

电子电路与系统基础(B2)---非线性电路

第11讲：频率特性

李国林

清华大学电子工程系

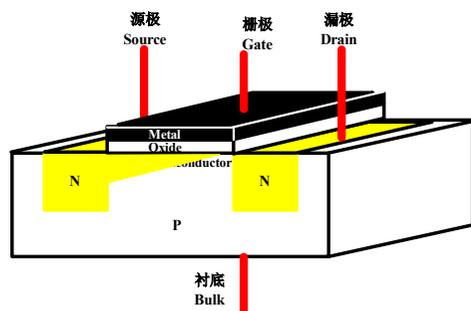
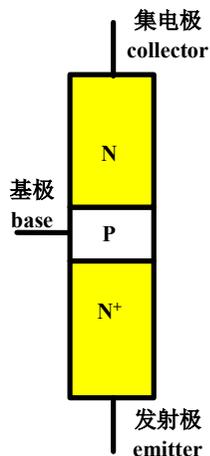
B 班课程 内容安排

第一学期：线性	序号	第二学期：非线性
电路定律	1	器件基础
电阻电源	2	二极管
电容电感	3	MOSFET
信号分析	4	BJT
分压分流	5	反相电路
正弦稳态	6	数字门
时频特性	7	放大器
期中复习	8	期中复习
RLC 二阶	9	负反馈
二阶时频	10	差分放大
受控源	11	频率特性
网络参量	12	正反馈
典型网络	13	振荡器
作业选讲	14	作业选讲
期末复习	15	期末复习

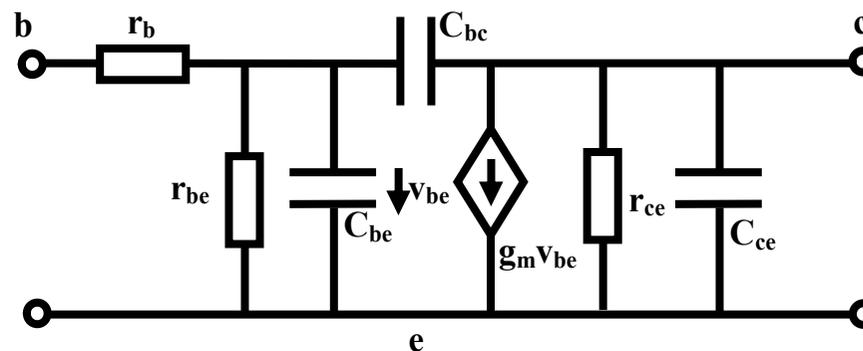
频率特性 内容

- 晶体管的高频电路模型
- 晶体管放大器频率特性
 - 仿真结果
 - 简化分析
- 作业选讲
 - 晶体管放大器交流小信号分析

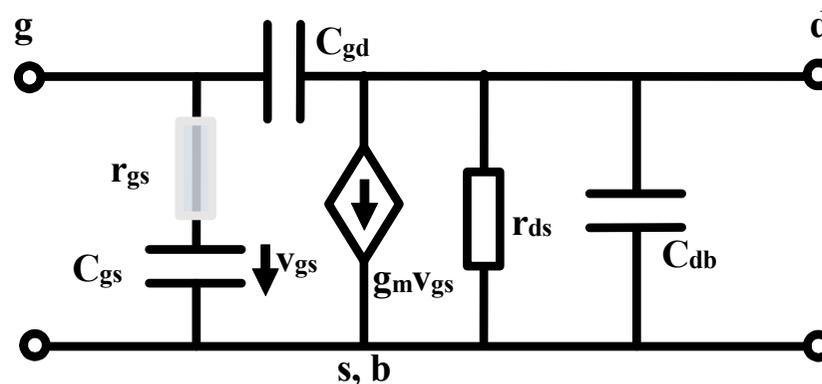
一、晶体管高频电路模型



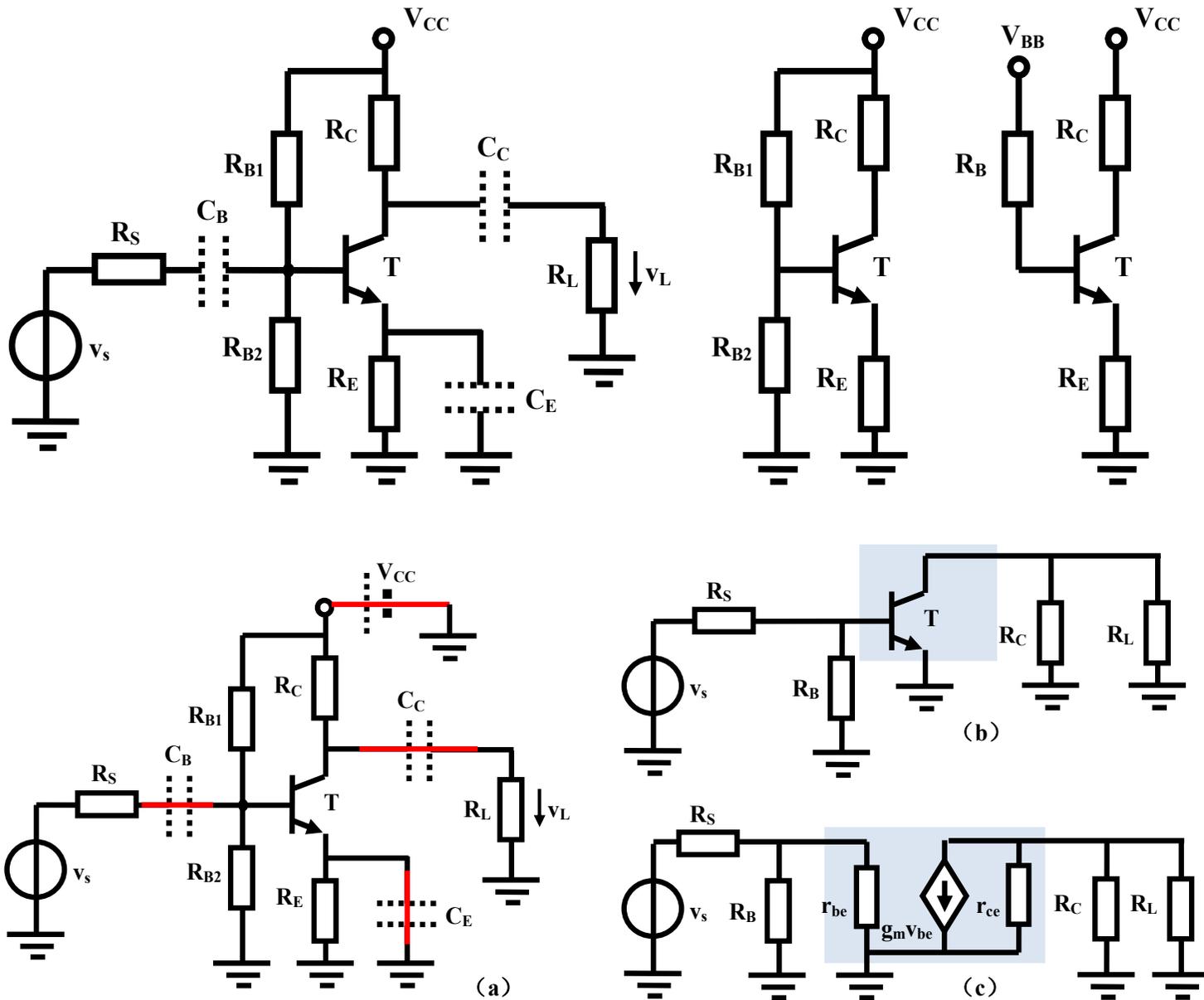
一旦进入射
频/高速领
域，晶体管
寄生效应则
不可回避，
不考虑寄生
电容效应，
则无法理解
晶体管的高
频/高速特
性：增益下
降、产生延
时、稳定性
下降、...



交流小信号高频 π 模型



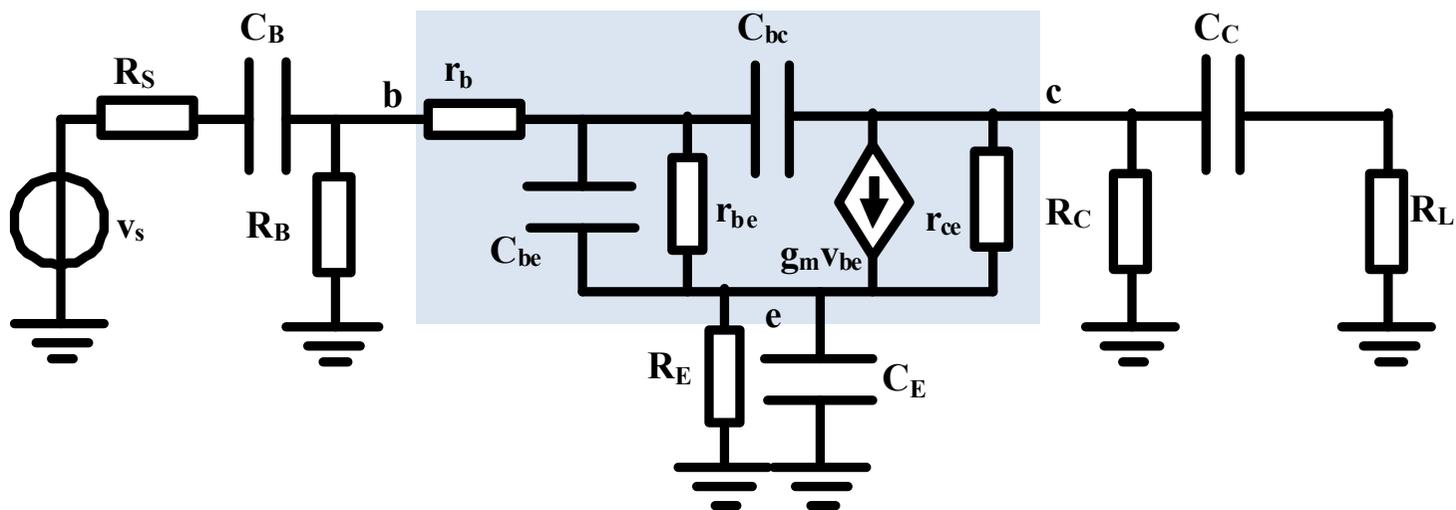
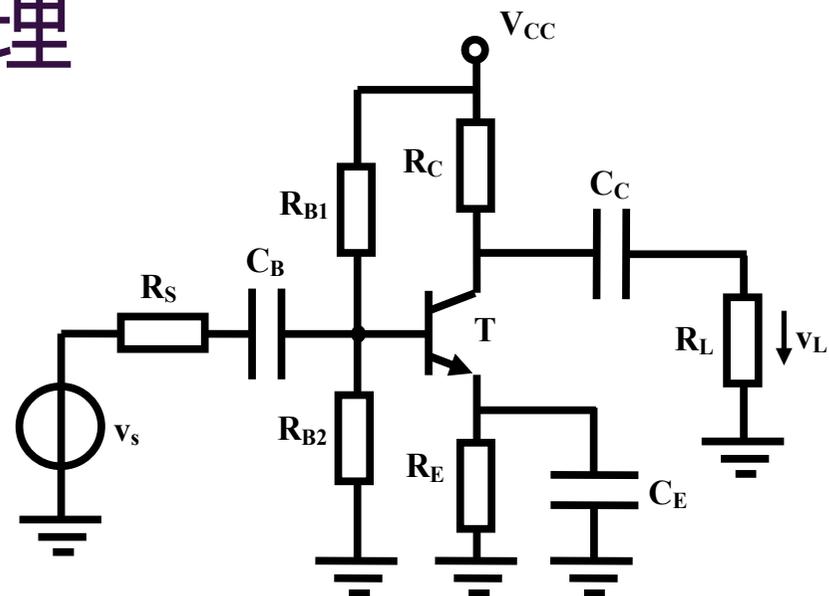
二、频率特性



$$A_v = \frac{v_L}{v_S} = -115$$

41.2dB的反相电压放大

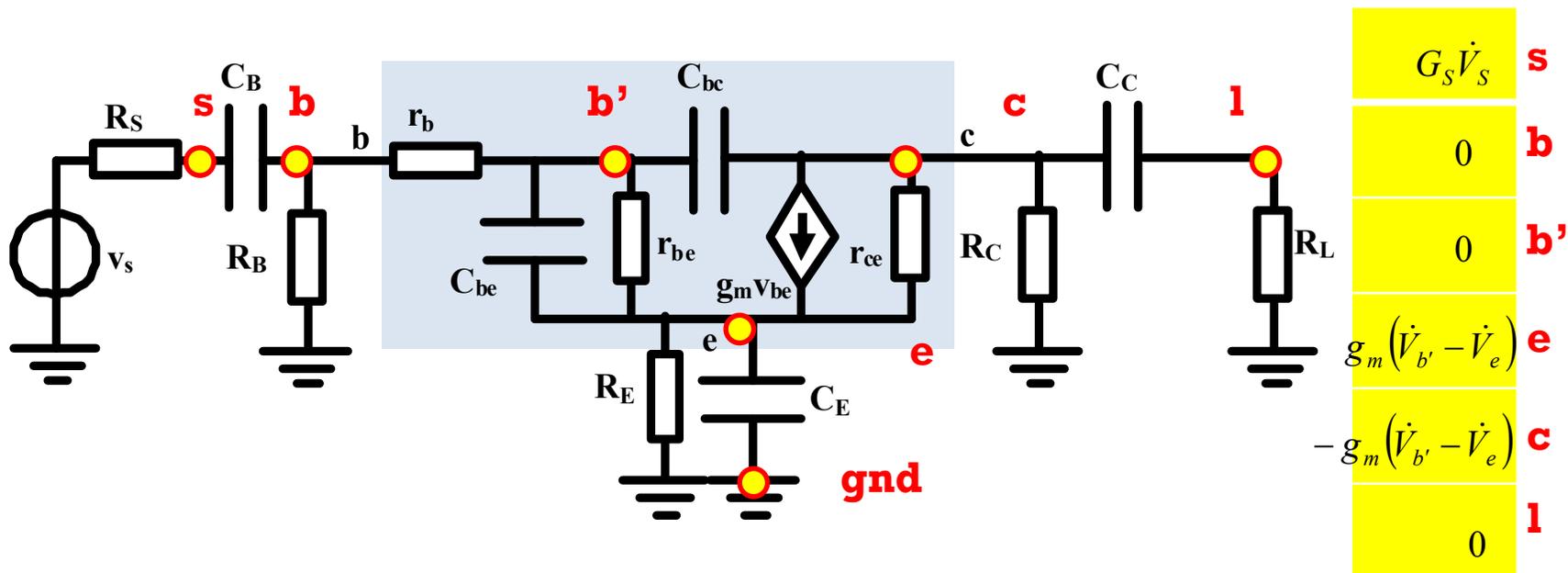
电容不再开路短路处理 将形成频率特性/动态特性



7

	s	b	b'	e	c	l
s	$G_S + j\omega C_B$	$-j\omega C_B$				
b	$-j\omega C_B$	$j\omega C_B + G_B + g_b$	$-g_b$			
b'		$-g_b$	$g_b + g_{be} + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc}$	$-g_{be} - j\omega C_{be}$	$-j\omega C_{bc}$	
e			$-g_{be} - j\omega C_{be}$	$g_{be} + j\omega C_{be} + G_E + j\omega C_E + g_{ce}$	$-g_{ce}$	
c			$-j\omega C_{bc}$	$-g_{ce}$	$g_{ce} + G_C + j\omega C_C + j\omega C_{bc}$	$-j\omega C_C$
l					$-j\omega C_C$	$j\omega C_C + G_L$

结点电压法



s	b	b'	e	c	l	
$G_S + j\omega C_B$	$-j\omega C_B$					s $G_S \dot{V}_S$
$-j\omega C_B$	$j\omega C_B + G_B + g_b$	$-g_b$				b 0
	$-g_b$	$g_b + g_{be} + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc}$	$-g_{be} - j\omega C_{be}$	$-j\omega C_{bc}$		b' 0
		$-g_{be} - j\omega C_{be}$	$g_{be} + j\omega C_{be} + G_E + j\omega C_E + g_{ce}$	$-g_{ce}$		e $g_m(\dot{V}_{b'} - \dot{V}_e)$
		$-j\omega C_{bc}$	$-g_{ce}$	$g_{ce} + G_C + j\omega C_C + j\omega C_{bc}$	$-j\omega C_C$	c $-g_m(\dot{V}_{b'} - \dot{V}_e)$
				$-j\omega C_C$	$j\omega C_C + G_L$	l 0

结点电压法

s	b	b'	e	c	l	
$G_S + j\omega C_B$	$-j\omega C_B$					s $G_S \dot{V}_S$
$-j\omega C_B$	$j\omega C_B + G_B + g_b$	$-g_b$				b 0
	$-g_b$	$g_b + g_{be} + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc}$	$-g_{be} - j\omega C_{be}$	$-j\omega C_{bc}$		b' 0
		$-g_{be} - j\omega C_{be} - g_m$	$g_{be} + j\omega C_{be} + G_E + j\omega C_E + g_{ce} + g_m$	$-g_{ce}$		e 0
		$g_m - j\omega C_{bc}$	$-g_{ce} - g_m$	$g_{ce} + G_C + j\omega C_C + j\omega C_{bc}$	$-j\omega C_C$	c 0
				$-j\omega C_C$	$j\omega C_C + G_L$	l 0

Matlab编程计算

```
clear all
```

```
gm=41.5E-3;           %晶体管小信号交流电路模型  
rbe=7.22E3;          %均为非线性器件在直流工作点的微分元件  
rce=92.6E3;
```

```
RB=1/(1/56+1/10)*1E3; %基极偏置电阻  
RE=1E3;              %负反馈电阻  
RC=5.6E3;            %集电极偏置电阻
```

```
rb=100;              %同样是微分元件，本课程不涉及  
Cbe=70E-12;  
Cbc=2E-12;
```

```
CB=1E-6;             %耦合电容  
CC=1E-6;  
CE=1E-6;             %旁路电容
```

```
RS=100;              %信源内阻  
RL=6.2E3;            %负载电阻
```

Matlab代码

```

freqstart=0.01;           %起始频点0.01Hz
freqstop=10E11;          %终止频点1000GHz
freqnum=200;              %考察该频率范围内的200个频点
freqstep=10^(log10(freqstop/freqstart)/freqnum); %等比数列比值系数

freq=freqstart/freqstep;
for k=1:freqnum
    freq=freq*freqstep;

    w=2*pi*freq;
    s=i*w;

    A=[1/RS+s*CB  -s*CB           0           0           0           0;
        -s*CB      s*CB+1/RB+1/rb  -1/rb       0           0           0;
        0          -1/rb          1/rb+1/rbe+s*Cbe+s*Cbc -1/rbe-s*Cbe  -s*Cbc  0;
        0          0          -1/rbe-s*Cbe-gm  1/rbe+s*Cbe+1/RE+s*CE+1/rce+gm -1/rce  0;
        0          0           gm-s*Cbc  -gm-1/rce  s*Cbc+1/rce+1/RC+s*CC  -s*CC;
        0          0           0           0           0          -s*CC  s*CC+1/RL];

    V=inv(A)*[1/RS;0;0;0;0;0]; %结点电压法求解

```

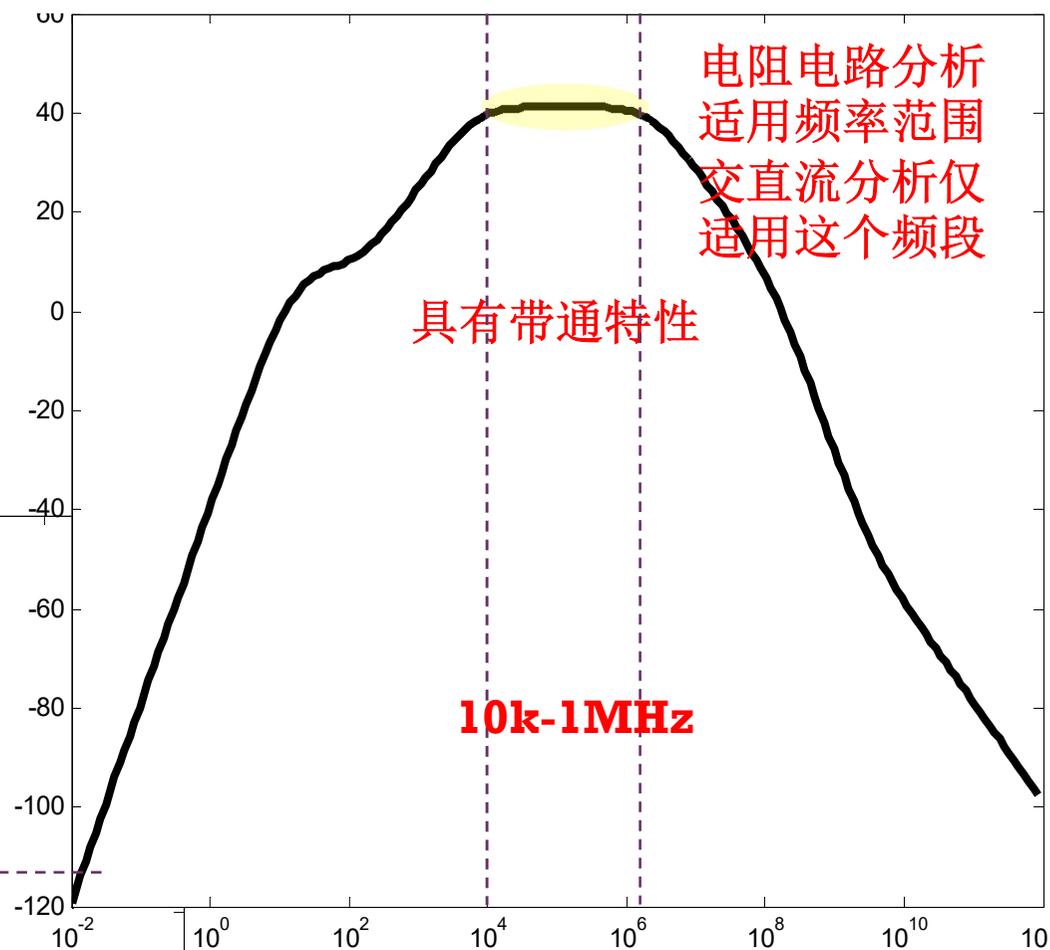
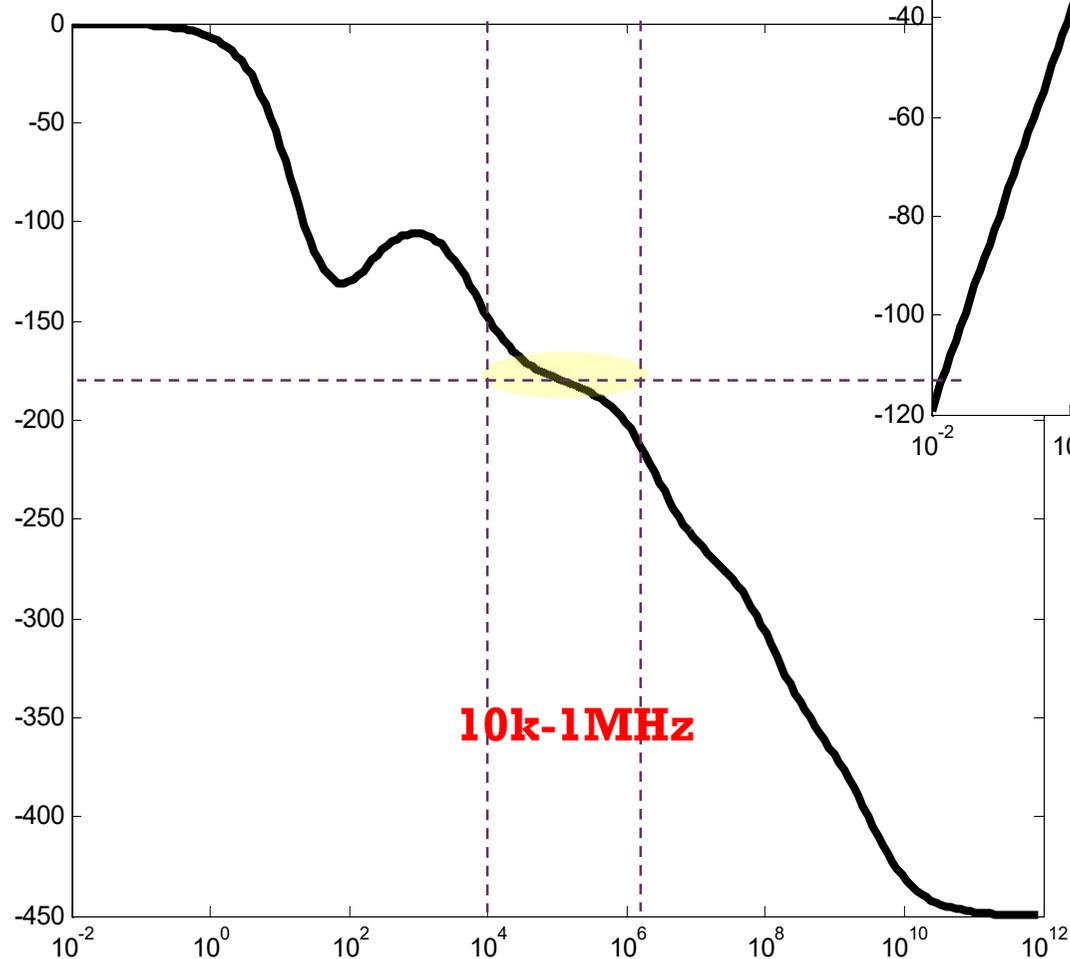
结果输出

figure(1)

plot(f,absVL,'k')

