot \frac{j\omega C \cdot (\omega RC)^2}{(1 - 3\omega^2 R^2 C^2) + 4j\omega RC} = |T_0(\omega)| e^{j\varphi_T(\omega)}$$

$$|T_0(\omega)| = \frac{R_f}{R} \frac{(\omega RC)^3}{\sqrt{1 + 10(\omega RC)^2 + 9(\omega RC)^4}}$$

$$\varphi_T(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{4\omega RC}{1 - 3\omega^2 R^2 C^2}$$

正反馈条件（频率平衡条件）

起振条件（幅度平衡条件）

$$T_0 = A_0 F(j\omega_{osc}) = \frac{1}{12} \frac{R_f}{R} > 1$$

$$R_f > 12R$$

$$\varphi_T(\omega)_{\omega=\omega_{osc}} = 0$$

$$\omega_{osc} = \frac{1}{\sqrt{3}RC} = \frac{0.577}{RC}$$

调整运放负反馈电阻 R_f ，使其满足该条件，则可在 f_{osc} 频点发生正弦振荡

RC正弦波振荡器的通病

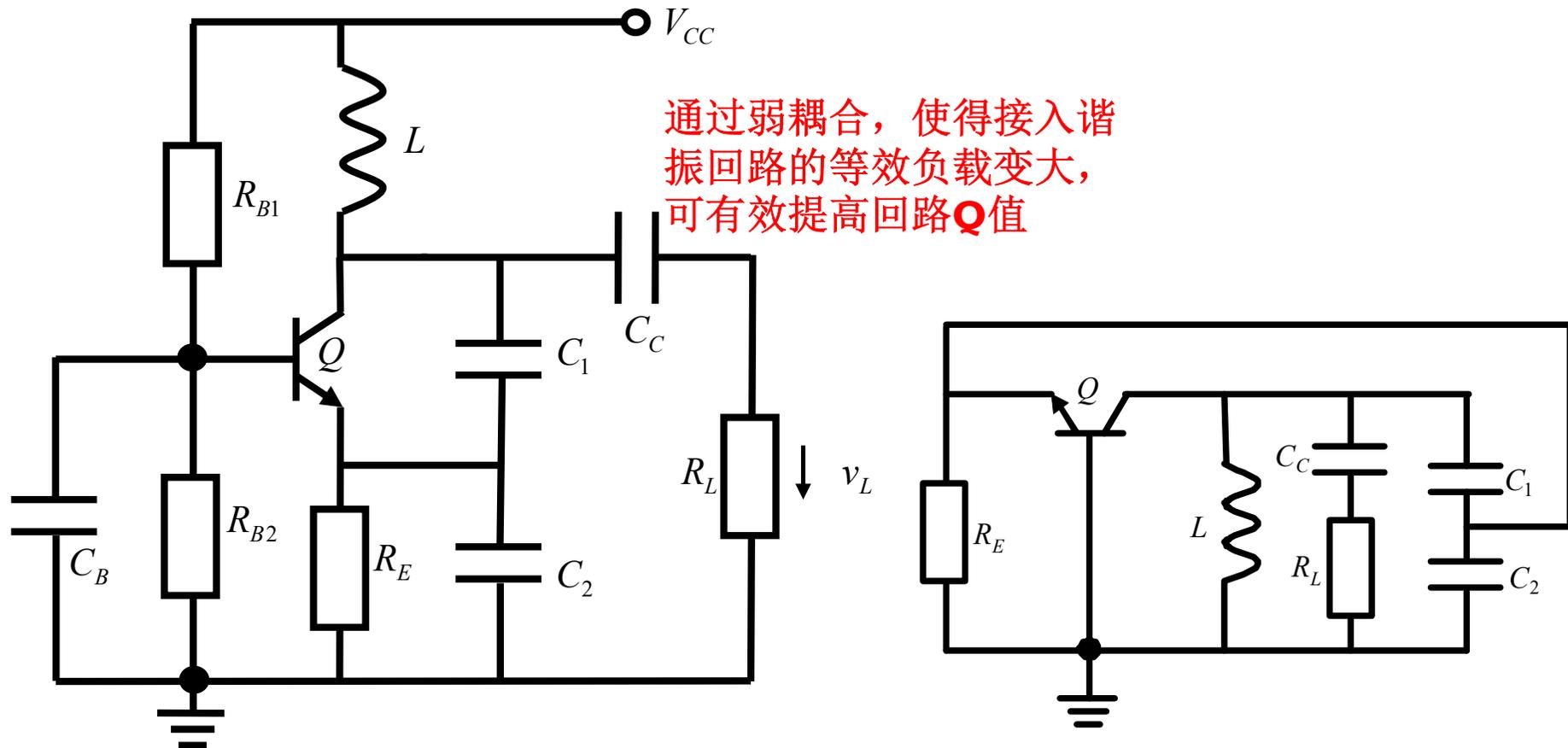
- RC选频网络作反馈网络不可能获得高Q值，因而频率稳定性不高
 - RC正弦波振荡器的频率稳定度在 10^{-3} 量级以下

- 为了获得高Q值，需要LC谐振腔做为选频网络
 - LC正弦波振荡器的频率稳定度在 10^{-4} ~ 10^{-5} 量级
 - 采用高Q值的固体谐振腔，如石英晶体，其正弦波振荡的频率稳定度可高达 10^{-6} 以上

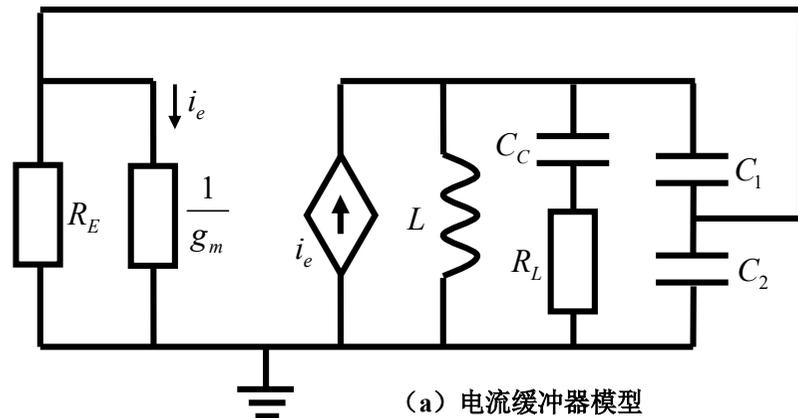
$$\begin{aligned}
 A_0 F(j\omega) &= -\frac{R_f}{3} \frac{s^3 C}{s^2 + \frac{4}{3} \frac{1}{RC} s + \frac{1}{3R^2 C^2}} \\
 &= -\frac{1}{3} \frac{s^2 \cdot (sR_f C)}{s^2 + \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{s}{\sqrt{3}RC} + \left(\frac{1}{\sqrt{3}RC}\right)^2}
 \end{aligned}$$

