

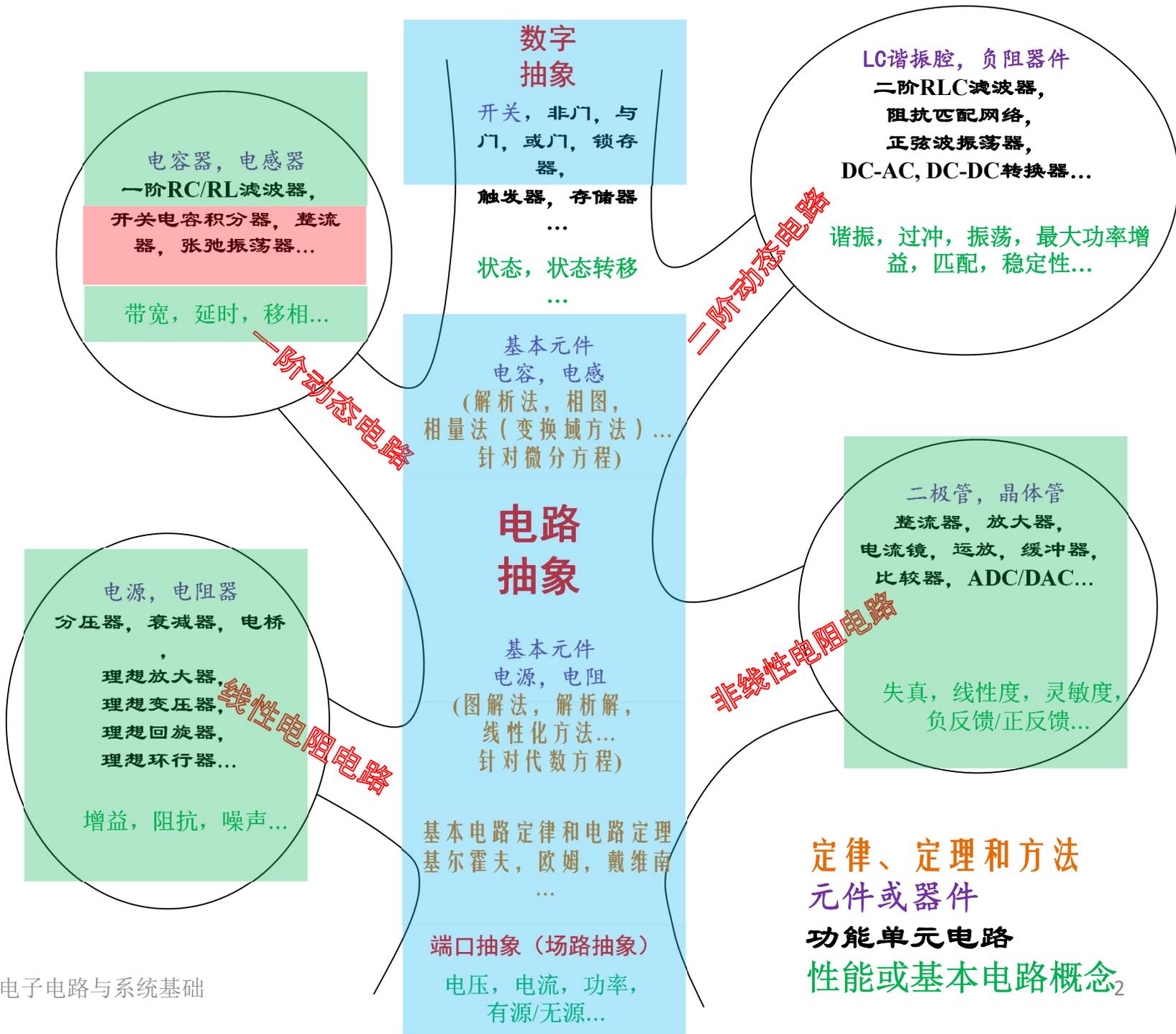
电子电路与系统基础II

理论课第**6**讲 一阶非线性动态电路

李国林

清华大学电子工程系

一条主干 四个分支