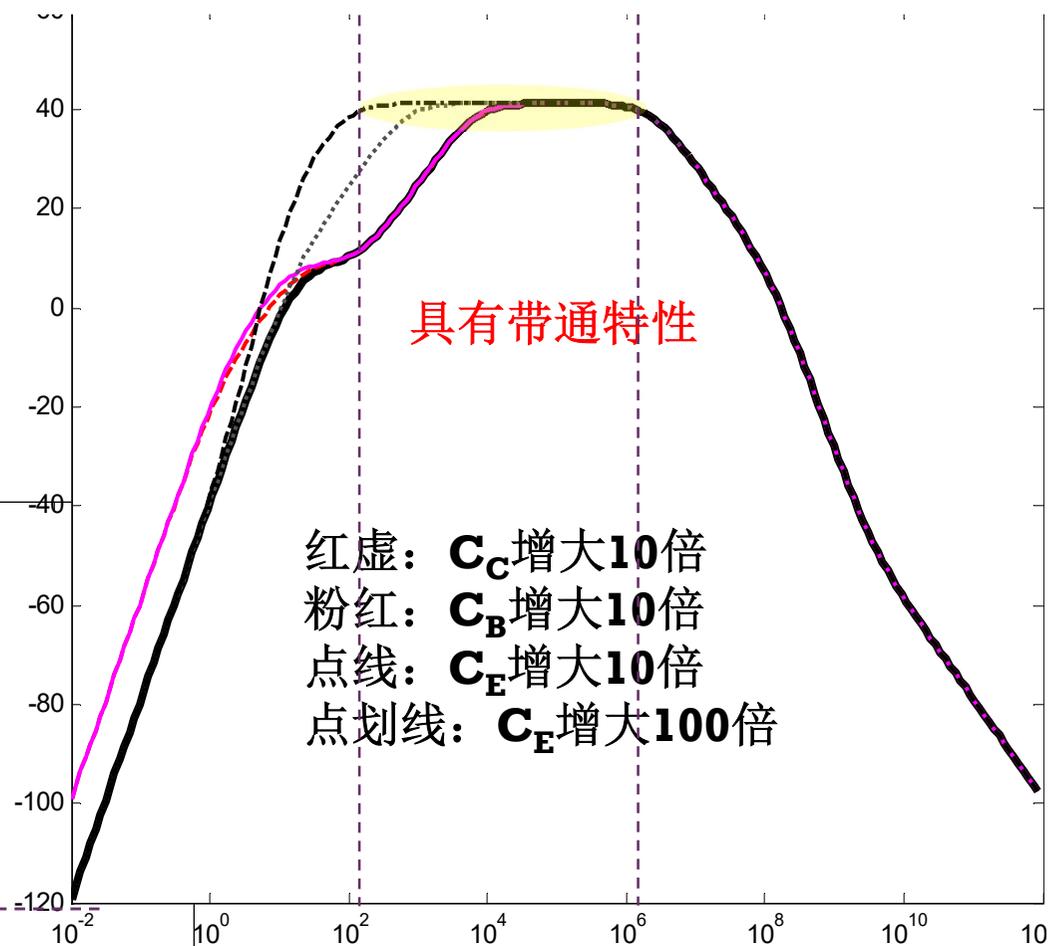
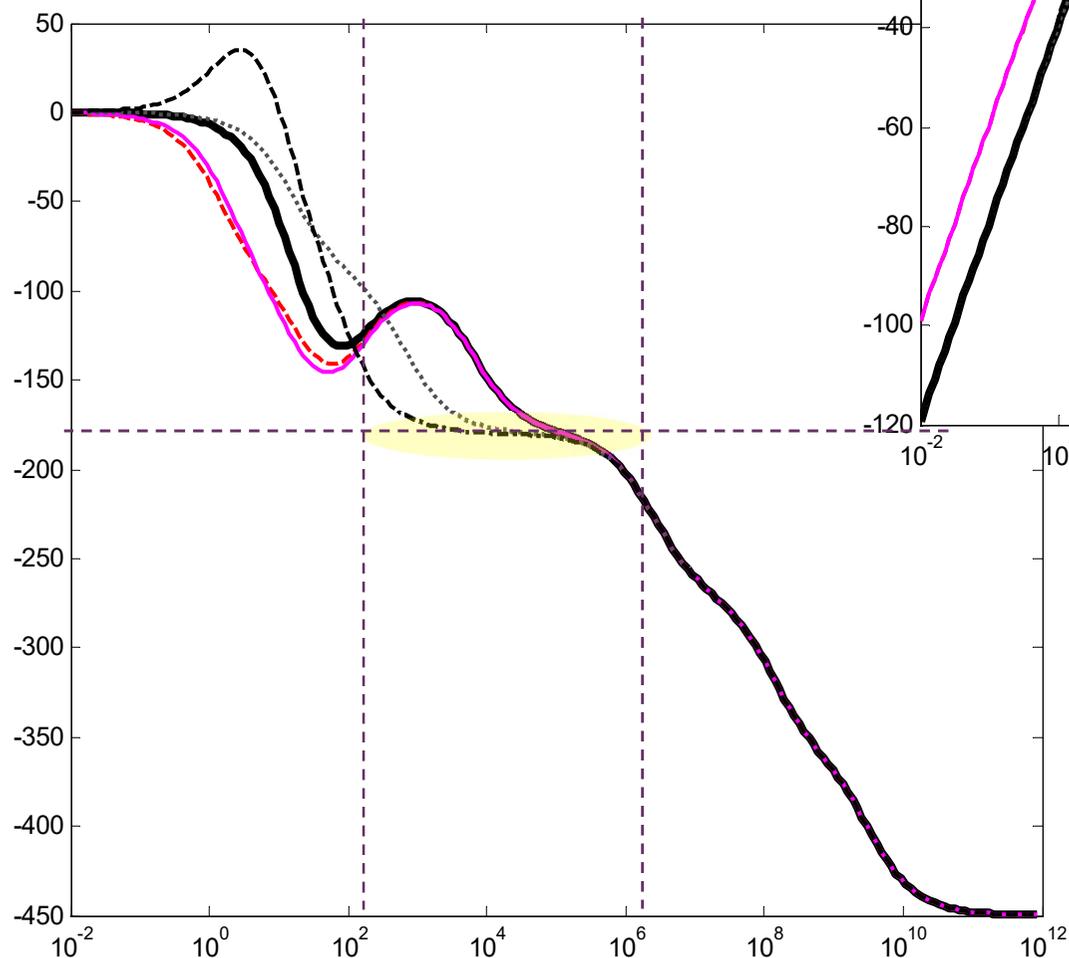
figure(2)

plot(f,angleVL,'k')



交直流分析适用频段 由电容决定

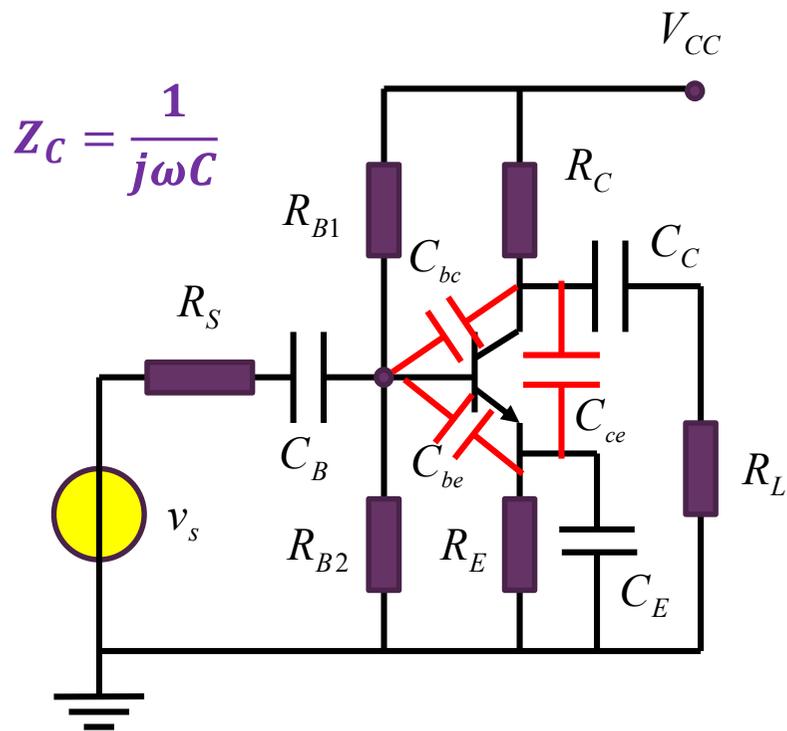
C_B 、 C_C 、 C_E 分别增大10倍



频率低端特性由耦合电容和旁路电容决定，其中旁路电容起决定性作用，为什么？

定性分析

放大器频带是如何形成的?



位于中间频段时

C_B 、 C_C 、 C_E 短路

C_{be} 、 C_{ce} 、 C_{bc} 开路

电路中不考虑电容效应，为上学期的电阻电路：**CE**组态放大器电路

频率很低时

C_B 开路，信号无法通过

C_C 开路，信号无法通过

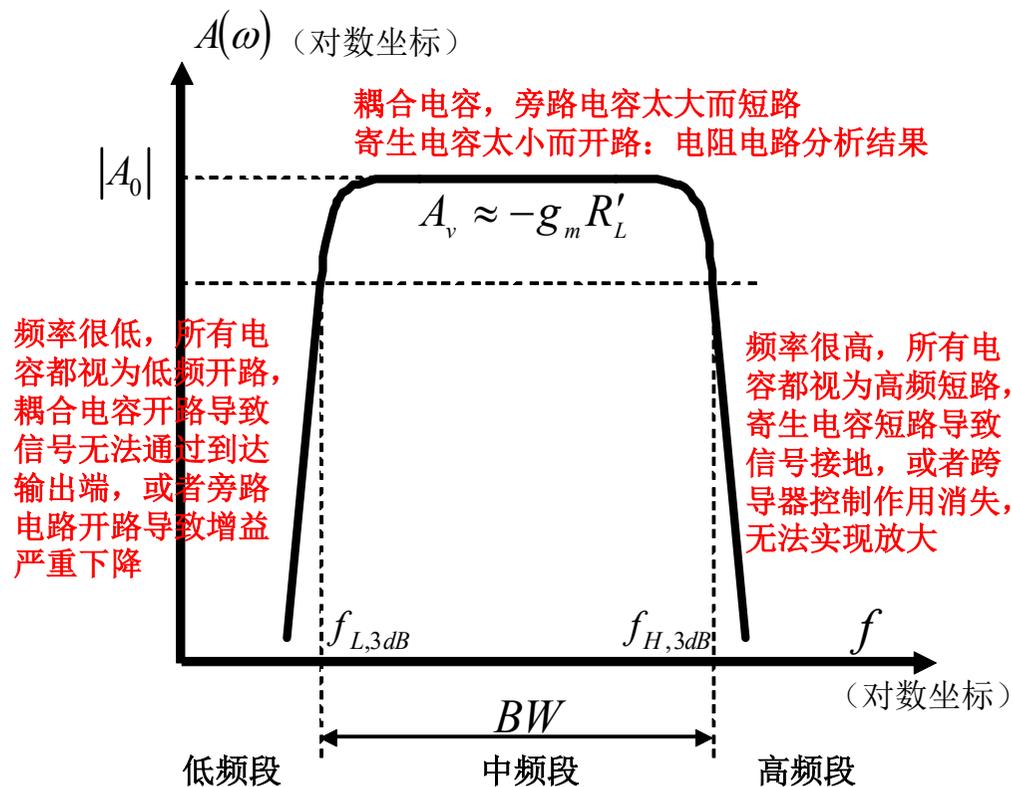
C_E 开路，信号增益很小

频率极高时

C_{be} 短路，输入端信号接地，信号被短接于地

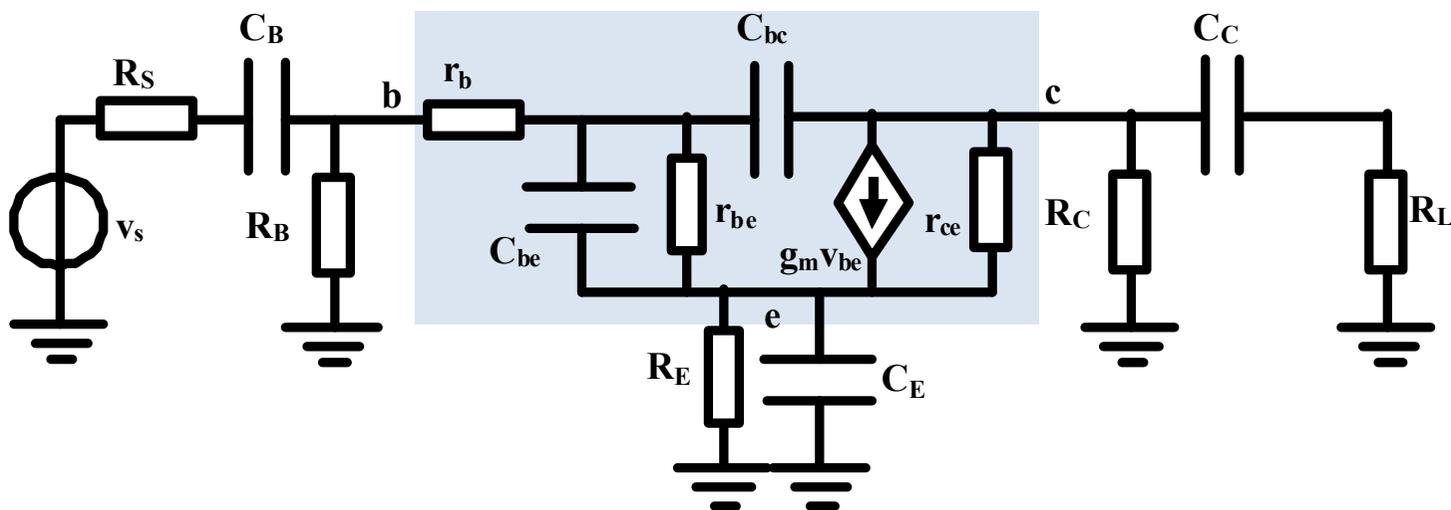
C_{ce} 短路，输出端信号接地，信号被短接于地

C_{bc} 短路，跨导器作用消失，不具放大作用



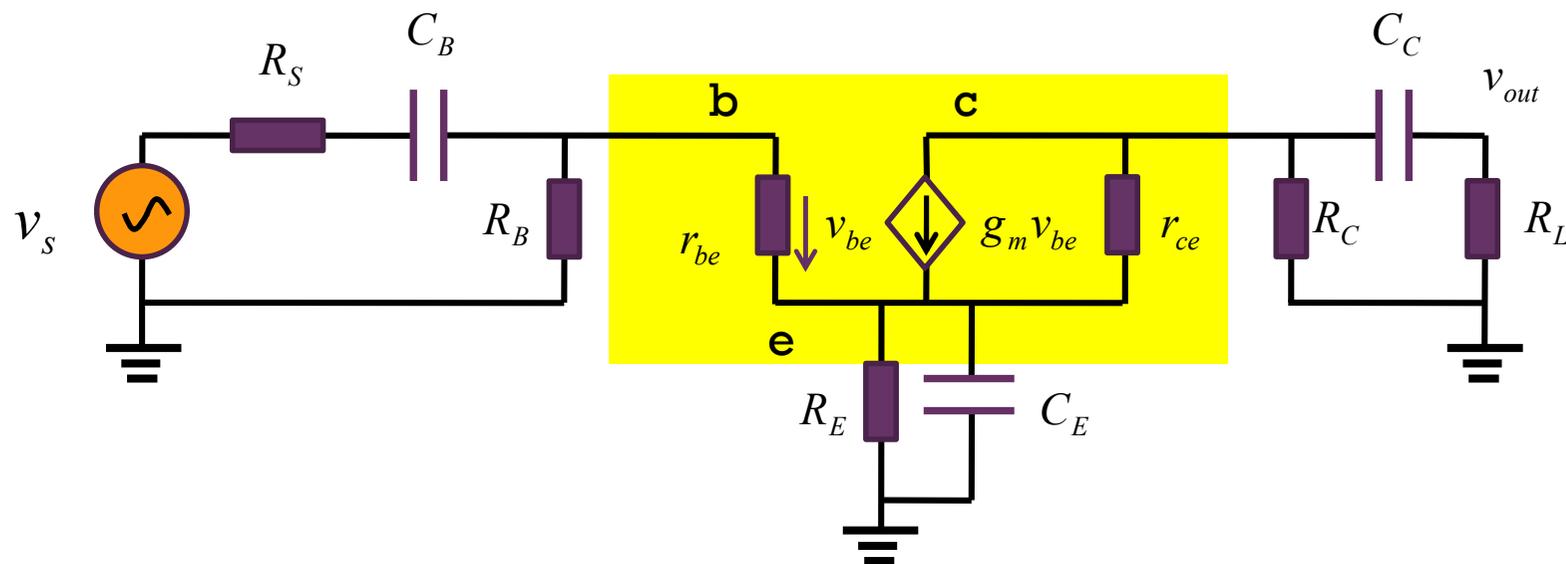
五阶系统，表达式过于复杂

- 列写五阶系统的传递函数，表达式过于复杂
 - 我们感兴趣的是各个电容到底如何起作用，因而可以单独把这些电容的影响拎出来考察
 - 虽然是近似分析，但足以理解整个电路中各个电容的作用



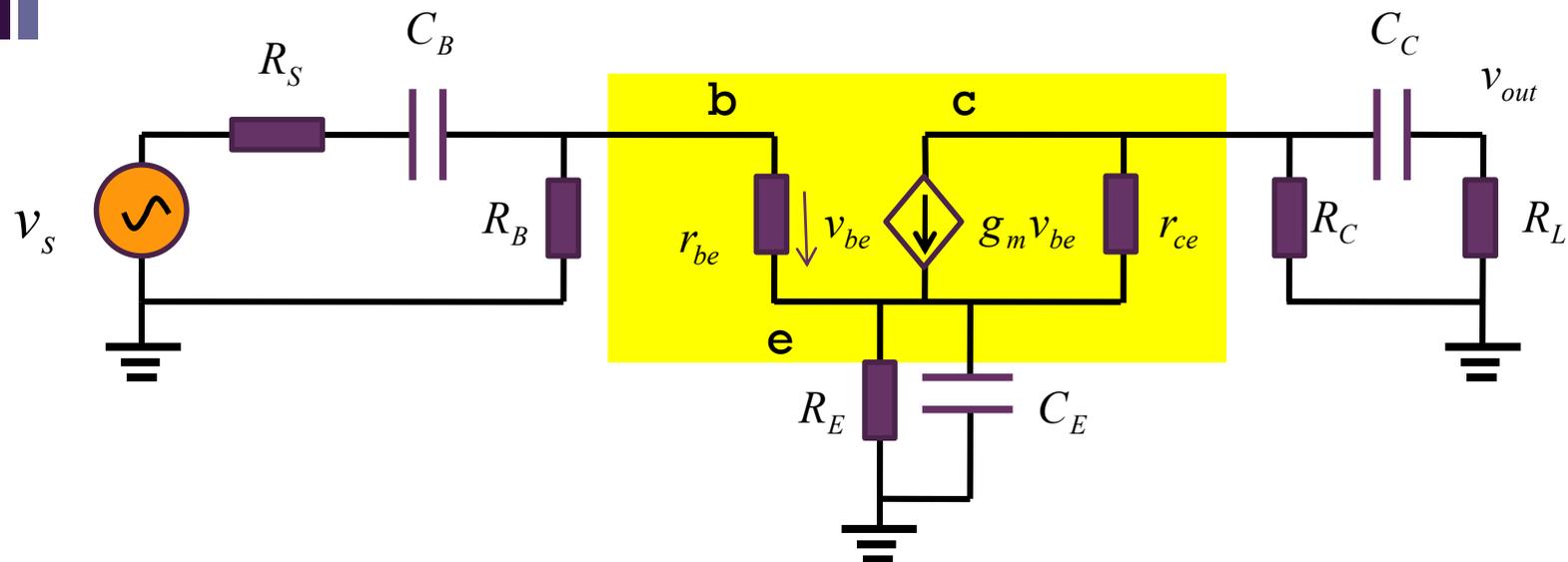
定量分析

低频端近似分析

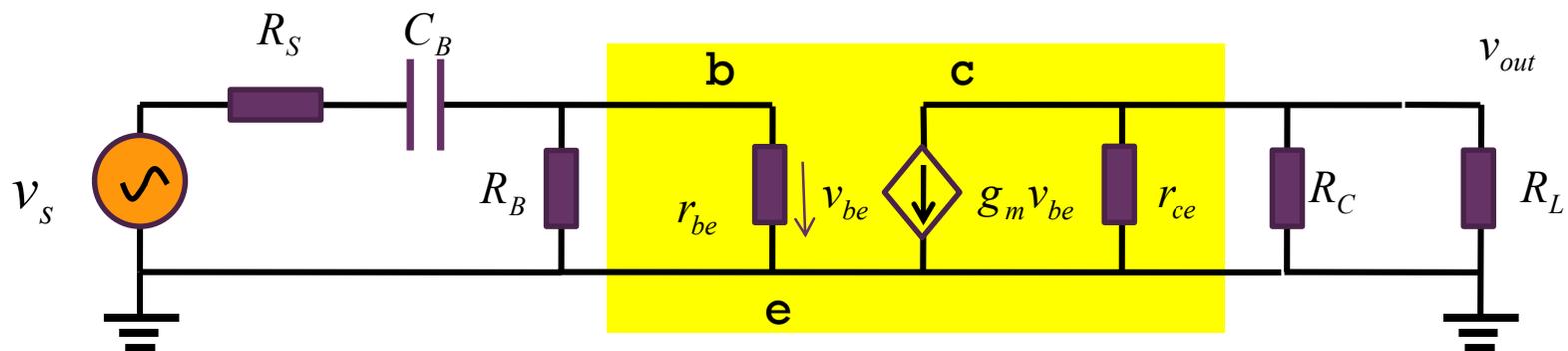


低频端，由于寄生电容过小，其影响极小，可视为直流开路，电路模型中暂不考虑 r_b 和 r_{be} 比太小，低频端影响很小，下面低频处分析 r_b 也暂时被忽略不计

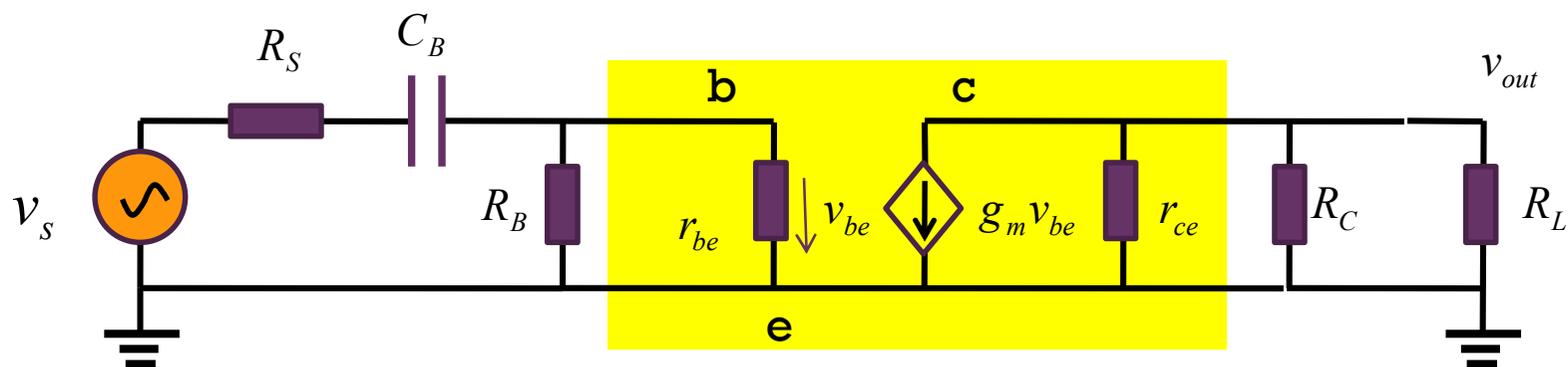
简化分析：先考察单个电容的影响



三个电容均为高通电容，现考察频率低端电容各自的影响，则不妨假设其他高通电容早已高频短路即考察 C_B 独自的影响时，可以假设 C_E 、 C_C 早就高频短路了，才能看出 C_B 电容独自的影响力