$$Q(\omega_0) = \frac{\sqrt{3}}{4} = 0.433$$

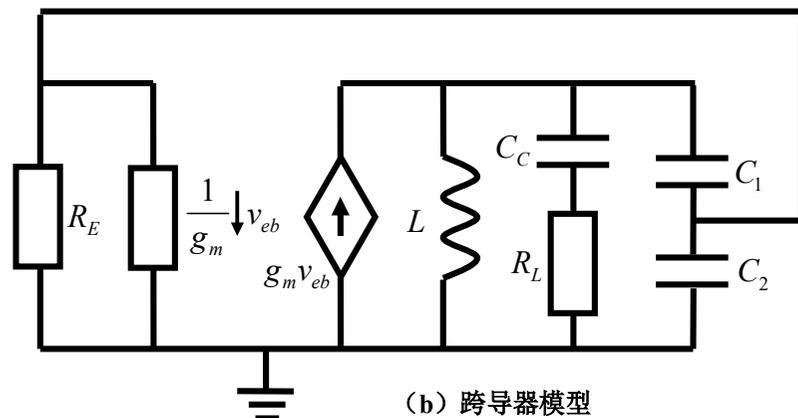
三点式正弦波振荡器



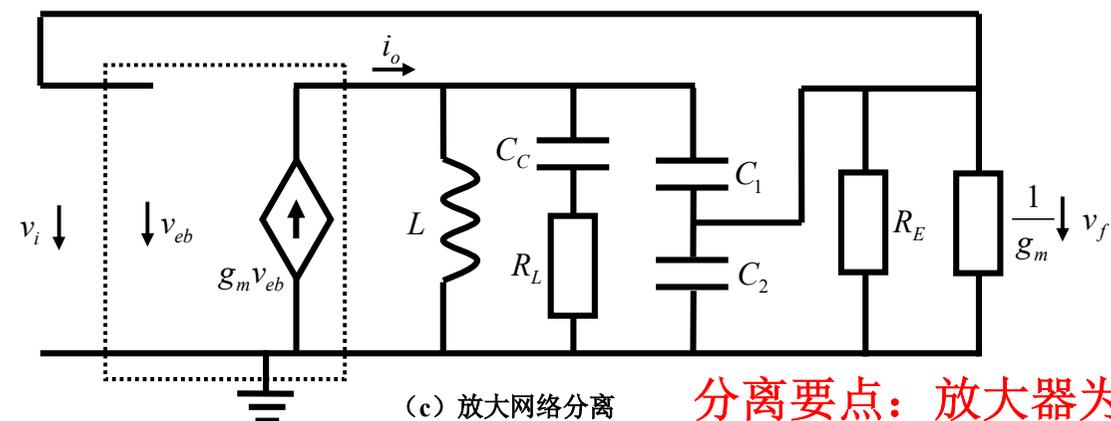
放大网络与反馈网络的切分



共基组态晶体管为电流缓冲器



转换为跨导器模型便于分析

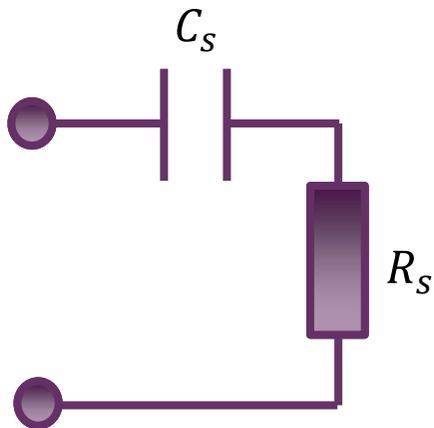


四阶系统，
分析困难

分离要点：放大器为理想受控源
剩下的全部做为反馈网络的一部分

简化分析1: RC串并联转换

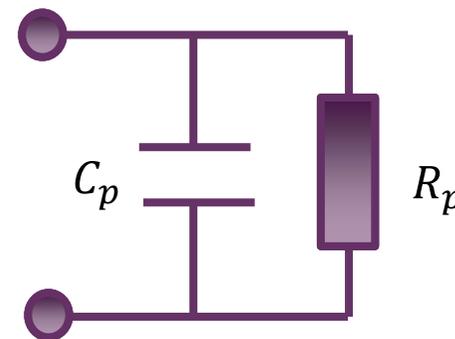
并大串小Q相等



$$Q = \frac{\text{串联电抗}}{\text{串联电阻}} = \frac{\frac{1}{\omega C_s}}{R_s} = \frac{1}{\omega R_s C_s}$$

$$Q = \frac{\text{并联电纳}}{\text{并联电导}} = \frac{\omega C_p}{G_p} = \omega R_p C_p$$

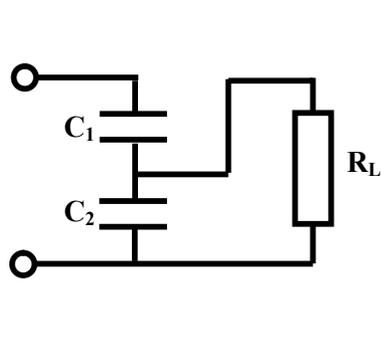
$$Q = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1}$$



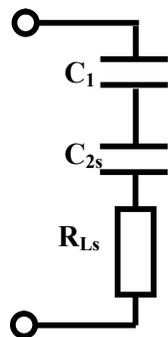
$$R_p = (Q^2 + 1)R_s \stackrel{Q \gg 1}{\approx} Q^2 R_s \gg R_s$$

$$C_p = \frac{Q}{\omega R_p} = \frac{Q C_s}{\omega (Q^2 + 1) R_s C_s} = \frac{Q^2 C_s}{(Q^2 + 1)} \stackrel{Q \gg 1}{\approx} C_s$$

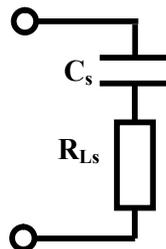
简化分析2：电容部分接入



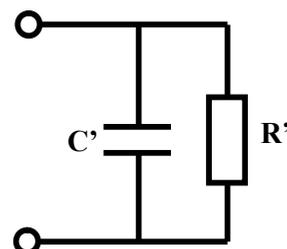
(a) 部分接入



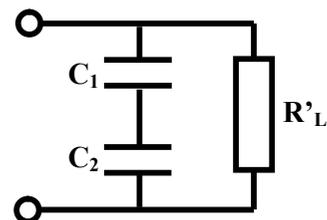
(b) 并转串



(c) 合并



(d) 串转并



(e) 全接入等效

$$R_L \gg \frac{1}{\omega_0 C_2}$$

$$C' \approx C_1 \text{串} C_2$$

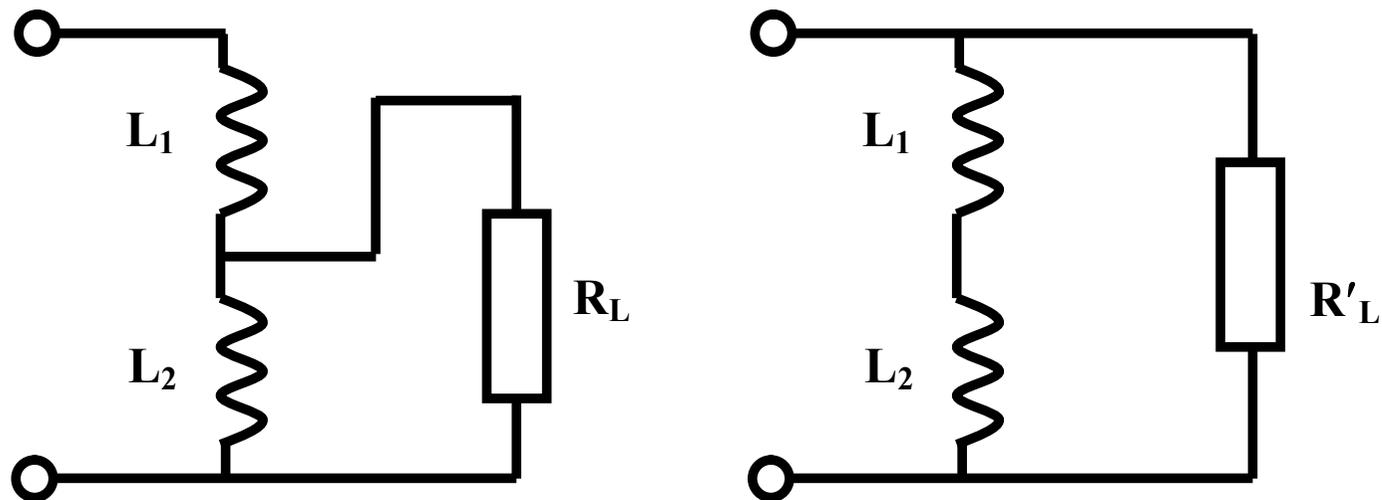
$$p = \frac{V_L}{V'_L} \approx \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$Q = \omega_0 C_2 R_L \gg 1$$

$$R'_L = \frac{R_L}{p^2}$$

接入系数
近似等于分压系数

电感部分接入



$$R_L \gg \omega_0 L_2 \quad Q = \frac{R_L}{\omega_0 L_2} \gg 1$$

$$\dot{V}_L \approx \frac{j\omega_0 L_2}{j\omega_0 L_1 + j\omega_0 L_2} \dot{V}'_L = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \dot{V}'_L = p \dot{V}'_L$$

$$\frac{1}{2} \frac{|\dot{V}_L|^2}{R_L} = \frac{1}{2} \frac{|\dot{V}'_L|^2}{R'_L} \approx \frac{1}{2} \frac{|\dot{V}_L|^2}{p^2 R'_L} \quad R'_L = \frac{R_L}{p^2}$$