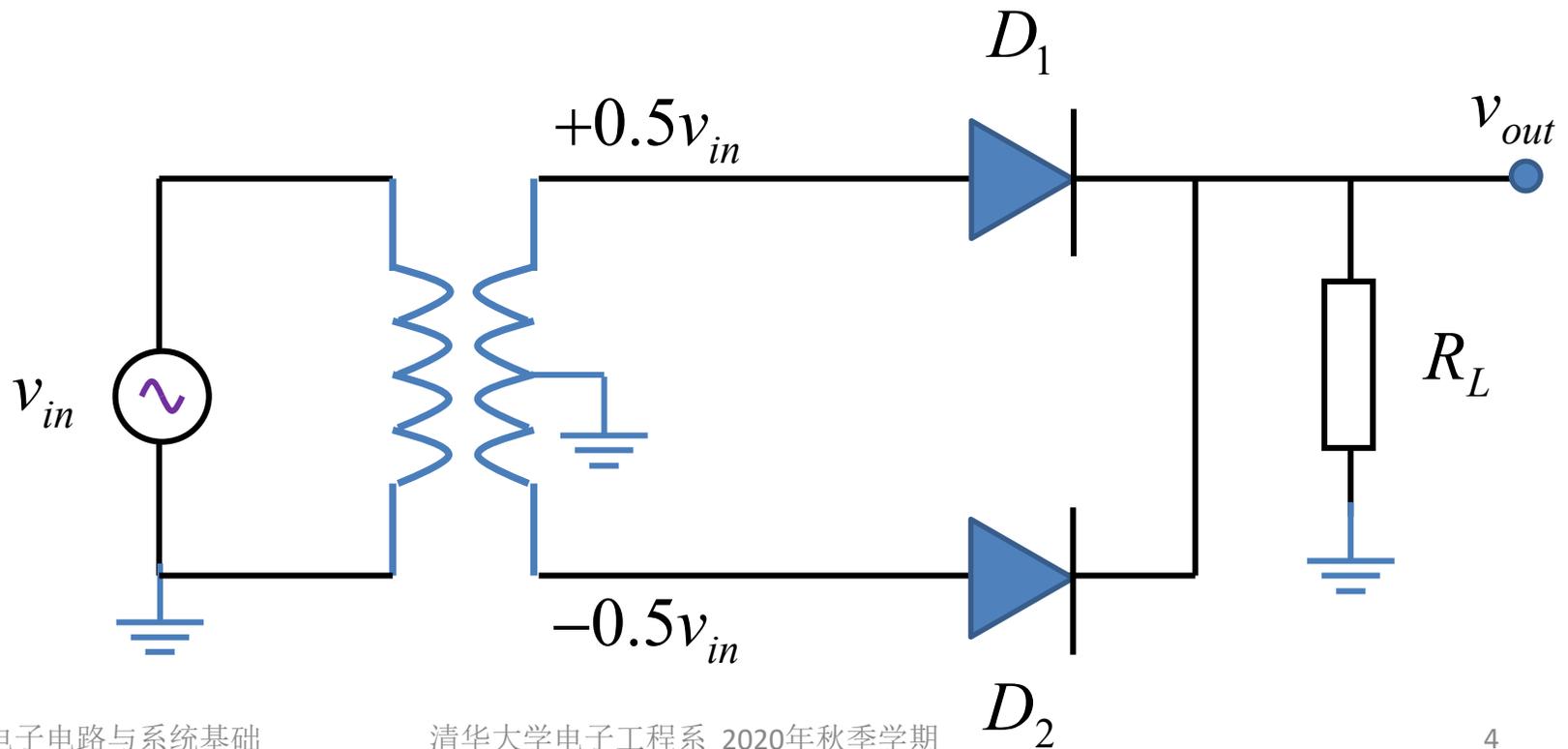
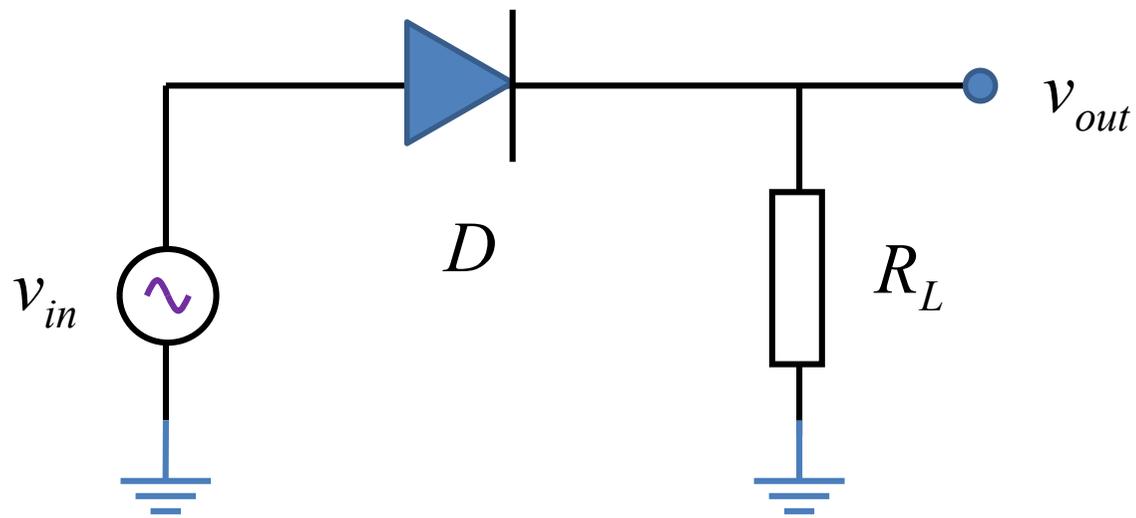
非线性一阶动态电路 大纲