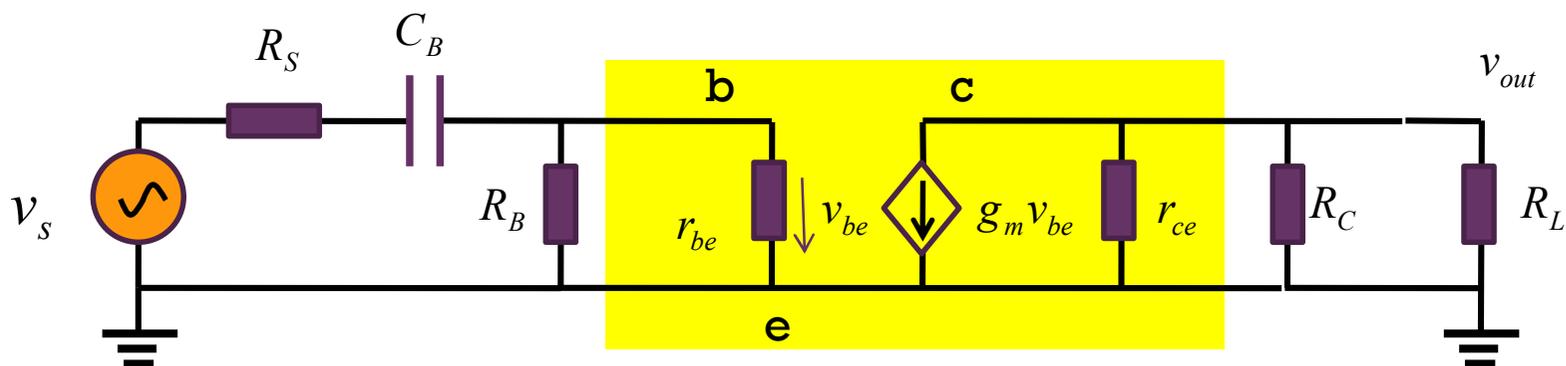


输入耦合电容的影响



$$\dot{V}_{be} = \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S + \frac{1}{j\omega C_B}} \dot{V}_S \quad \dot{V}_{out} = -g_m \dot{V}_{be} (R_L \parallel R_C \parallel r_{ce})$$

$$\frac{\dot{V}_{out}}{\dot{V}_S} = (R_L \parallel R_C \parallel r_{ce})(-g_m) \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S + \frac{1}{j\omega C_B}}$$



直接写结论

$$A_v = \frac{\dot{V}_{out}}{\dot{V}_S} = (R_L \parallel R_C \parallel r_{ce})(-g_m) \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S + \frac{1}{j\omega C_B}}$$

$$= -g_m R'_L \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S} \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega \tau_B}} = A_0 \frac{j\omega \tau_B}{1 + j\omega \tau_B}$$

可以不要前面的
推导过程，可以
直接写出这个表
达式来

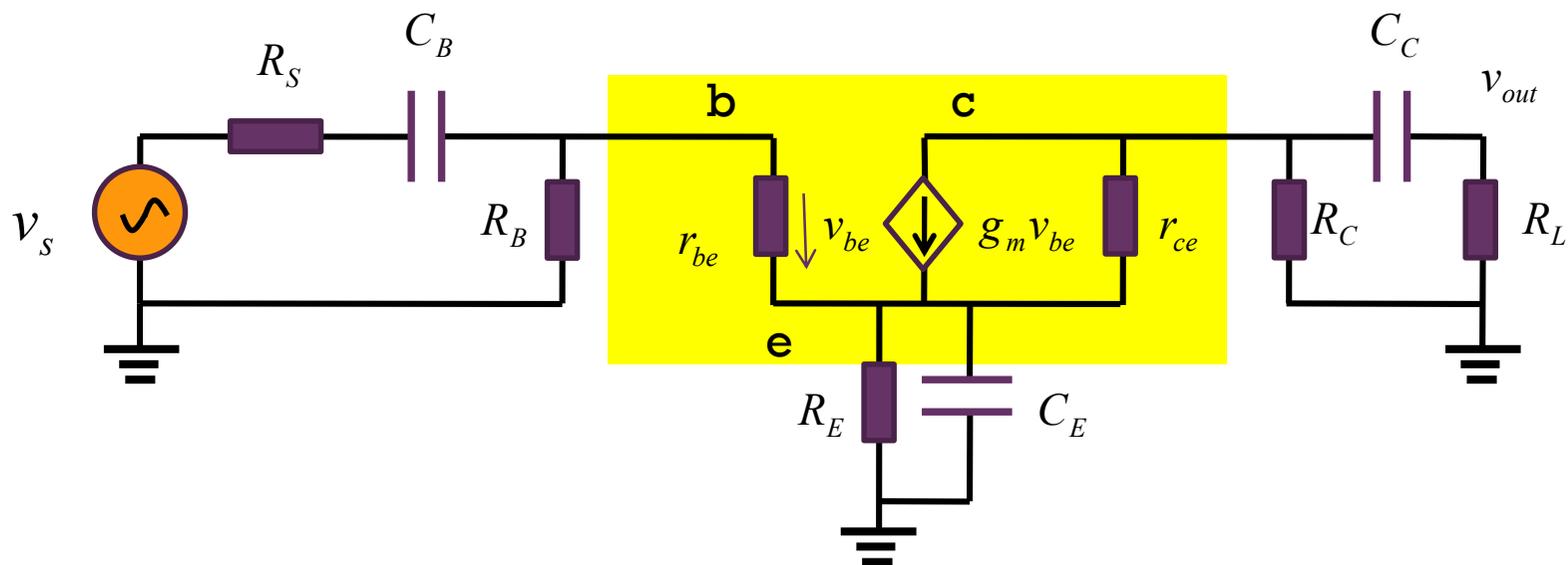
$$\tau_B = (R_B \parallel r_{be} + R_S) C_B$$

$$f > f_{0B} = \frac{1}{2\pi C_B (R_B \parallel r_{be} + R_S)}$$

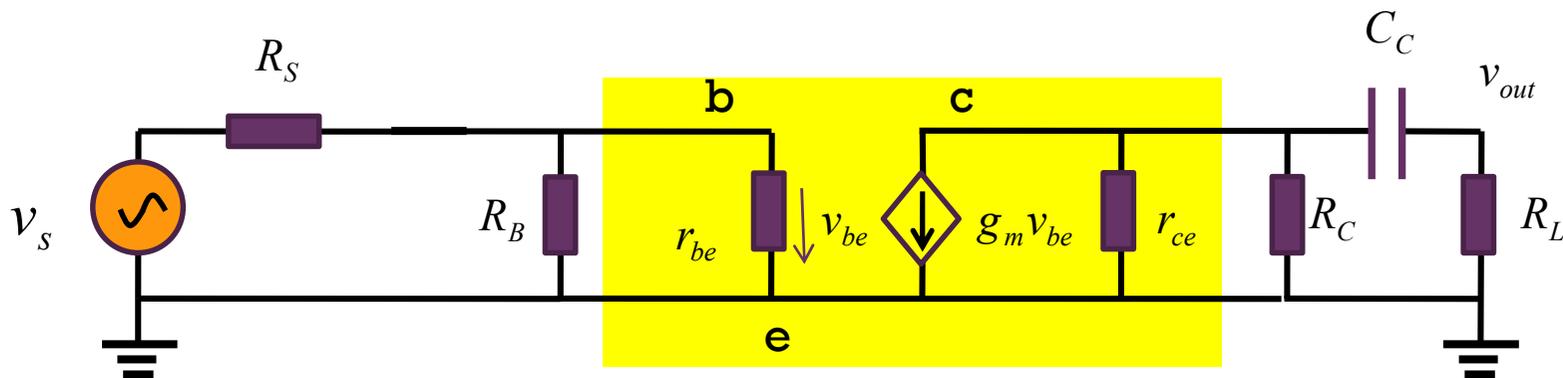
$$\omega_{0B} = \frac{1}{\tau_B} = \frac{1}{C_B (R_B \parallel r_{be} + R_S)}$$

则可认为进入高频短路区
频率界点由电容和电容两端的电阻共同决定

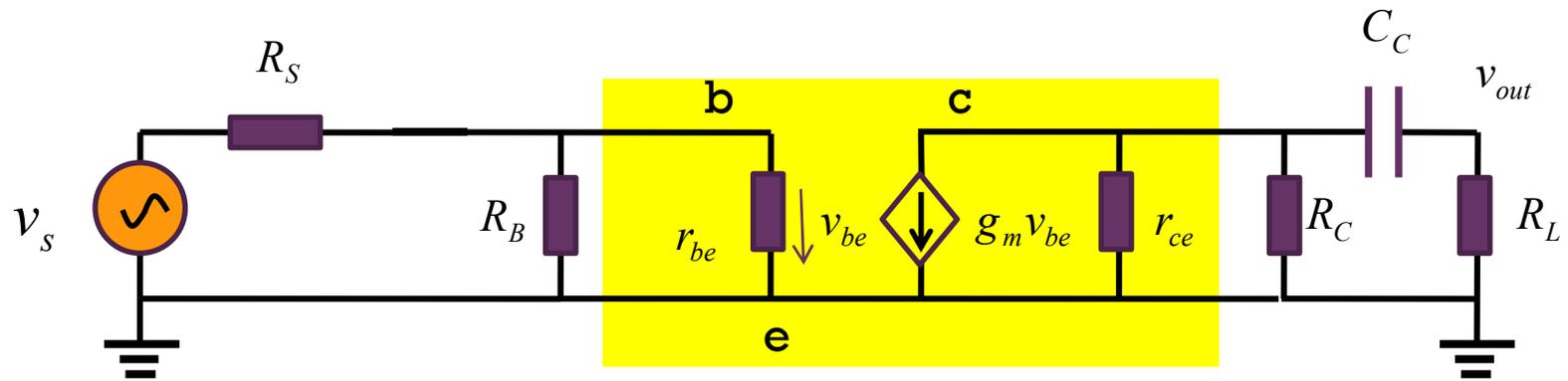
输出耦合电容的影响



考察 C_C 单独的高通影响，假设 C_E 、 C_B 早就高频短路了



直接写结论

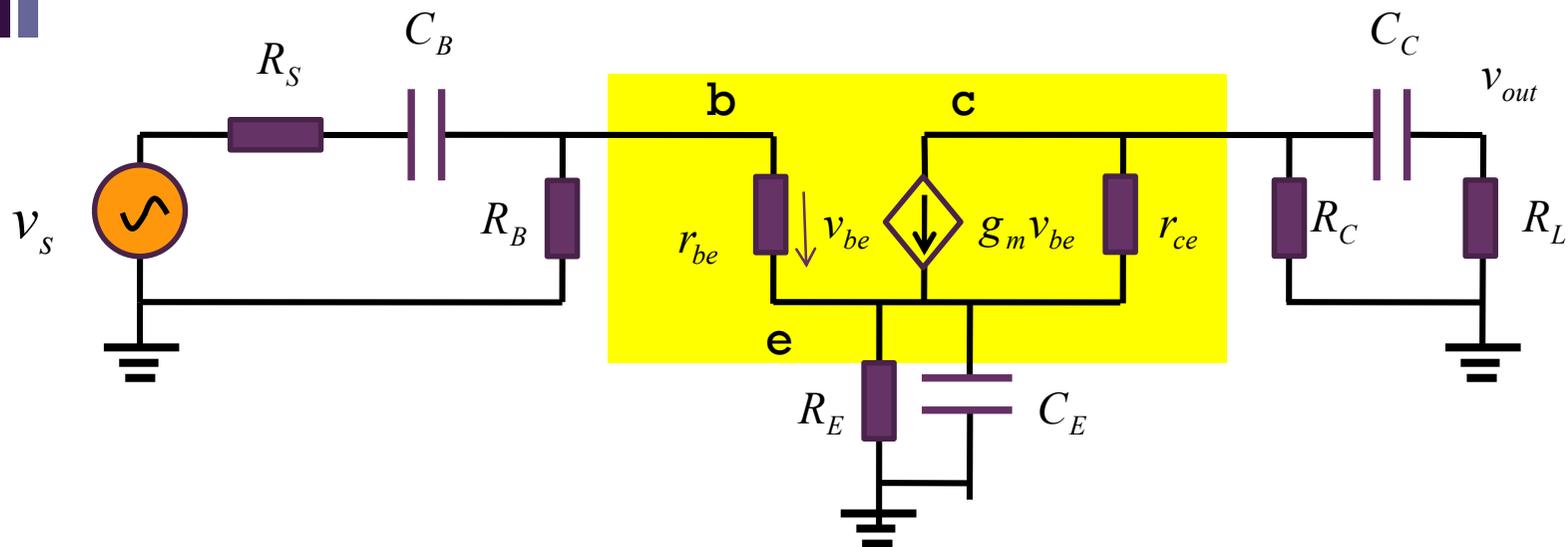


$$A_v = \frac{\dot{V}_{out}}{\dot{V}_s} = \dots = A_0 \frac{j\omega\tau_C}{1 + j\omega\tau_C}$$

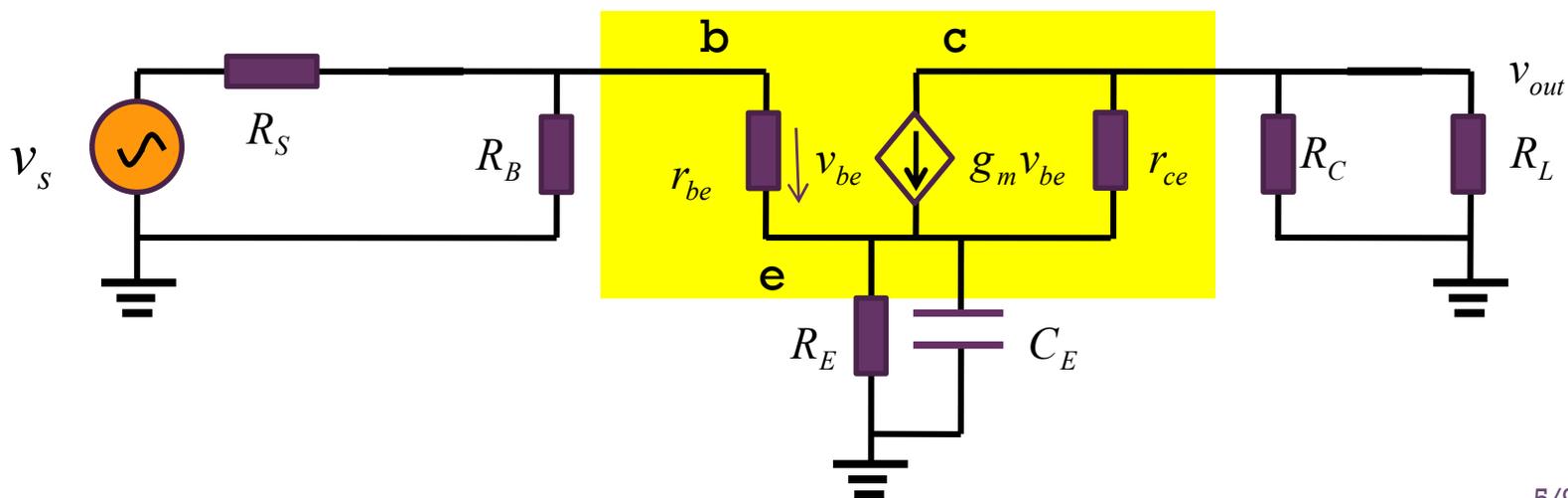
$$f > f_{0C} = \frac{1}{2\pi\tau_C} = \frac{1}{2\pi C_C (R_C \parallel r_{ce} + R_L)}$$

则可认为进入高频短路区
频率界点由电容和电容两端的电阻共同决定

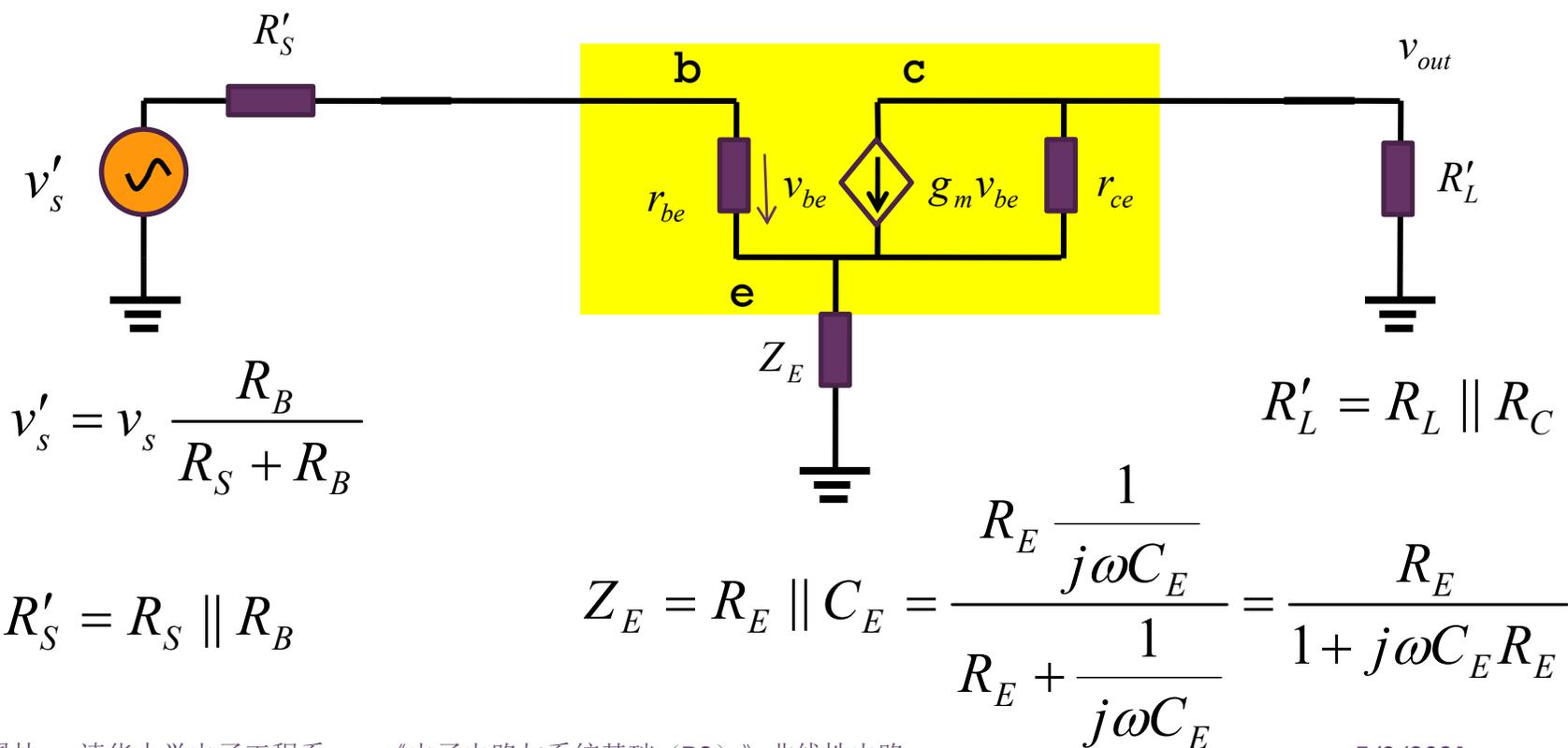
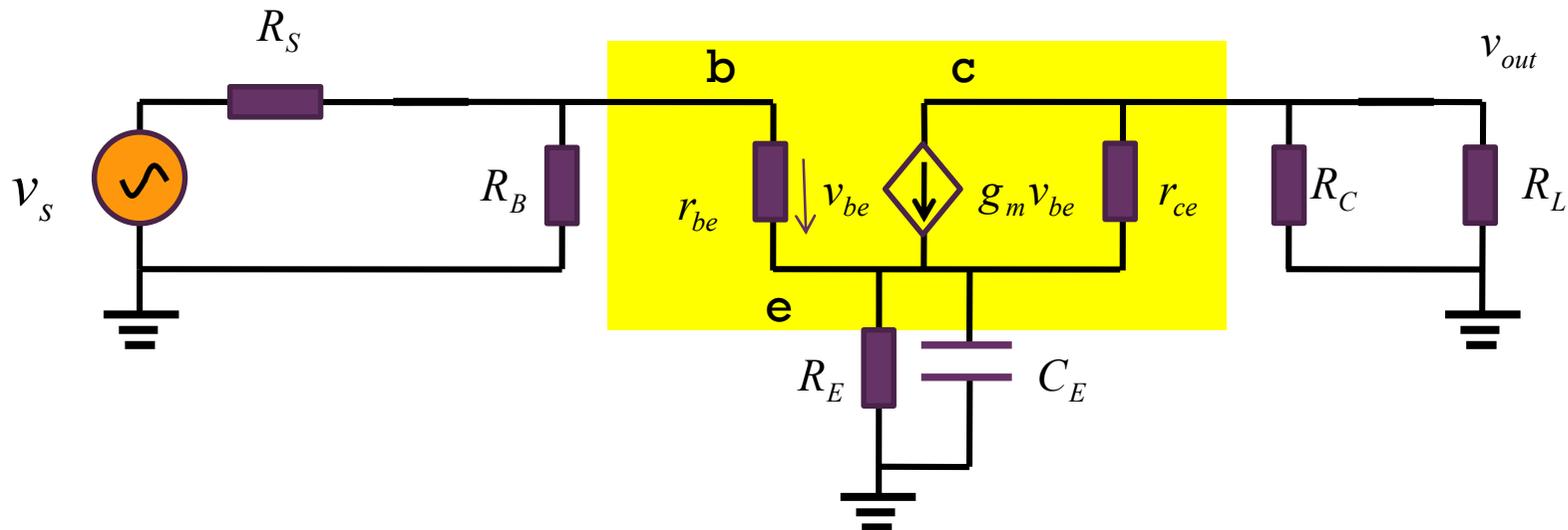
旁路电容的影响



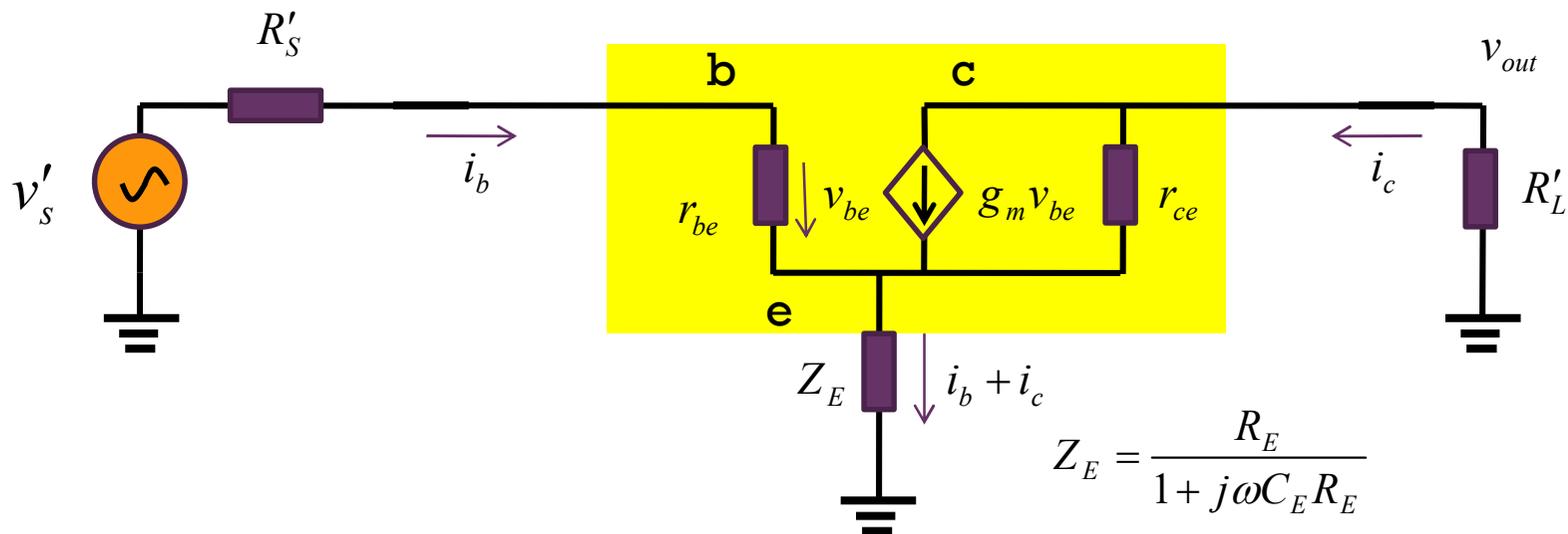
考察 C_E 单独的高通影响，假设 C_C 、 C_B 早就高频短路了



串串负反馈



闭环增益



$$g_{mf} = \frac{g_m}{1 + g_m Z_E} = \frac{g_m}{1 + g_m \frac{R_E}{1 + j\omega R_E C_E}} = \frac{g_m (1 + j\omega R_E C_E)}{1 + g_m R_E + j\omega R_E C_E}$$

$$= \frac{g_m}{1 + g_m R_E} \frac{1 + j\omega R_E C_E}{1 + j\omega \frac{R_E}{1 + g_m R_E} C_E} = g_{mf} \frac{1 + \frac{j\omega}{\omega_z}}{1 + \frac{j\omega}{\omega_p}}$$