反馈网络简化

$$R_e = R_E \parallel \frac{1}{g_m}$$

$$p = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$Q_C = \frac{1}{\omega_0 R_L C_C} \gg 1$$

$$R'_L = (1 + Q_C^2) R_L \approx Q_C^2 R_L$$

$$C'_C = \frac{C_C}{1 + Q_C^{-2}} \approx C_C$$

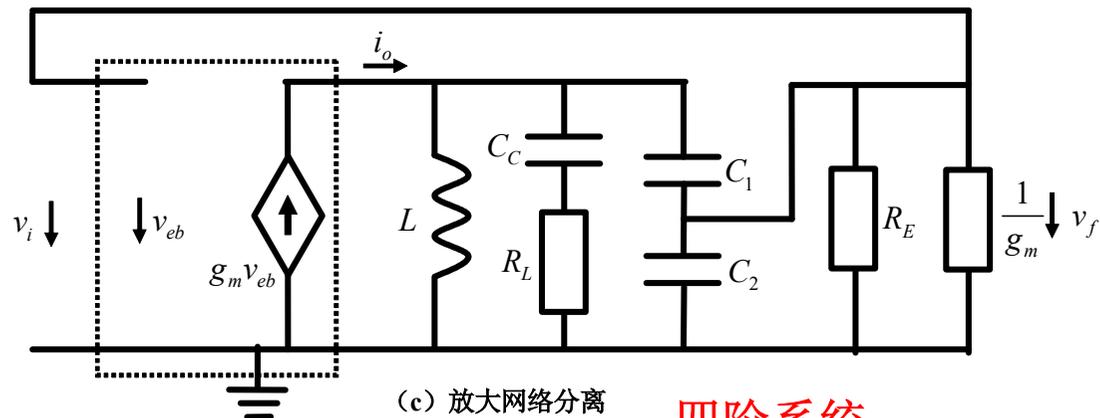
$$R_{pL} = Q_0 \omega_0 L$$

$$R_p = R_{pL} \parallel R'_L \parallel \frac{R_E}{p^2}$$

$$= \frac{1}{G_{pL} + \frac{1}{Q_C^2} G_L + p^2 G_E}$$

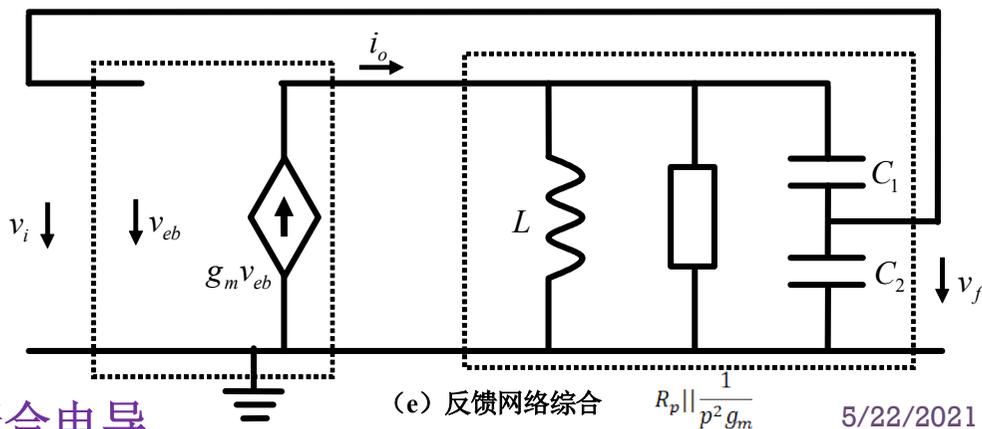
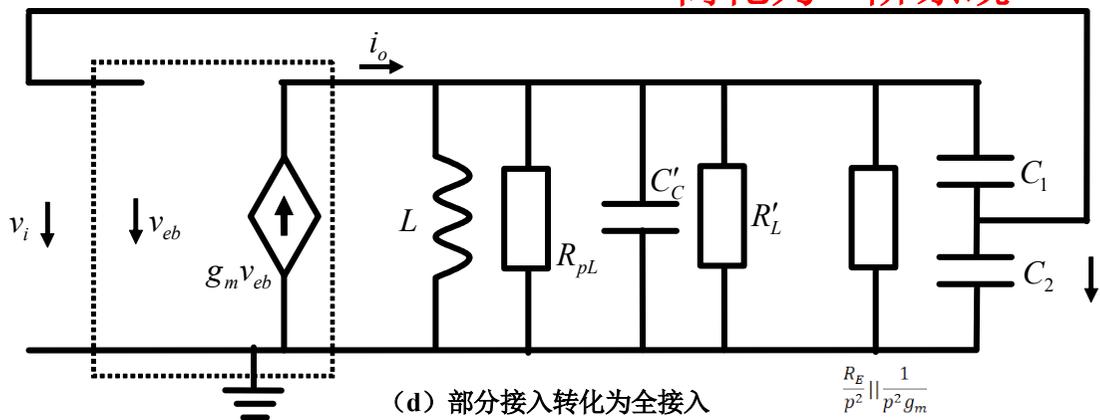
$$= \frac{1}{G_p}$$

电路中所有损耗折合电导

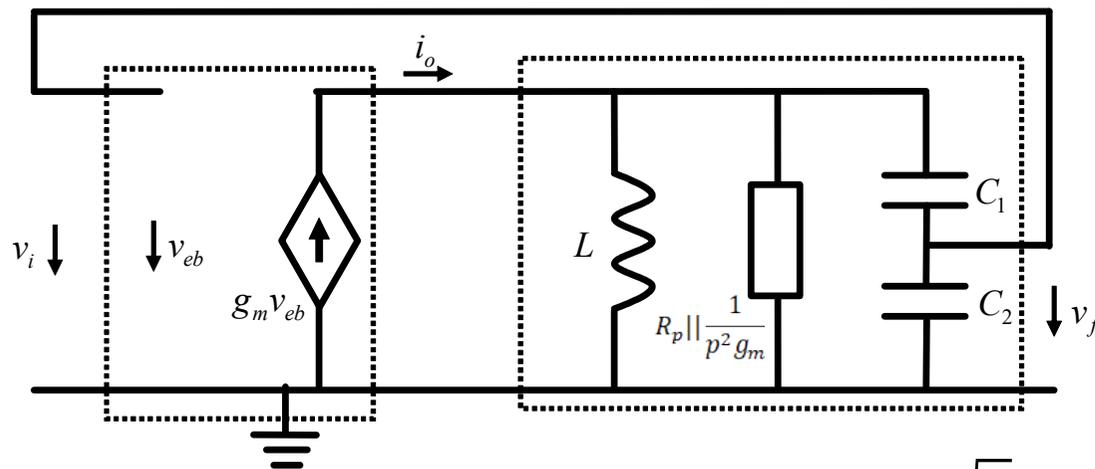


四阶系统

简化为二阶系统



5/22/2021



$$R'_p = R_p \parallel \frac{1}{p^2 g_m}$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$A_0 = \frac{\dot{I}_o}{\dot{V}_i} = g_m$$

$$Q = R'_p \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$F = \frac{\dot{V}_f}{\dot{I}_o} \approx p \frac{\dot{V}'_L}{\dot{I}_o} = p \cdot \left(R'_p \parallel |j\omega L| \parallel \frac{1}{j\omega C} \right) = p \frac{R'_p}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$T_0 = A_0 F = p g_m \frac{R'_p}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

$$\varphi_{T_0}(\omega_{osc}) = 0 \Rightarrow \omega_{osc} = \omega_0$$

正反馈条件（频率平衡条件）
决定振荡频率

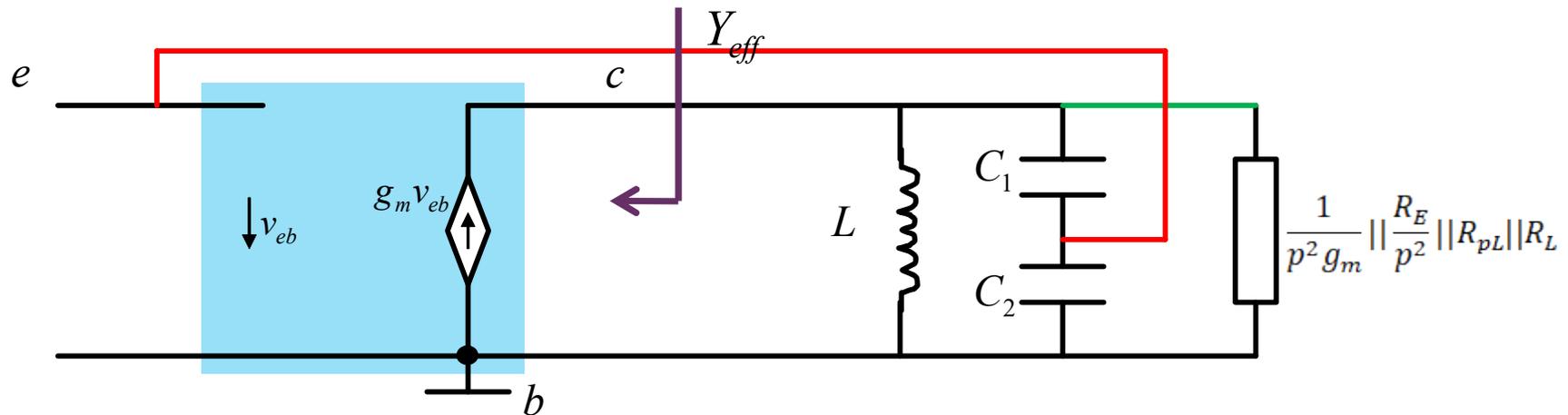
$$|T_0(j\omega_{osc})| = |A_0 F| > 1 \Rightarrow p g_m > G'_p = p^2 g_m + G_p$$

