电子电路与系统基础II

理论课第15讲　动态电路总复习

李国林
清华大学电子工程系

复习大纲

- 考试安排
- 课程内容概述
- 动态电路课程内容概述
  - 考试重点是下半学期课程内容，上半学期内容、及基础I内容不可避免地会涉及到

期末考试

- 考试时间：**2021**年**1**月**2**日，**14:30-16:30**
  - 答疑时间：**2020**年**12**月**31**日全天，罗姆楼**4105**房间
- 考试地点：
  - 一教**101 2014011288-2019010980 71**人
  - 一教**201 2019010981-2019011105 90**人
  - 一教**205 2019011106-2019080027 90**人

- 要求
  - 隔行隔列
  - 带计算器/带学生证（置于桌子右上角）
  - 不允许带任何草稿纸，答题纸就是草稿纸
    - 草稿纸不够举手向监考老师要
  - 教师数卷子无误允许走时才能离场

考试内容

- 填空题**58**分
- 四道大题**50**分

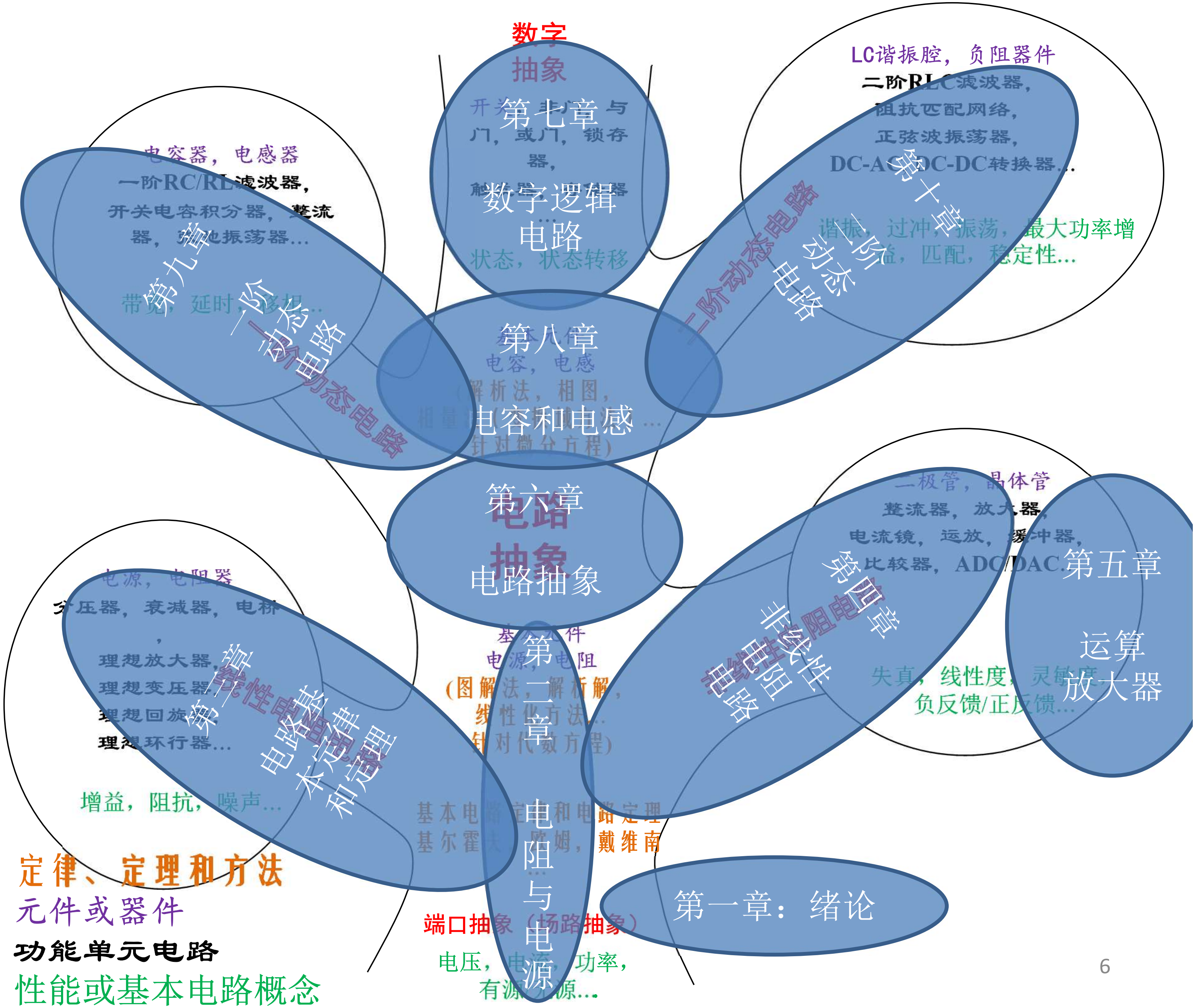
- 线性：**57**
  - 重点：**RLC**，互感变压器，有源**RC**滤波器，晶体管放大器小信号分析等
- 非线性：**51**
  - 振荡器分析：**24**
  - 数字逻辑电路：**27**

本课程为新电路原理课程

- 课程用电路抽象融通“电路原理”、“模拟电路”、“通信电路”、“数字电路”等多门电路课程核心内容，形成了以电路抽象（场路抽象---电路基本定律、定理和分析方法---数字抽象）为主干，诸多功能单元电路（放大器、滤波器、振荡器、数模转换、门电路、能量转换电路等）分挂在线性电阻电路、非线性电阻电路、一阶动态电路、二阶动态电路四个分支上的‘一条主干四个分支’框架

- 新框架内容以基本元件、受控源、负阻、开关的应用为暗线，以电路分析方法的展开为明线，从网络视角统一基本元件、功能单元电路和电路系统，用网络参量整合线性电路，用非线性的线性化处理方法整合非线性电路，全面阐述了电路抽象的核心理念，形成了一门全新的电路原理课程
  - 用网络参量整合线性电路
  - 将晶体管归类为电阻
  - 以基本元件、受控源、负阻、开关的应用为暗线
  - 新视角下对电路原理进行重新解读

一条主干 四个分支



第七章
数字逻辑电路
数字
抽象
状态，状态转移
第十章
二阶动态电路
LC谐振腔，负阻器件
二阶RLC滤波器，
阻抗匹配网络，
正弦波振荡器，
谐振，过冲，振荡，最大功率增
第九章
一阶动态电路
电容器，电感器
一阶RC/RL滤波器，
开关电容积分器，整流
带宽，延时，
第八章
电容和电感
电容，电感
第六章
电路抽象
第四章
非线性电阻电路
二极管，晶体管
整流器，放大器，
电流镜，运放，缓冲器，
比较器，ADC/DAC
失真，线性度，灵敏度
负反馈/正反馈…
第五章
运算放大器
第三章
电路基本定律和定理
电源，电阻器
分压器，衰减器，电桥
理想放大器，
理想变压器，
理想回旋器，
理想环行器…
增益，阻抗，噪声…
第二章
电阻与电源
电源，电阻
(图解法，解析解，
线性化方法，
针对代数方程)
基本电路定律和电路定理
基尔霍夫，欧姆，戴维南
端口抽象（场路抽象）
电压，电流，功率，
有源，无源…
第一章：绪论
定律、定理和方法
元件或器件
功能单元电路
性能或基本电路概念

新课程体系

一体化的解读
一体化的理解

- 新教材于**2017**年**10**月正式出版，与他书不同的地方
  - 多课融合一体
    - 打破各门课程之间的界限：**RLC**和晶体管并重，线性非线性并重，单端口和二端口并重，同时考察了场路转换和电路适用性、电路抽象等
  - 电路定律和定理重新解读
    - 围绕着如何简化电路分析，对电路定律、电路定理、电路原理进行了重新排布和解读，如二端口网络参量被解读为二端口戴维南定理，差分对管被解读为平衡电桥，…
  - 用网络参量整合线性电路
    - 通过网络参量矩阵性质理解网络：有源无源、稳定、单向双向、负反馈
    - 线性网络匹配分析：特征阻抗，共轭匹配阻抗
  - 晶体管被处理为非线性二端口电阻
    - 二端口有源器件：有源性分析（放大、振荡），稳定性分析
    - 单端口有源器件：负阻视角统一理解正反馈、双稳单稳、存储器、振荡器
  - 引入核心数值法
    - 通过牛顿拉夫逊迭代法，引入非线性线性化处理的微分元件概念
    - 通过欧拉法，引入动态系统的状态转移概念、状态等效为源的分析方法

基础II课程内容的核心要点

- LC基本特性
- LTI系统分析就是特征根分析
- 数字逻辑电路
- 非线性动态电路的线性化分析
  - 分段线性：张弛振荡器、DC-DC、…
  - 准线性：正弦波振荡器
  - 局部线性：晶体管放大器（寄生电容效应）
- 基本概念
  - 相移、延时、充放电、…
  - 谐振、振荡
  - 耦合、匹配、阻抗变换、…
  - 稳定性、…

标记‘需要记忆’的

就是要求掌握的重点内容

一、电容和电感基本特性

- 电容端口电压是状态变量：电容电压依赖于之前所有时间段的电流，它是有记忆的
  - 电感端口电流是状态变量：电感电流依赖于之前所有时间段的电压，它是有记忆的

$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\cdot d\tau \qquad i(t) = I_0 + \frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)\cdot d\tau$$

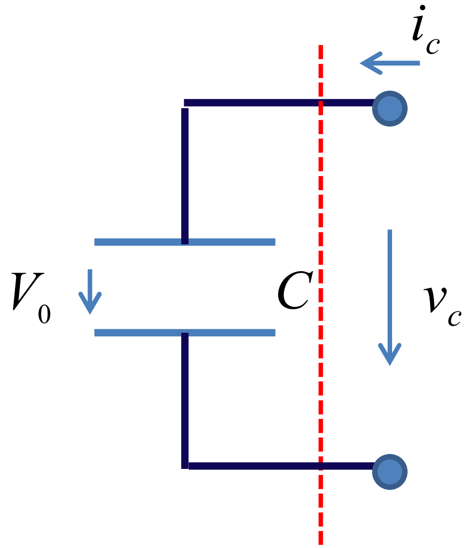
- 如果端口电流有界，则电容电压不能突变，电容电压是连续的
  - 如果端口电压有界，则电感电流不能突变，电感电流是连续的

$$v_C(t^+) = v_C(t^-) \qquad i_L(t^+) = i_L(t^-)$$

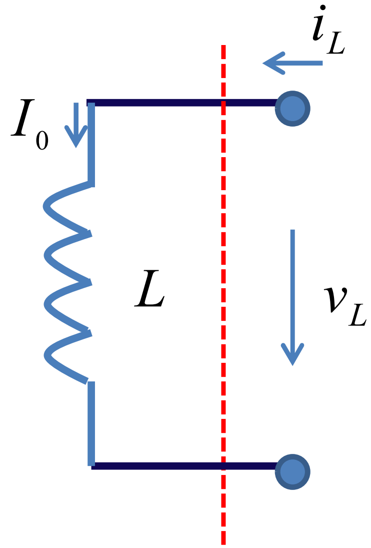
- 电容可吸收电能，以电荷存储形式存储为电能，该电能可全部释放，它自身不损耗能量
  - 电感可吸收电能，以磁通形态存储为磁能，该磁能可以全部释放，它自身不损耗能量

$$E_C(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t) = \frac{Q^2(t)}{2C} \qquad E_L(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{\Phi^2(t)}{2L}$$

具有初始状态的电容电感是有源的



$$i_c(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt}$$



$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$(t > 0)$$

$$v_c(t) = V_0 U(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i_c(t)dt$$

戴维南等效

$$i_L(t) = I_0 U(t) + \frac{1}{L}\int_0^t v_L(t)dt$$

诺顿等效

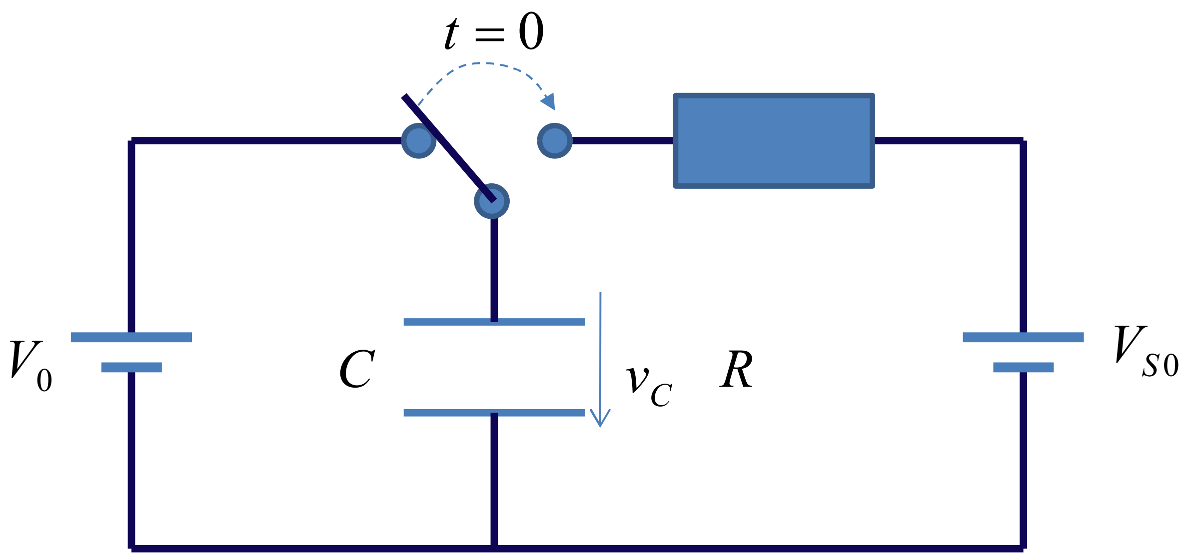
$$i_c(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt} - CV_0\delta(t)$$

诺顿等效

$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} - LI_0\delta(t)$$

戴维南等效

二、一阶RC充放电



$$v_C(t) = \underline{\underline{V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}} + \underline{\underline{V_{S0}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}}$$

需要记忆　　零输入：放电　　零状态：充电

$$= \underline{\underline{V_{S0}}} + \underline{\underline{\left(V_0 - V_{S0}\right)e^{-\frac{t}{\tau}}}}$$

$\tau = RC$

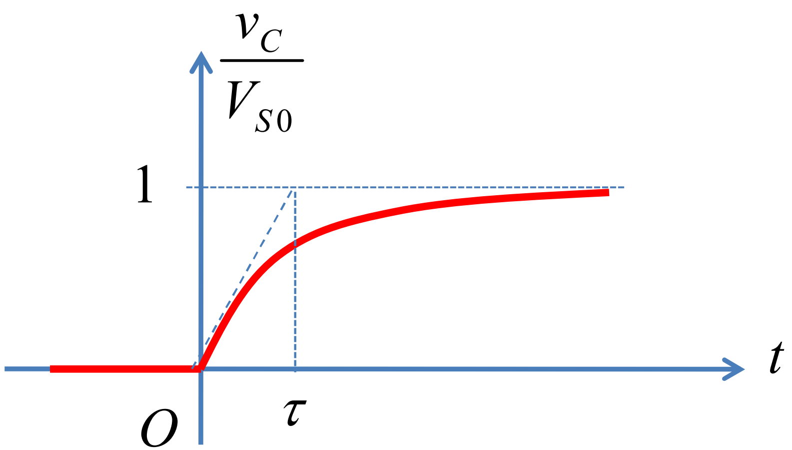
三要素法

稳态响应　　瞬态响应

$(t \geq 0)$

$\tau = GL$

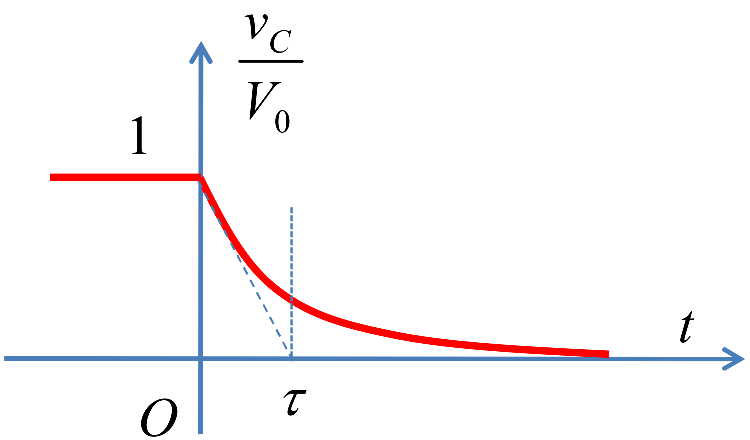
充放电曲线



$$v_C(t)=V_{S0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\qquad (t\ge 0)$$

零状态：充电

需要记忆



$$v_C(t)=V_0\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\qquad (t\ge 0)$$

零输入：放电

5τ进入稳态；误差小于1%

3τ 5%；5τ 1%；7τ 0.1%

4.6τ　　6.9τ

三、二阶系统

- 电路中有两个独立的动态元件（电容或电感）
  - 电路方程为二阶微分方程

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+a\frac{dx(t)}{dt}+bx(t)=s(t)$$

二阶**LTI**电路方程的基本形式：**b>0**

无论电路形式如何，人为定义系统参量ξ和$\boldsymbol{\omega_0}$

需要记忆

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+2\xi\omega_0\frac{dx(t)}{dt}+\omega_0^2x(t)=s(t)$$

$$\omega_0=\sqrt{b}$$ 二阶系统自由振荡频率

$$\xi=\frac{a}{2\sqrt{b}}$$ 二阶系统阻尼系数

五要素法 $(t>0)$

幅度衰减时间常数 $\tau=\frac{1}{\xi\omega_0}$ $\omega_d=\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0$ 欠阻尼振荡频率

$$x(t)=x_\infty(t)+\left(X_0-X_{\infty0}\right)e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+\left(\frac{\dot X_0-\dot X_{\infty0}}{\xi\omega_0}+X_0-X_{\infty0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t$$

$(0<\xi<1)$

需要记忆

需要记忆

$$x(t)=x_\infty(t)+\left(X_0-X_{\infty0}\right)e^{-\omega_0 t}+\left(\frac{\dot X_0-\dot X_{\infty0}}{\omega_0}+X_0-X_{\infty0}\right)\omega_0 t e^{-\omega_0 t}$$

$(\xi=1)$

ξ

ω_0

$x_\infty(t)$

$X_0=x(0^+)$

$\dot X_0=\frac{d}{dt}x(0^+)$

$(t>0)$

$$x(t)=x_\infty(t)+\left(X_0-X_{\infty0}\right)e^{-\xi\omega_0 t}\cosh\sqrt{\xi^2-1}\,\omega_0 t+\left(\frac{\dot X_0-\dot X_{\infty0}}{\xi\omega_0}+X_0-X_{\infty0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}e^{-\xi\omega_0 t}\sinh\sqrt{\xi^2-1}\,\omega_0 t$$