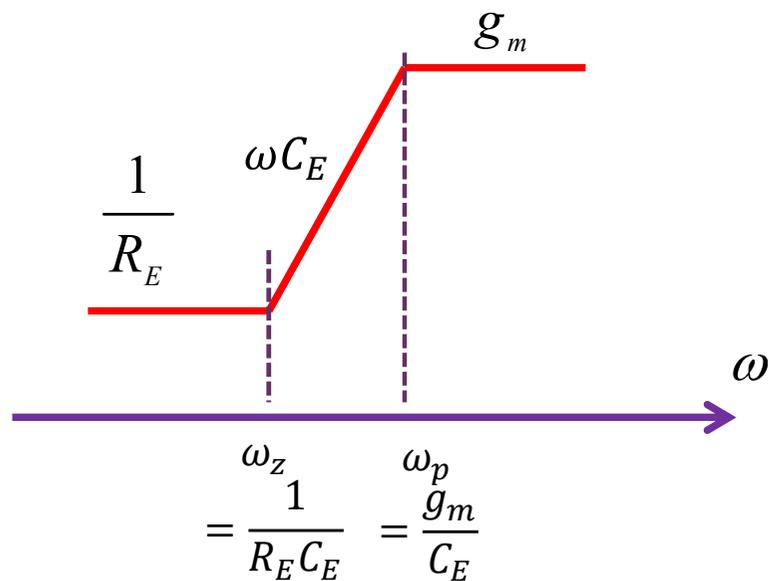
电阻电路分析结果

旁路电容在高频端的影响

零点和极点

$$g_{mf} = \frac{g_m}{1 + g_m Z_E} = \frac{g_m}{1 + g_m R_E} \frac{(1 + j\omega R_E C_E)}{1 + j\omega \frac{R_E}{1 + g_m R_E} C_E}$$

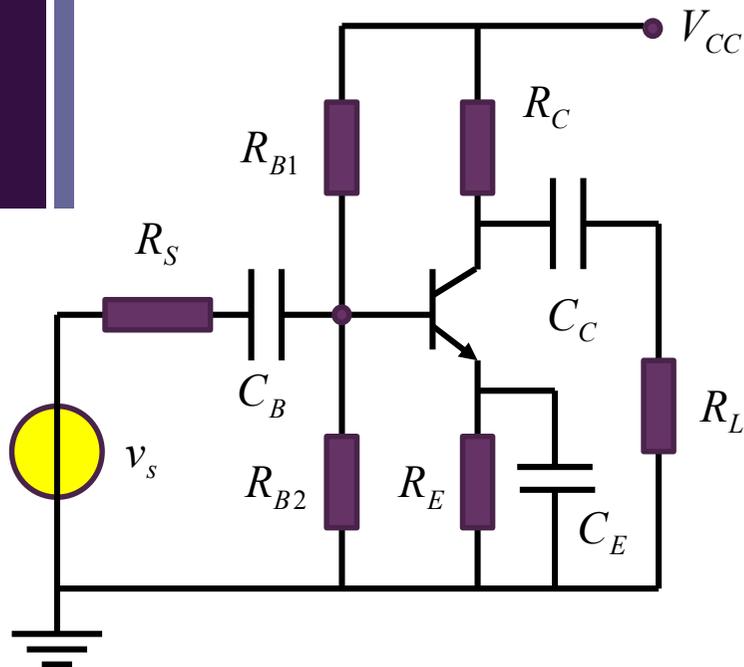
$$g_{mR_E} \gg 1 \quad \frac{1}{R_E} \frac{1 + j\omega R_E C_E}{1 + j\omega \frac{C_E}{g_m}} \approx \begin{cases} \frac{1}{R_E} & \omega < \frac{1}{R_E C_E} \\ \frac{1}{R_E} (j\omega R_E C_E) & \frac{1}{R_E C_E} < \omega < \frac{g_m}{C_E} \\ g_m & \omega > \frac{g_m}{C_E} \end{cases}$$



当射极旁路电容的电抗小于射极看入电阻时，旁路电容可视为短接于地

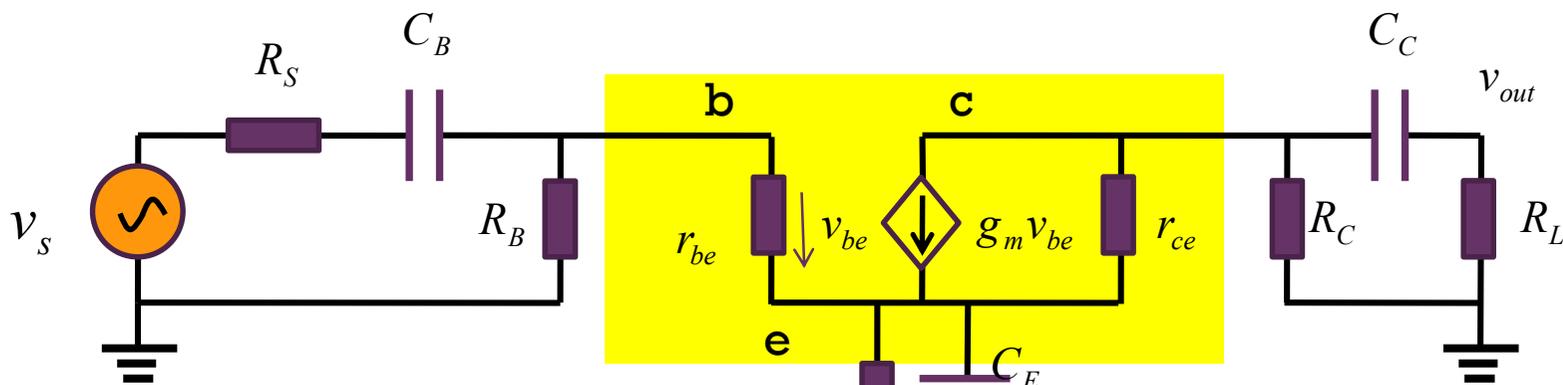
$$\omega > \omega_{0C} = \frac{1}{r_{ine} C_E} \approx \frac{g_m}{C_E}$$

低端3dB频点 由短路时间常数决定



$f > f_{0B}, f_{0C}, f_{0E}$ 进入中频频段

$f_{l,3dB} \approx f_{0B} + f_{0C} + f_{0E}$ 粗略估计
不精确

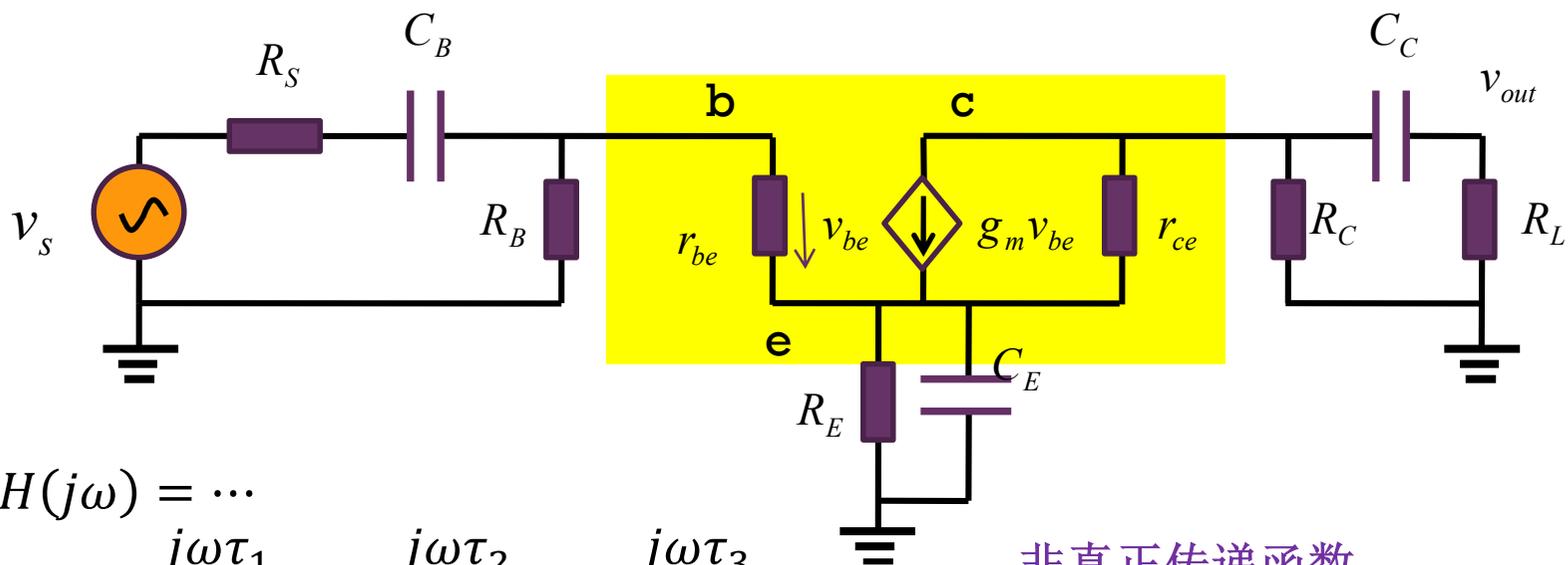


$$f_{0B} = \frac{1}{2\pi\tau_B} = \frac{1}{2\pi C_B (R_B \parallel r_{be} + R_s)}$$

$$f_{0E} = \frac{1}{2\pi\tau_E} \approx \frac{g_m}{2\pi C_E}$$

$$f_{0C} = \frac{1}{2\pi\tau_C} = \frac{1}{2\pi C_C (R_C \parallel r_{ce} + R_L)}$$

低端 3 dB 频点



$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= \dots \\
 &\approx A_0 \frac{j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} \cdot \frac{j\omega\tau_2}{1 + j\omega\tau_2} \cdot \frac{j\omega\tau_3}{1 + j\omega\tau_3} \\
 &\approx A_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_1}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_2}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega\tau_3}} \\
 &\approx A_0 \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3} \right) + \left(\frac{1}{j\omega} \right)^2 (\dots) + \left(\frac{1}{j\omega} \right)^3 (\dots)}
 \end{aligned}$$

非真正传递函数
纯粹一个估计

关注转折频点附近
后的高频段通带

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3}$$

$$\begin{aligned}
 f_{l,3dB} &= \frac{\omega_0}{2\pi} \\
 &\approx \frac{1}{2\pi\tau_1} + \frac{1}{2\pi\tau_2} + \frac{1}{2\pi\tau_3} \\
 &= f_{01} + f_{02} + f_{03}
 \end{aligned}$$

纯粹一个估计

$$f_{0B} = \frac{1}{2\pi\tau_B} = \frac{1}{2\pi C_B (R_B \parallel r_{be} + R_S)} = \frac{1}{2\pi \times 1 \times 10^{-6} \times (8480 \parallel 7220 + 100)} = 40\text{Hz}$$

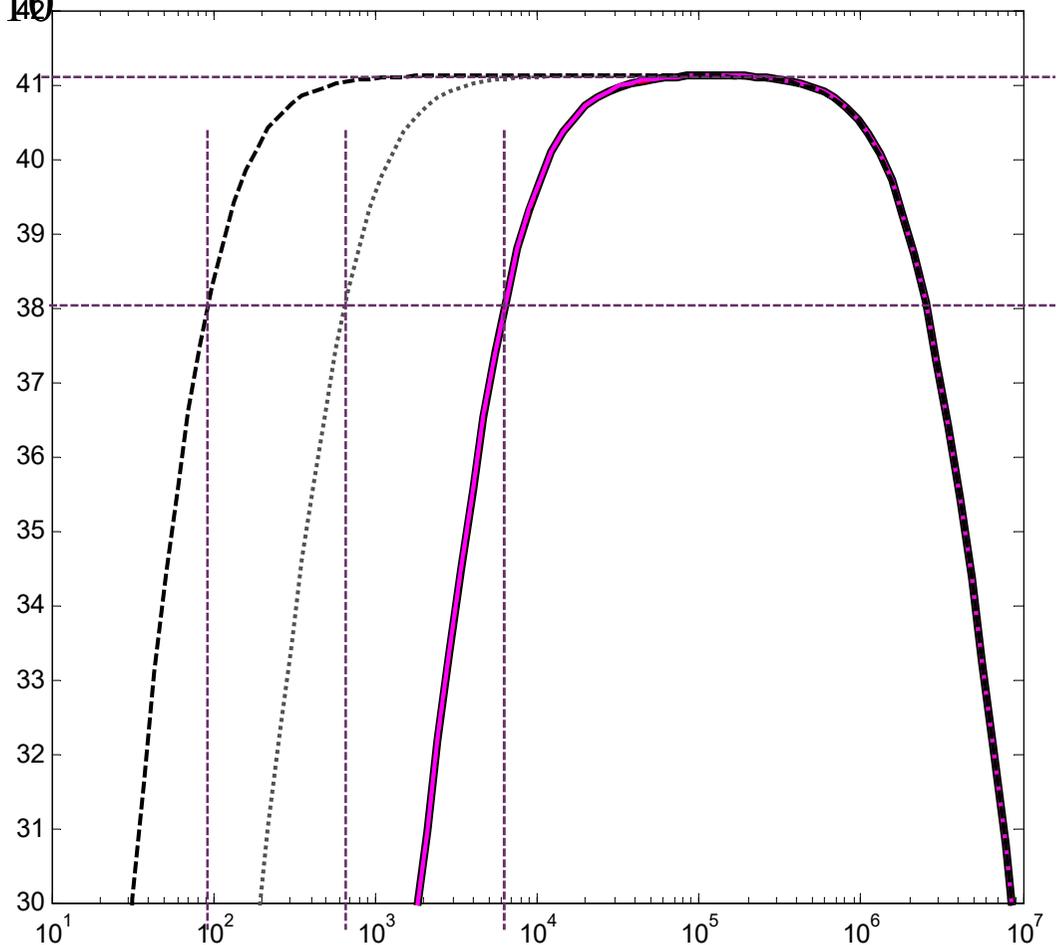
$$f_{0C} = \frac{1}{2\pi\tau_C} = \frac{1}{2\pi C_C (R_C \parallel r_{ce} + R_L)} = \frac{1}{2\pi \times 1 \times 10^{-6} \times (5600 \parallel 92600 + 6200)} = 14\text{Hz}$$

$$f_{0E} = \frac{1}{2\pi\tau_E} \approx \frac{g_m}{2\pi C_E} = \frac{41.5 \times 10^{-3}}{2\pi \times 1 \times 10^{-6}} = 6605\text{Hz}$$

三者差别越大，估计越准确

$$f_{l,3dB} \approx f_{0B} + f_{0C} + f_{0E} \\ = 6659\text{Hz}, 700\text{Hz}, 120\text{Hz}$$

低端3dB频点估算



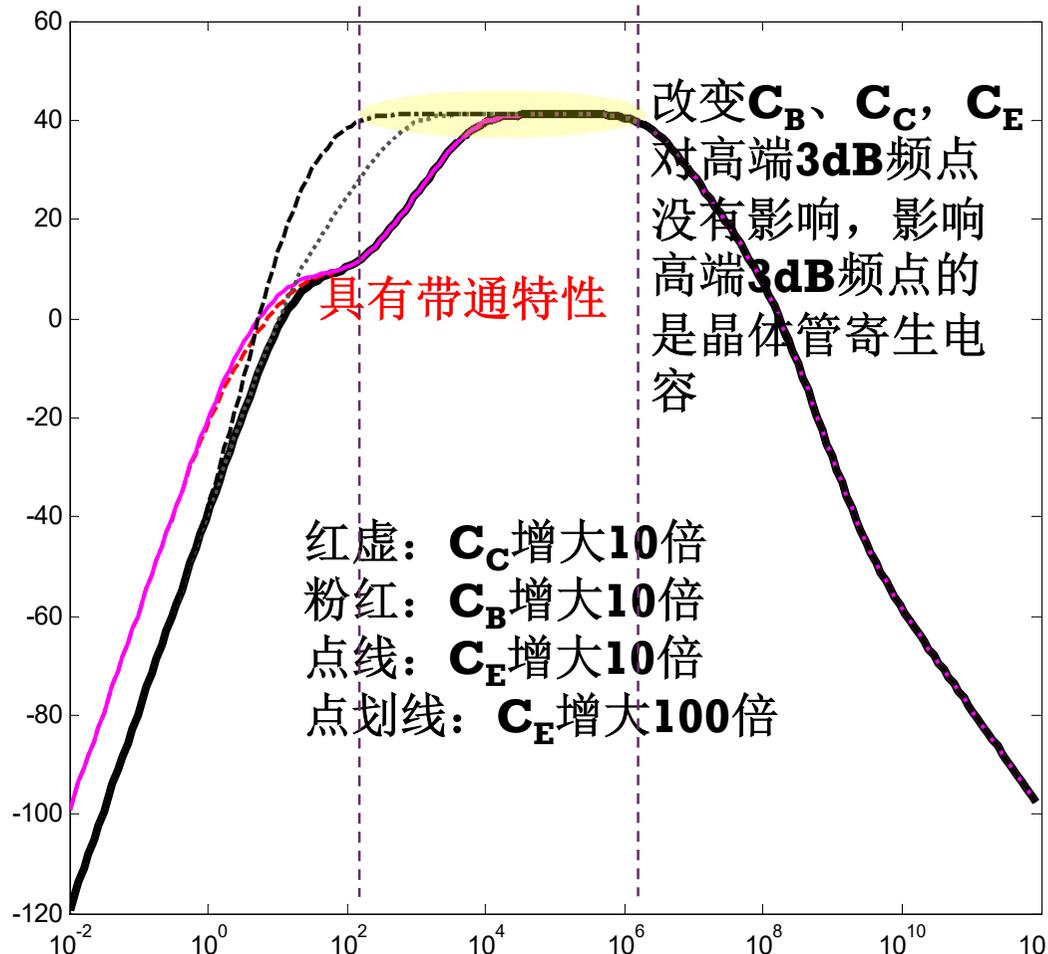
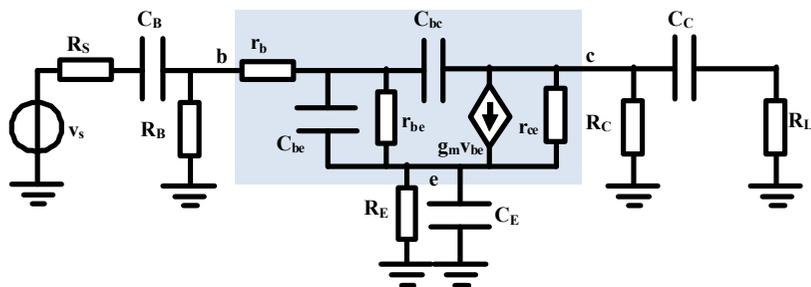
结论:

旁路电容 C_E 决定了低频端3dB频点

因为 C_E 两端等效电阻 $1/g_m$ 最小, 时间常数最小, 导致的高通3dB频点最大, 因而影响最大

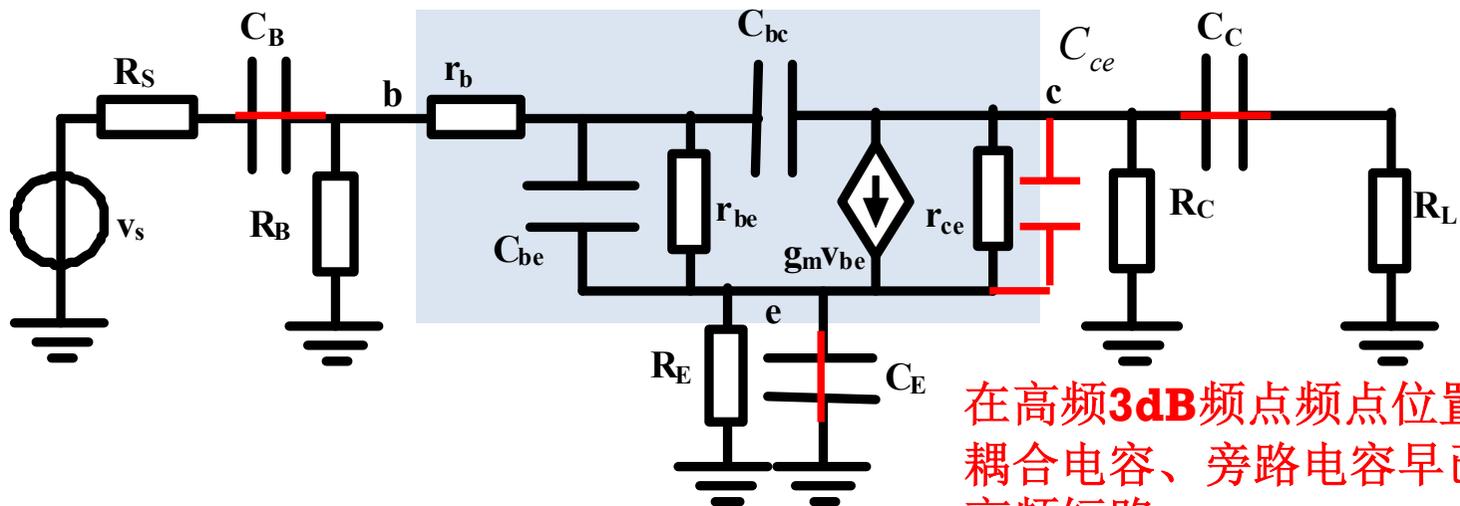
哪个高通电容的时间常数小, 哪个电容就是低端3dB频点的主要矛盾

有效降低低端3dB频点 (扩大通带范围) 的措施是提高 C_E 电容大小

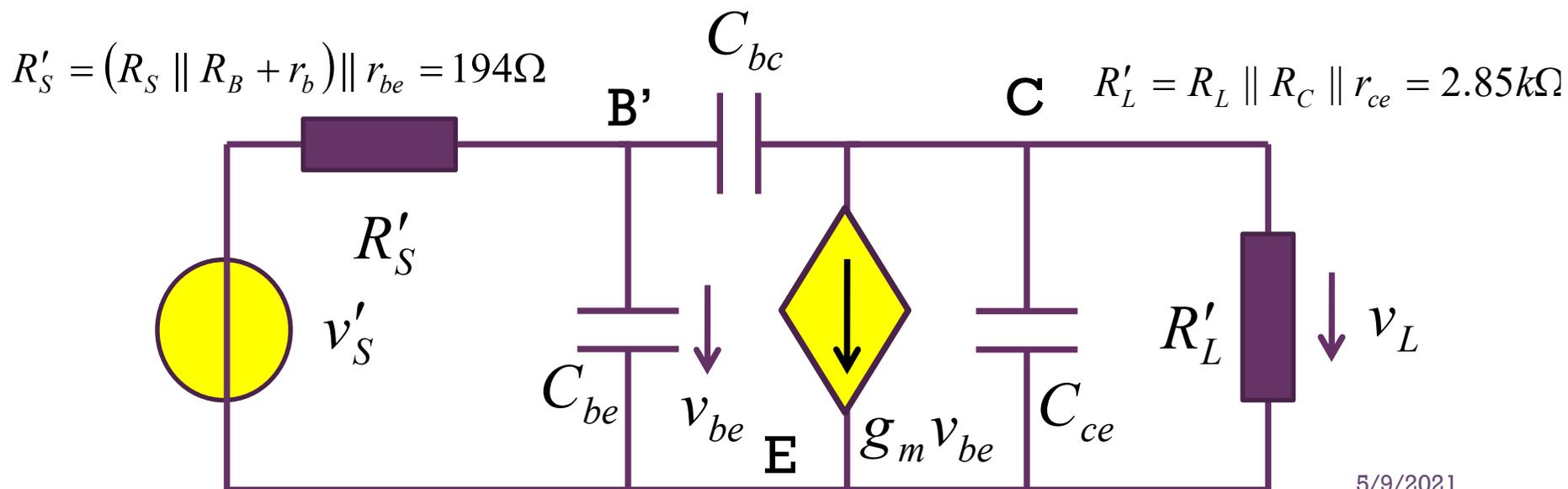


低端3dB频点的决定性因素

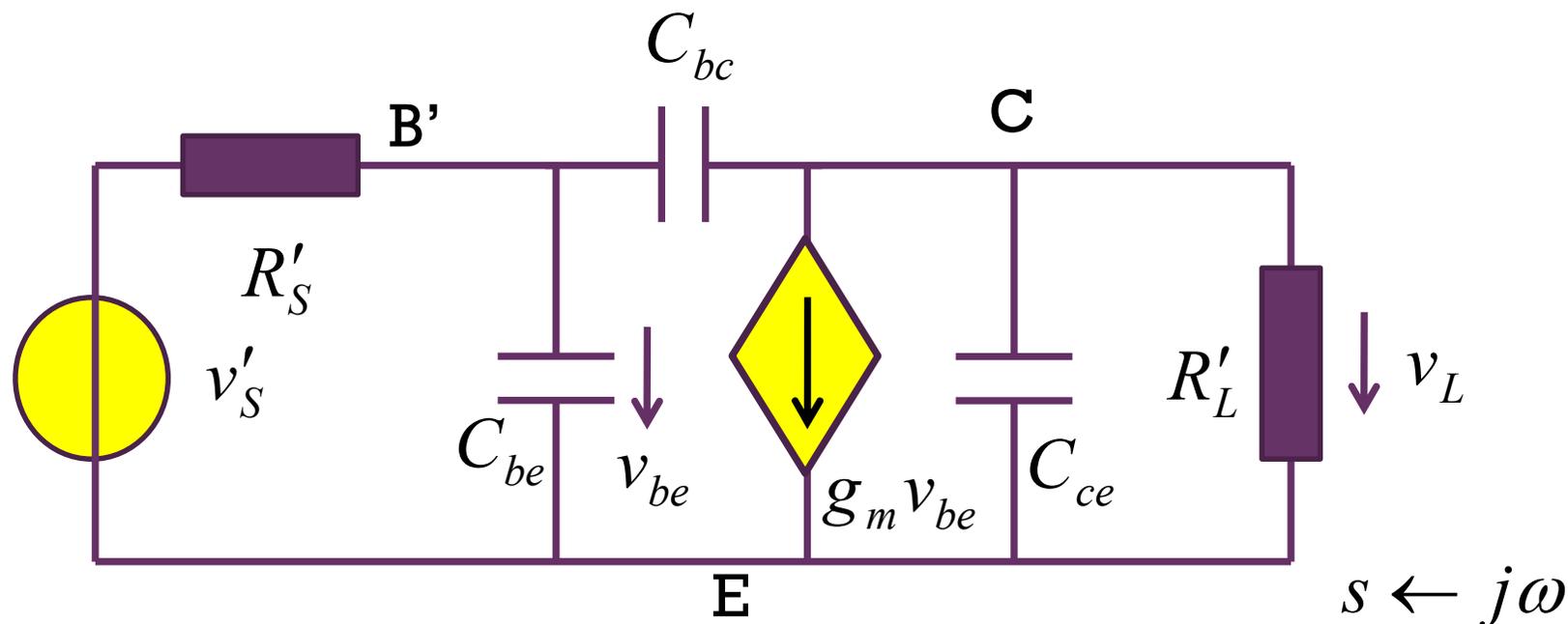
高端3dB频点分析



在高频**3dB**频点位置，
耦合电容、旁路电容早已
高频短路



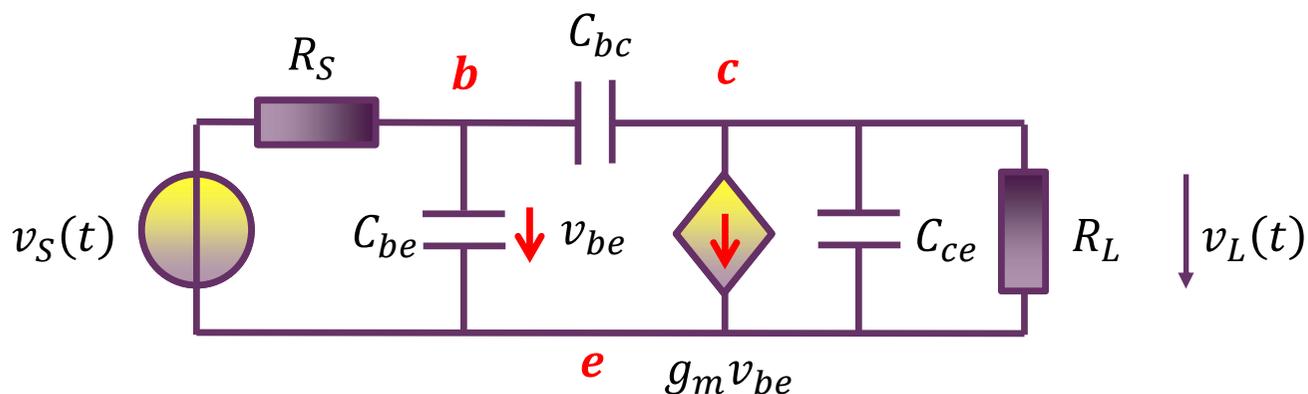
可以分别考察单个电容影响
也可以一并考虑：二阶电路相对简单



$$H(s) = \frac{v_L}{v'_S} = -g_m R'_L \frac{1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}}{1 + s(C_{be}R'_S + C_{bc}(R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L) + C_{ce}R'_L) + s^2 R'_S R'_L (C_{bc}C_{be} + C_{be}C_{ce} + C_{ce}C_{bc})}$$

三个电容：二阶系统：三个电容电压状态变量不独立

用结点电压法求传递函数

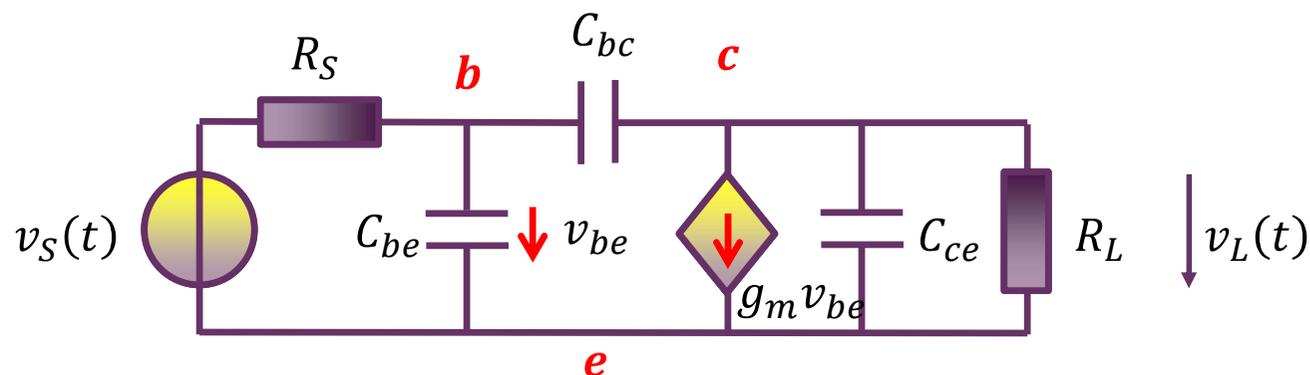


相量域，电纳和电导同等地位

$$\begin{bmatrix} G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} & -j\omega C_{bc} \\ -j\omega C_{bc} & G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ -g_m \dot{V}_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} & -j\omega C_{bc} \\ g_m - j\omega C_{bc} & G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

矩阵求逆

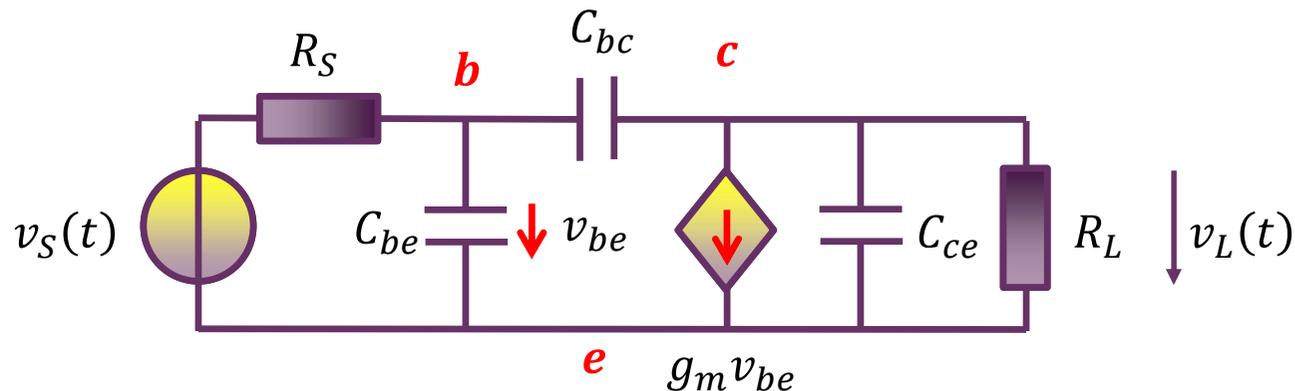


$$\begin{bmatrix} G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} & -j\omega C_{bc} \\ g_m - j\omega C_{bc} & G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} & j\omega C_{bc} \\ -g_m + j\omega C_{bc} & G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix}}{(G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc})(G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc}) - (-g_m + j\omega C_{bc})j\omega C_{bc}} \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} G_L + sC_{ce} + sC_{bc} & sC_{bc} \\ -g_m + sC_{bc} & G_S + sC_{be} + sC_{bc} \end{bmatrix}}{(G_S + sC_{be} + sC_{bc})(G_L + sC_{ce} + sC_{bc}) - (-g_m + sC_{bc})sC_{bc}} \begin{bmatrix} G_S V_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

传递函数



$$\begin{bmatrix} V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} G_L + sC_{ce} + sC_{bc} & sC_{bc} \\ -g_m + sC_{bc} & G_S + sC_{be} + sC_{bc} \end{bmatrix}}{(G_S + sC_{be} + sC_{bc})(G_L + sC_{ce} + sC_{bc}) - (-g_m + sC_{bc})sC_{bc}} \begin{bmatrix} G_S V_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} G_L + sC_{ce} + sC_{bc} \\ -g_m + sC_{bc} \end{bmatrix} G_S V_S}{G_S G_L + s(C_{ce} G_S + C_{be} G_L + C_{bc}(G_S + G_L + g_m)) + s^2(C_{be} C_{bc} + C_{bc} C_{ce} + C_{ce} C_{be})}$$

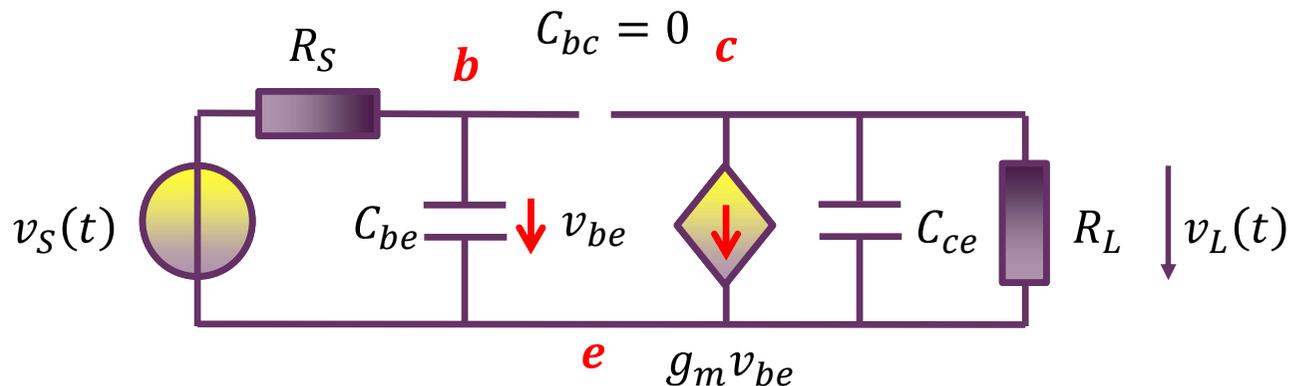
$$H(s) = \frac{V_L}{V_S} = \frac{V_C}{V_S} = \frac{(-g_m + sC_{bc})G_S}{G_S G_L + s(C_{ce} G_S + C_{be} G_L + C_{bc}(G_S + G_L + g_m)) + s^2(C_{be} C_{bc} + C_{bc} C_{ce} + C_{ce} C_{be})}$$

多项式归一化： $s=0$ 代表直流电阻电路

$$= -g_m R_L \frac{\left(1 - s \frac{C_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s(C_{ce} R_L + C_{be} R_S + C_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L)) + s^2(C_{be} C_{bc} + C_{bc} C_{ce} + C_{ce} C_{be}) R_S R_L}$$

凡是复杂一点的公式，都应做量纲检查，极端检查：所有电容为0，开路

极端检查



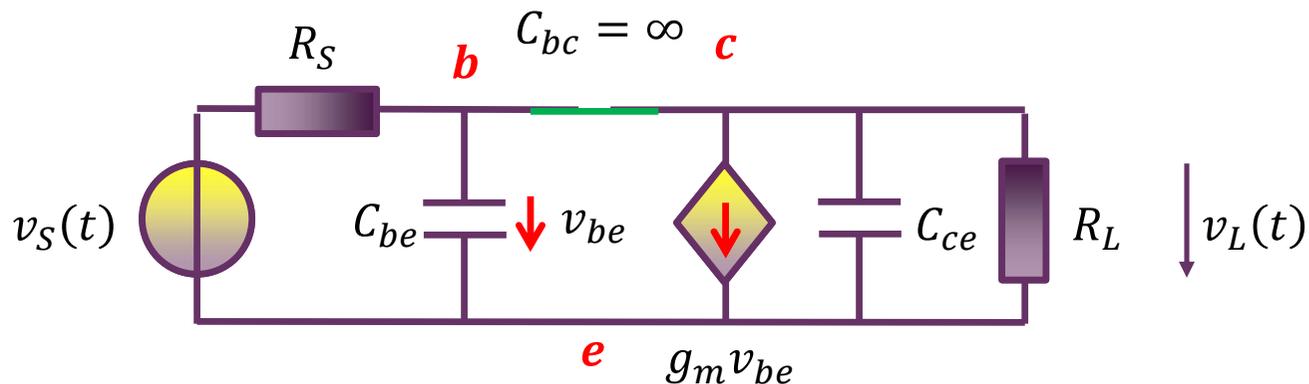
C_{bc} 开路后，电路变成单向网络

$$H(s) = -g_m R_L \frac{\left(1 - s \frac{C_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s(C_{ce}R_L + C_{be}R_S + C_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L)) + s^2(C_{be}C_{bc} + C_{bc}C_{ce} + C_{ce}C_{be})R_S R_L}$$

$$\stackrel{C_{bc}=0}{\cong} -g_m R_L \frac{1}{1 + s(C_{ce}R_L + C_{be}R_S) + s^2 C_{ce} C_{be} R_S R_L} = -g_m R_L \frac{1}{(1 + sC_{be}R_S)(1 + sC_{ce}R_L)}$$

$$= \underbrace{\frac{R_L}{1 + sC_{ce}R_L}}_{\text{输出电流流过输出回路总阻抗形成输出电压}} \underbrace{(-g_m)}_{\text{被本征跨导增益转换为输出电流}} \underbrace{\frac{1}{1 + sC_{be}R_S}}_{\text{输入回路分压}} \frac{1}{\frac{1}{sC_{be}} + R_S}$$

极端检查



通过量纲检查、极端检查的表达式，基本认可其准确性

$$H(s) = -g_m R_L \frac{\left(1 - s \frac{C_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s(C_{ce} R_L + C_{be} R_S + C_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L)) + s^2(C_{be} C_{bc} + C_{bc} C_{ce} + C_{ce} C_{be}) R_S R_L}$$

$$\stackrel{C_{bc}=\infty}{\approx} -g_m R_L \frac{-s \frac{C_{bc}}{g_m}}{s C_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L) + s^2(C_{be} + C_{ce}) C_{bc} R_S R_L}$$

$$= \frac{R_L}{(R_S + R_L + g_m R_S R_L) + s(C_{be} + C_{ce}) R_S R_L} = \frac{1}{\underbrace{(G_S + G_L + g_m) + s(C_{be} + C_{ce})}_{\text{诺顿电流流过并联阻抗, 形成电压}}} \underbrace{G_S}_{\text{戴维南源转化为诺顿源}}$$

诺顿电流流过并联
阻抗，形成电压

戴维南源
转化为诺
顿源

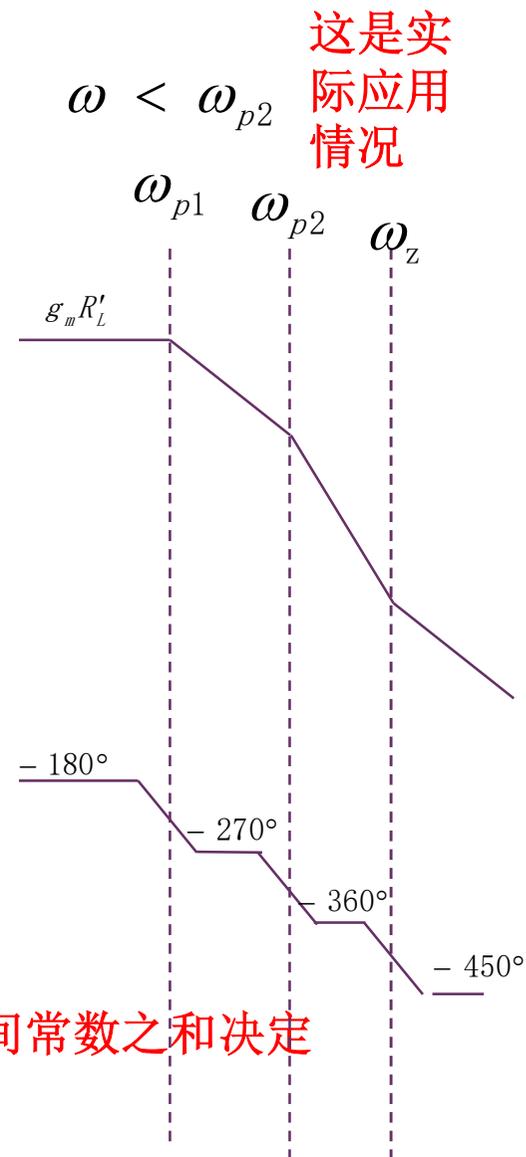
二阶系统的一阶近似

$$H(s) = \frac{v_L}{v_S} = -g_m R'_L \frac{1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}}{1 + s(C_{be}R'_S + C_{bc}(R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L) + C_{ce}R'_L) + s^2 R'_S R'_L (C_{bc}C_{be} + C_{be}C_{ce} + C_{ce}C_{bc})}$$

$$s=j\omega \quad \omega \text{不是很高时, 近似为一阶} \quad \omega_{p1} \ll \omega_{p2} \ll \omega_z$$

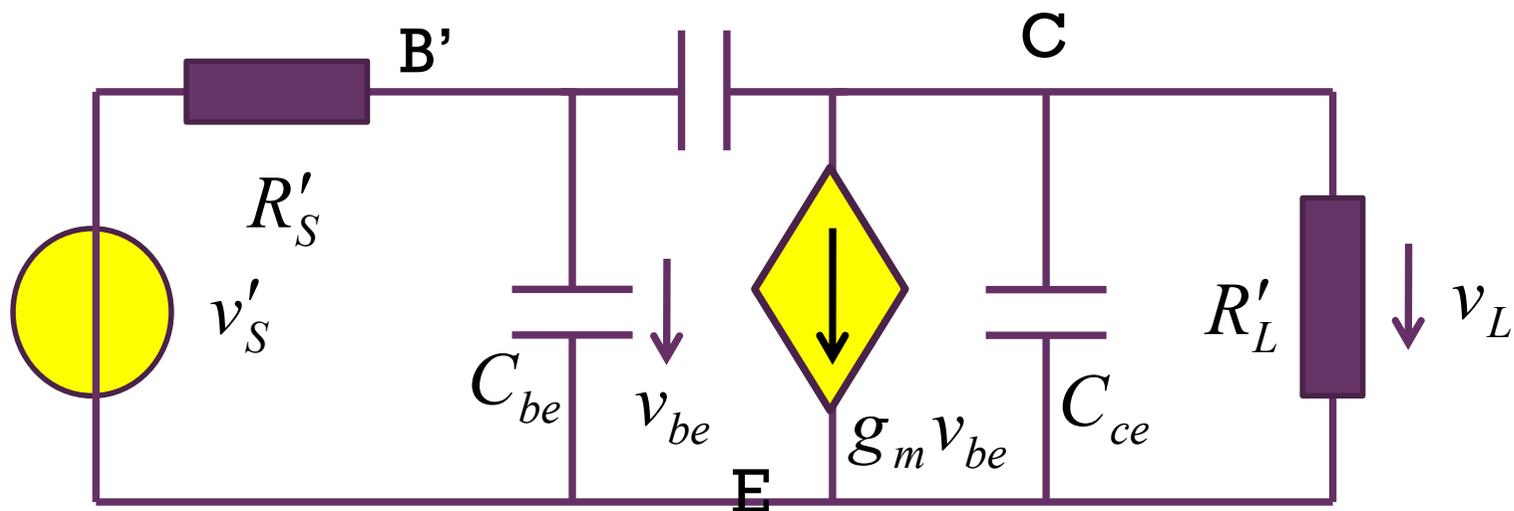
$$= -g_m R'_L \frac{1 - \frac{j\omega}{\omega_z}}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{p2}}\right)} \approx -g_m R'_L \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_{p1}}}$$

$$\approx -g_m R'_L \frac{1}{1 + j\omega(C_{be}R'_S + C_{bc}(R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L) + C_{ce}R'_L)}$$



高端**3dB**频点近似由所有低通电容开路时间常数之和决定

开路时间常数



$$\tau_{be} = C_{be} R'_S = 70 \text{ pF} \times 194 \Omega = 13.58 \text{ ns}$$

$$\begin{aligned} \tau_{bc} &= C_{bc} (R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L) \\ &= 2 \text{ pF} \times (194 + 2850 + 41.5 \times 2.85 \times 194) \\ &= 2 \text{ pF} \times 25989 \Omega = 51.98 \text{ ns} \end{aligned}$$

$$\tau_{ce} = C_{ce} R'_L = 0 \quad \tau = \tau_{be} + \tau_{bc} + \tau_{ce} = 65.56 \text{ ns}$$

$$f_{h,3dB} = \frac{1}{2\pi\tau} = 2.43 \text{ MHz}$$

高端3dB频点估算

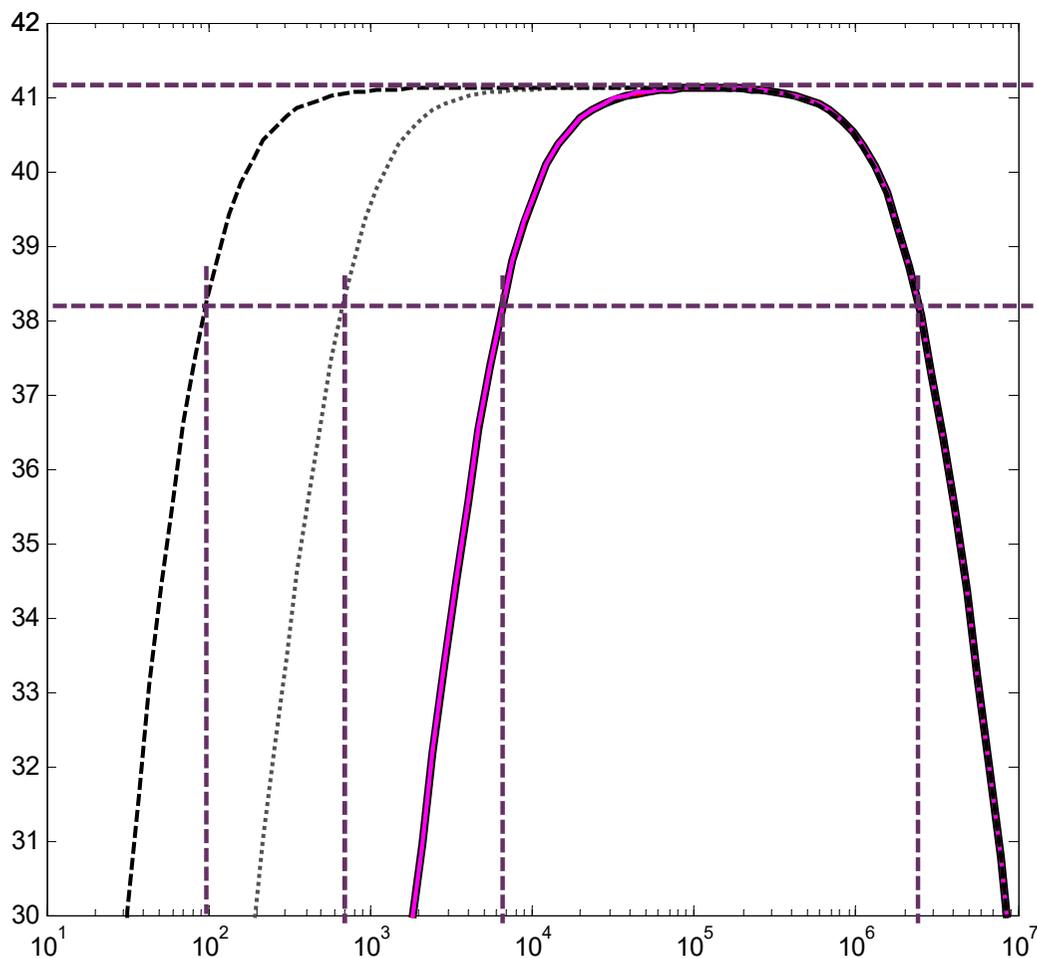
$$f_{l,3dB} \approx f_{0B} + f_{0C} + f_{0E}$$

$$= 6659\text{Hz}, 700\text{Hz}, 120\text{Hz}$$

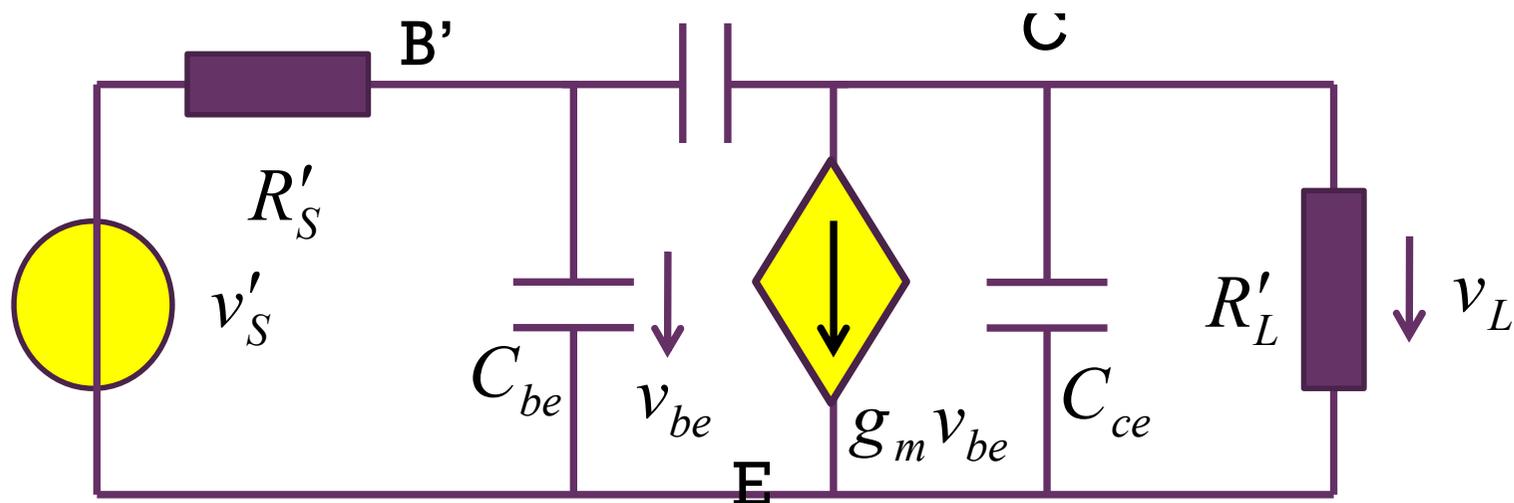
低端**3dB**频点由高通电容（耦合电容、旁路电容）决定：计算单个电容的短路时间常数，获得每个电容的低端**3dB**频点，求和获得总的低端**3dB**频点

$$f_{h,3dB} = \frac{1}{2\pi\tau} = 2.43\text{MHz}$$

高端**3dB**频点由低通电容（晶体管寄生电容）决定：计算单个电容的开路时间常数，求和获得总的高端**3dB**频点对应时间常数



高端 3dB 频点估算



$$H(j\omega) = \dots$$

$$\approx A_0 \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_3}$$

非真正传递函数，
纯粹一个估计

$$\approx A_0 \frac{1}{1 + j\omega(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) + (j\omega)^2(\dots) + (j\omega)^3(\dots)}$$

$$\approx A_0 \frac{1}{1 + j\omega(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} \approx A_0 \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$$