$$g_m > \frac{G_p}{p(1-p)}$$

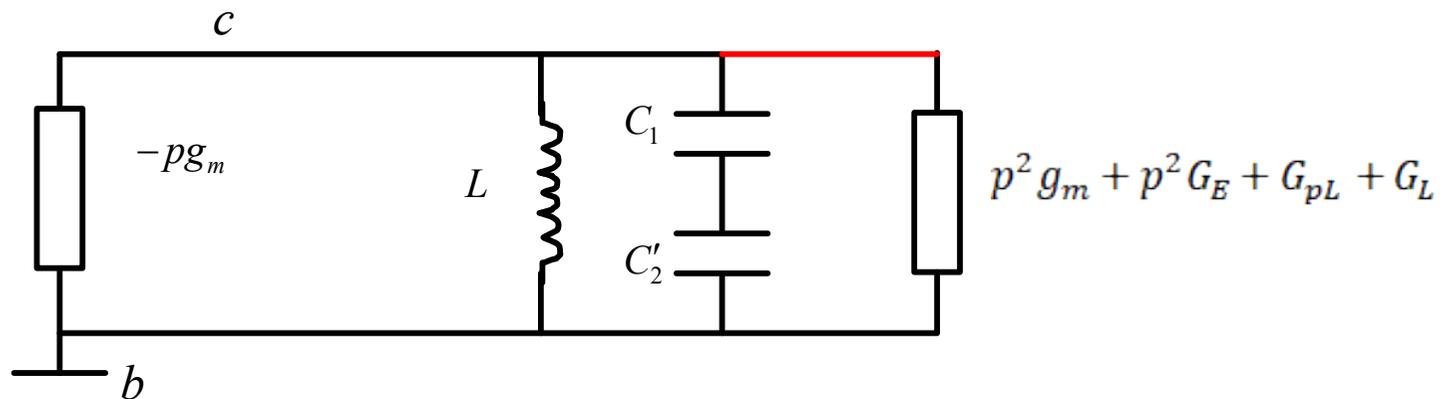
起振条件

起振条件

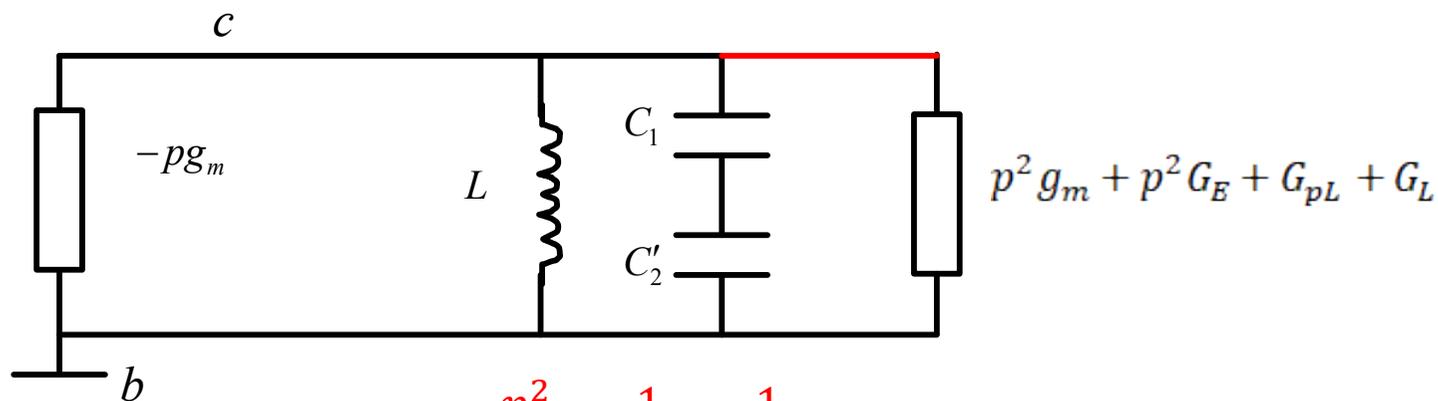
负阻原理同样可以解释LC振荡



$$Y_{eff} = \frac{i_{test}}{v_{test}} = \frac{-i_1}{v_{cb}} = \frac{-g_m v_{eb}}{v_{cb}} = -g_m \frac{v_{eb}}{v_{cb}} = -p g_m$$



起振条件完全相同

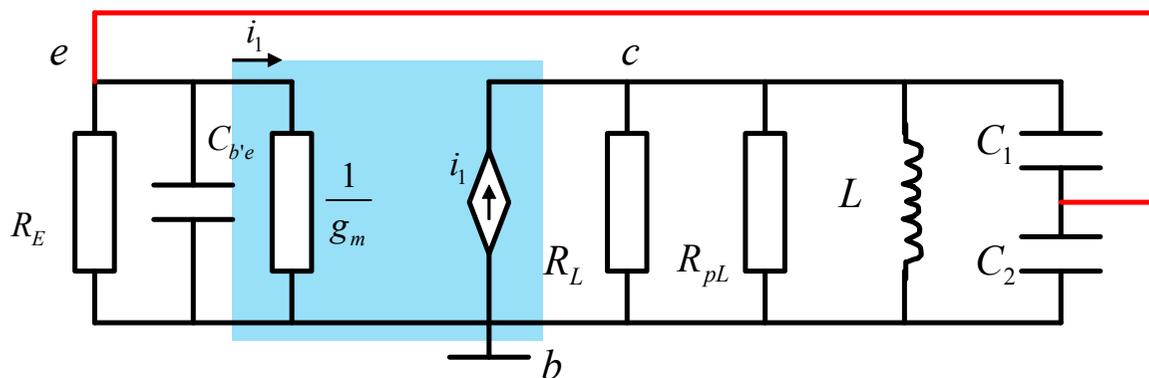


$$pg_m > p^2 g_m + \frac{p^2}{R_E} + \frac{1}{R_{pL}} + \frac{1}{R_L} = p^2 g_m + G_p$$

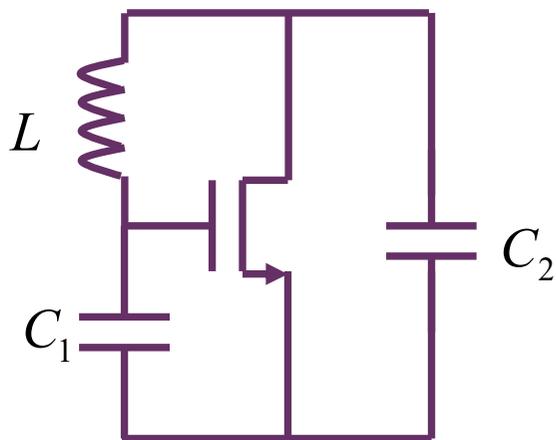
$$g_m > \frac{G_p}{p(1-p)}$$

G_p : 电路中所有损耗折合的等效电导

物理意义明确：跨导必须足够大，足以抵偿电路损耗等效电导



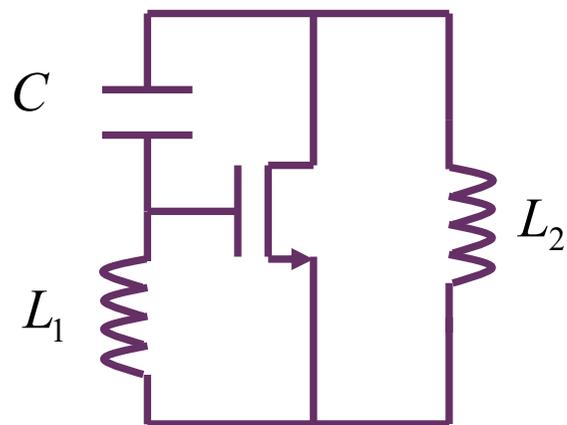
三点式振荡器



电容三点式
考毕兹振荡器
Colpitts Oscillator

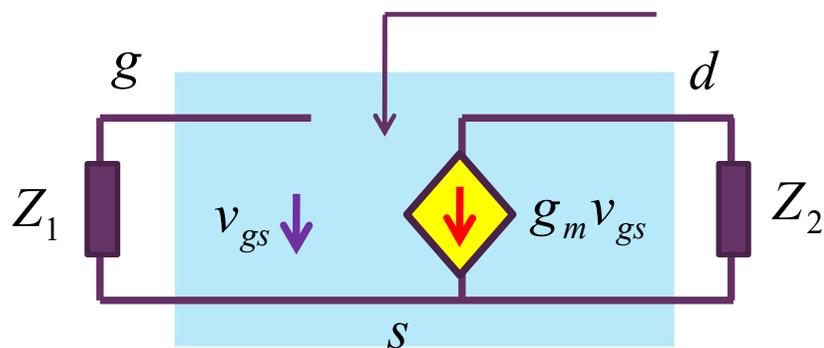
考毕兹振荡器哈特莱振荡器统称为三点式振荡器：所谓三点式，就是三个电抗元件分别接在晶体管的三个极间