可以推演

$(\xi>1)$

$\tau_1=\frac{\xi+\sqrt{\xi^2-1}}{\omega_0}$ 长寿项

$\tau_2=\frac{\xi-\sqrt{\xi^2-1}}{\omega_0}$ 短寿项

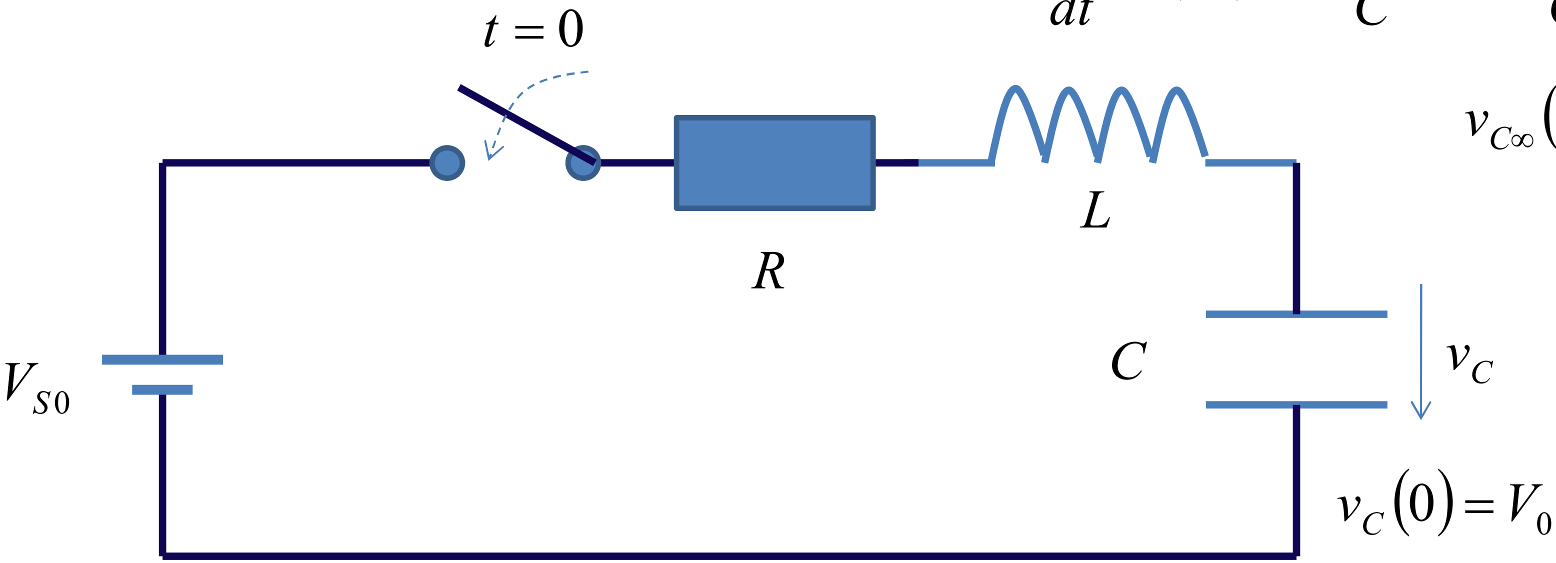
欠阻尼
临界阻尼
过阻尼
零阻尼
负阻尼

二阶RLC谐振电路

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = V_0$$

$$\frac{d}{dt}v_C(0^+) = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{i_L(0^-)}{C} = 0$$

$$v_{C\infty}(t) = V_{S0}$$



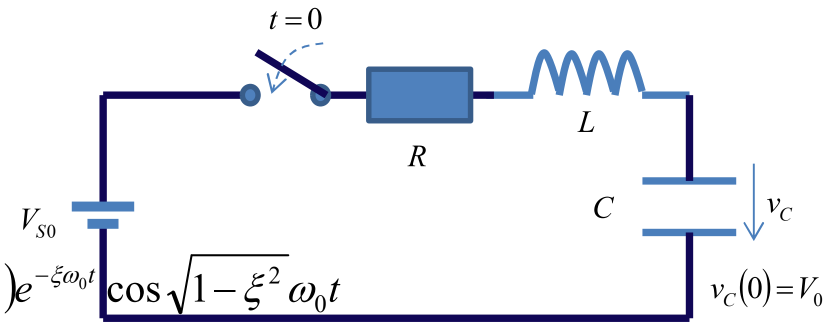
对于简单串联谐振和简单并联谐振，系统参量直接给出，无需列电路方程

简单RLC串联谐振 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\xi = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$ $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

需要记忆

简单RLC并联谐振 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ $\xi = \frac{G}{2Y_0} = \frac{G}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$ $Y_0 = \sqrt{\frac{C}{L}}$

二阶充放电



$$x(t)=x_\infty(t)+\left(X_0-X_{\infty 0}\right)e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t$$

$$+\left(\frac{\dot{X}_0-\dot{X}_{\infty 0}}{\xi\omega_0}+X_0-X_{\infty 0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t$$

$$v_C(t)=V_{S0}+\left(V_0-V_{S0}\right)\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

一阶系统：电容充放电

二阶系统：电容充放电

$$v_C(t)=\underbrace{V_{S0}}_{\text{稳态响应}}+\underbrace{\left(V_0-V_{S0}\right)e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)}_{\text{瞬态响应}}$$

$$=\underbrace{V_{S0}\left(1-e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)\right)}_{\text{零状态响应：电容充电过程}}$$

$$\underbrace{+V_0e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)}_{\text{零输入响应：电容放电过程}}$$

$$v_C(t)=V_{S0}\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

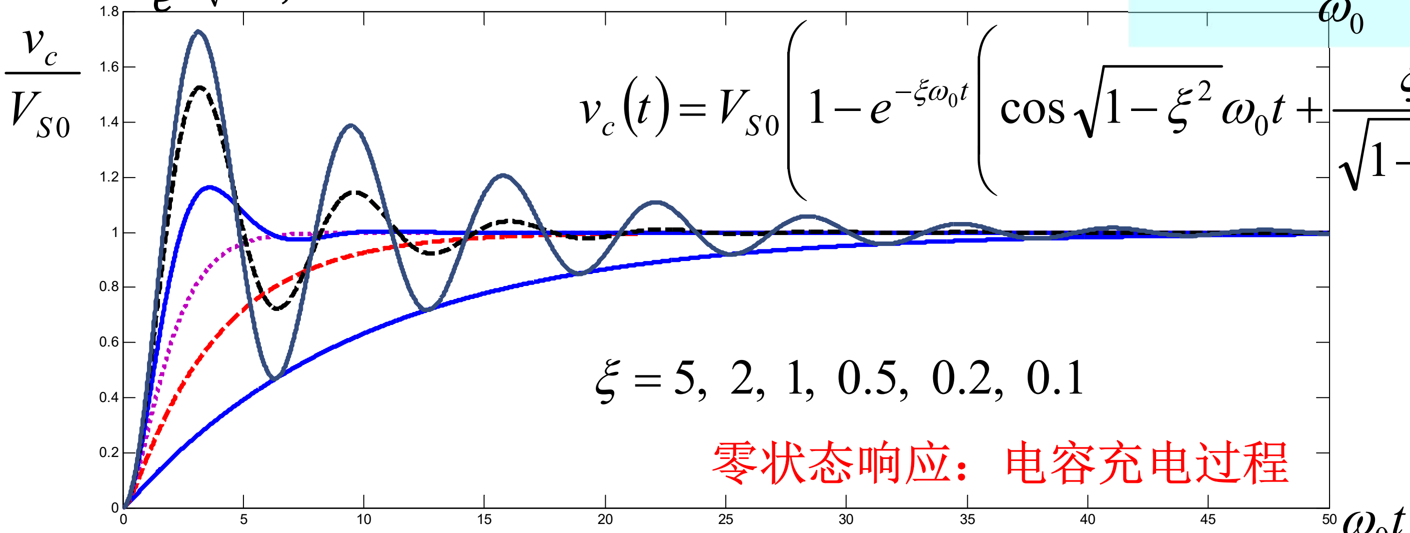
$$+V_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

充放电曲线

欠阻尼等效时间常数 $\tau = \dfrac{1}{\xi\omega_0}$ 需要记忆

过阻尼等效时间常数 $\tau_1 = \dfrac{\xi+\sqrt{\xi^2-1}}{\omega_0} \overset{\xi>>1}{\approx} \dfrac{2\xi}{\omega_0}$

$e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi}$ 需要记忆



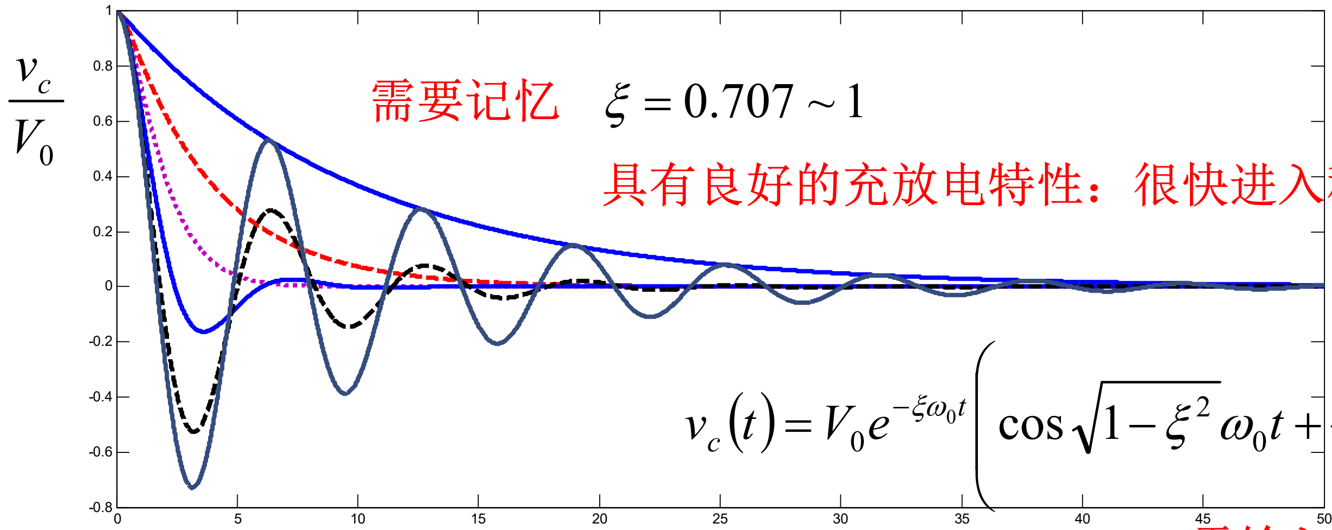
$$v_c(t) = V_{S0}\left(1-e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)\right)$$

$\xi = 5,\ 2,\ 1,\ 0.5,\ 0.2,\ 0.1$

零状态响应：电容充电过程

$$\tau = \frac{1}{\xi\omega_0} = \frac{1}{0.1\omega_0} = \frac{10}{\omega_0}$$

$$\tau_1 \overset{\xi>>1}{\approx} \frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{2\times 5}{\omega_0} = \frac{10}{\omega_0}$$



需要记忆 $\xi = 0.707 \sim 1$

具有良好的充放电特性：很快进入稳定状态

$$v_c(t) = V_0 e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

零输入响应：电容放电过程

四、LTI系统分析就是特征根分析

系统行为由特征根决定

一阶LTI系统的常系数微分方程

$$\frac{d}{dt}x(t)+\frac{1}{\tau}x(t)=s(t)$$

$$\lambda+\frac{1}{\tau}=0$$

$$\lambda=-\frac{1}{\tau}$$

$$x_{ZIR}(t)=X_0e^{\lambda t}=X_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

二阶LTI系统的常系数微分方程

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+2\xi\omega_0\frac{dx(t)}{dt}+\omega_0^2x(t)=s(t)$$

$$\lambda^2+2\xi\omega_0\lambda+\omega_0^2=0$$

$$\lambda_{1,2}=\left(-\xi\pm\sqrt{\xi^2-1}\right)\omega_0$$

$$x_{ZIR}(t)=X_{01}e^{\lambda_1 t}+X_{02}e^{\lambda_2 t}$$

n阶LTI系统的常系数微分方程

特征根具有1/s量纲

$$\sum_{k=0}^{n}a_k\frac{d^kx(t)}{dt^k}=s(t)$$

$$\lambda_{k,k=1,2,\ldots,n}$$

实根或共轭复根

$$a_n=1$$

$$\sum_{k=0}^{n}a_k\lambda^k=0$$

$$x_{ZIR}(t)=\sum_{k=1}^{n}X_{0k}e^{\lambda_k t}$$

高阶系统可分解为1阶和2阶系统

确定n阶LTI系统时域波形的2n+1个要素

- n个特征根+n个初值+1个稳态响应

- 一阶系统
  - 三要素 $\lambda = -\dfrac{1}{\tau}$
    - 时间常数，初值，稳态响应

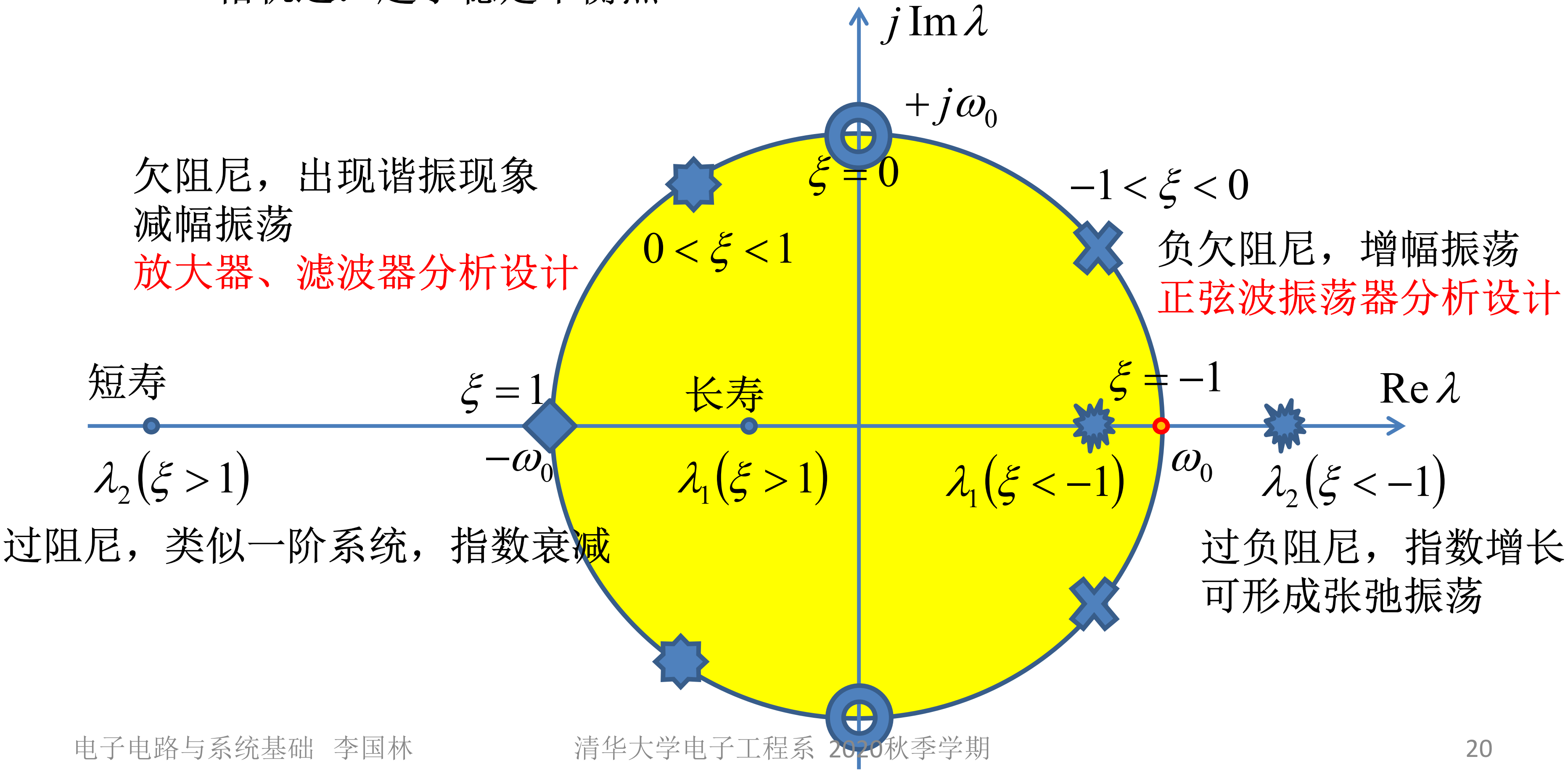
- 二阶系统
  - 五要素 $\lambda_{1,2} = \left(-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}\right)\omega_0$
    - 阻尼系统，自由振荡频率，初值，微分初值，稳态响应

二阶LTI系统的特征根

稳定系统 $\xi > 0$
耗散系统
动态元件向耗能电阻供能
相轨迹：趋于稳定平衡点

$\xi = 0$
临界系统
相轨迹：圆周

$\xi < 0$ 不稳定系统
发散系统
供能负阻向动态元件充能
相轨迹：自不稳定平衡点发散



稳态响应

- （1）直流激励：电容开路，电感短路可获得直流激励下的稳态解
- （2）正弦波激励：相量法（电容C用jωC电纳替代，电感L用jωL电抗替代）可获得正弦激励下的稳态解
- （3）方波激励：方波的两个时段将方波视为直流源，分别采用三要素法获得稳态响应
- （4）其他激励：稳态响应具有和激励类似的形态，可以通过猜测，代入电路方程获得待定系数确认猜测

五、动态电路状态方程的列写

- 状态方程手工列写方法 基本要求
  - 找到电路中的独立的状态变量
    - 用替代定理替代为恒压源或恒流源
  - 电路中所有电量用状态变量和外加激励源表述
    - 电路定律、结点电压法、回路电流法、…
  - 独立状态变量对应动态元件的非状态变量用其他电量表述，也就是用状态变量和激励源表述
  - 获得状态方程
    - 方程左侧为状态变量的微分，方程右侧是状态变量的代数方程

状态方程的求解

- 数值法：后向欧拉法
- **LTI**系统

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{s}$$

  – 时域积分法

$$\mathbf{x}(t)=e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0)+\int_{t_0}^{t}e^{\mathbf{A}(t-\lambda)}\mathbf{s}(\lambda)d\lambda$$

    - 总响应=零输入响应+零状态响应

  – 三要素法、五要素法

$$\mathbf{x}(t)=\mathbf{x}_\infty(t)+e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\left(\mathbf{x}(t_0)-\mathbf{x}_\infty(t_0)\right)$$

    - 总响应=稳态响应+瞬态响应

  – 时频对应法
    - 先求频域传递函数，分解为一阶、二阶子系统叠加，再对应到时域
      – 传递函数其实是n阶微分方程的频域形态
      – 无论是状态方程，还是微分方程，系统行为特性决定因素仍然都是系统特征根

六、频域分析方法

$$V_{m0}\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$$

线性时不变系统

$$H(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

需要记忆

$$V_{m0}A(\omega_0)\cos(\omega_0 t+\varphi_0+\varphi(\omega_0))$$

正弦稳态响应

对线性时不变系统，用相量法很容易地
直接获得正弦信号激励下的稳态响应

$$H(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

传递函数

幅频特性

相频特性

理想低通传输系统

$$H(j\omega)=A_0e^{-j\omega\tau_0}$$

理想低通系统：通带内

理想低通系统可实现通带内信号的无失真传输

同时通带外信号被全部滤除

$$in=x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

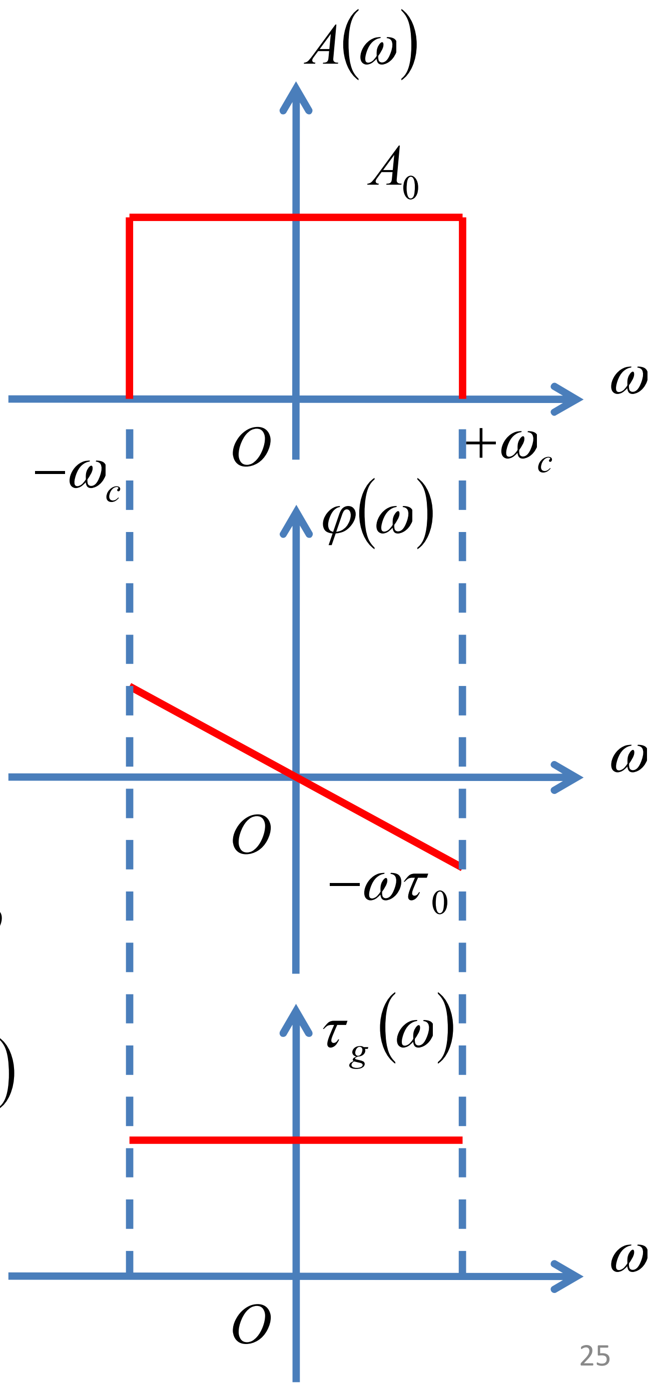
假设输入信号频谱都在通带内

$$out=y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}A(\omega)X(\omega)e^{j(\omega t+\varphi(\omega))}d\omega$$

$$=A_0\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j(\omega(t-\tau_0))}d\omega=A_0x(t-\tau_0)$$

输出则仅是输入的比例放大和整体延时：无失真传输

$$\tau_g(\omega)=-\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}=\tau_0$$