关注转折频点附近
前的低频端通带

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}$$

$$f_{h,3dB} = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}$$

- 晶体管放大器电路中的电容很多，是高阶动态系统
 - 由于这些电容的影响力相差较大，从而对低端3dB频点和高端3dB频点估算时，均可用一阶系统近似

- 低端3dB频点由高通电容（耦合电容、旁路电容）决定
 - 估算低端3dB频点时，小的寄生电容低频开路处理
 - 计算每个高通电容的短路时间常数，对应截止频点，低端3dB频点近似是所有截止频点之和

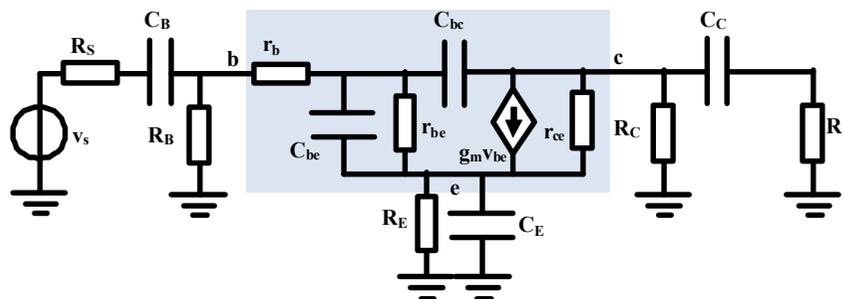
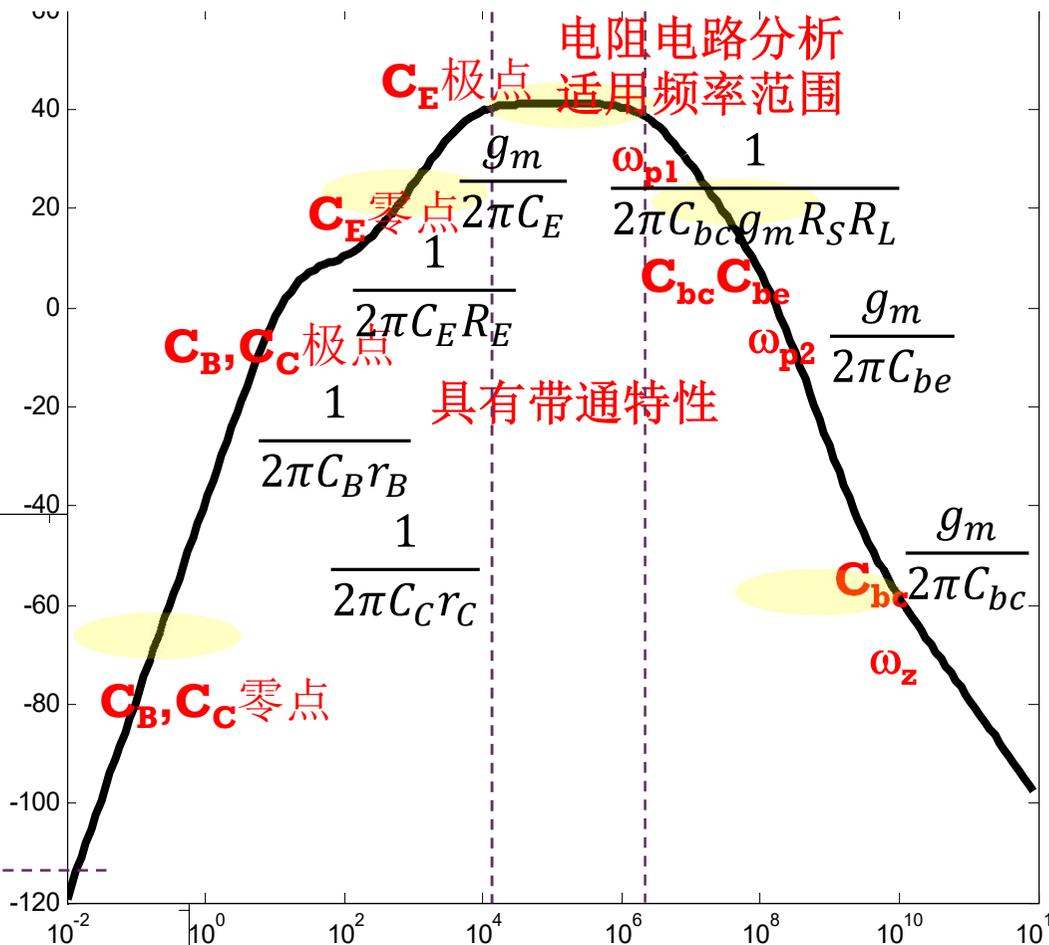
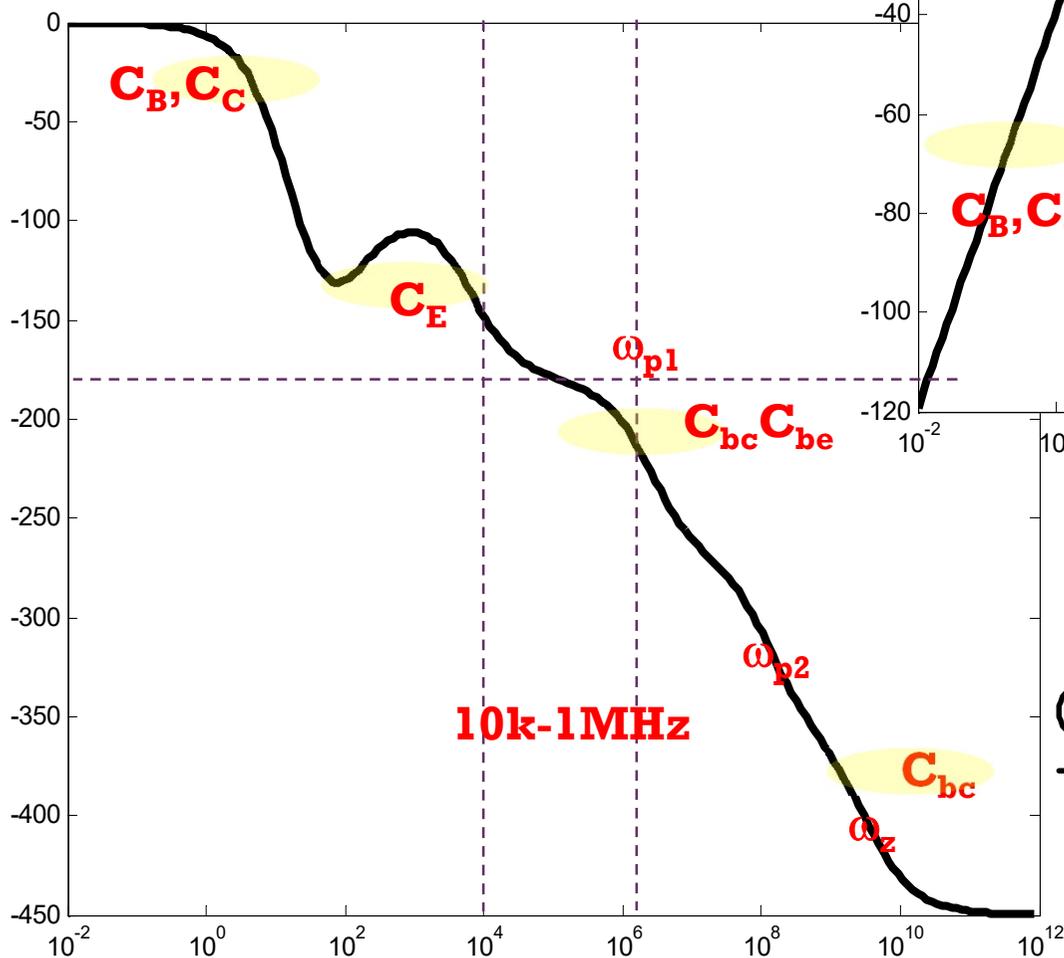
$$f_{l,3dB} \approx f_{0B} + f_{0C} + f_{0E} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{C_B R_{BS}} + \frac{1}{C_C R_{CS}} + \frac{1}{C_E R_{ES}} \right]$$

- 高端3dB频点由低通电容（晶体管寄生电容）决定
 - 估算高端3dB频点时，大的耦合电容、旁路电路高频短路处理
 - 计算每个低通电容的开路时间常数，求和获得总时间常数，对应截止频率近似为高端3dB频点

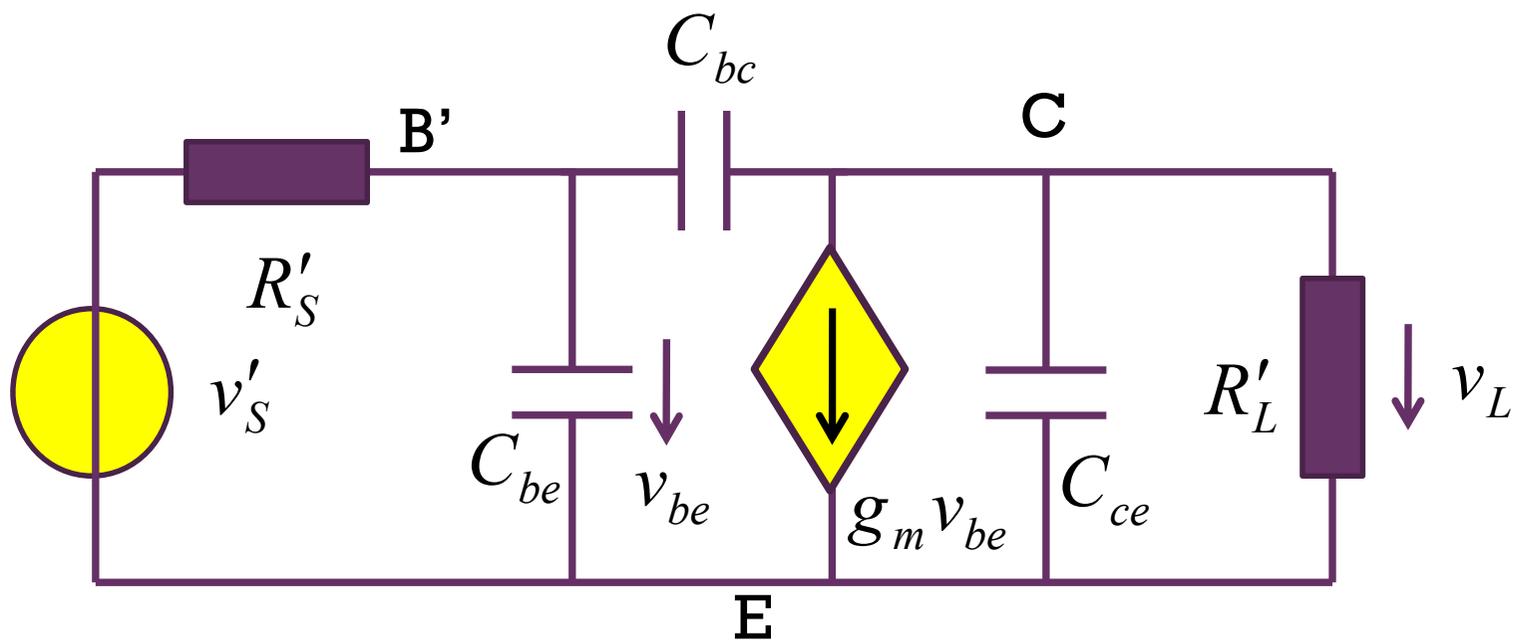
$$f_{h,3dB} \approx \frac{1}{2\pi(\tau_{be} + \tau_{bc} + \tau_{ce})} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{C_{be}R'_S + C_{bc}(R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L) + C_{ce}R'_L}$$

对仿真结果的零极点解读

到底是哪个电容在起作用？
形成如是幅频特性和相频特性？



只考虑寄生电容影响的放大器的时域分析



$$H(s) = \frac{v_L}{v'_S} = -g_m R'_L \frac{1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}}{1 + s(C_{be}R'_S + C_{bc}(R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L) + C_{ce}R'_L) + s^2 R'_S R'_L (C_{bc}C_{be} + C_{be}C_{ce} + C_{ce}C_{bc})}$$

$$= -g_m R'_L \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$

阶跃响应

$$g(t) = \int_{-\infty}^t h(v)dv \quad G(s) = \frac{1}{s}H(s)$$

$$G(s) = \frac{1}{s}H(s) = -g_m R'_L \frac{1}{s} \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)} = -g_m R'_L \left(\frac{a}{s} + \frac{b}{1 + \frac{s}{\omega_{p1}}} + \frac{c}{1 + \frac{s}{\omega_{p2}}} \right)$$

$$= -g_m R'_L \frac{a \left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right) + bs \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right) + cs \left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)}{s \left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$

$$= -g_m R'_L \frac{a + s \left(\frac{a}{\omega_{p1}} + \frac{a}{\omega_{p2}} + b + c \right) + s^2 \left(\frac{a}{\omega_{p1}\omega_{p2}} + \frac{b}{\omega_{p2}} + \frac{c}{\omega_{p1}} \right)}{s \left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$

$$a = 1 \quad \frac{a}{\omega_{p1}} + \frac{a}{\omega_{p2}} + b + c = -\frac{1}{\omega_z} \quad \frac{a}{\omega_{p1}\omega_{p2}} + \frac{b}{\omega_{p2}} + \frac{c}{\omega_{p1}} = 0$$

阶跃响应可直接从传递函数获得

$$a = 1 \quad \frac{a}{\omega_{p1}} + \frac{a}{\omega_{p2}} + b + c = -\frac{1}{\omega_z} \quad \frac{a}{\omega_{p1}\omega_{p2}} + \frac{b}{\omega_{p2}} + \frac{c}{\omega_{p1}} = 0$$

$$a = 1 \quad G(s) = \frac{1}{s} H(s) = -g_m R'_L \left(\frac{a}{s} + \frac{b}{1 + \frac{s}{\omega_{p1}}} + \frac{c}{1 + \frac{s}{\omega_{p2}}} \right)$$

$$= -g_m R'_L \left(\frac{a}{s} + \frac{b\omega_{p1}}{s + \omega_{p1}} + \frac{c\omega_{p2}}{s + \omega_{p2}} \right)$$

$$b = \frac{\frac{\omega_{p2}}{\omega_z} + \frac{\omega_{p2}}{\omega_{p1}}}{\omega_{p1} - \omega_{p2}}$$

$$g(t) = -g_m R'_L (1 + b\omega_{p1} e^{-\omega_{p1}t} + c\omega_{p2} e^{-\omega_{p2}t})$$

$$\sim -g_m R'_L (1 - e^{-\omega_{p1}t})$$

自行用二阶系统的五要素法求解可获得相同的解；系统长期行为犹如一阶低通系统，阶跃响应犹如电容充电，一段延时后才能进入稳态

$$c = \frac{\frac{\omega_{p1}}{\omega_z} + \frac{\omega_{p1}}{\omega_{p2}}}{\omega_{p2} - \omega_{p1}}$$

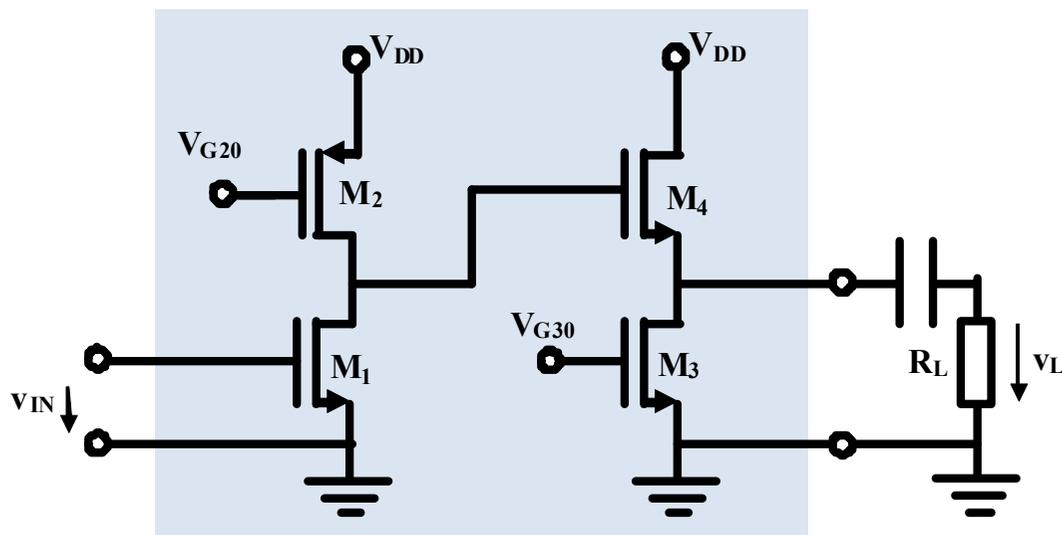
$$H(s) = -g_m R'_L \frac{1 - \frac{s}{\omega_z}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)} \sim -g_m R'_L \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_{p1}}}$$

小结

- 任何电路器件都存在高频寄生效应，低频下视为开路的结构在高频下看却是电容结构，低频下视为短路的结构在高频下看却是电感结构，这些寄生电容效应、寄生电感效应（以及寄生电阻效应、寄生传输线效应、寄生互感效应等）使得电路器件在高频应用中严重偏离低频下设计的元件特性
- 晶体管存在的寄生电容效应，使得晶体管
 - 反相器（数字门电路）产生延时、动态功耗
 - 放大器高频增益下降，超过 f_{\max} 频点后，晶体管丧失有源性
 - $f > f_{\max}$: 失去向端口外提供电功率的能力
 - 放大器内在反馈有可能变成正反馈，从而设计的放大器变成振荡器，放大器的稳定性降低
- 仅考虑晶体管寄生电容效应，且负载为电阻负载时，可以通过简单估算获得放大器的3dB频点
 - 低端3dB频点由耦合电容、旁路电容等高通电容的短路时间常数决定
 - 高端3dB频点由寄生电容（低通电容）的开路时间常数决定

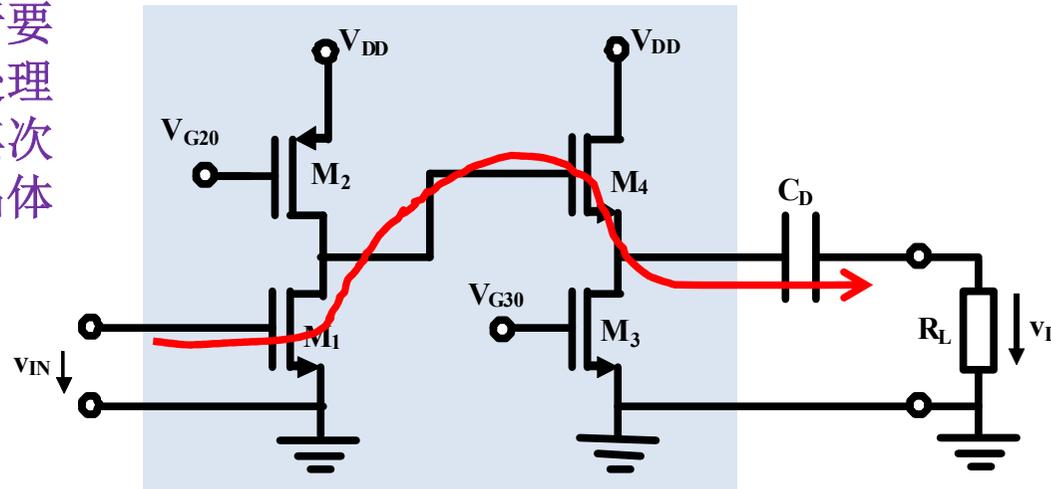
习题选讲

- 作业10.2 级联放大器分析
- 请画出图示电路的交流小信号分析电路模型，求电压放大倍数，输入电阻、输出电阻，及源端到负载端二端口等效电路
 - 假设晶体管工作在恒流区，交流分析用微分元件模型替代
 - 二端口总网络用电压放大器最适 g 参量描述



原理性分析

多晶体管电路分析要点：首先把信号处理通路标记出来，其次分析通路上每个晶体管的作用



(1) 确定信号通路： v_{in} - M_1 - M_4 - R_L

(2) 确定信号通路上每个晶体管的作用

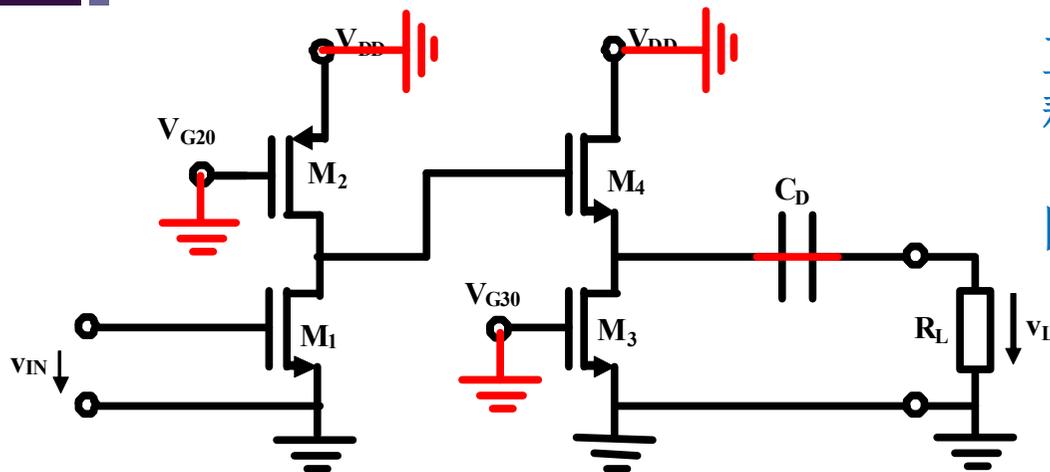
M_1 : CS组态，跨导放大器，将输入电压转换为电流

M_4 : CD组态，电压缓冲器，提供大电流驱动能力
由于 M_4 缓冲器输入阻抗无穷大，故而 M_1 跨导放大器输出电流只能流入其输出电阻，形成高电压增益

M_2 : V_{SG} 电压固定不变，为恒流源，为跨导放大管 M_1 提供直流偏置和有源负载

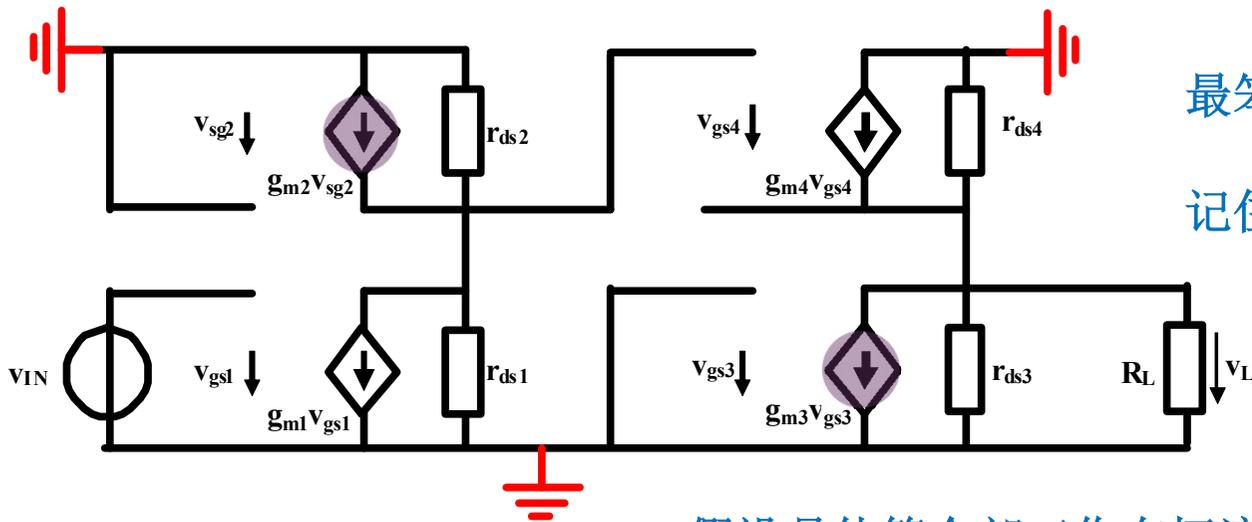
M_3 : V_{GS} 电压固定不变，为恒流源，为电压缓冲管 M_4 提供直流偏置