三点式振荡器的最大特征是：和源极（发射极）相连的两个电抗元件是同属性的，同为容性或同为感性，第三个电抗元件反属性：振荡和参考地无关，只和结构有关



电感三点式
哈特莱振荡器
Hartley Oscillator

三点式结构和地无关



理想晶体管模型：理想压控流源

$$Z_{in} = Z_1 \langle g_m \rangle Z_2 = Z_1 + Z_2 + g_m Z_1 Z_2$$

$$Z_1 = j\omega L_1$$

$$Z_2 = j\omega L_2$$

$$g_m Z_1 Z_2 = -g_m \omega^2 L_1 L_2$$

等效串联负阻

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1}$$

$$Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$$

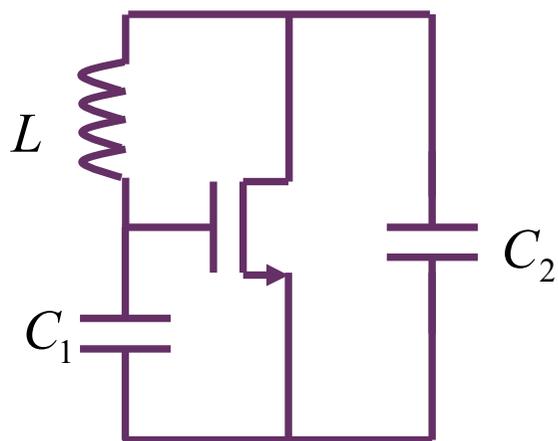
$$g_m Z_1 Z_2 = -\frac{g_m}{\omega^2 C_1 C_2}$$

等效串联负阻

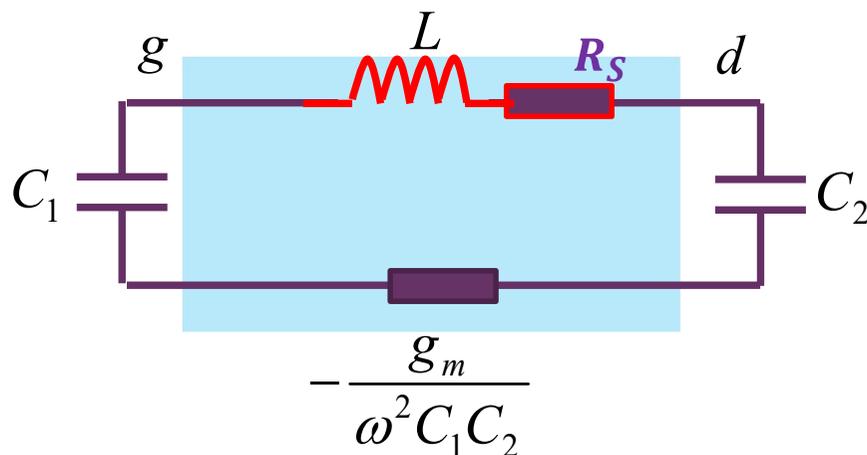
电容三点式：考比兹振荡器

Colpitts Oscillator

电路中所有损耗折合串联电阻



考毕兹振荡器



$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}$$

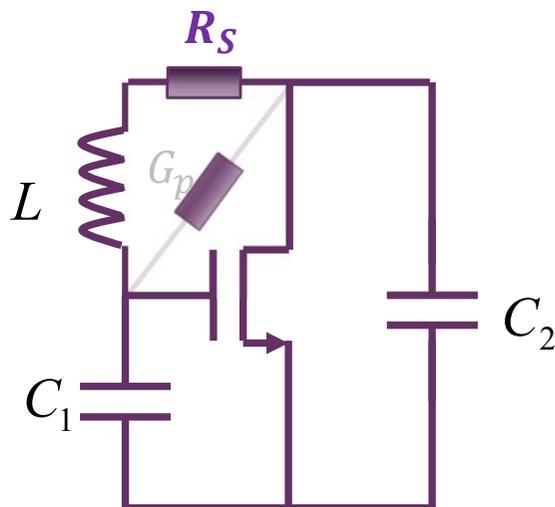
振荡频率

$$\frac{g_m}{\omega_0^2 C_1 C_2} > R_S$$

起振条件

起振条件并无区别

电路中所有损耗折合串联电阻



考毕兹振荡器

同一个谐振腔，等效为串联谐振腔，也可等效为并联谐振腔

$$\frac{Z_0}{R_S} = Q = \frac{Y_0}{G_p} = \frac{R_p}{Z_0}$$

电路中所有
损耗折合串
联电阻

电路中所有
损耗折合并
联电导

$$\frac{g_m}{\omega_0^2 C_1 C_2} > R_S$$

$$g_m > \omega_0^2 C_1 C_2 R_S = \frac{C_1 C_2 R_S}{LC}$$

$$= \frac{C_1 C_2 R_S}{C^2 \frac{L}{C}} = \frac{C_1 C_2 R_S}{\left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)^2 Z_0^2}$$

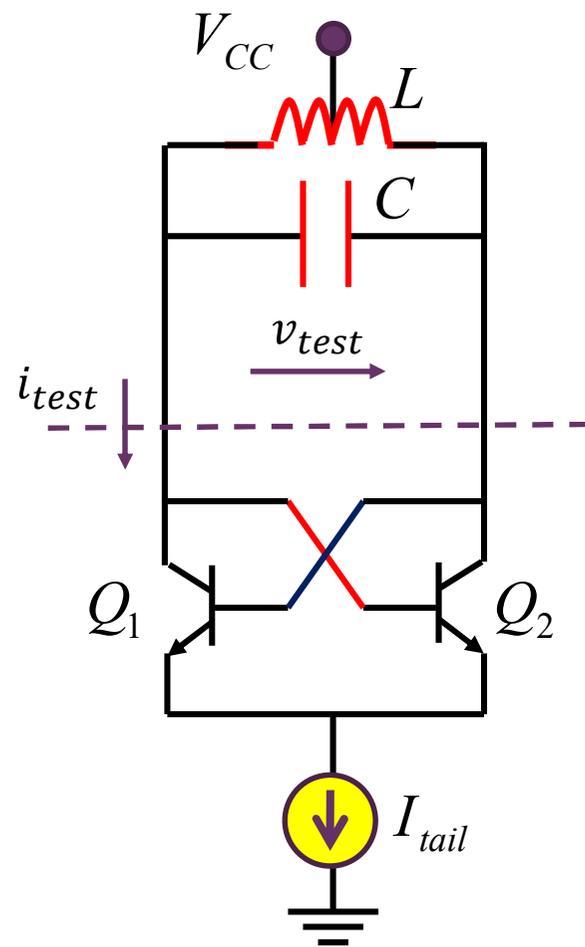
$$= \frac{1}{\frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)^2}} G_p = \frac{G_p}{p(1-p)}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}}$$

同一个电路，用正反馈原理，负阻原理（串联LC谐振腔或并联LC谐振腔），结论一致

正反馈振荡器分析要点

- 把环路中的理想受控源单独抽取出来作为放大网络，剩下的都作为反馈网络处理
 - 分别求放大倍数和反馈系数，求环路增益，由相位条件确定振荡频率，由幅度条件确定起振条件，如果振荡频率和增益有关，把满足平衡条件的增益代入获得最终振荡频率
- 能用正反馈原理分析的就不用负阻原理，但是如果用正反馈原理分析困难的，可采用负阻原理或者直接从电路方程的负阻尼要求入手进行起振条件分析