实际低通传输系统

理想低通系统不可实现，实际实现的低通系统为：

$$H(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

实际低通系统：通带内幅度不再是常数，群延时也不是常数；通带外信号也无法全部被衰减置零

$$in=x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

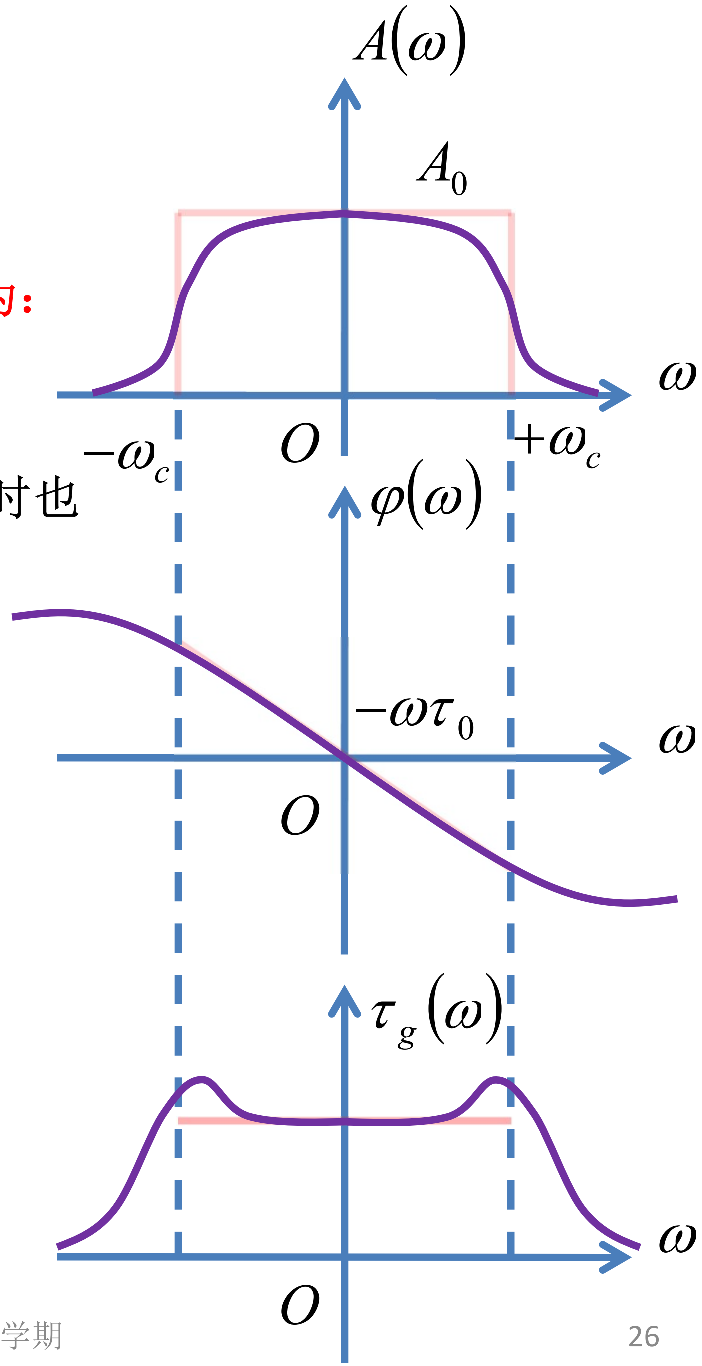
即使输入所包含的频率分量都在通带内

$$out=y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}A(\omega)X(\omega)e^{j(\omega t+\varphi(\omega))}d\omega$$

输出也会产生失真：幅度失真和相位失真

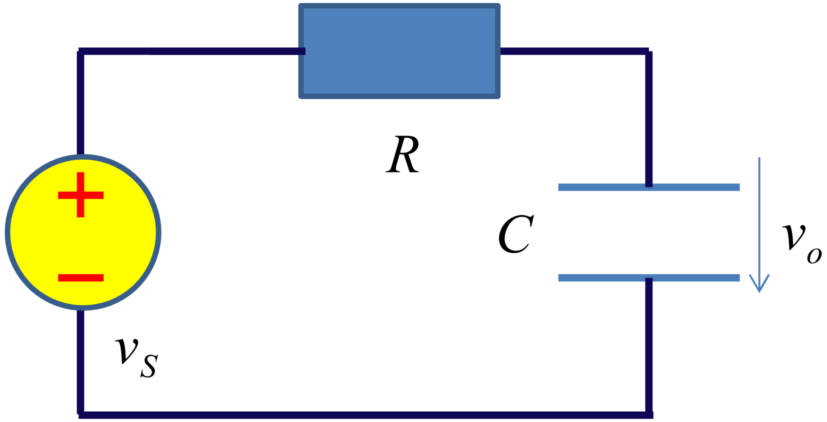
幅度失真：不同的频率分量有不同的增益

相位失真：不同的频率分量有不同的延时



一阶低通

$$s = j\omega$$



$$H(s) = \frac{v_o}{v_S} = \frac{1}{1+s\tau} = \frac{\omega_0}{s+\omega_0}$$

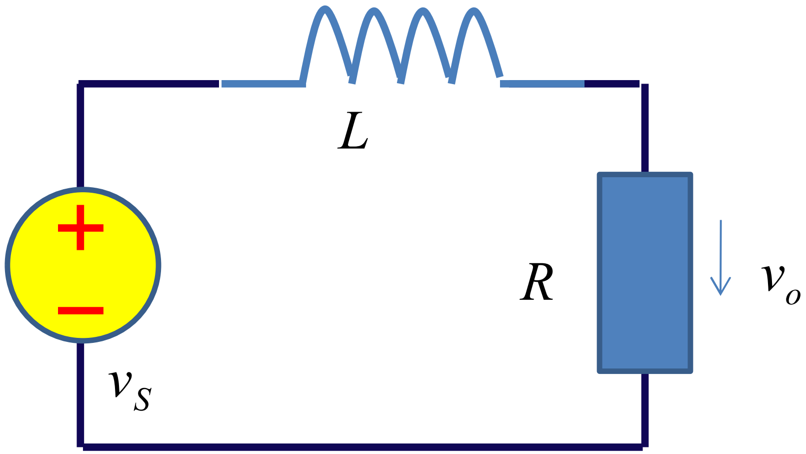
需要记忆

一阶低通的典型形态

$$\tau = RC \qquad \omega_0 = \frac{1}{\tau}$$

$$\tau = GL$$

需要记忆



$$H(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau} = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} e^{-j\arctan\omega\tau}$$

$$= \frac{\omega_0}{j\omega+\omega_0} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega^2+\omega_0^2}} e^{-j\arctan\frac{\omega}{\omega_0}}$$

需要记忆

频率特性

$\tau_0 = RC$

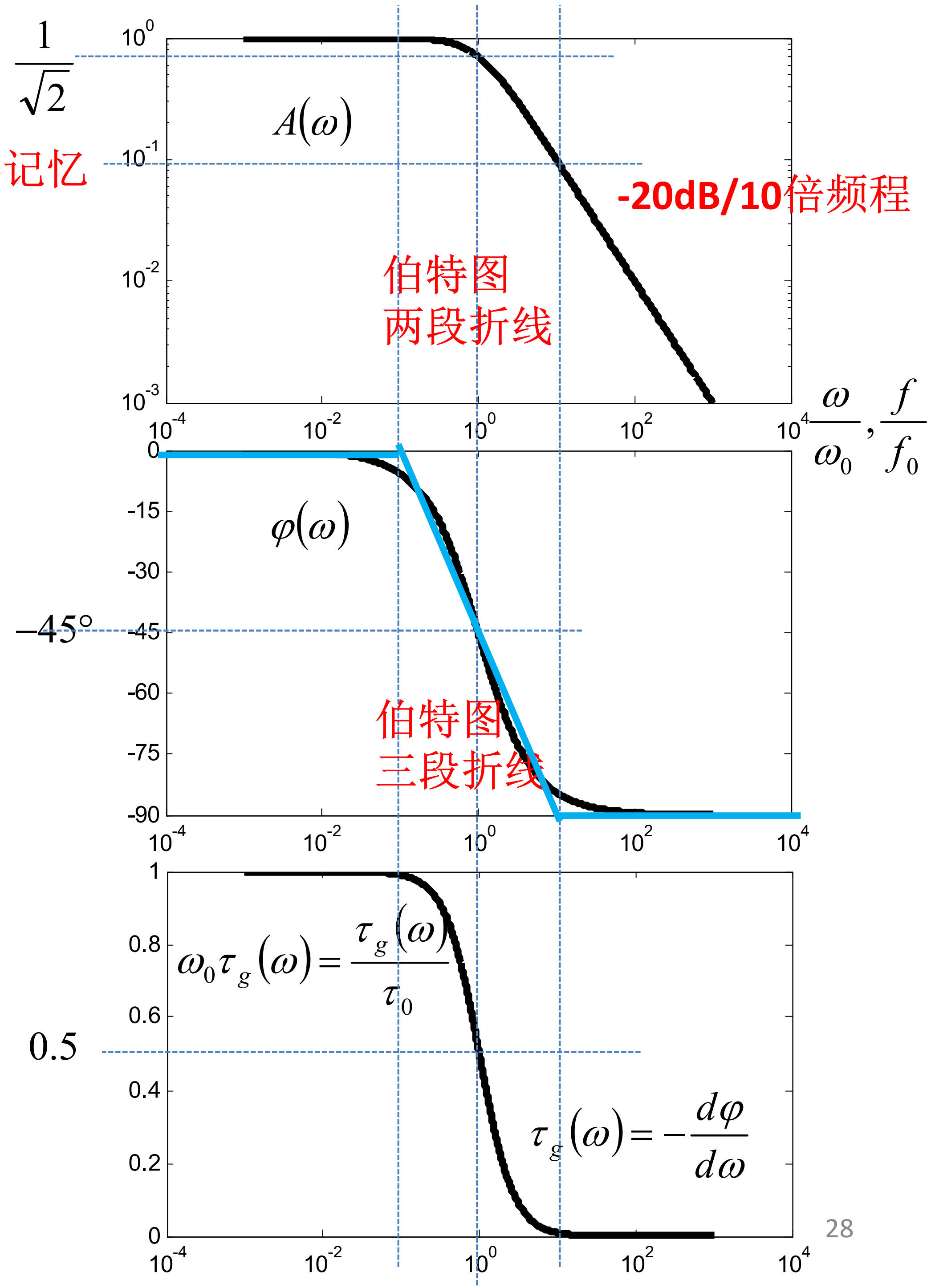
$\tau_0 = GL$

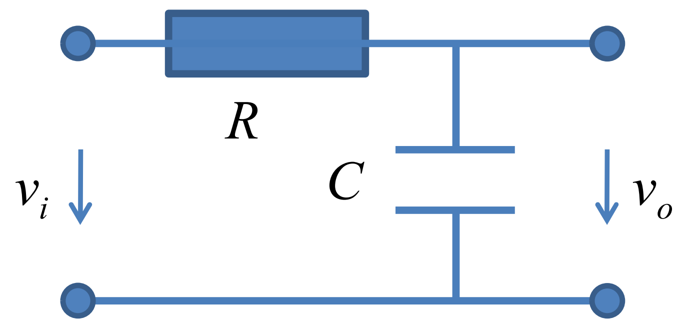
$f_0 = \dfrac{1}{2\pi\tau_0}$ 需要记忆

一阶低通，在通带内

幅频特性平滑
相频特性近似线性
群延时特性近似常数

最大相移**90°** 需要记忆





一阶低通的阶跃响应

$$H(s)=\frac{v_o}{v_S}=\frac{1}{1+s\tau}=\frac{\omega_0}{s+\omega_0}$$

$$v_i(t)=V_{S0}\cdot U(t)$$ 阶跃激励

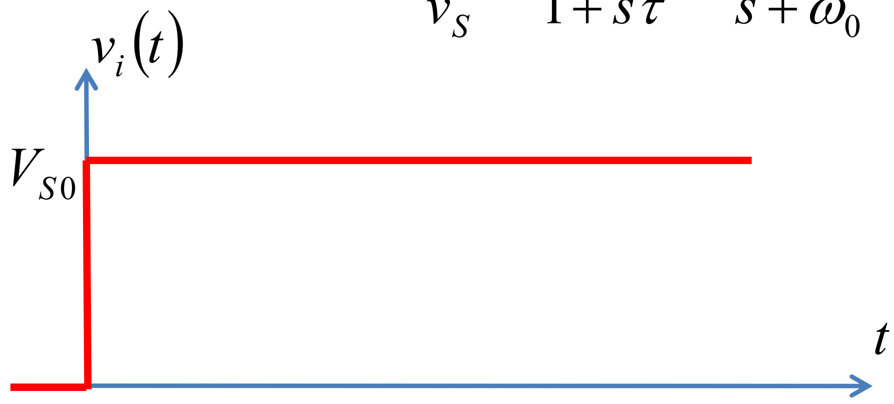
电容充电过程

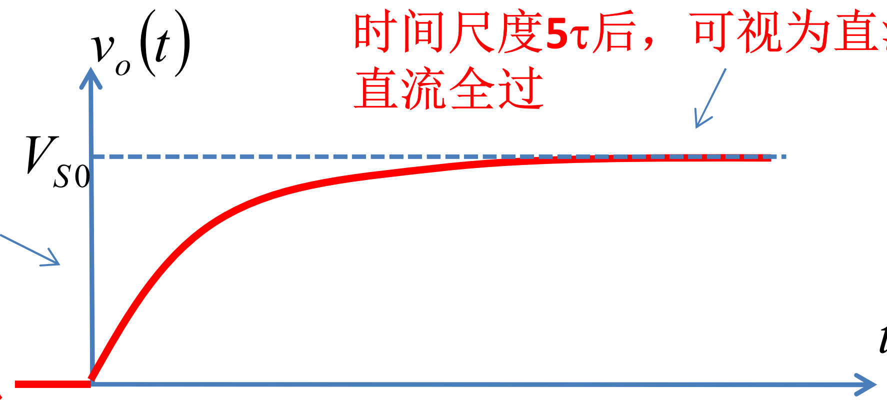
$$v_o(t)=V_{S0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\cdot U(t)$$

单位阶跃响应

$$g(t)=\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\cdot U(t)$$

需要记忆



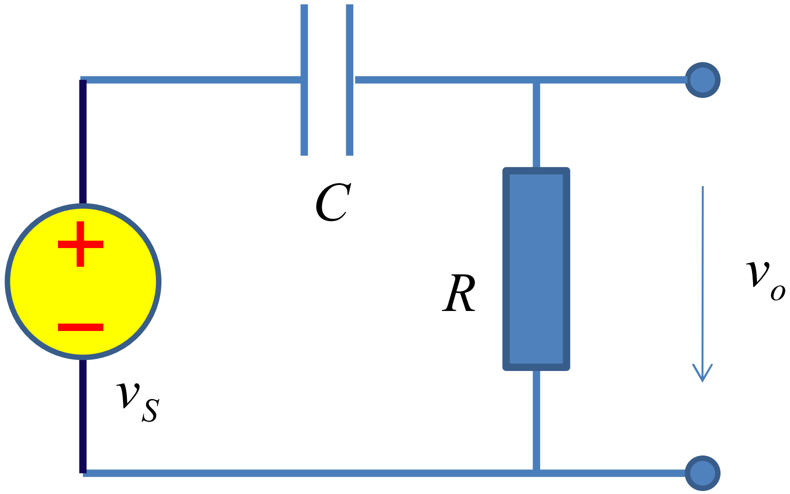


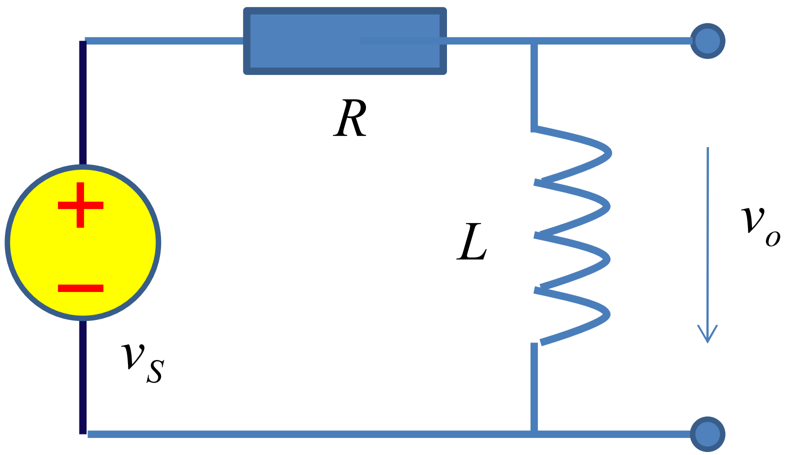
时间尺度5τ后，可视为直流直流全过

时间尺度5τ内，视为交流，交流不能全过

t=0瞬间，电容高频短路

一阶高通





需要记忆

$$H(s)=\frac{v_o}{v_S}=\frac{s\tau}{1+s\tau}=\frac{s}{s+\omega_0}$$

一阶高通的典型形态

$$\tau=RC$$

$$\tau=GL$$

$$\omega_0=\frac{1}{\tau}$$

$$H(j\omega)=\frac{j\omega\tau}{1+j\omega\tau}=\frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}e^{j\left(\frac{\pi}{2}-\arctan\omega\tau\right)}$$

需要记忆

$$=\frac{j\omega}{j\omega+\omega_0}=\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2+\omega_0^2}}e^{j\left(\frac{\pi}{2}-\arctan\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

$$(\omega>0)$$

频率特性

$\tau_0 = RC$

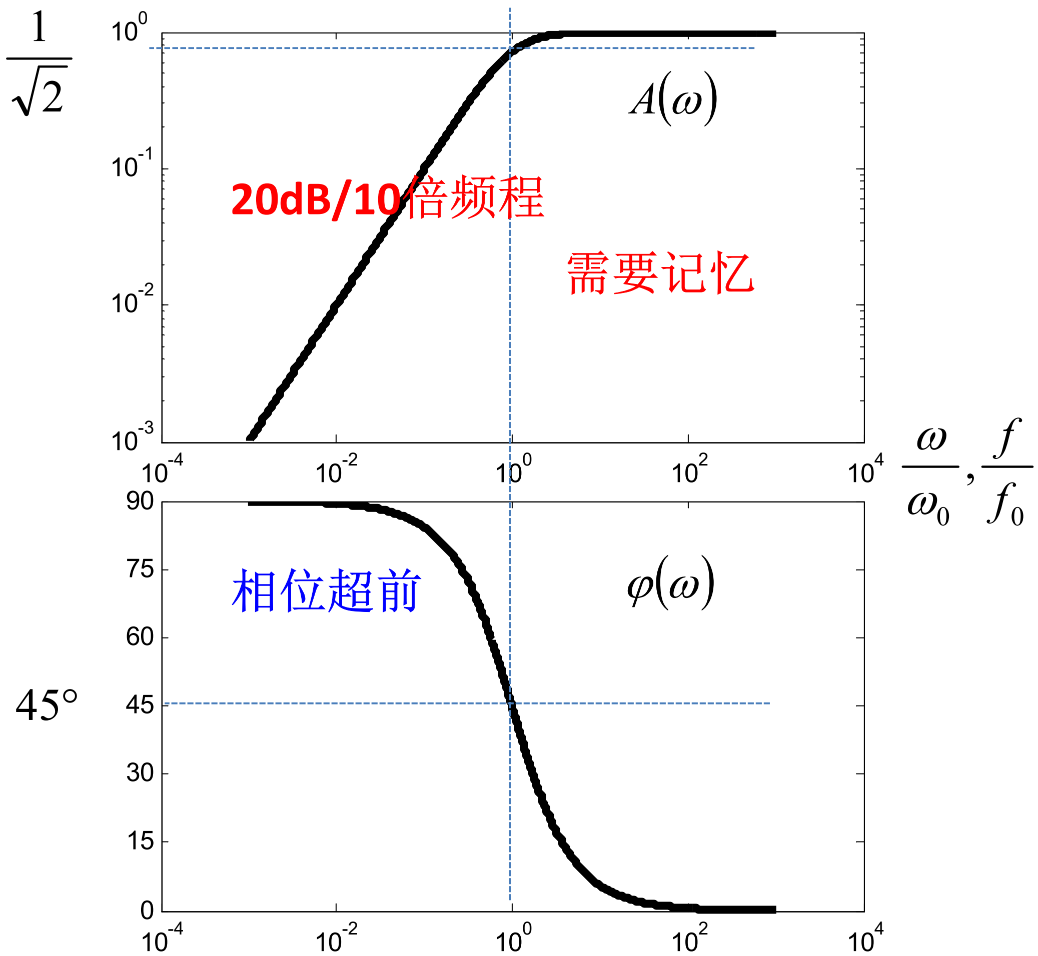
$\tau_0 = GL$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$$