交流小信号分析



直流恒压为交流地
耦合电容交流短路

固定电压（直流电压）就是交流地

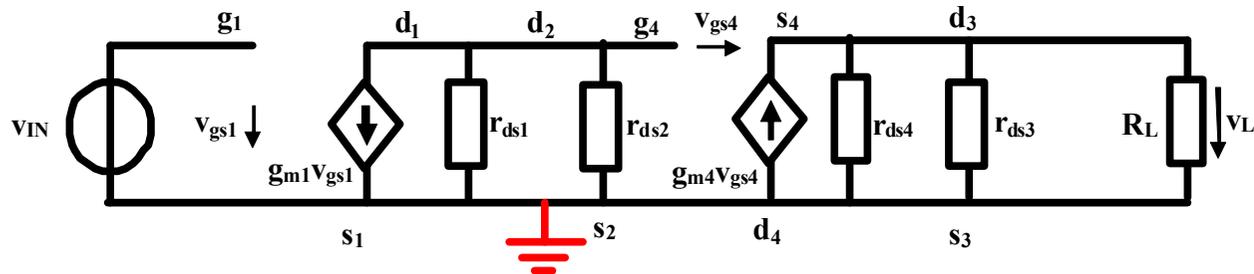
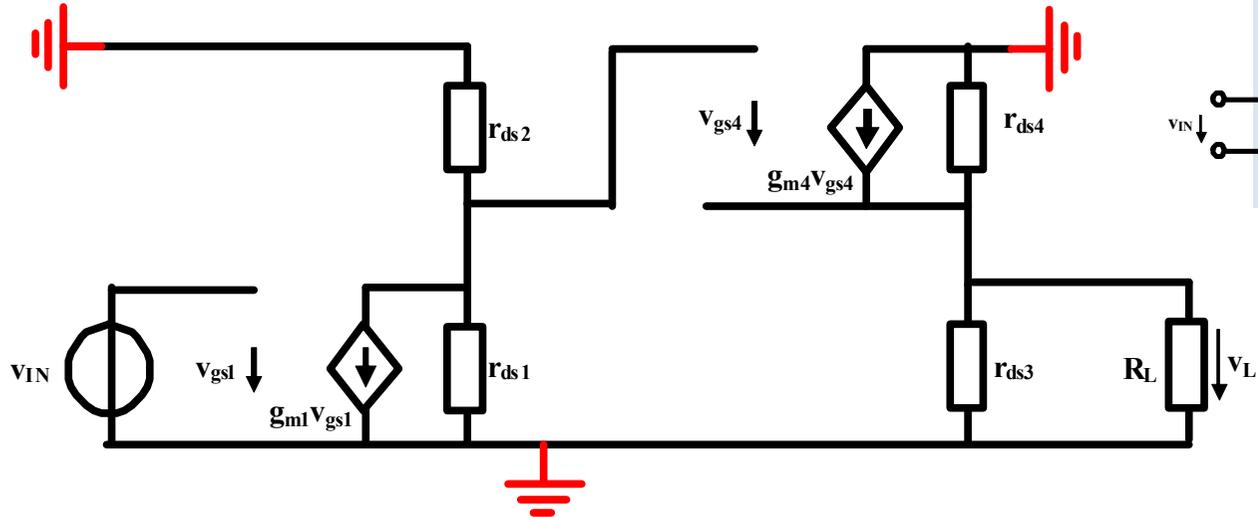
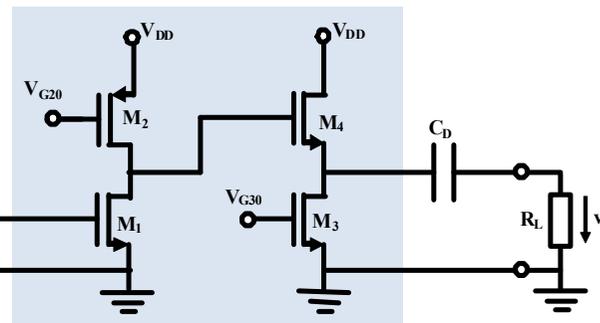
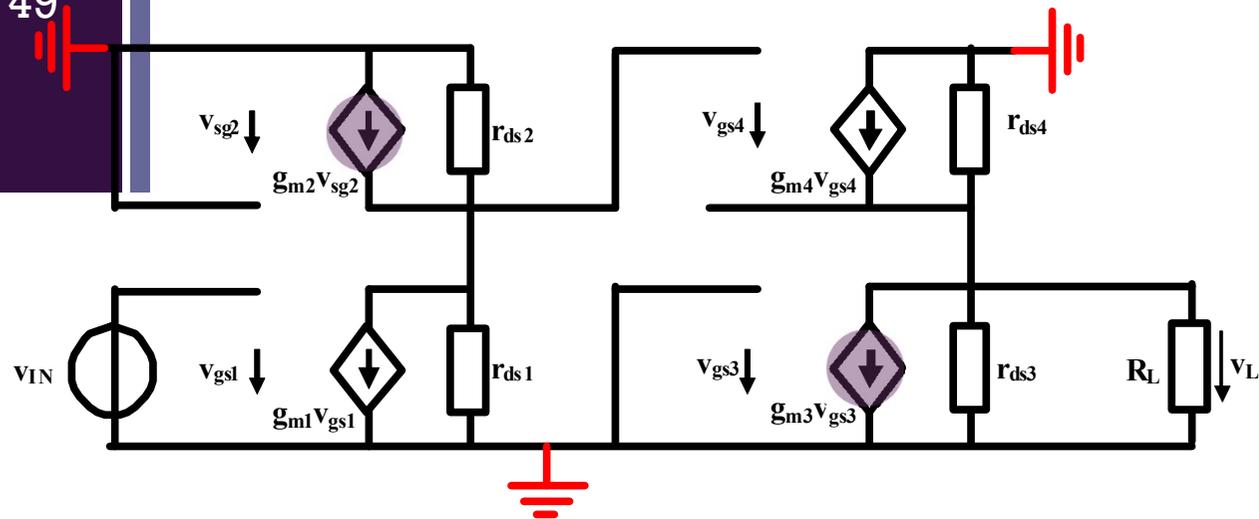


最笨的方法也是最可靠的方法

记住一个跨导器模型即可

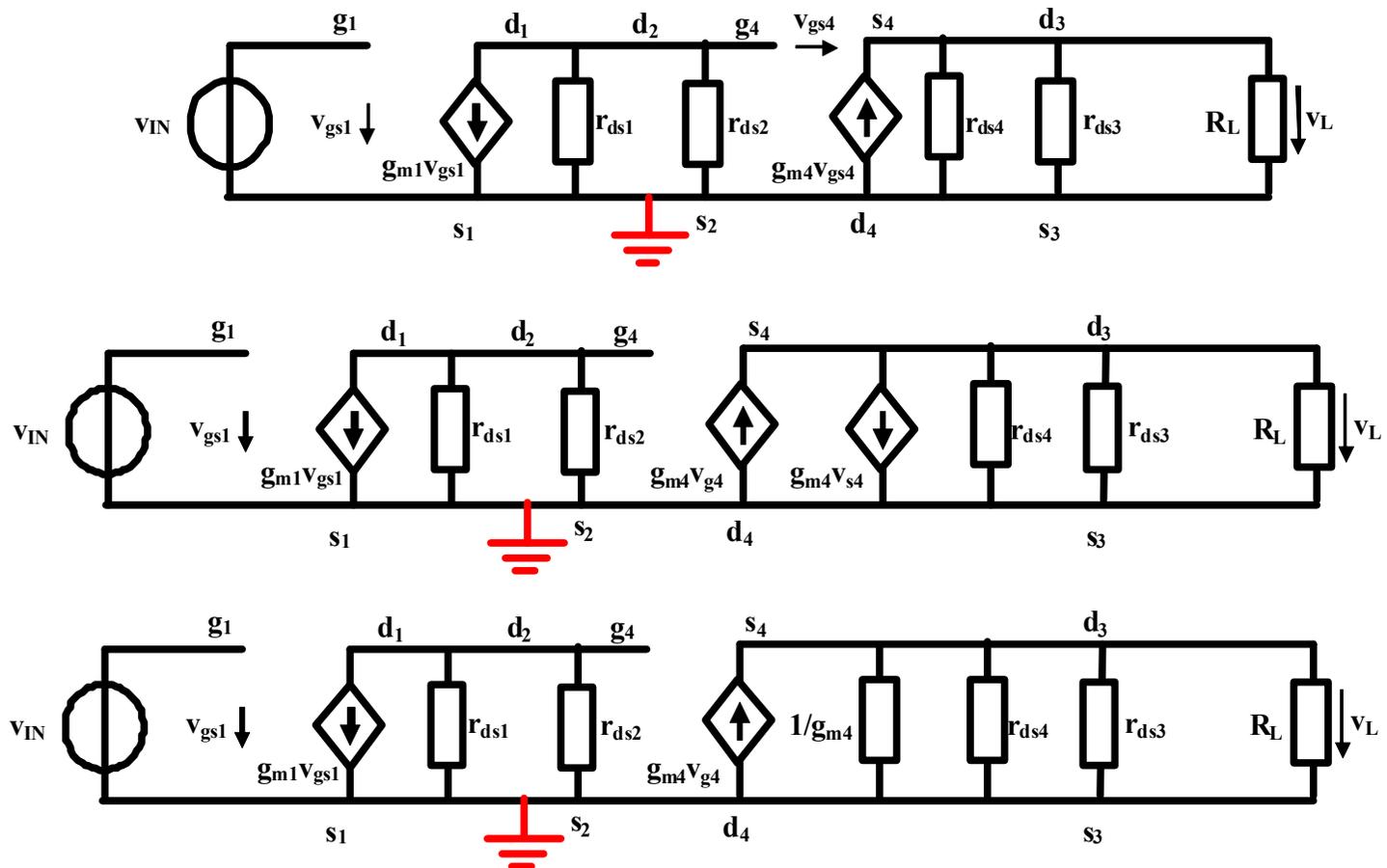
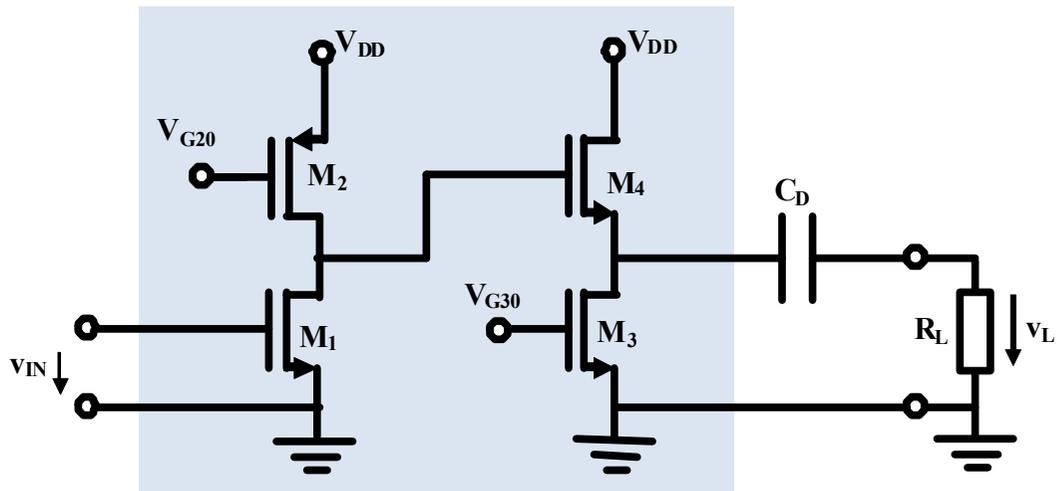
假设晶体管全部工作在恒流区，这是由偏置电路设计确保的

电流为零 即开路

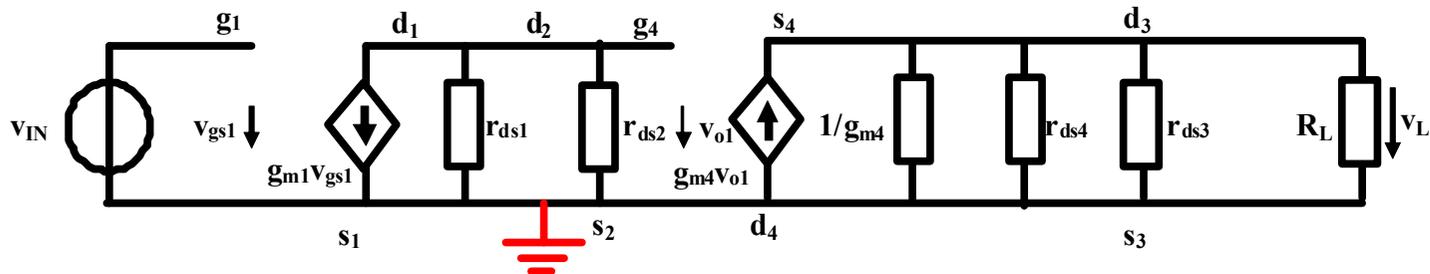
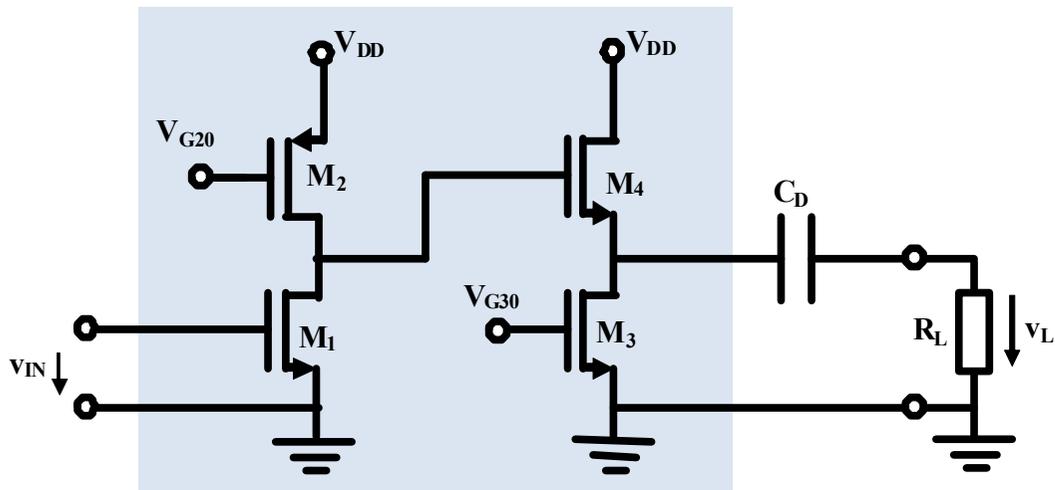


M_2 和 M_3 晶体管在交流小信号分析中，仅仅等效为 r_{ds} 电阻，原因在于它们是直流偏置电流源，其微分元件只剩下厄利效应电阻

直接电路变换



电压传递

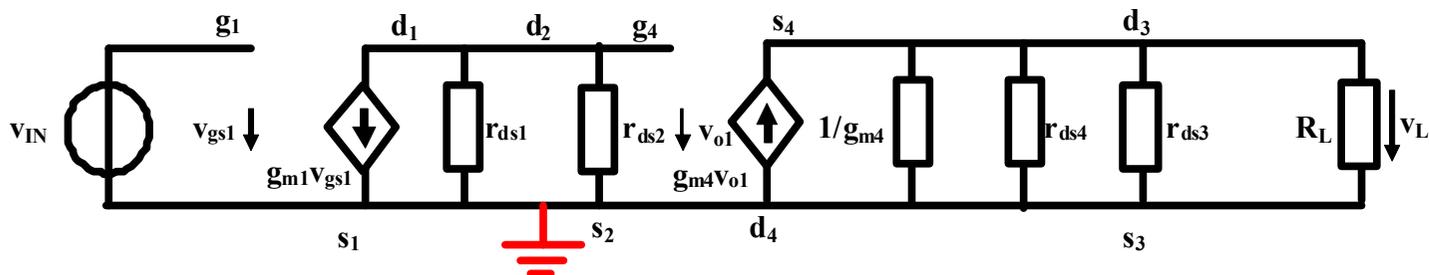
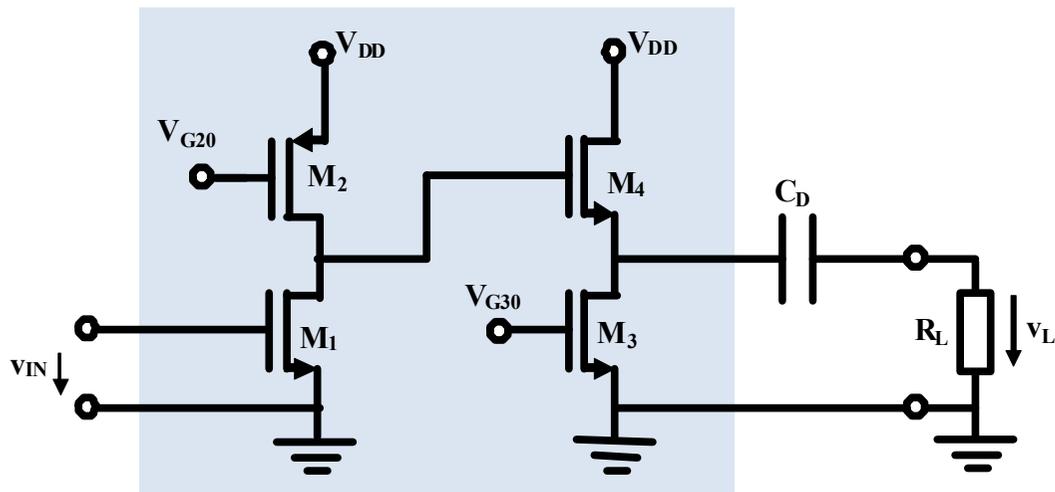


$$v_{o1} = -g_{m1} v_{gs1} (r_{ds1} \parallel r_{ds2})$$

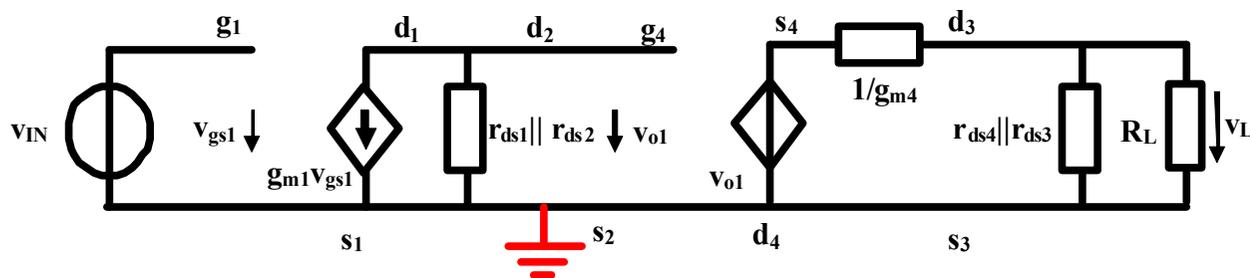
$$v_L = g_{m4} \cdot v_{o1} \cdot \frac{1}{g_{m4} + g_{ds4} + g_{ds3} + G_L}$$

$$= \frac{r_{ds4} \parallel r_{ds3} \parallel R_L}{g_{m4}^{-1} + (r_{ds4} \parallel r_{ds3} \parallel R_L)} \cdot v_{o1}$$

电压增益



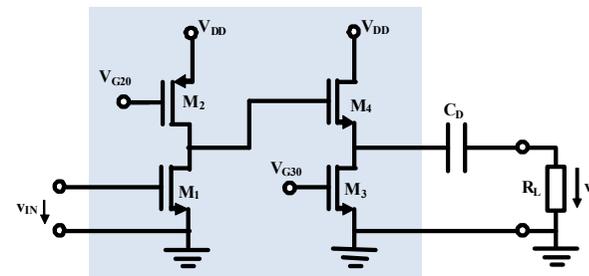
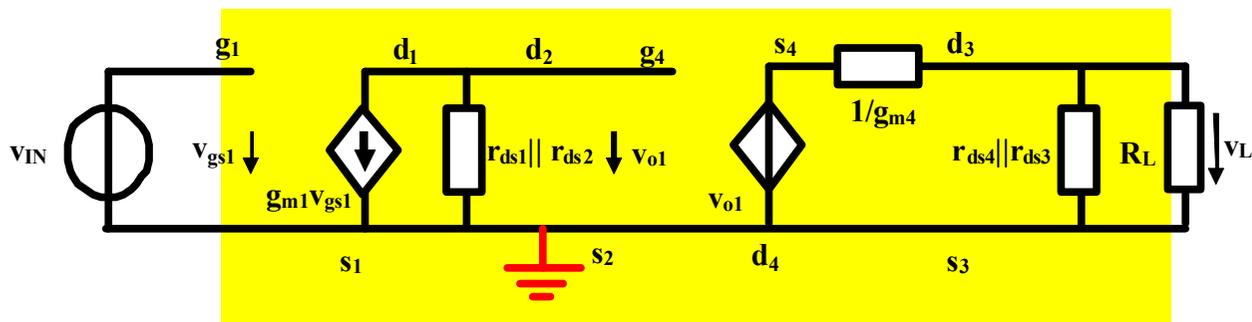
$$v_L = \frac{r_{ds4} \parallel r_{ds3} \parallel R_L}{g_{m4}^{-1} + (r_{ds4} \parallel r_{ds3} \parallel R_L)} \cdot v_{o1}$$



$$A_v = \frac{v_L}{v_{in}} = -g_{m1} \cdot (r_{ds1} \parallel r_{ds2}) \frac{r_{ds4} \parallel r_{ds3} \parallel R_L}{g_{m4}^{-1} + (r_{ds4} \parallel r_{ds3} \parallel R_L)}$$