$$i_{test} = -g_{m0}(0.5v_{test})$$

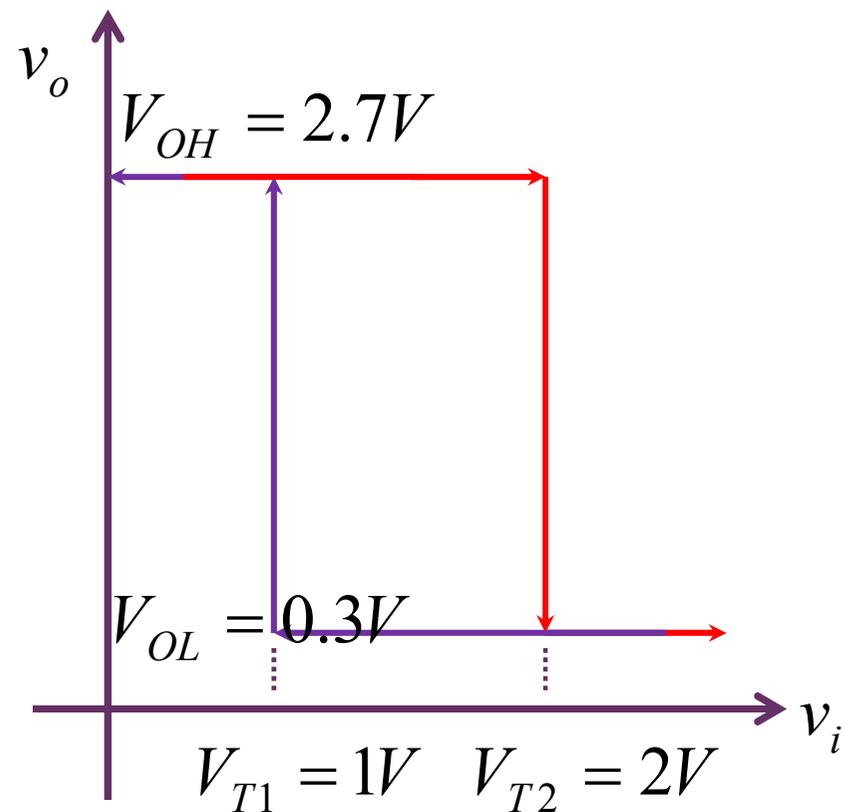
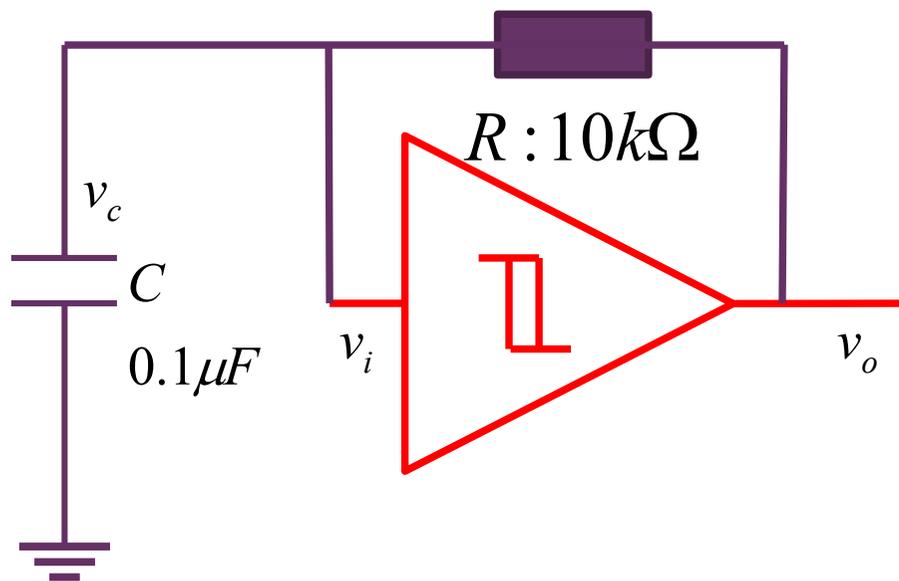
$$0.5g_{m0} > G_L + G_{pL} + 0.5g_{be} + 0.5g_{ce}$$

小结

- 从负阻的角度理解，要想形成振荡，电路必然属发散系统，因而和动态元件连接的非线性器件在其直流工作点位置的等效微分电阻必须是负阻，且该负阻效应必须强于正阻效应，即负阻供能必须强于正阻耗能，才能由噪声自动激发动态元件，使其状态变量随时间增加其幅度是增长的，从而能够自激振荡起来
 - 工作在负阻区的S型负阻串接入串联LC谐振腔，N型负阻并接入并联LC谐振腔，只要确保高Q值条件，将形成正弦振荡
 - Q值很低时会退化为张弛振荡
 - 退化为工作在负阻区的S型负阻对接电容、N型负阻对接电感
- 从正反馈角度理解正弦波振荡器，电路中必须存在放大网络和反馈网络，反馈网络在特定频点反馈回正反馈信号，只要满足起振条件 $AF > 1$ ，在该特定频点上信号将越来越大（自激振荡），最终形成单频正弦振荡。只要放大器增益随振荡幅度增加是单调下降的，则可稳定输出正弦波形。且振荡频点位置的Q值越高，频率稳定性就越高

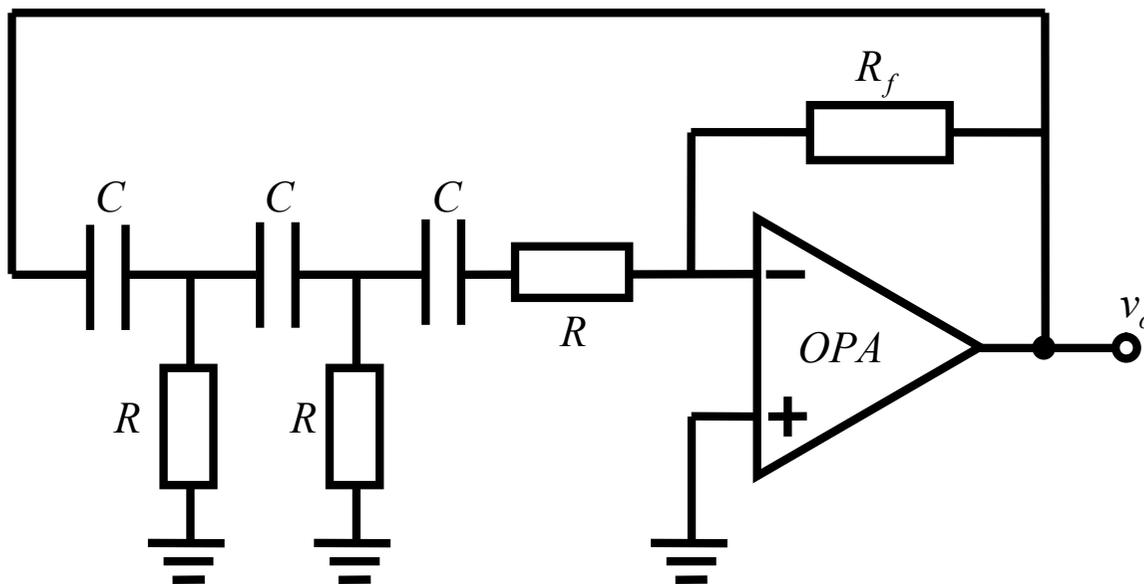
作业1 张弛振荡

- 已知施密特触发器的滞回曲线如图所示
- 画出电容电压和触发器输出电压波形，根据波形对其工作原理进行描述，并给出振荡频率，请用 $R, C, V_{OH}, V_{OL}, V_{T1}, V_{T2}$ 参量表述振荡频率



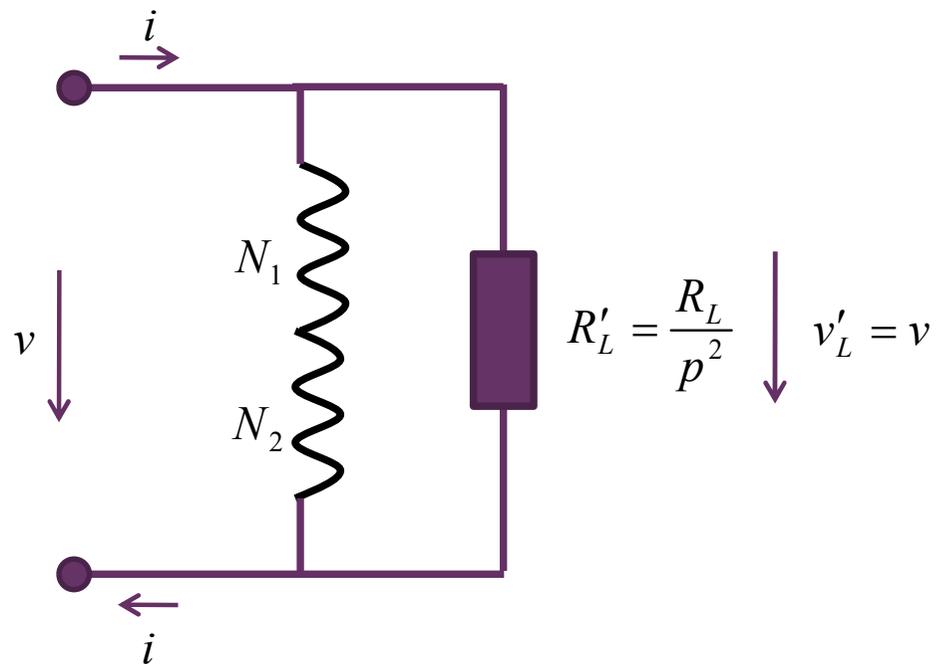
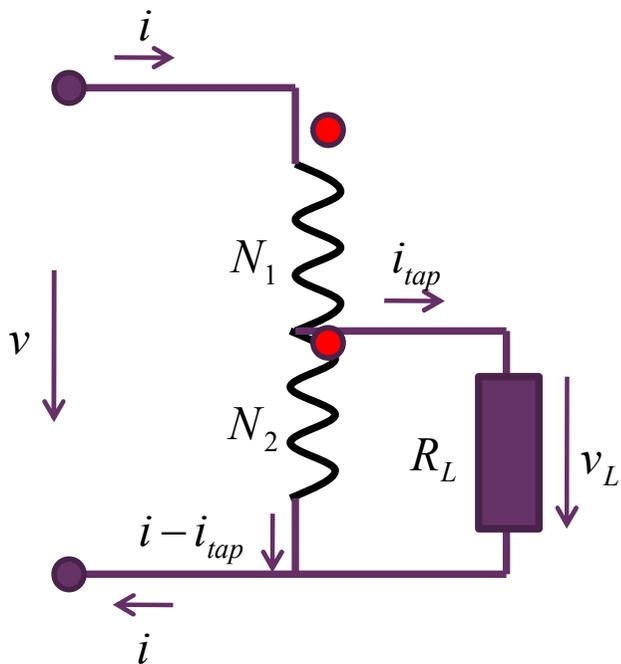
作业2 正弦振荡