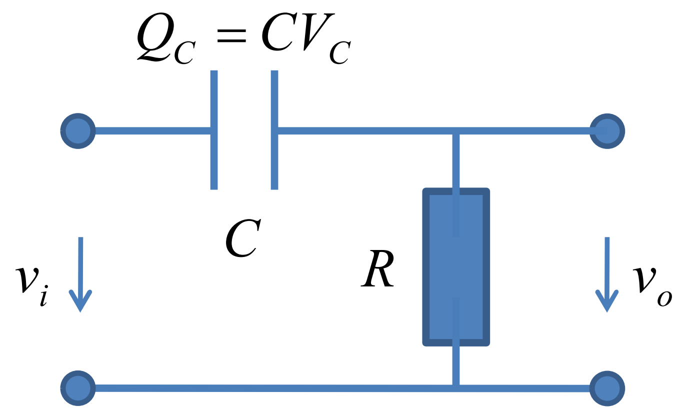
一阶高通，在通带内

幅频特性平滑

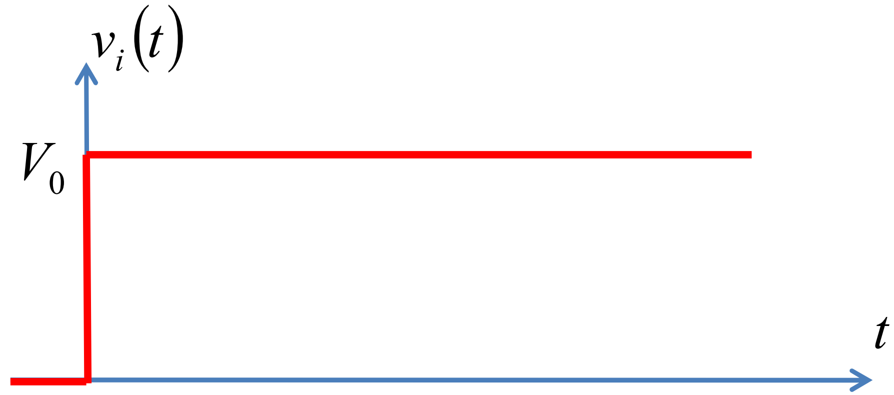
最大相移**90°**



一阶高通的阶跃响应



$$H(s)=\frac{v_o}{v_S}=\frac{s\tau}{1+s\tau}=\frac{s}{s+\omega_0}$$



$$v_i(t)=V_0\cdot U(t)$$

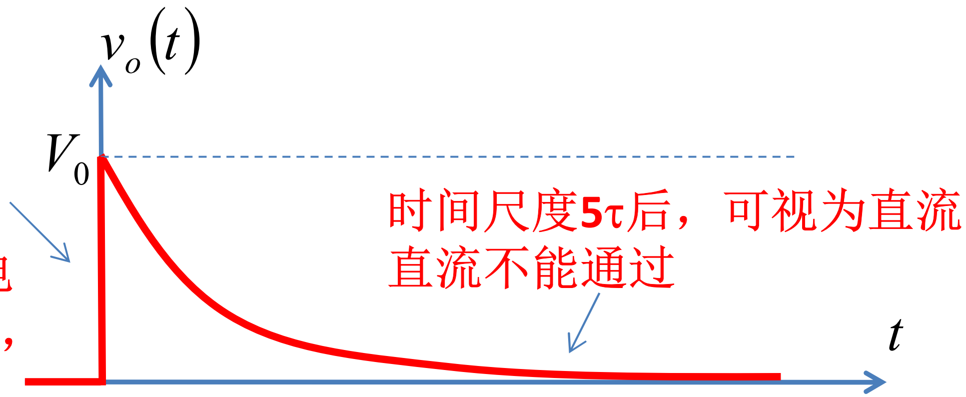
$$v_o(t)=V_0e^{-\frac{t}{\tau}}\cdot U(t)$$

$$g(t)=e^{-\frac{t}{\tau}}\cdot U(t)$$

需要记忆

时间尺度5τ内，视为交流，交流可以通过

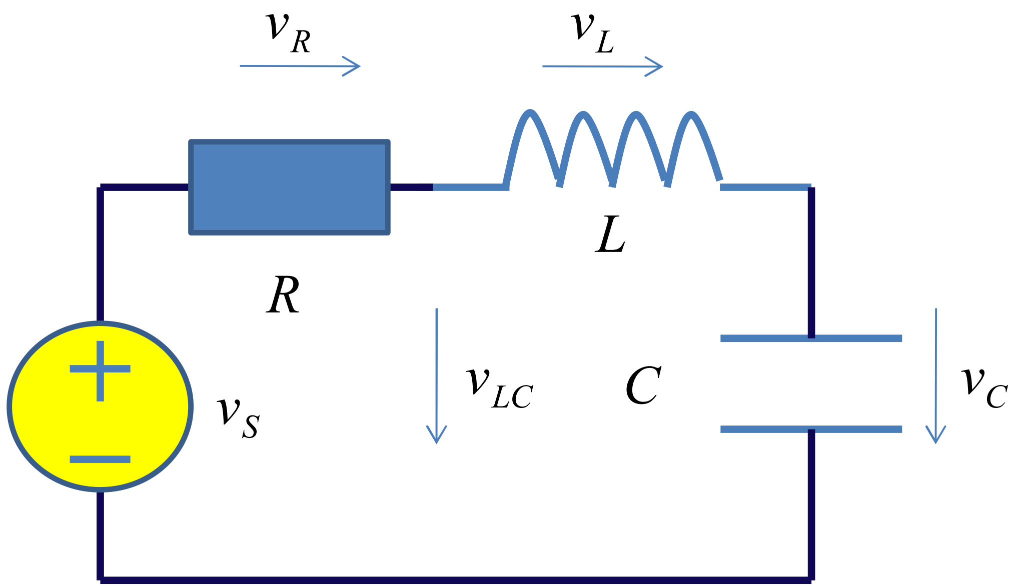
t=0瞬间，电容高频短路，高频全过



二阶

RLC

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



$$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \qquad Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$H_C(s) = \frac{V_C(s)}{V_S(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\frac{R}{L} + \frac{1}{LC}} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

二阶低通的典型形态

需要记忆

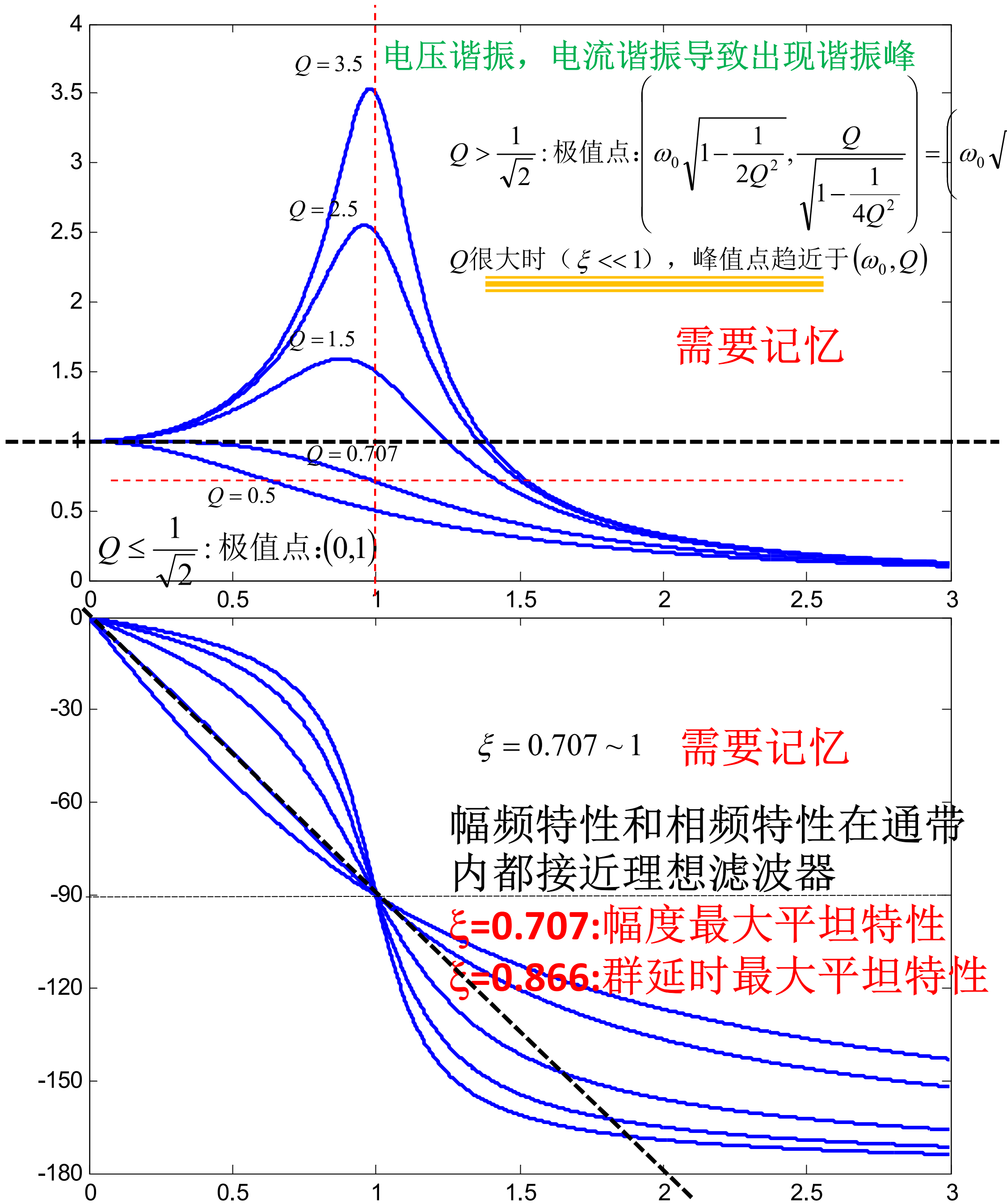
$$H_L(s) = \frac{V_L(s)}{V_S(s)} = \frac{sL}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{s^2LC}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{s^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

二阶高通的典型形态

$$H_R(s) = \frac{V_R(s)}{V_S(s)} = \frac{R}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{sRC}{s^2LC + sRC + 1} = \frac{2\xi\omega_0 s}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

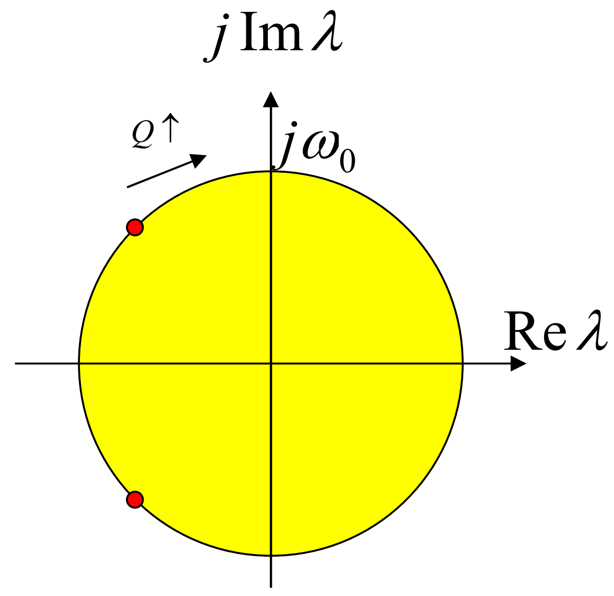
二阶带通的典型形态

二阶低通



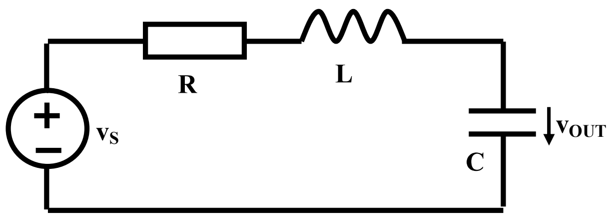
$$H_{LP}(s)=\frac{\omega_0^2}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$Q=\frac{1}{2\xi}$$



$$p_{1,2}=\omega_0\left(-\frac{1}{2Q}\pm j\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\right)$$
$$=-\xi\omega_0\pm j\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0$$

二阶低通阶跃响应

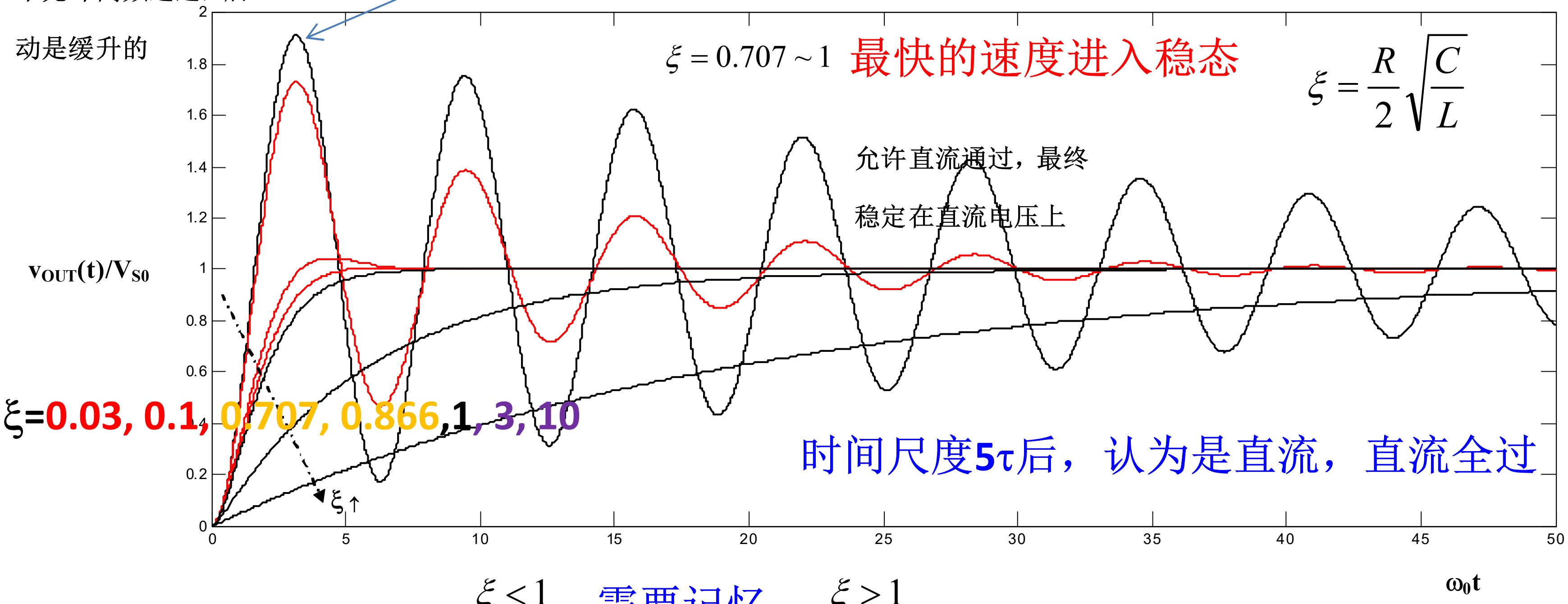


$$v_S(t)=V_{S0}\cdot U(t)$$

$$v_{OUT}(t)=V_{S0}\left(1-e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)\right)\cdot U(t)$$

最大过冲量 $e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi}$

不允许高频通过，启动是缓升的

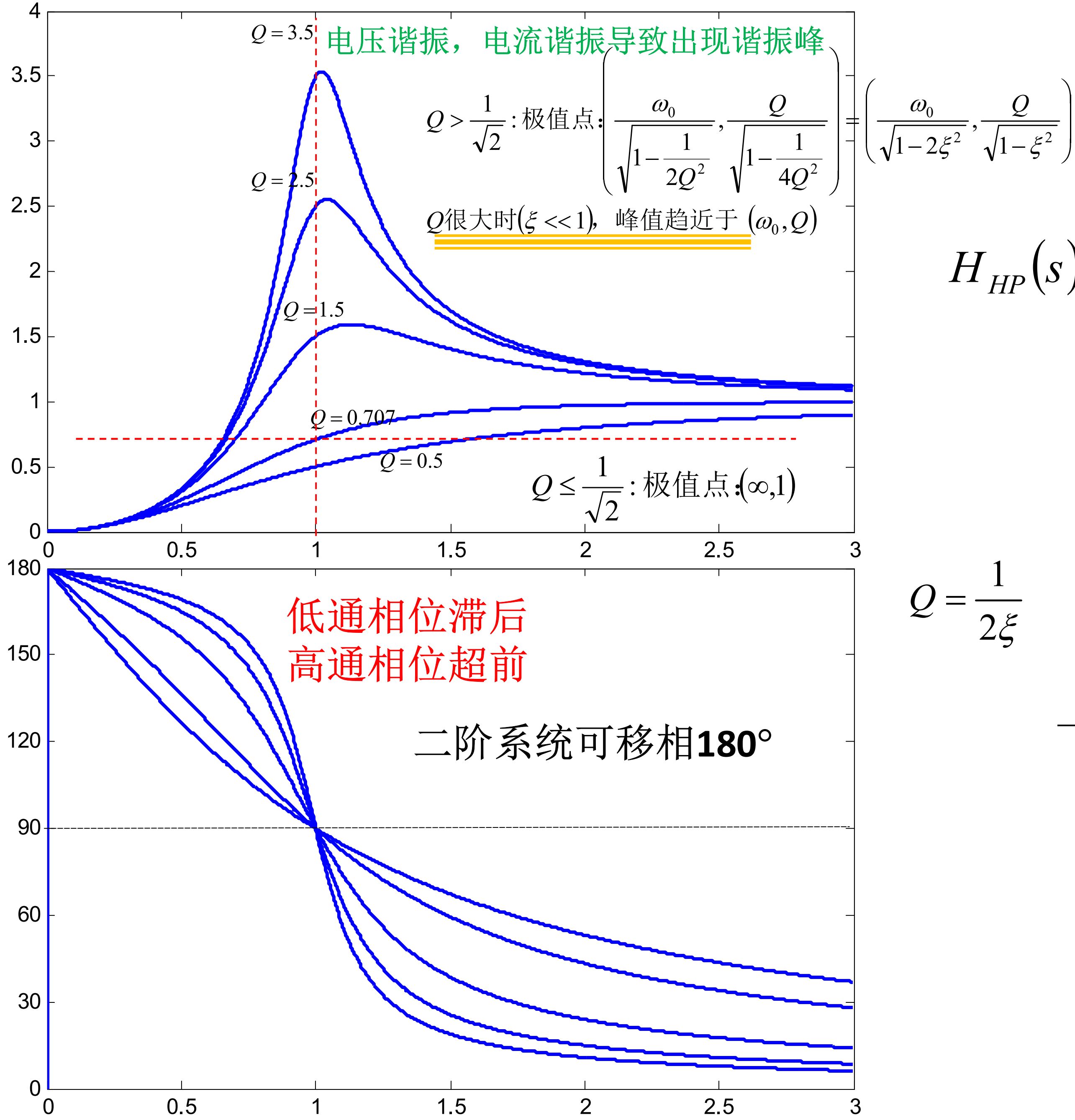


$\xi<1$ 需要记忆 $\xi>1$

$$\tau\approx\frac{1}{\xi\omega_0}$$

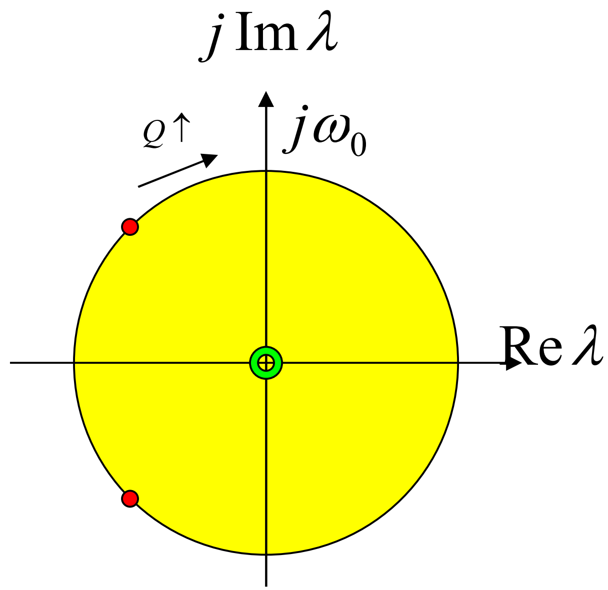
$$\tau_1=\frac{\xi+\sqrt{\xi^2-1}}{\omega_0}\overset{\xi>>1}{\approx}\frac{2\xi}{\omega_0}\overset{RLC串联谐振}{=}RC=\tau_C$$

二阶高通



$$H_{HP}(s)=\frac{s^2}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$Q=\frac{1}{2\xi}$$

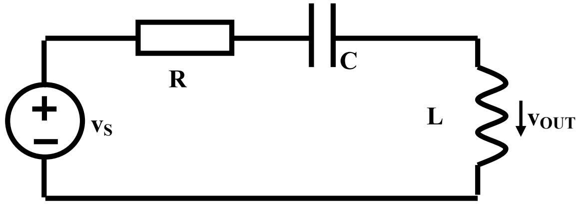


$$z_{1,2}=0$$

$$p_{1,2}=\omega_0\left(-\frac{1}{2Q}\pm j\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\right)$$