从结果看：**M₁**跨导放大器，提供跨导增益；**M₂**有源负载，确定第一级具有高的电压增益；**M₄**电压缓冲器，输出电阻为**1/g_{m4}**，**M₃**提供偏置电流

g参量



$$r_{in} = \infty \quad r_{out} = \frac{1}{g_{m4}} \parallel r_{ds3} \parallel r_{ds4} \approx \frac{1}{g_{m4}}$$

$$A_{v0} = -g_{m1}(r_{ds1} \parallel r_{ds2}) \frac{r_{ds3} \parallel r_{ds4}}{\frac{1}{g_{m4}} + r_{ds3} \parallel r_{ds4}} \approx -g_{m1}(r_{ds1} \parallel r_{ds2})$$

$$R_L \gg \frac{1}{g_{m4}} \quad A_v \approx A_{v0}$$

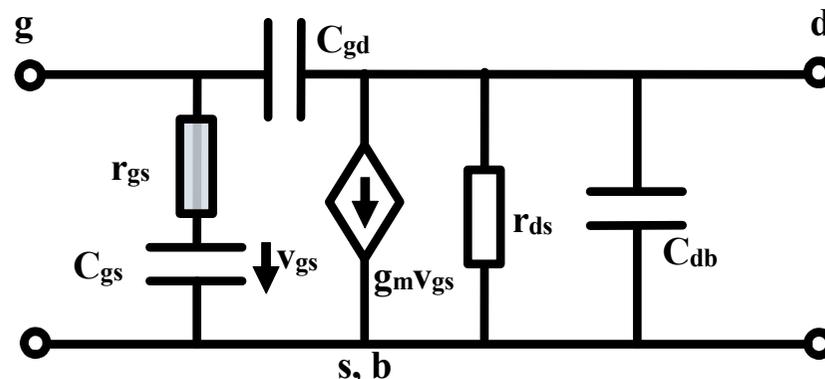
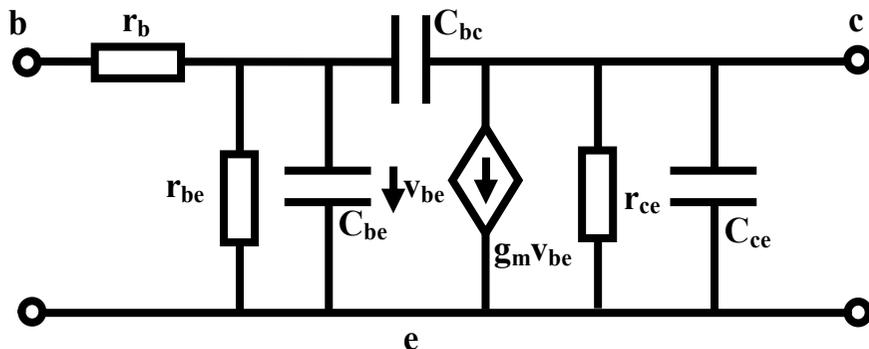
$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_{in} & 0 \\ A_{v0} & r_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g_{m1}(r_{ds1} \parallel r_{ds2}) \frac{r_{ds3} \parallel r_{ds4}}{\frac{1}{g_{m4}} + r_{ds3} \parallel r_{ds4}} & \frac{1}{g_{m4} + g_{ds3} + g_{ds4}} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g_{m1}(r_{ds1} \parallel r_{ds2}) & \frac{1}{g_{m4}} \end{bmatrix}$$

第一级放大器提供增益

第二级放大器提供电压缓冲

作业1 有源性

- 复习上学期第12讲网络参量中的“有源与无源”，请分析确认MOSFET高频模型的有源性条件为 $f < f_{\max}$



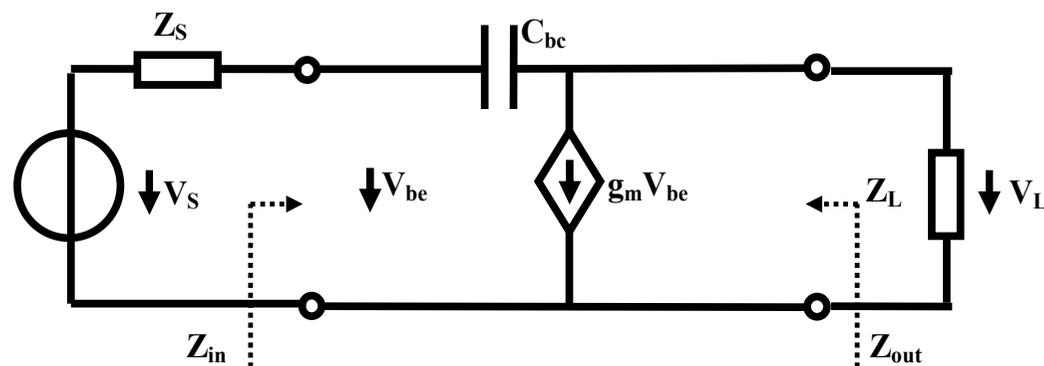
$$f_{\max} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{g_m^2 - 4g_{be}g_{ce}(1 + g_{be}r_b)}{(g_m C_{bc}(C_{be} + C_{bc}) + g_{be}C_{bc}^2 + g_{ce}(C_{be} + C_{bc})^2) r_b}}$$

$$\approx \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{g_m}{C_{bc}(C_{be} + C_{bc})r_b}}$$

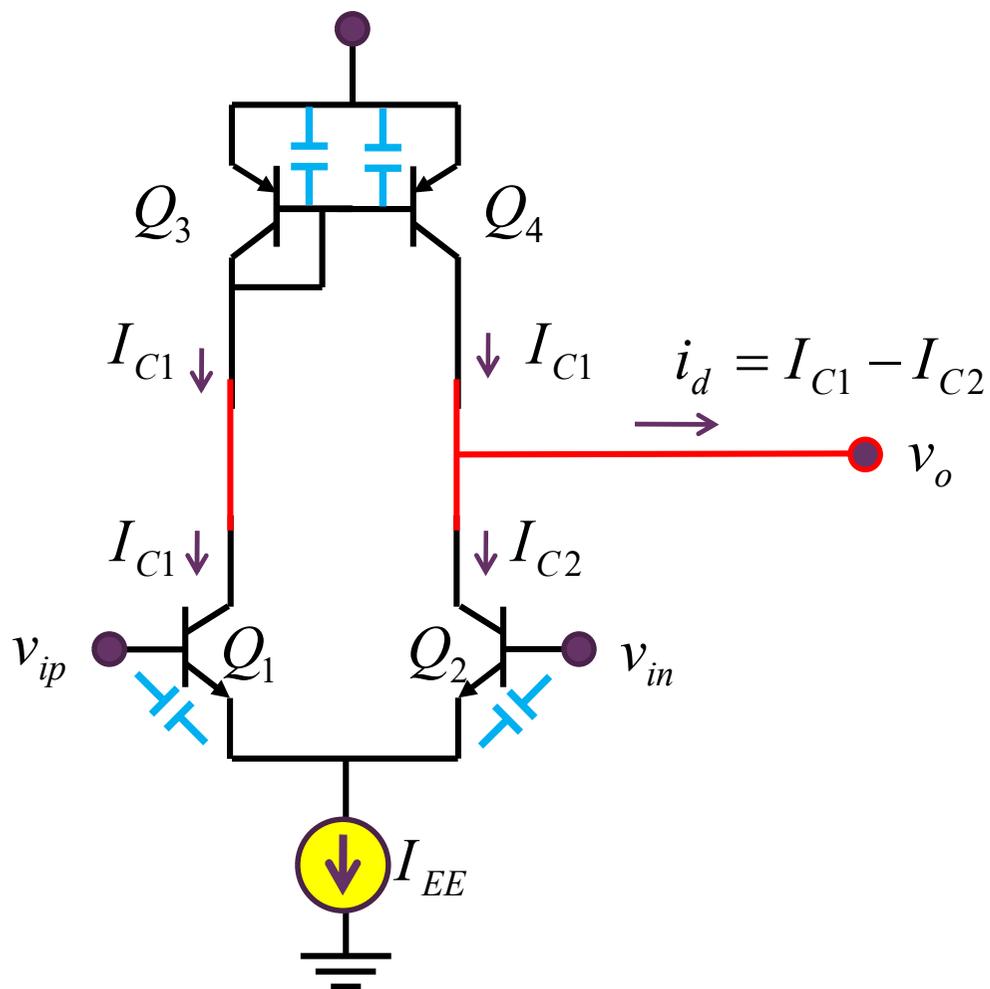
$$f_{\max} = \frac{g_m}{4\pi C_{gs}} \sqrt{\frac{r_{ds}}{r_{gs}}}$$

作业2 晶体管不稳定性来源

- 练习10.4.10: 图E10.4.6是用来考察CE组态晶体管 C_{bc} 对输入阻抗和输出阻抗影响的原理性电路, 其中只剩下晶体管原本设计的压控流源和跨接在压控流源输出和输入之间的寄生电容 C_{bc} , 考察当 $Z_L=R_L$, $j\omega L_2$ 两种负载情况下, 输入阻抗 Z_{in} 的性质; 考察当 $Z_S=R_S$, $j\omega L_1$ 两种负载情况下, 输出阻抗 Z_{out} 的性质。

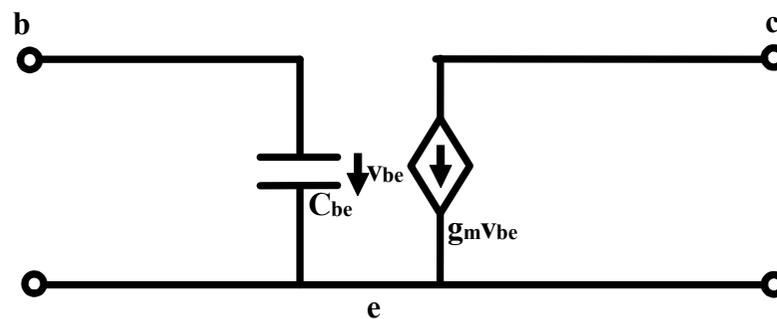


作业3 寄生电容对差分双端转单端的影响



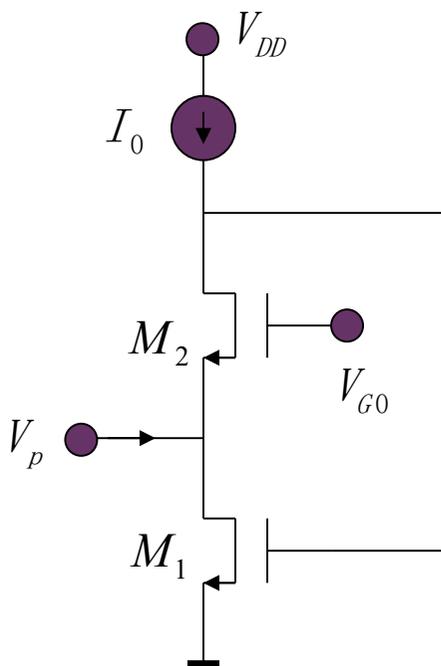
- 仅考虑寄生电容 C_{be} 影响，求传递函数表达式

$$H = \frac{i_d}{v_{id}}$$

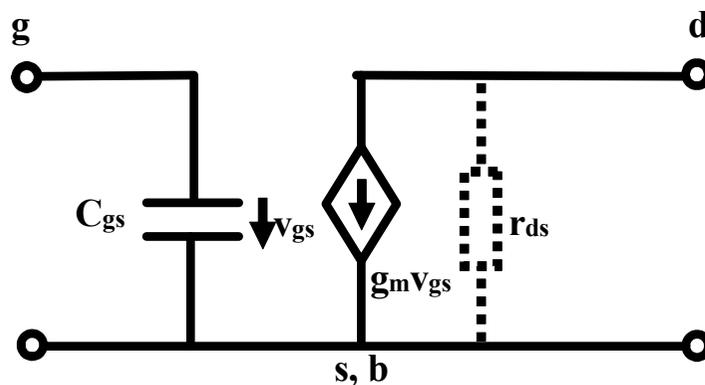


晶体管简化模型

作业4 内蕴的回旋器效应



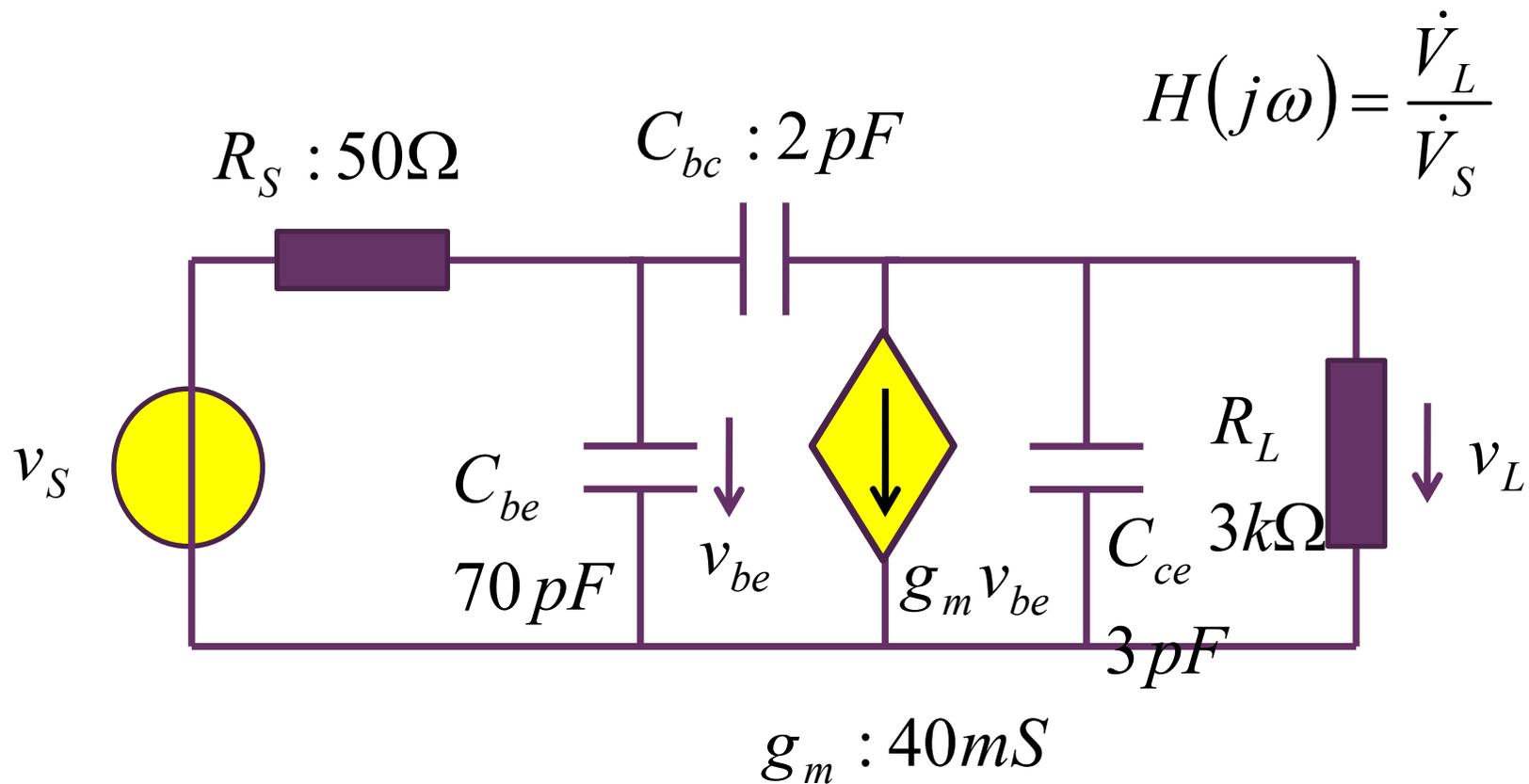
- 复习第13讲典型网络之“回旋器”，说明如下电路交流小信号模型中内蕴回旋器效应，使得 V_p 端口看入等效电路为RLC并联谐振电路



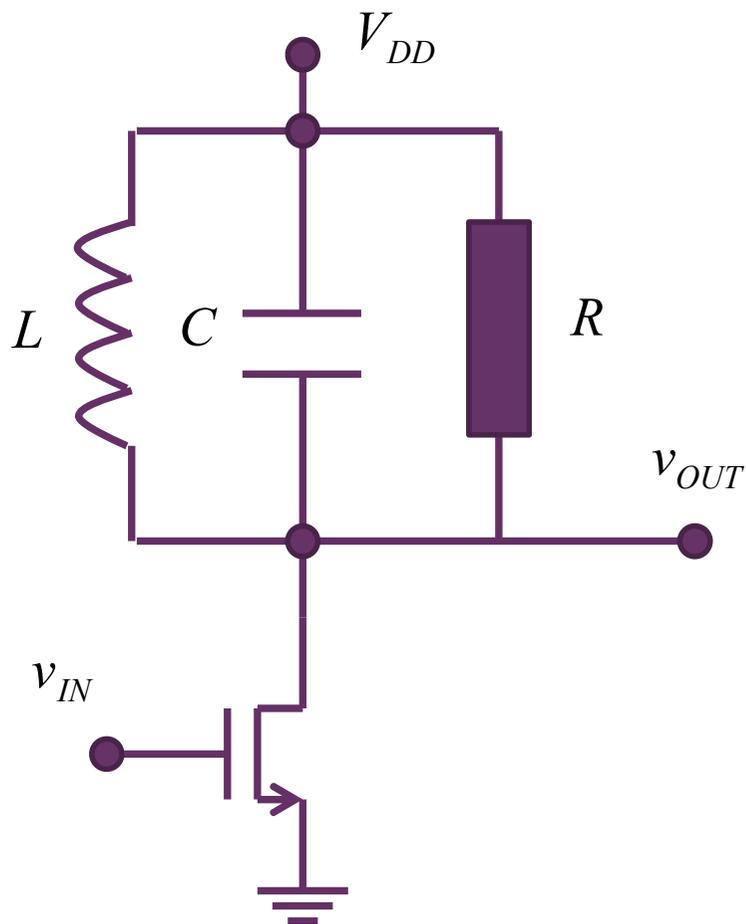
MOS简化模型

作业5 寄生电容效应

- 1、求如下晶体管放大器的传递函数，并画出波特图
- 2、选作：用五要素法获得单位阶跃响应



作业6 窄带调谐放大器

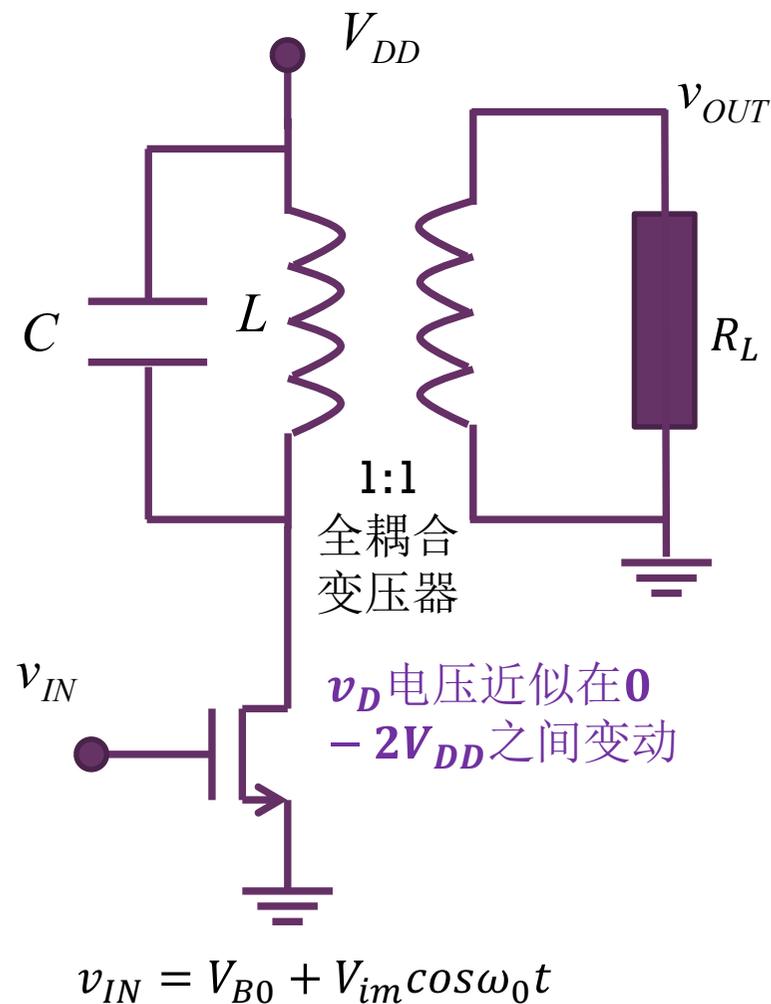


- 如图所示，晶体管输入电压为 $v_{IN} = V_{GS0} + V_{sm} \cos \omega t$ ，其中 V_{GS0} 直流电压使得晶体管偏置在有源区，而交流小信号的幅度 V_{sm} 很小
- 1、假设晶体管是理想跨导器，不考虑厄利效应，不考虑寄生电容效应，请画出交流小信号等效电路
 - 和电阻电路的交流小信号分析一样，不同的是负载电阻 R_L 被负载阻抗 $Z_L = (R \parallel L \parallel C)$ 所替代
- 2、确认对于交流小信号，输出电压是输入电压的带通选频结果，求出带通中心频点的放大倍数和3dB带宽
- 3、请写出输出 $v_{OUT}(t)$ 的表达式。

CAD仿真：大信号放大器

- LC谐振在 ω_0 频点上，从而只有该频点附近频率可以通过
- 改变 V_{B0} ，使得导通角变小，同时改变 R_L ，使得 v_{OUT} 正弦波幅度接近 V_{DD}
- 研究随着导通角变小，放大器效率变化

$$\eta = \frac{P_L}{P_{DD}} = \frac{0.5 V_{om}^2 / R_L}{V_{DD} I_{DC}}$$



导通角与效率

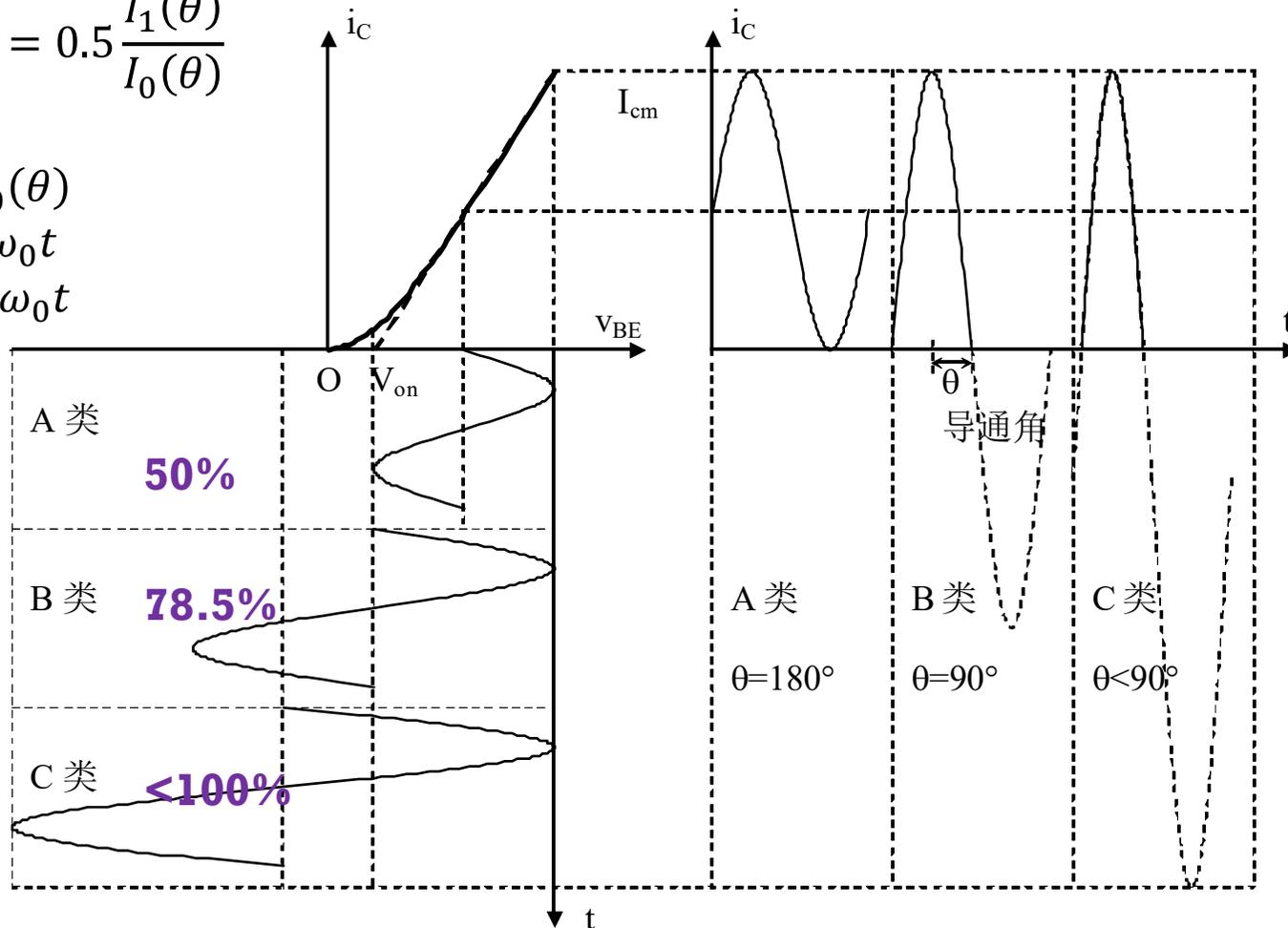
$$\eta = \frac{P_L}{P_{DD}} = \frac{0.5 V_{om}^2 / R_L}{V_{DD} I_{DC}}$$

$$= \frac{0.5 I_{om}^2 R_L}{V_{DD} I_{DC}} = \frac{0.5 I_{om} R_L I_{om}}{V_{DD} I_{DC}}$$

$$\approx \frac{0.5 I_{om}}{I_{DC}} = 0.5 \frac{I_1(\theta)}{I_0(\theta)}$$

$$i_o(t, \theta) = I_0(\theta) + I_1(\theta) \cos \omega_0 t + I_2(\theta) \cos 2\omega_0 t + \dots$$

pp906-909
C类放大



本节课内容在教材中的章节对应

- P515: 晶体管寄生效应
- P844: 晶体管高频模型
- P847-849: 晶体管高频有源性
- P853: 晶体管高频电路分析
- P700: 晶体管高频电路 C_{bc} 单独作用分析
- P640: 波特图
- P648: 晶体管高频特性仿真