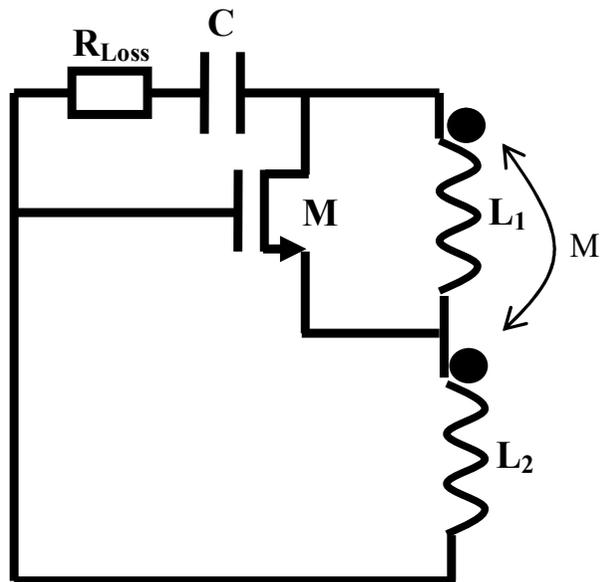
- 证明图E10.4.19所示RC移相正弦波振荡器的起振条件为 $R_f > 29R$ ，振荡频率为 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC}$



作业3 部分接入

- 证明：全耦合变压器部分接入公式无需局部 $Q \gg 1$ 的近似条件，给出部分接入系数





$$L = L_1 + 2M + L_2 = (N_1 + N_2)^2 \Xi$$

作业4 起振条件分析

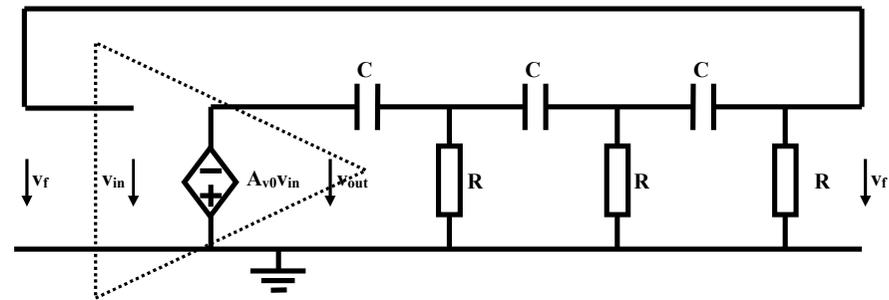
如果用负阻原理，
振荡频率有可能和
增益有关，

- 某同学在设计哈特莱正弦波振荡器时，首先将一个在磁环上绕了 N 圈制成的电感 L ($=N^2\Xi$, Ξ 为磁环磁导)中间引出一个抽头，接到晶体管源极上，电感的两端则分别接在晶体管的漏极和栅极，如图所示。由于一分为二的两个电感绕在同一个磁环上，它们之间具有全耦合关系，即 $M = \sqrt{L_1 L_2}$ ，其中 $L_1 = N_1^2 \Xi$ ， $L_2 = N_2^2 \Xi$ ，这里 N_1, N_2 和 N 为电感在磁环上的绕线匝数， $N = N_1 + N_2$ 。假设电路中的所有能量损耗全部折合等效为和电容串联的电阻 R_{Loss} ，且 $Q = \frac{1}{R_{Loss}} \sqrt{\frac{L}{C}} \gg 1$ 。此时图中晶体管可以建模为理想压控流源，其跨导增益为 g_m 。

(1) 请分析该振荡器，用图示的已知电路元件参量 L 、 M 、 C 、 R_{Loss} 、 g_m 表述该正弦波振荡器的振荡频率和起振条件。

(2) 在实际电路设计中，我们往往期望低功耗设计，因而希望直流偏置电流足够的小，换句话说，希望和直流偏置电流成正比关系的跨导 g_m 应足够的小，该振荡器仍然可以起振。请分析图示振荡电路的电感中间抽头如何引出（即接入系数 $p = N_2/N$ 如何取值），该电路可以在较小的 g_m （对应较小的直流偏置电流）条件下就可以起振。

CAD仿真1

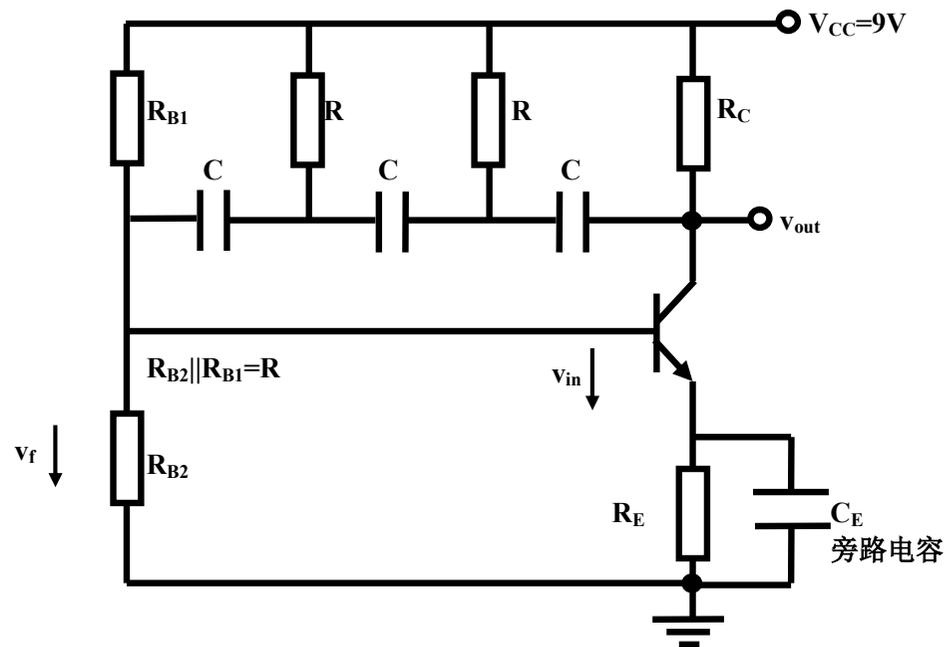


- 某同学希望设计一个RC超前移相正弦波振荡器，他首先做了如下的原理性分析，如图所示，一个理想反相电压放大器（理想压控压源）使得电压信号移相 180° ，其后通过三级RC高通网络电压信号再移相 180° ，电压信号环路一周共移相 360° （或 0° ），从而形成正反馈连接，只要压控压源电压控制系数 A_{v0} 足够高，其向外提供的能量补偿了RC网络消耗的能量，则可在正反馈频点上形成正弦振荡。请分析并证明该原理性RC移相正弦波振荡器的起振条件为 $A_{v0} > 29$ ，振荡频率为

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC}$$

反馈网络设计

- 在分析确认该原理性电路可以形成正弦振荡输出后，该同学试图用CE组态的BJT晶体管实现其中的反相电压放大功能。他挑选了电流增益 β 极大、厄利电压 V_A 极高的某型号的晶体管，从而后续分析中BJT交流小信号模型中的 r_{be} 和 r_{ce} 均可视为无穷大电阻，由于设计的振荡频率 $f_{osc} = 6kHz$ 比较低，BJT的寄生电容影响无需考虑，从而晶体管被建模为理想压控流源。



该同学给出了如图8b所示的电路设计，他没有对这个电路进行进一步的交流小信号分析，而是直接依照对图8a电路的分析给出如下设计方案：由于振荡频率设计值为6kHz，取

$$R = 3.3k\Omega$$

$$C = 3.3nF$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6RC}} = 5.97kHz \approx 6kHz$$