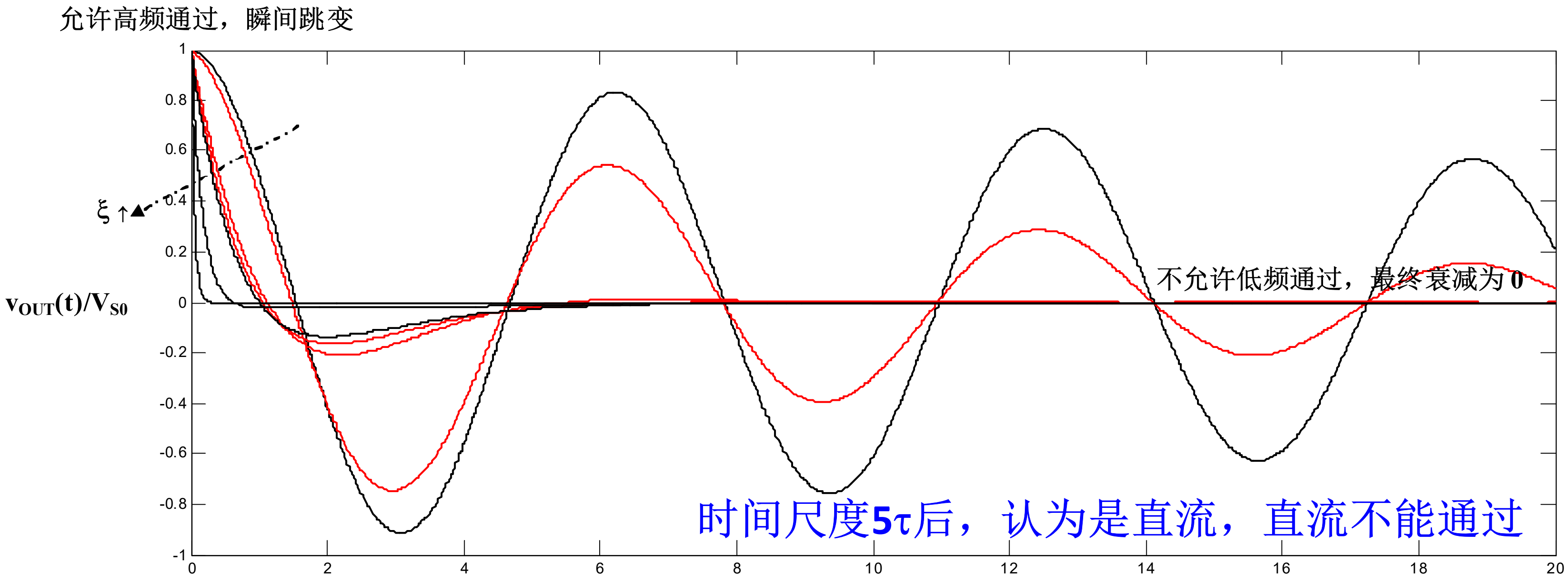
$$=-\xi\omega_0\pm j\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0$$

二阶高通阶跃响应



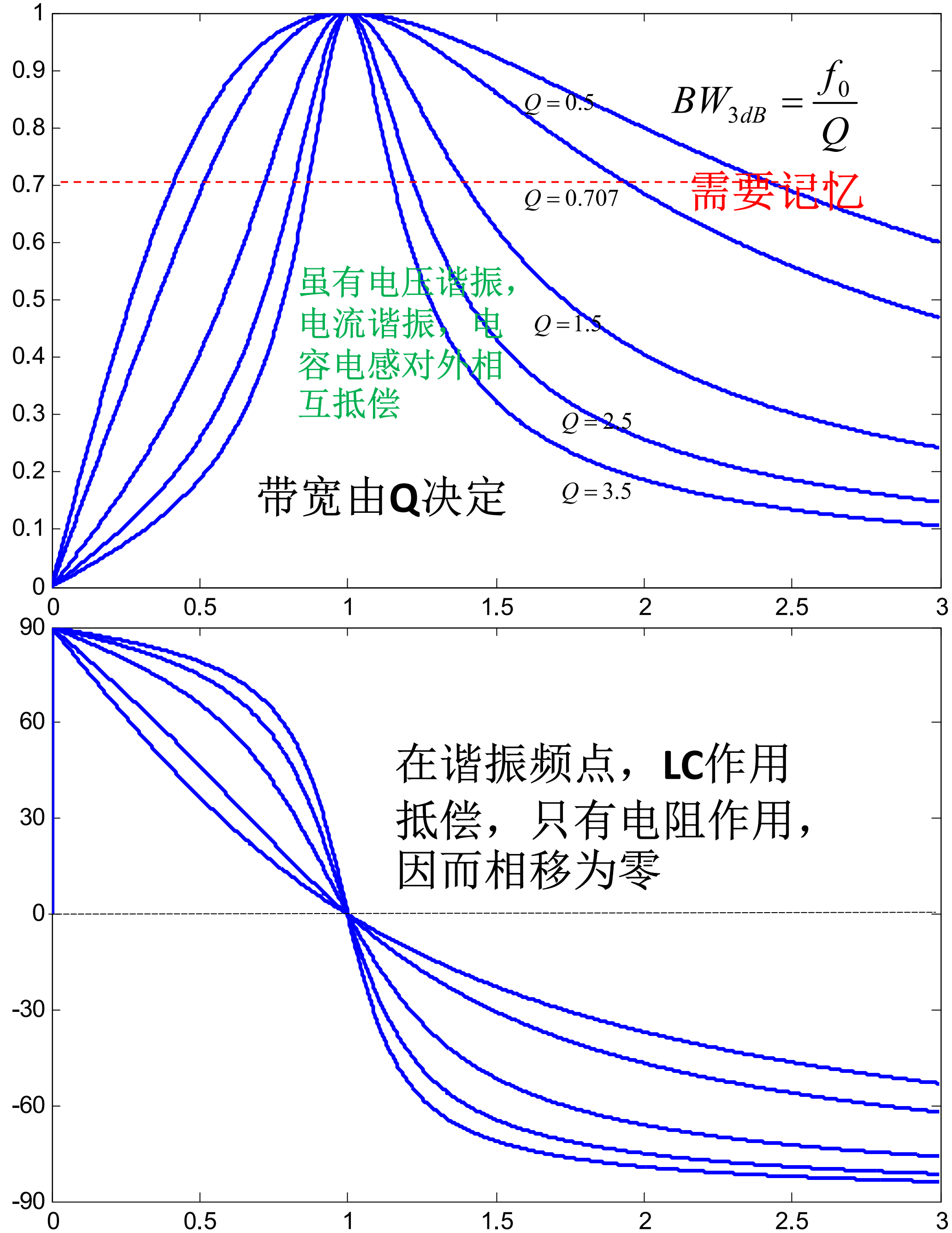
$$v_S(t)=V_{S0}\cdot U(t)$$

$$v_{OUT}(t)=V_{S0}e^{-\xi\omega_0 t}\left(\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)\cdot U(t)$$



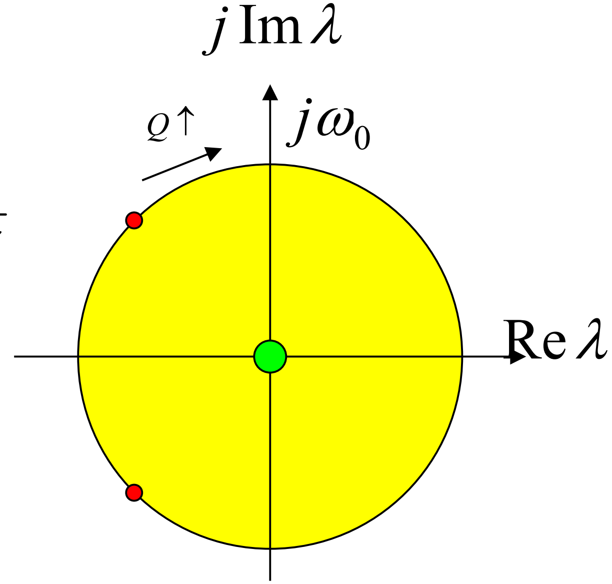
ξ=0.03, 0.1, 0.707, 0.866,1, 3, 10

带通



$$H_{BP}(s) = \frac{2\xi\omega_0 s}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

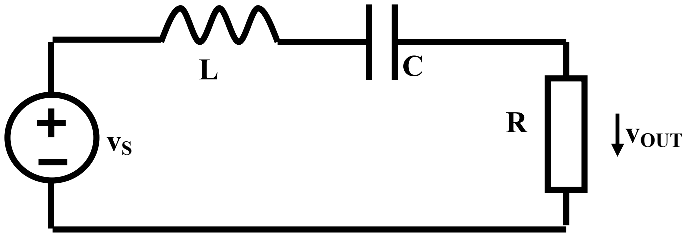
$$Q = \frac{1}{2\xi}$$



$$z_1 = 0$$

$$p_{1,2} = \omega_0\left(-\frac{1}{2Q} \pm j\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\right)$$

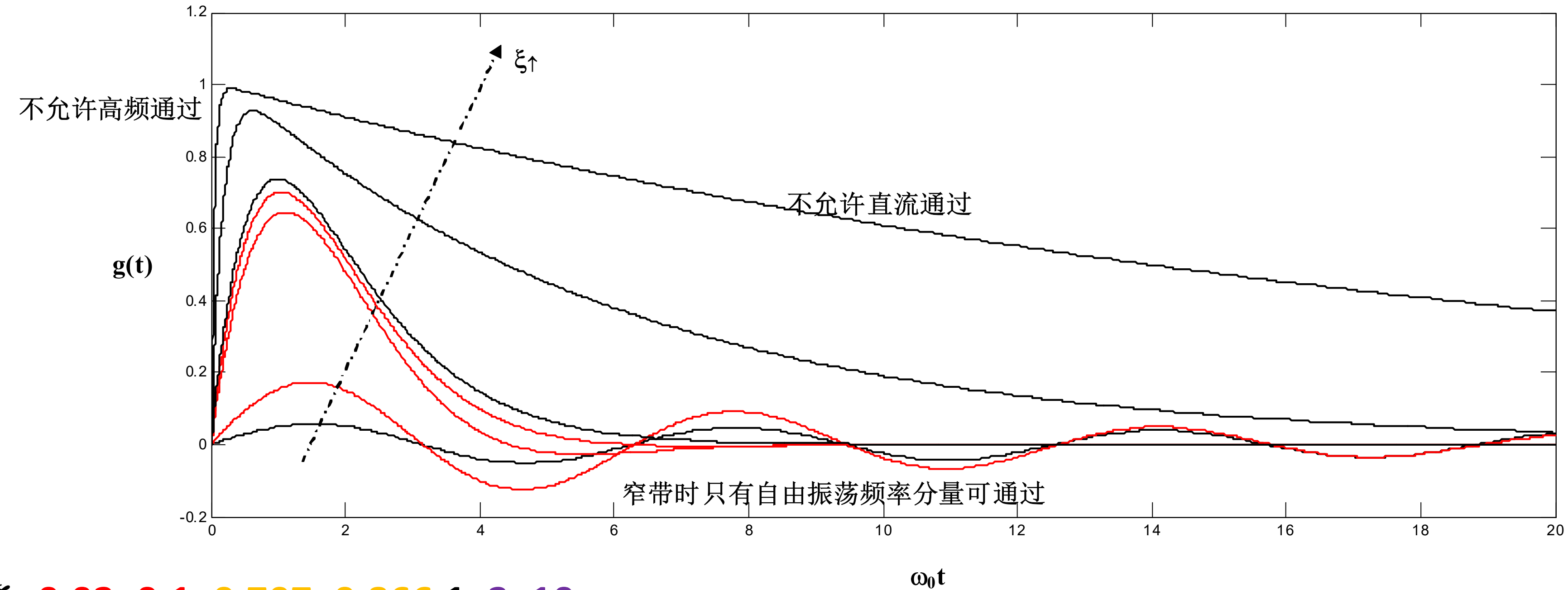
$$= -\xi\omega_0 \pm j\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0$$



二阶带通阶跃响应

$$v_S(t)=V_{S0}\cdot U(t)$$

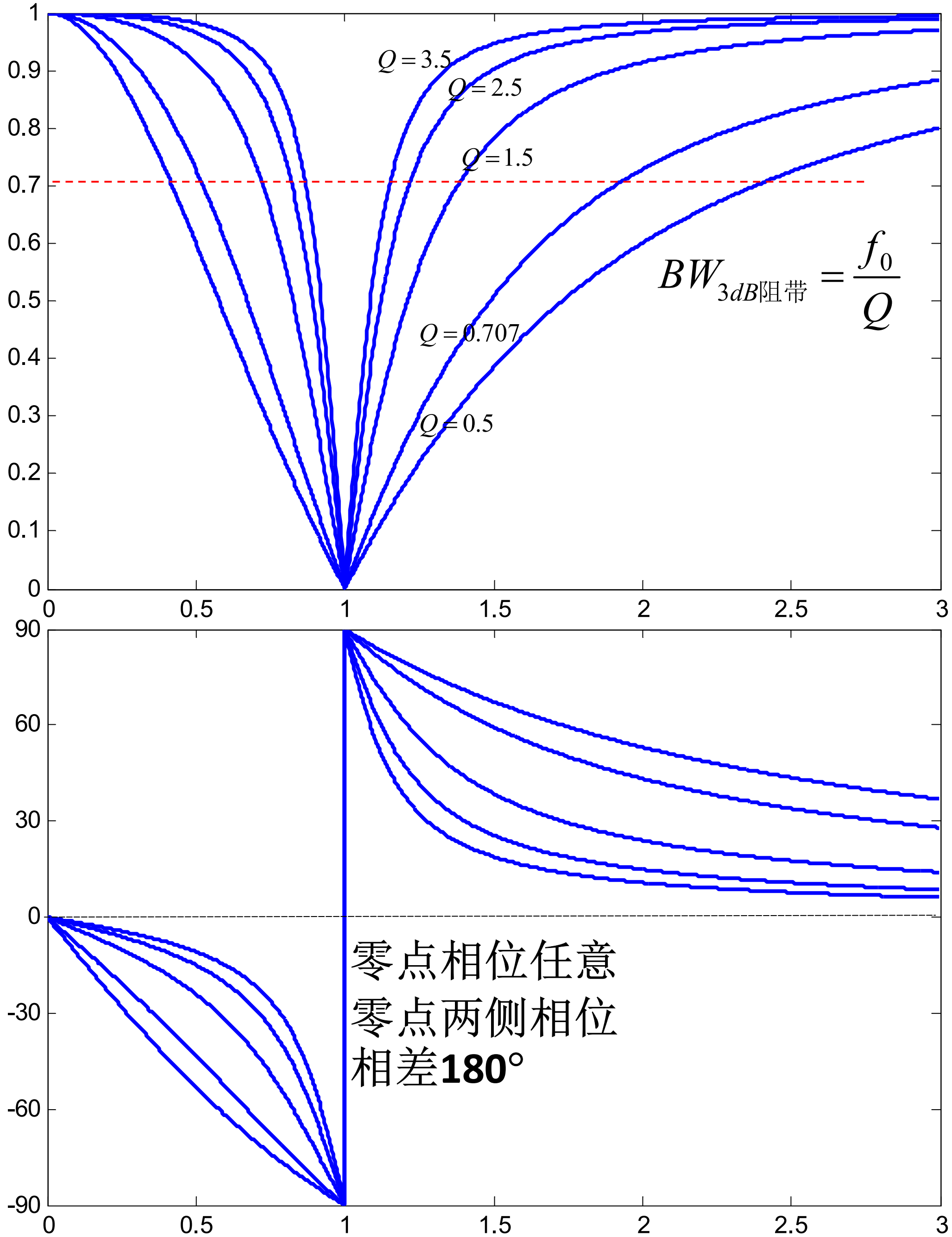
$$v_{out}(t)=V_{S0}\frac{2\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\cdot U(t)$$



ξ=**0.03, 0.1, 0.707, 0.866,1, 3, 10**

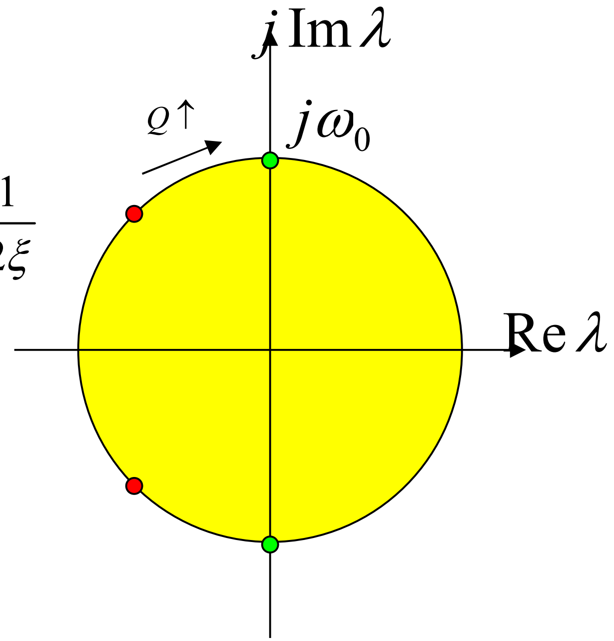
谐振频率可通过

带阻



$$H_{BS}(s)=\frac{s^2+\omega_0^2}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

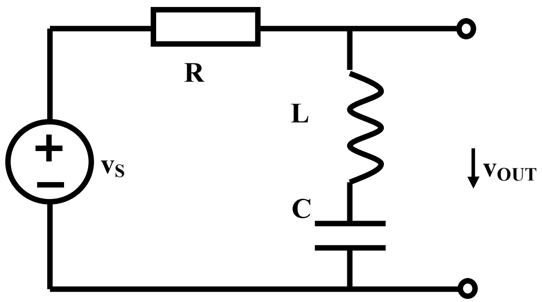
$$Q=\frac{1}{2\xi}$$



$$z_{1,2}=\pm j\omega_0$$

$$p_{1,2}=\omega_0\left(-\frac{1}{2Q}\pm j\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}\right)$$

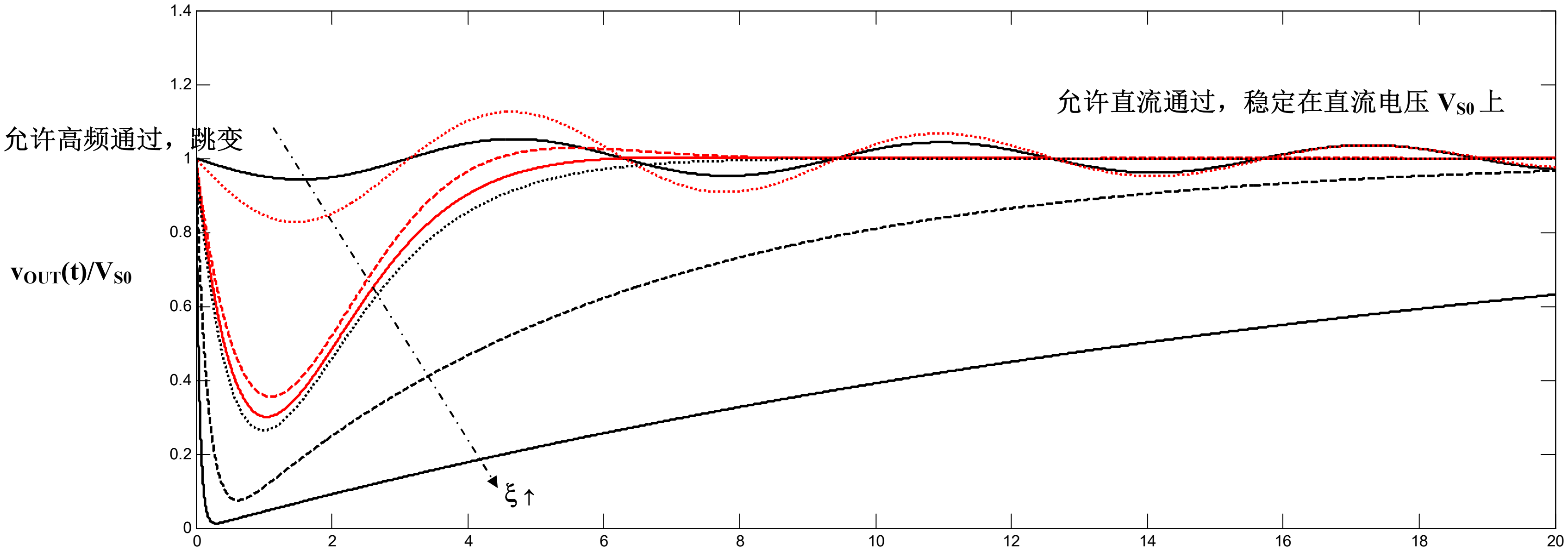
$$=-\xi\omega_0\pm j\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0$$



二阶带阻阶跃响应

$$v_S(t)=V_{S0}\cdot U(t)$$

$$v_{out}(t)=V_{S0}U(t)-V_{S0}\frac{2\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\cdot U(t)$$



ξ=0.03, 0.1, 0.707, 0.866,1, 3, 10

谐振频率不能通过

时频关系对应表

$h(t)$	$H(s)$	
$\delta(t)$	1	直通
$U(t)$	$\dfrac{1}{s}$	理想电容
$e^{-\omega_0 t}\cdot U(t)$	$\dfrac{1}{s+\omega_0}$	一阶RC
$t^n e^{-\omega_0 t}\cdot U(t)$	$\dfrac{n!}{(s+\omega_0)^{n+1}}$	一阶级联
$e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\cdot U(t)$	$\dfrac{s+\xi\omega_0}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$	RLC谐振
$\dfrac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\cdot U(t)$	$\dfrac{\omega_0}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$	

拉普拉斯变换对

根据需要，可记忆，也可不记忆，掌握三/五要素法同样可获得冲激与阶跃响应

传递函数 要求

$$s^2 \quad 2\xi\omega_0 s \quad \omega_0^2$$

$$H(s) = H_0 \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

$$s^2 + as \quad as + \omega_0^2$$

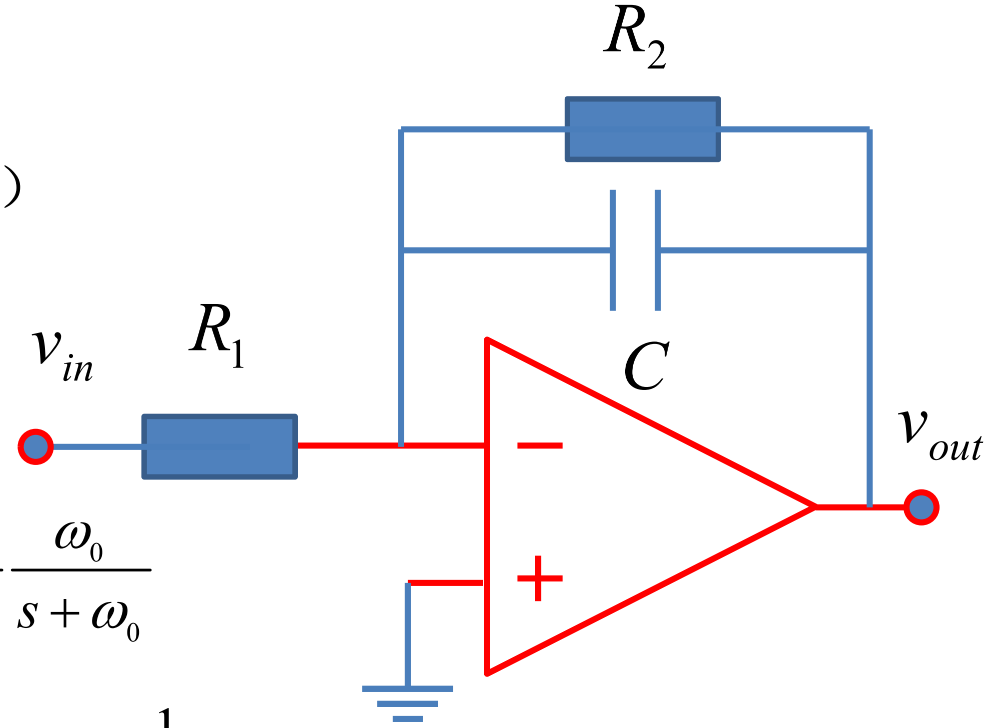
需要记忆

- 滤波器类型判断
  - 1、从电路结构判断：应能一眼可看出是低通、高通、还是带通，之后推出的传递函数应反映其频响特性
  - 2、从传递函数表达式判断
    - 中心频点：低频为0，高频为无穷，带通为ω_0
    - H_0：中心频点的传递系数（实数，正数或负数，中心频点相移为0°同相或180°反相）
    - 3dB带宽：比中心频点幅度低小于3dB的频带范围
  - 3、从时域波形（阶跃响应）判断
- 要求能够正确推导出传递函数
  - 对于经典结构（如简单一阶RC、一阶RL、二阶RLC简单串并联谐振），可以直接写出传函表达式，无需过程
  - 从传递函数给出系统参量：本质上是给出特征根
- 对具有运放电路的传递函数要求充分把握运放负反馈应用电路的虚短、虚断性质：重点要求
- 对晶体管电路，是否考虑寄生电容效应，视具体情况而定，题目一般会给出设定
  - 有则考虑，不提则不考虑
  - 晶体管核心模型：压控流源、流控流源

一阶低通滤波器

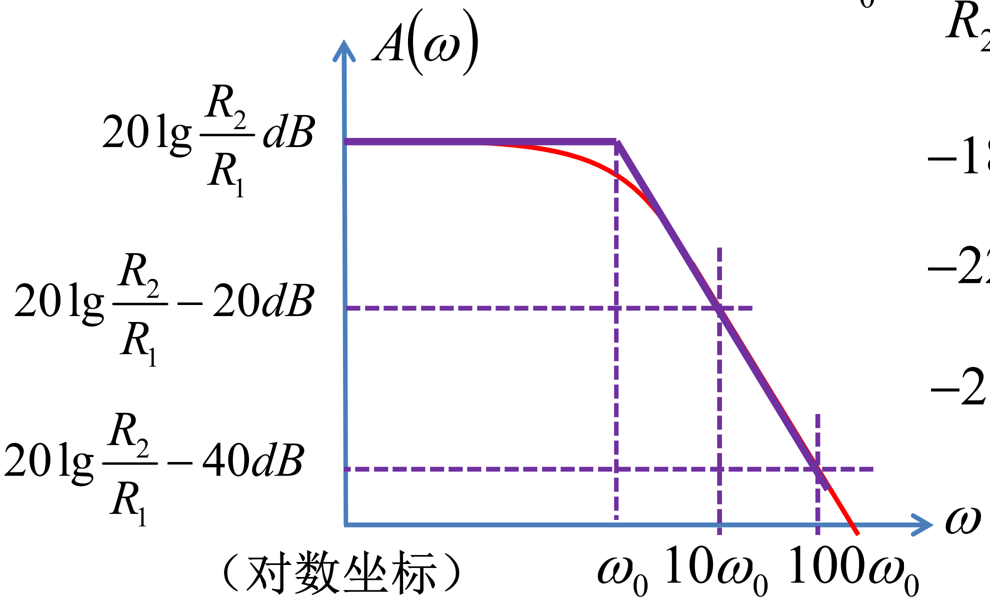
传递函数分析均假设零状态（或稳态）

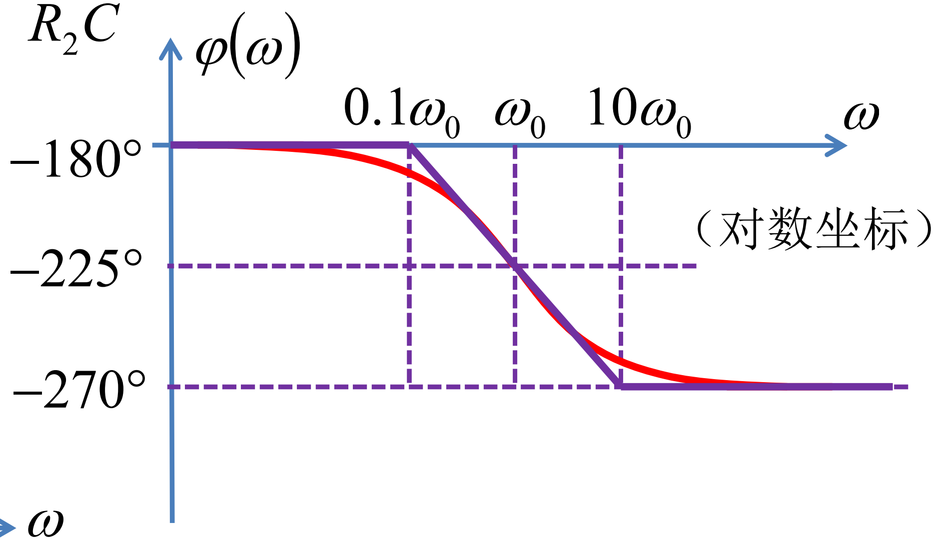
$$\frac{V_{in}(s)}{R_1}=\frac{0-V_{out}(s)}{Z_2(s)}=-V_{out}(s)\left(\frac{1}{R_2}+sC\right)$$



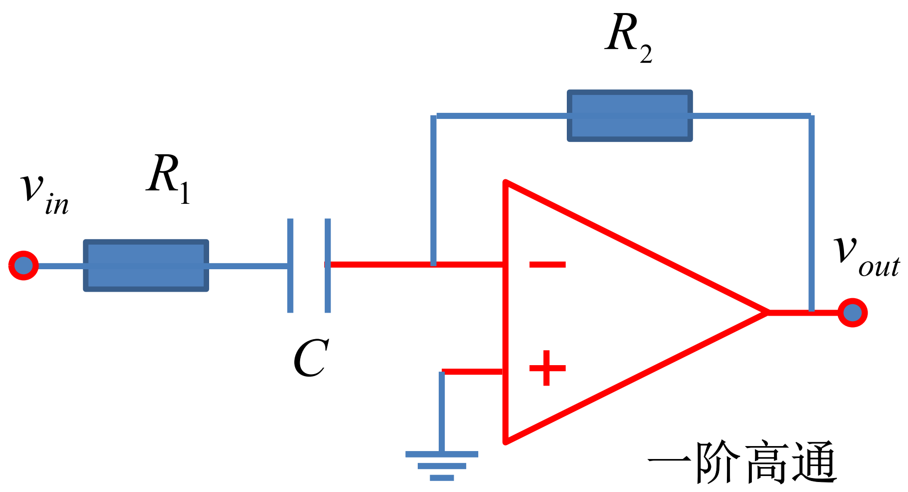
$$H(s)=\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}=-\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{(sR_2C+1)}=-\frac{R_2}{R_1}\frac{\omega_0}{s+\omega_0}$$

$$\omega_0=\frac{1}{R_2C}$$





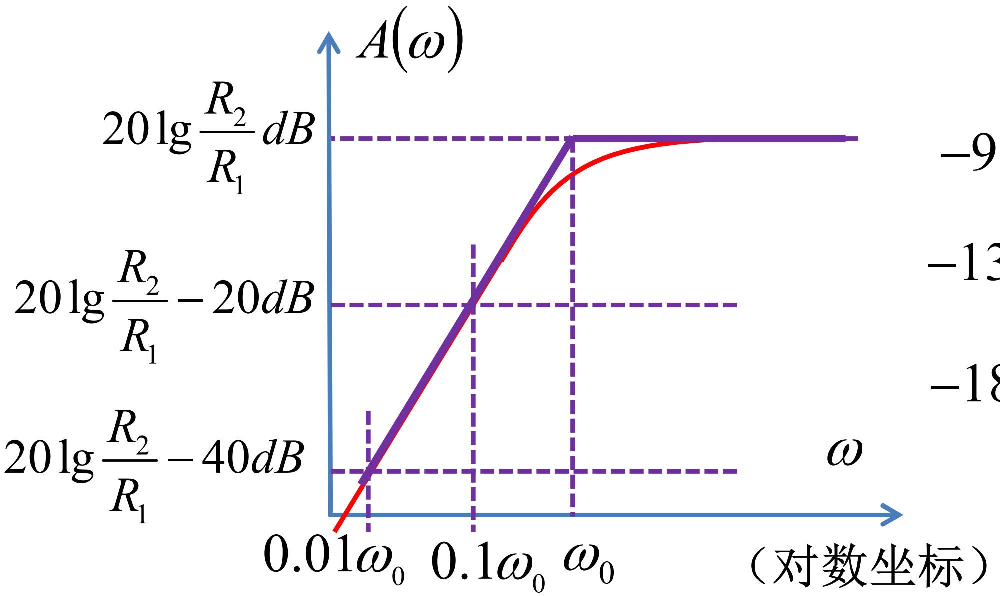
一阶高通滤波器

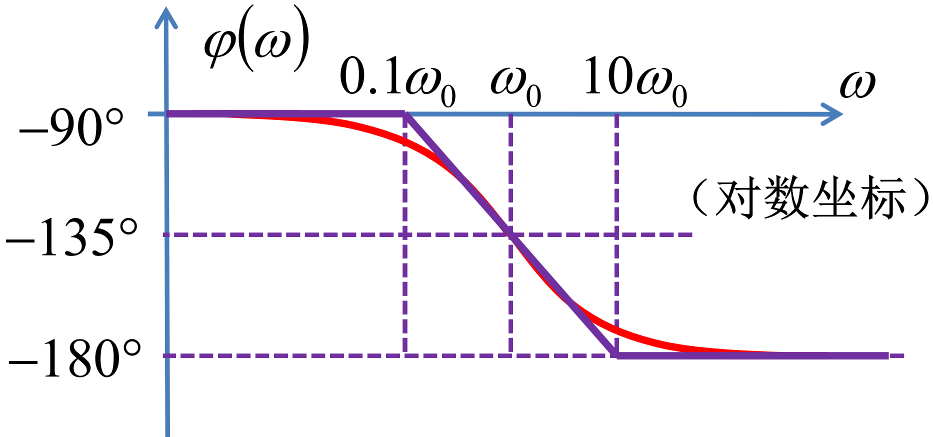


$$\frac{V_{in}(s)}{R_1+\dfrac{1}{sC}}=\frac{0-V_{out}(s)}{R_2}$$

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}=-\frac{R_2}{R_1+\dfrac{1}{sC}}=-\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+\dfrac{1}{sR_1C}}=-\frac{R_2}{R_1}\frac{s}{s+\omega_0}$$

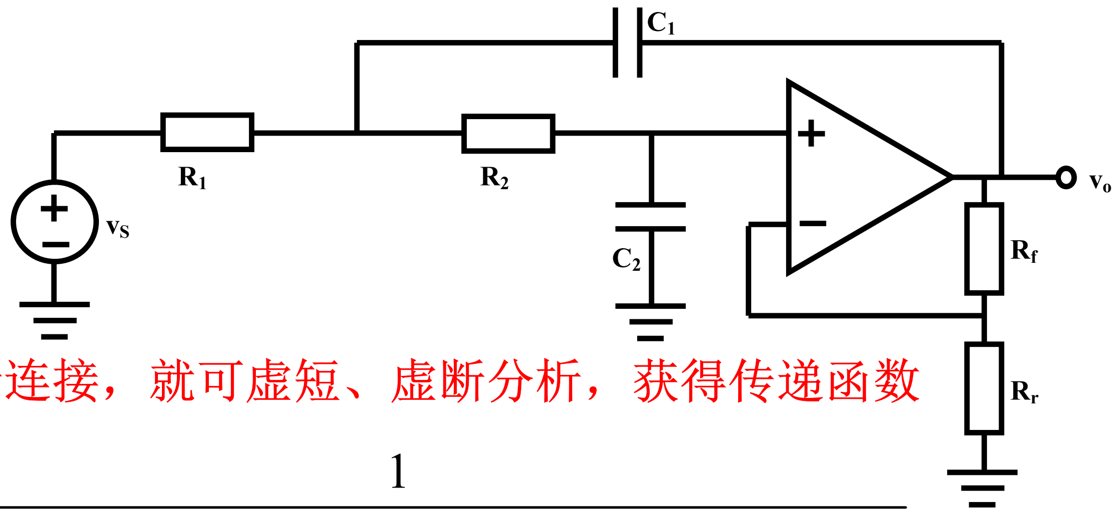
$$\omega_0=\frac{1}{R_1C}$$





伯特图画法要求掌握

二阶低通有源RC滤波器



只要是负反馈连接，就可虚短、虚断分析，获得传递函数

$$H(s)\big|_{s=j\omega}=\frac{\dot{V}_O}{\dot{V}_S}=\frac{1}{F}\frac{1}{1+s\left(R_2C_2+R_1C_1+R_1C_2-\frac{1}{F}R_1C_1\right)+s^2R_1C_1R_2C_2}$$

$$=\frac{1}{F}\frac{1}{1+2\xi\frac{s}{\omega_0}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}=H_0\frac{\omega_0^2}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

一眼看出滤波器类型是基本要求

推导出传递函数是基本功

推导出来的传递函数未必是标准形态

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

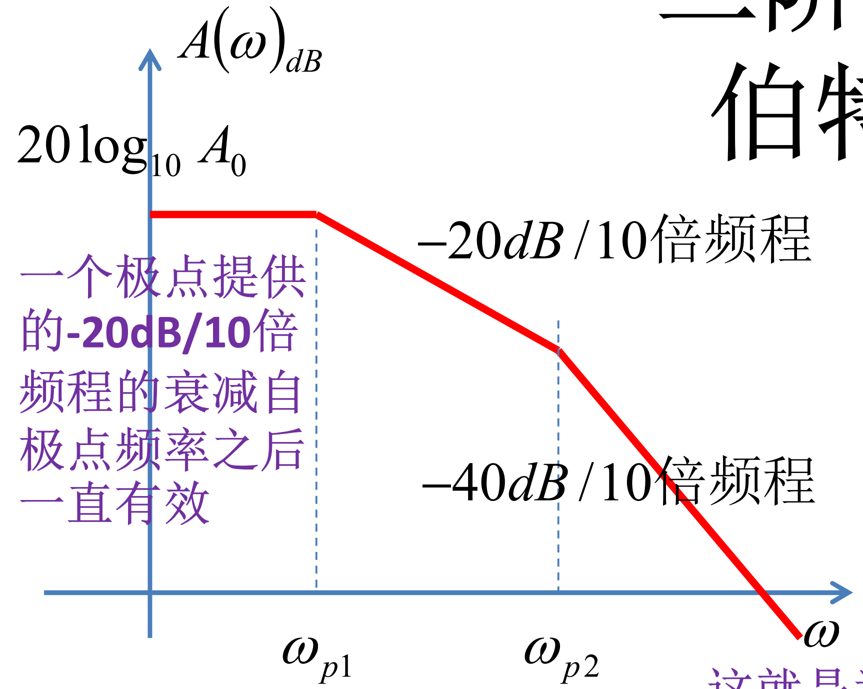
$$F=\frac{R_r}{R_r+R_f}$$

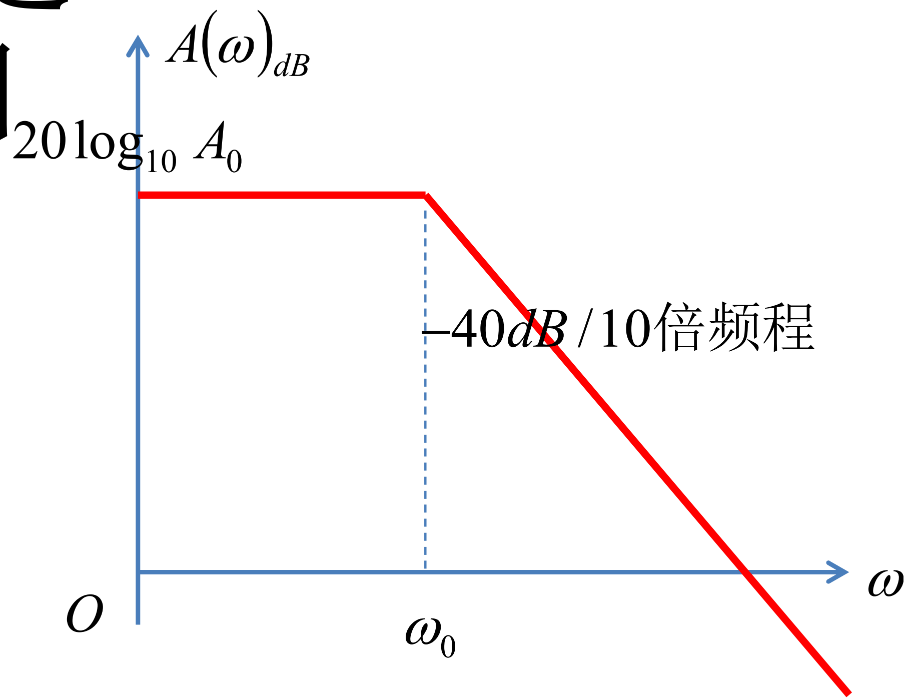
$$\xi=0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}}+\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}-\frac{1}{F}\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$$