放大网络设计

晶体管直流偏置电路直接给定如下，取 $R_{B2}=3.6k\Omega$ ， $R_{B1}=39.6k\Omega$ ，如是 $R_{B1} \parallel R_{B2}=R=3.3k\Omega$ 确保移相电阻取值如设计值。在 β 极大的情况下，晶体管基极电压近似等于 R_{B2} 分压，

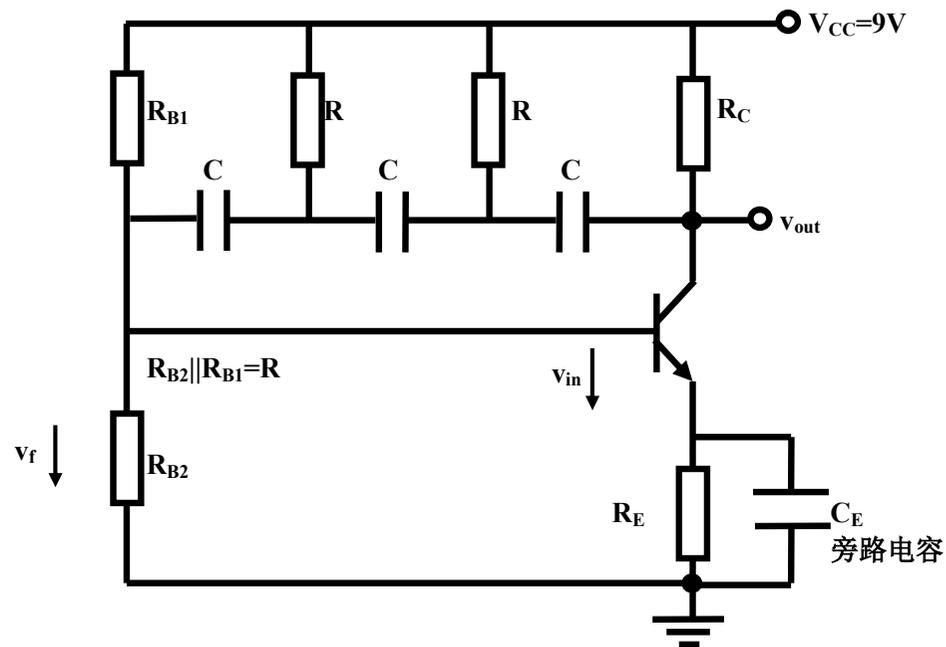
$$V_{B0} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC} = 0.75V$$

晶体管发射结二极管导通电压为 $0.6V$ ，故而发射极电压为 $V_{E0} = V_{B0} - 0.6 = 0.15V$

取 $R_E=330\Omega$ 使得晶体管偏置电流 $I_{C0} \approx I_{E0} = \frac{V_{E0}}{R_E} = \frac{0.15V}{330} = 0.455mA$

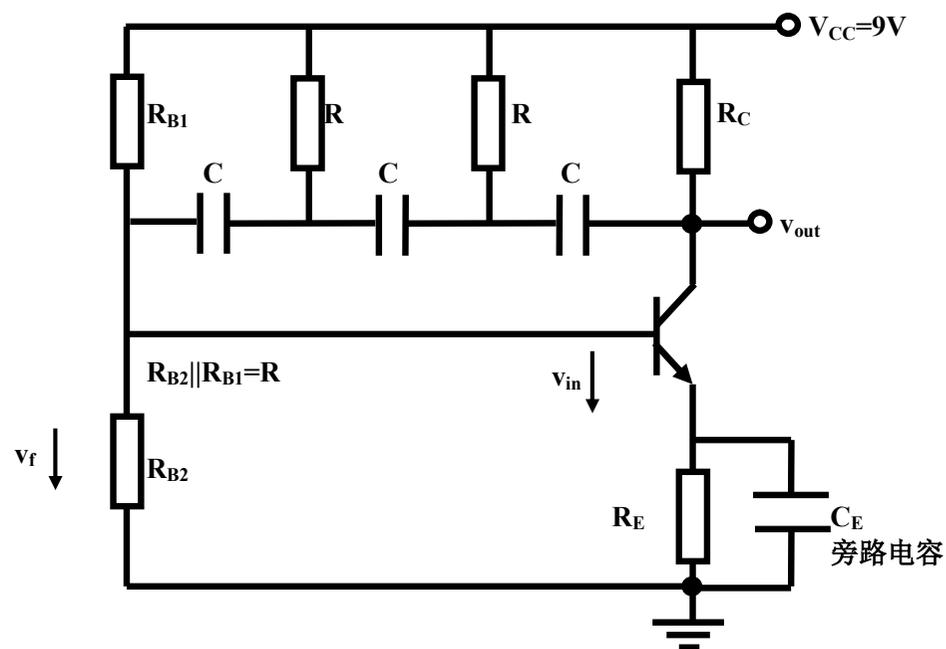
不是很大，从而电路功耗较低。此时跨导增益 $g_m = \frac{I_{C0}}{v_T} \approx \frac{0.455mA}{26mV} = 17.5mS$ 因而只要

$R_C > 1.66k\Omega$ 即可确保反相电压放大倍数 $A_{v0} = g_m R_C > 29$ 于是他取值 $R_C = 2k\Omega$

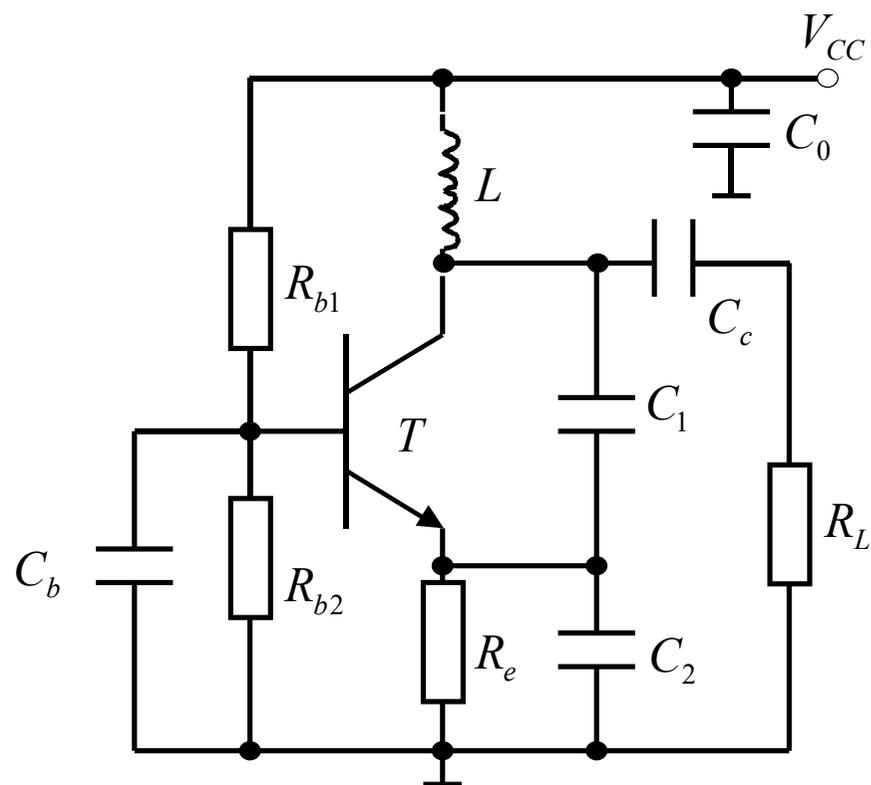


仿真验证

- 画出交流小信号电路，确认图b振荡器的起振条件到底是什么？这里假设R首先人为给予确定，分析对 g_m 和 R_C 有何要求，图b振荡器方可振荡？
- 上述该同学给定的设计方案是否可以振荡？如果可以振荡，振荡频率为多少？偏离设计值多少？如果不能振荡，请给出一个可以振荡的 R_C 取值，并给出对应振荡频率，说明偏离设计值多少？**最后通过CAD仿真确认你的分析？如果仿真和分析不符，分析原因。**



- 从库中找一个晶体管 (BJT、MOS均可)
- 设计晶体管直流偏置电路, 使其工作在恒流导通区
- 调试, 使其振荡在1MHz频点上
 - 查看其起振过程 (时域波形)
 - 分析振荡稳定后的正弦波形纯度 (傅立叶分析其频谱分量)
 - 如果不振荡, 什么原因? 如何使其振荡?



本节课内容在教材中的章节对应

- P611: 负阻振荡仿真: 正弦振荡退化为张弛振荡
- P716: 状态转移时间
- P722: 张弛振荡分析: 负阻分析
- P731: 张弛振荡器: 受控源分析
- P878: 正反馈振荡原理