正反馈连接的有源网络可提供欠阻尼

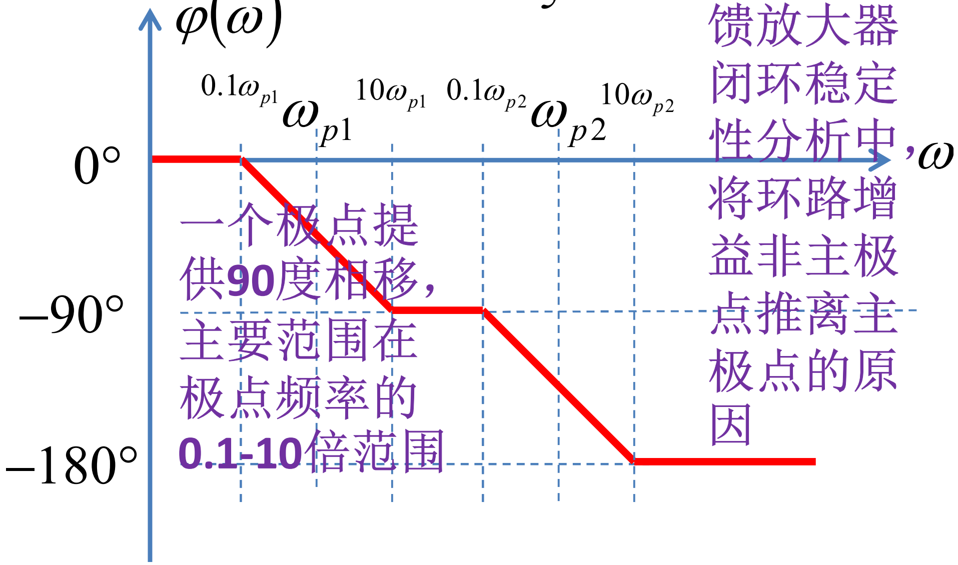
二阶低通伯特图

伯特图要求会画

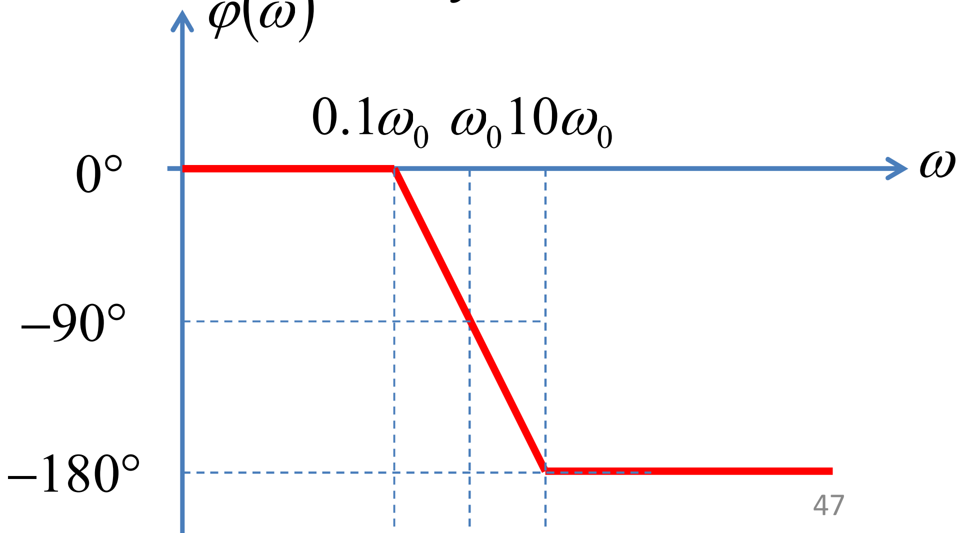




$\xi >> 1$



$\xi = 0.707 \sim 1$



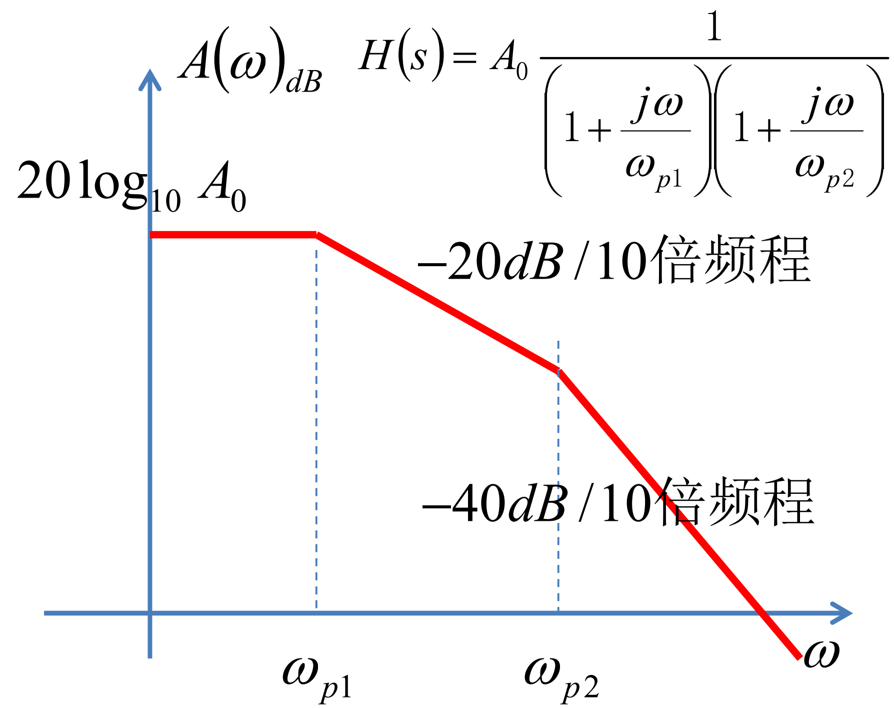
画伯特图要点

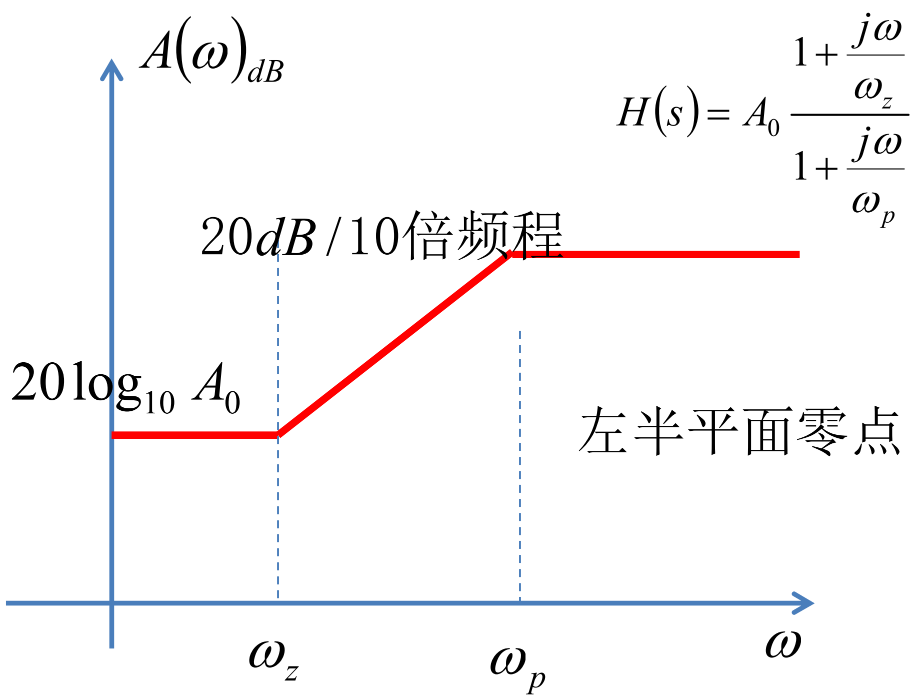
伯特图画法规则要求掌握

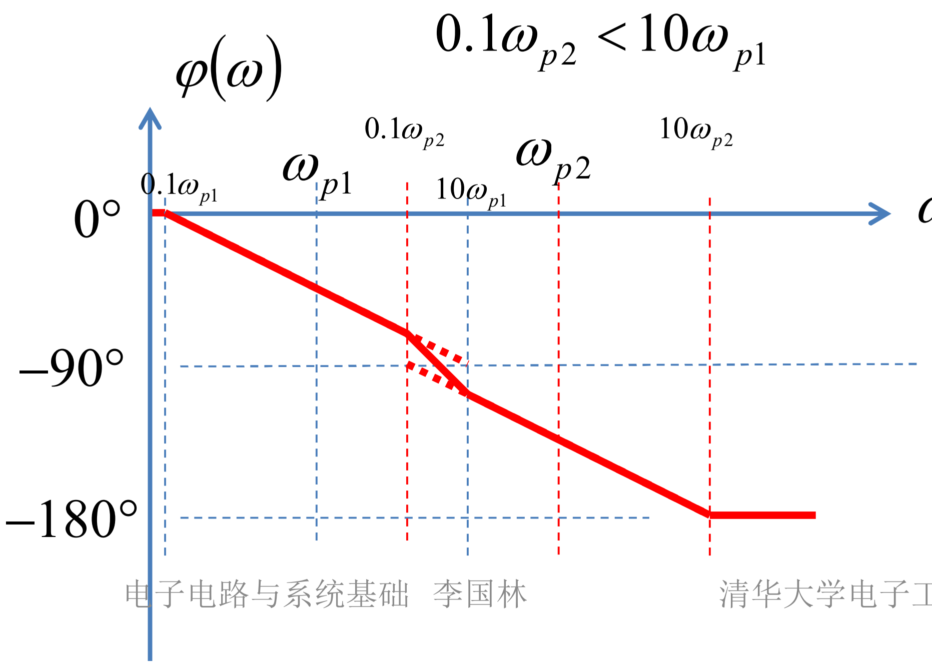
- 碰到一个极点频率（左半平面）
  - 幅频特性下降速率则多**20dB/10**倍频程
- 碰到一个零点频率
  - 幅频特性上升速率则多**20dB/10**倍频程

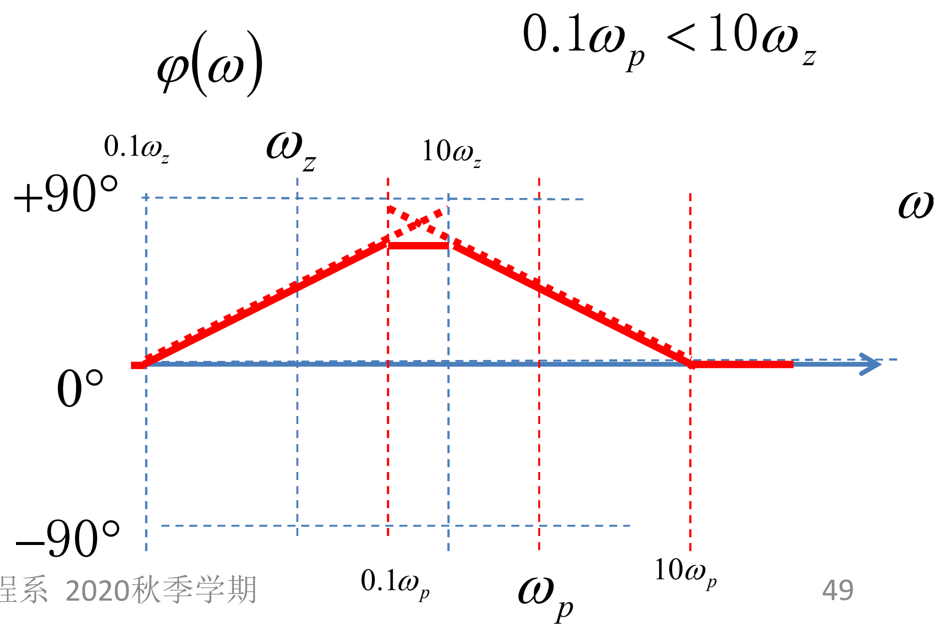
- 碰到一个极点频率（左半平面）
  - 相频特性则滞后**90°**
- 碰到一个左半平面零点频率
  - 相频特性则超前**90°**
- 碰到一个右半平面零点频率
  - 相频特性则滞后**90°**

负反馈放大器中，构造左半平面零点以提高相位裕度


$A(\omega)_{dB}$
$H(s)=A_0\dfrac{1}{\left(1+\dfrac{j\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{\omega_{p2}}\right)}$
$20\log_{10}A_0$
$-20dB/10$倍频程
$-40dB/10$倍频程
ω_{p1}
ω_{p2}
ω

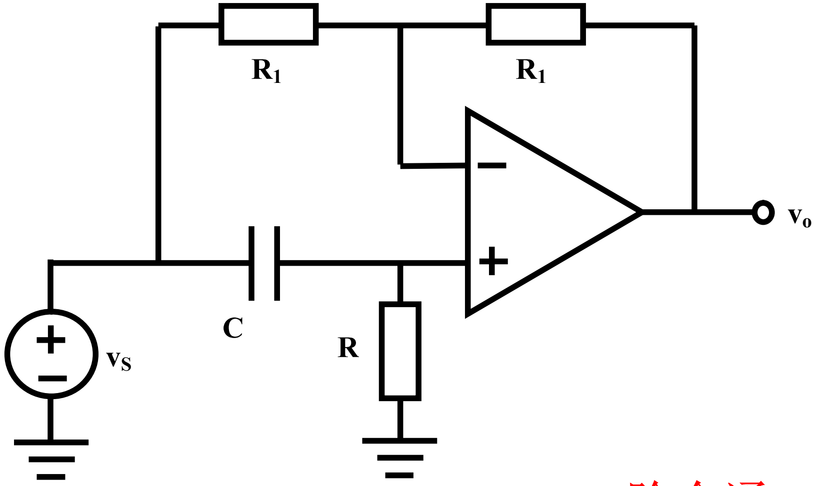

$A(\omega)_{dB}$
$H(s)=A_0\dfrac{1+\dfrac{j\omega}{\omega_z}}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_p}}$
$20dB/10$倍频程
$20\log_{10}A_0$
左半平面零点
ω_z
ω_p
ω

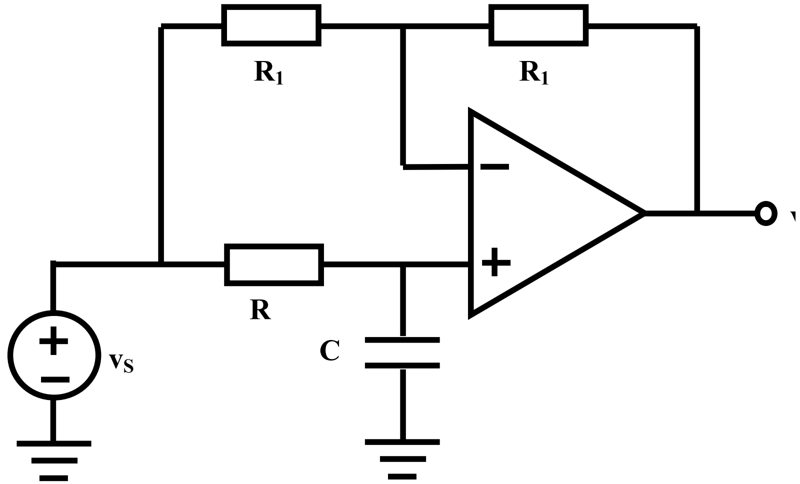

$\varphi(\omega)$
$0.1\omega_{p2}<10\omega_{p1}$
$0.1\omega_{p2}$
$10\omega_{p2}$
ω_{p1}
ω_{p2}
$0.1\omega_{p1}$
$10\omega_{p1}$
ω
$0°$
$-90°$
$-180°$


$\varphi(\omega)$
$0.1\omega_p<10\omega_z$
$0.1\omega_z$
ω_z
$10\omega_z$
ω
$+90°$
$0°$
$-90°$
$0.1\omega_p$
ω_p
$10\omega_p$

全通滤波器

理想运放，理想器件假设

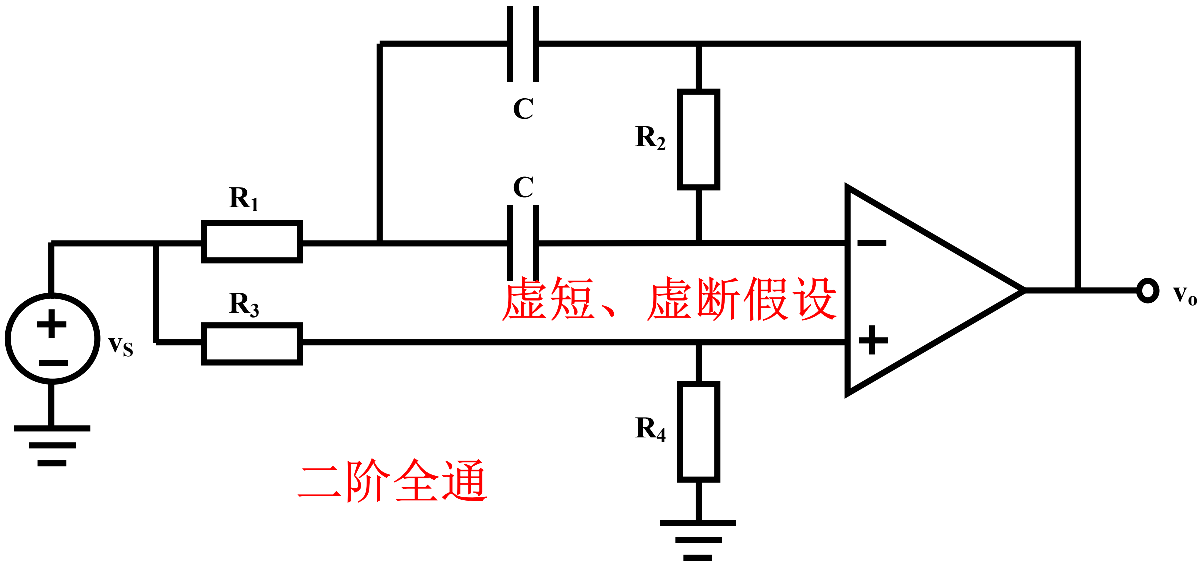




一阶全通

$$H(j\omega) = A_0 e^{j\varphi(\omega)}$$

幅频特性为常数：
所有频率分量无衰减通过（全通）



虚短、虚断假设

二阶全通

不同频率有不同相移，用于相位均衡，相位校正，宽带90°移相

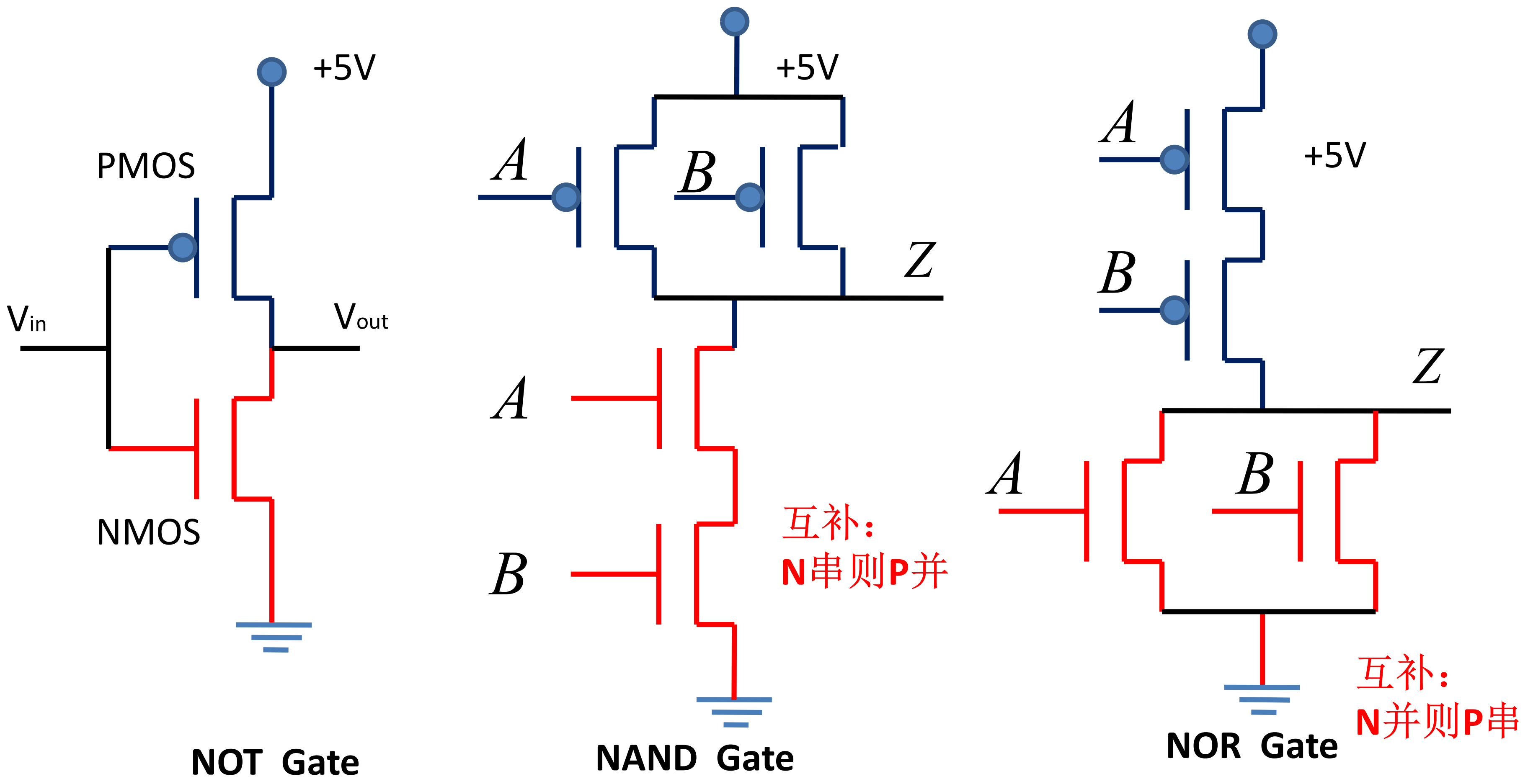
七、数字逻辑电路

- 开关串联与运算，开关并联或运算

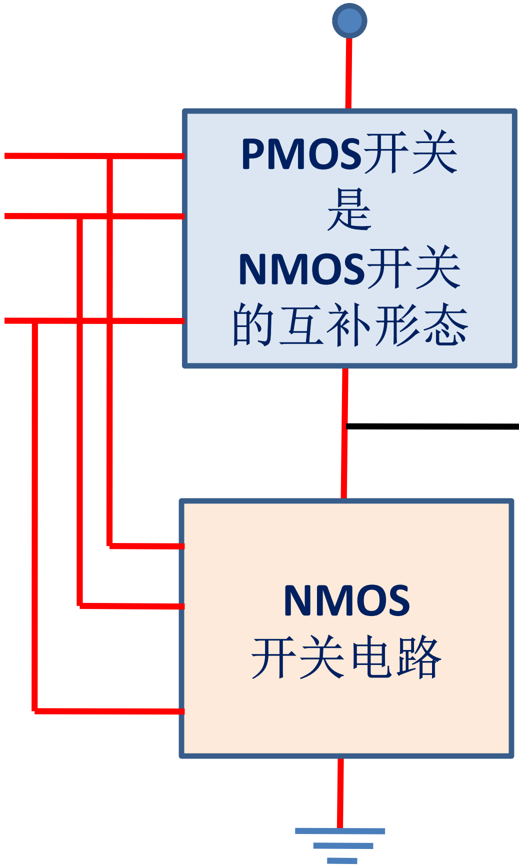
- **PMOS**开关：反相开关先求非
- **NMOS**开关：旁路开关后求非

- 标准**CMOS**门电路属德摩根律的具体应用
  - **Complementary**：互补
    - **N**串则**P**并
      - 与非=非或
    - **N**并则**P**串
      - 或非=非与

三个基本CMOS门电路



CMOS门电路的一般框架

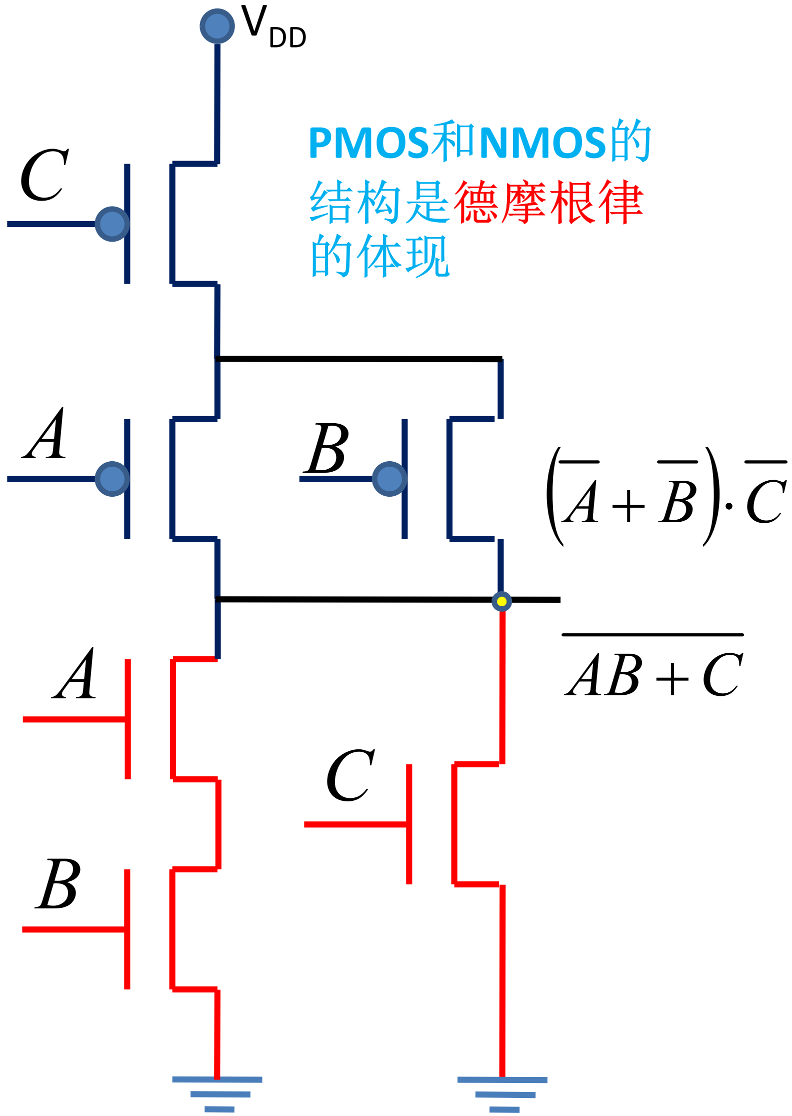


互补：
N串则P并
N并则P串

开关串联与运算
开关并联或运算

NMOS开关旁路，
输出有求非的过程

PMOS反向开关，
输入有求非的过程



PMOS和NMOS的结构是德摩根律的体现

注意：上P下N，晶体管不能随意调换位置

卡诺图化简

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	*(不在意)	1
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

$$Z = \overline{C} \cdot \overline{D} + A + B$$

尽可能大的圈，尽可能少的圈

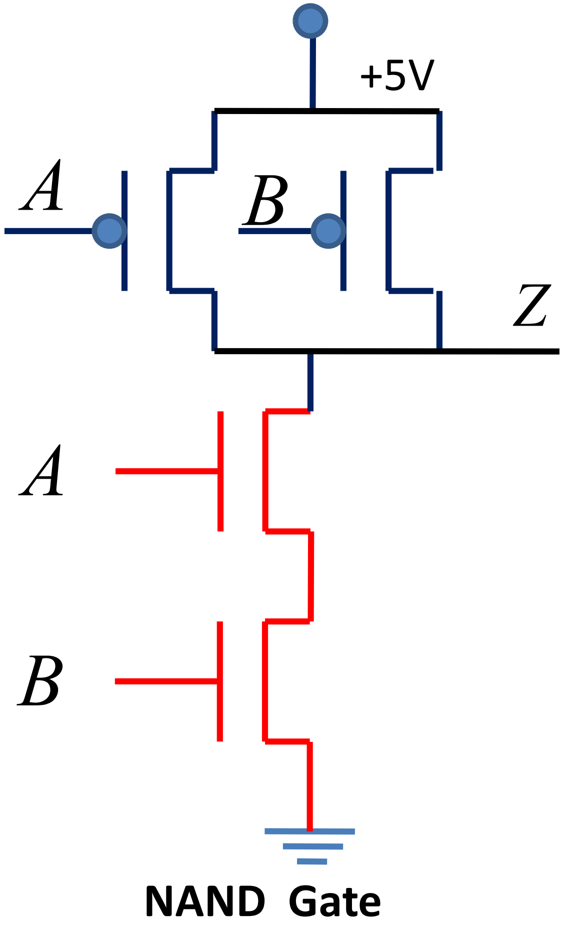
2、4、8、16

以此获得最简式

AB \ CD	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	*	*
11	1	0	1	1
10	1	0	1	1

$$Z = \overline{D} + A \cdot C$$

德摩根律：与或不独立

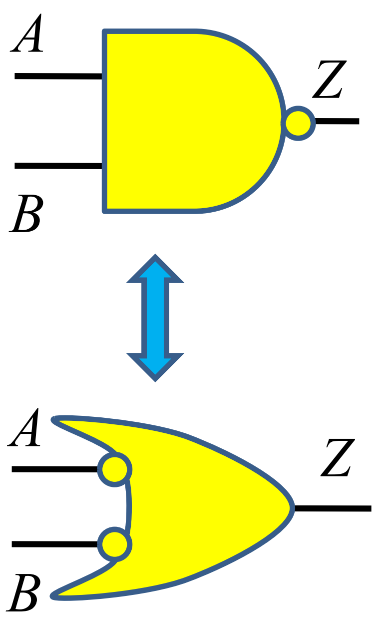


$$Z_P = \begin{cases} \text{悬浮高阻态} & A \cdot B = 1 \\ \overline{A} + \overline{B} = 1 = \overline{A \cdot B} & A \cdot B = 0 \end{cases}$$

$$Z_N = \begin{cases} \overline{A \cdot B} = 0 & A \cdot B = 1 \\ \text{悬浮高阻态} & A \cdot B = 0 \end{cases}$$

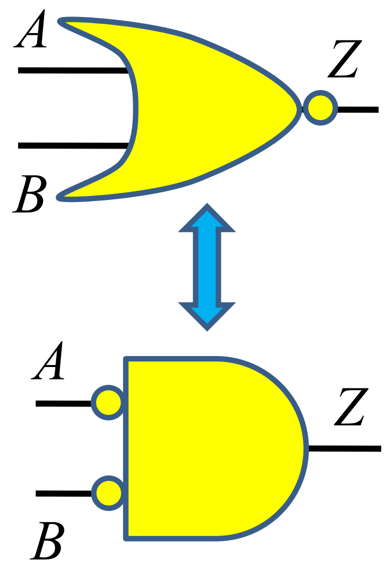
$$Z = Z_P \text{并} Z_N = \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

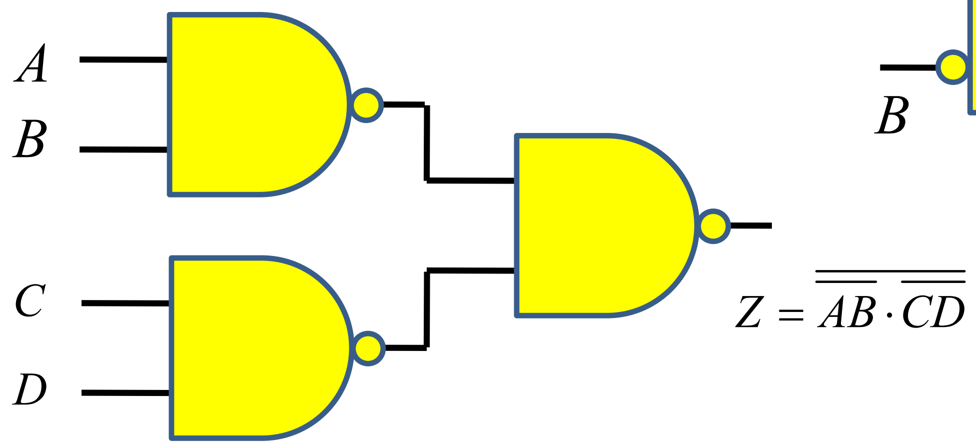
与或替代

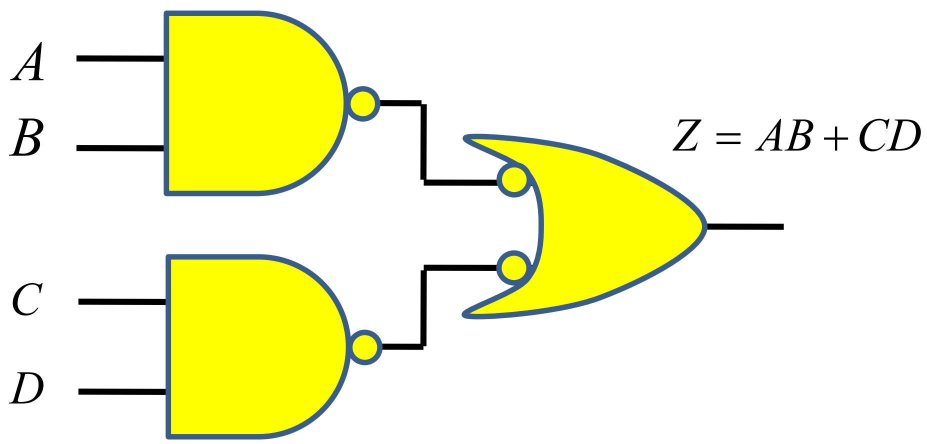


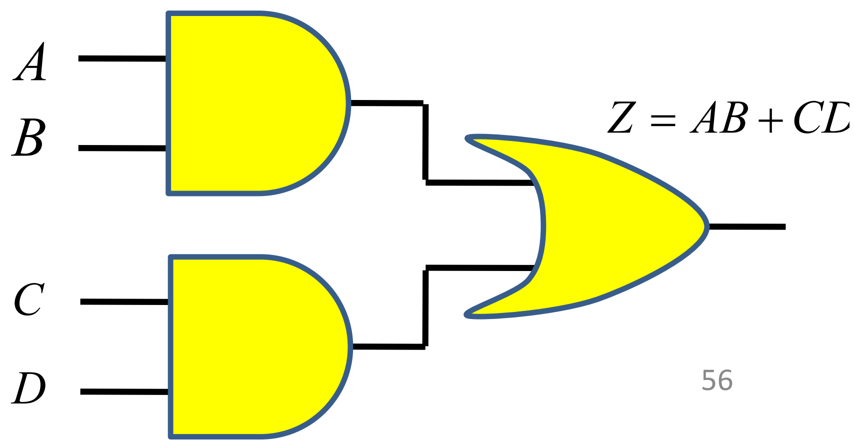
用或非门可实现非、与、或功能

用与非门可实现非、与、或功能



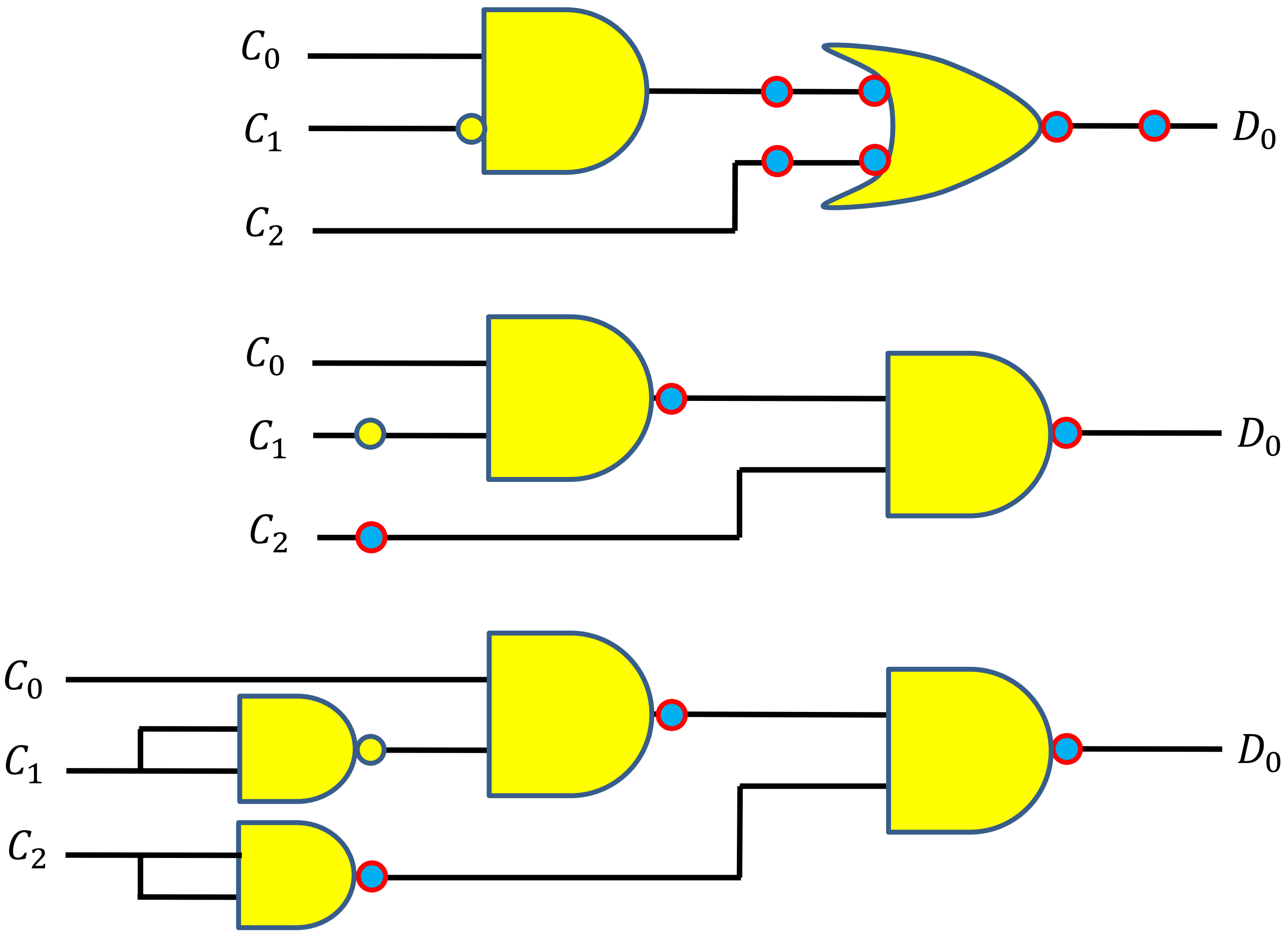






用与非门可实现所有逻辑运算

$$D_0 = C_2 + \overline{C_1} \cdot C_0$$

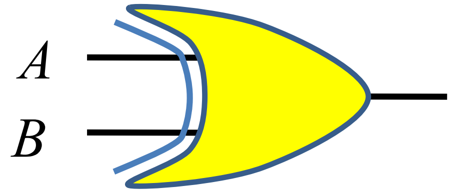


异或、异或非

A	B	A⊕B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

异或门:两个不同则正确，两个相同则错误

XOR: Exclusive OR

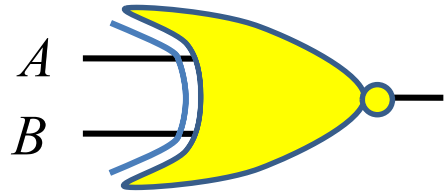


$$Z = A \oplus B$$

A	B	$\overline{A \oplus B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

异或非门:两个相同则正确，两个不同则错误

XNOR: Exclusive NOR



$$Z = \overline{A \oplus B}$$

组合逻辑电路

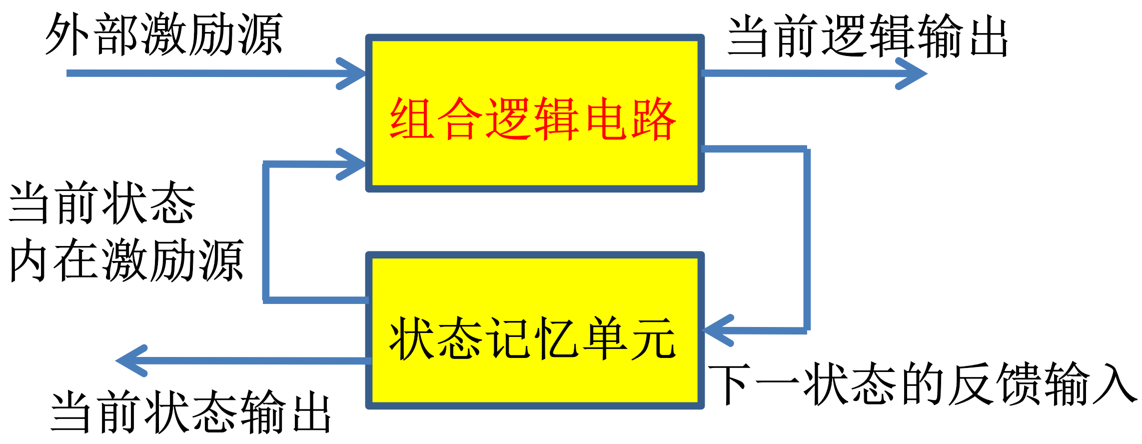
- **1**、由晶体管电路到逻辑表达式，可说明电路功能是什么：电路到功能

- **2**、由逻辑表达式到电路：由功能到电路设计
  - 真值表
  - 卡诺图
    - 原则**1**：合并的圈越大越好，越少越好
    - 原则**2**：可合并的**1**（或**0**）只能是**2**，**4**，**8**，**16**个
  - 门级电路实现
  - 晶体管级电路实现
    - **CMOS**上**P**下**N**结构是本课程要求

时序逻辑电路

- **3**、锁存器、触发器
  - 时序关系
    - 尤其是**D**触发器

- **4**、计数器设计
  - 逻辑级设计
    - 基本要求
      - 画状态转移图
      - 画状态转移表
      - 画卡诺图
      - 设计组合逻辑电路



Storage Element

剩余问题放到习题课

- 八、非线性动态电路的线性化分析
- 九、谐振与振荡
- 十、放大器稳定性分析