- 二极管整流电路中的电容滤波分析
 - 非线性分段线性化分析
- 数字非门（反相器）延时与功耗分析
 - 平均电流法：延时分析
 - 开关电容：动态功耗分析
- 张弛振荡器分析：非线性分段线性化
 - 施密特触发器
 - S型负阻和电容
 - 其他张弛振荡例
 - 三角波
 - 锯齿波

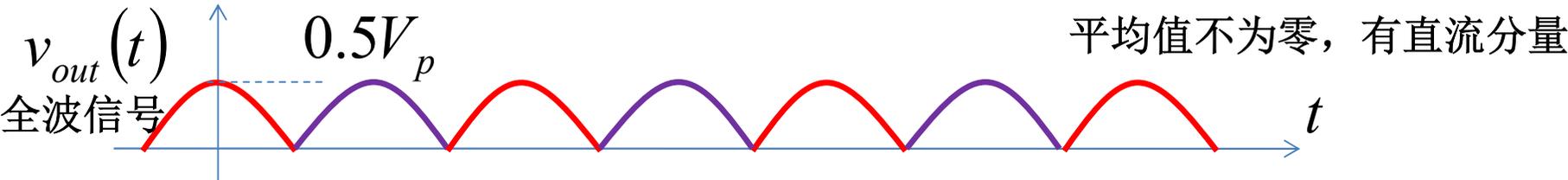
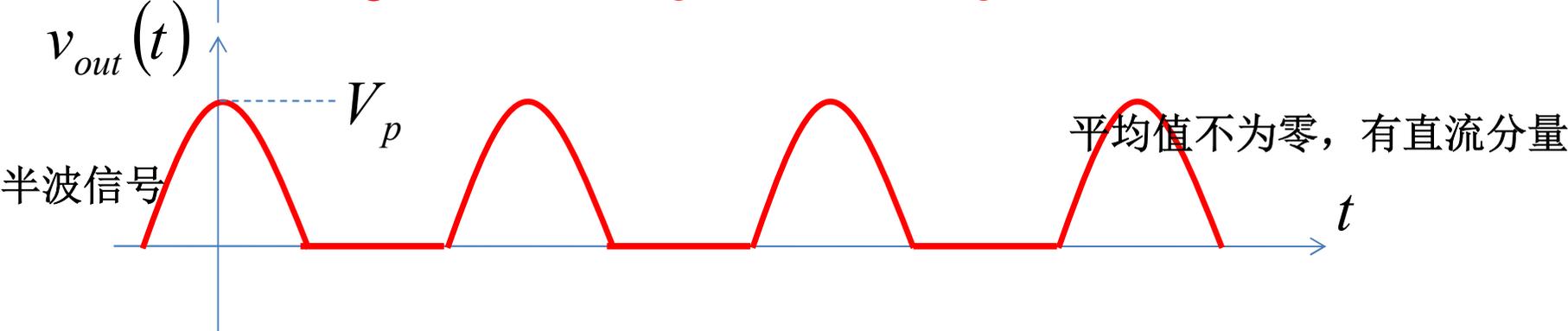
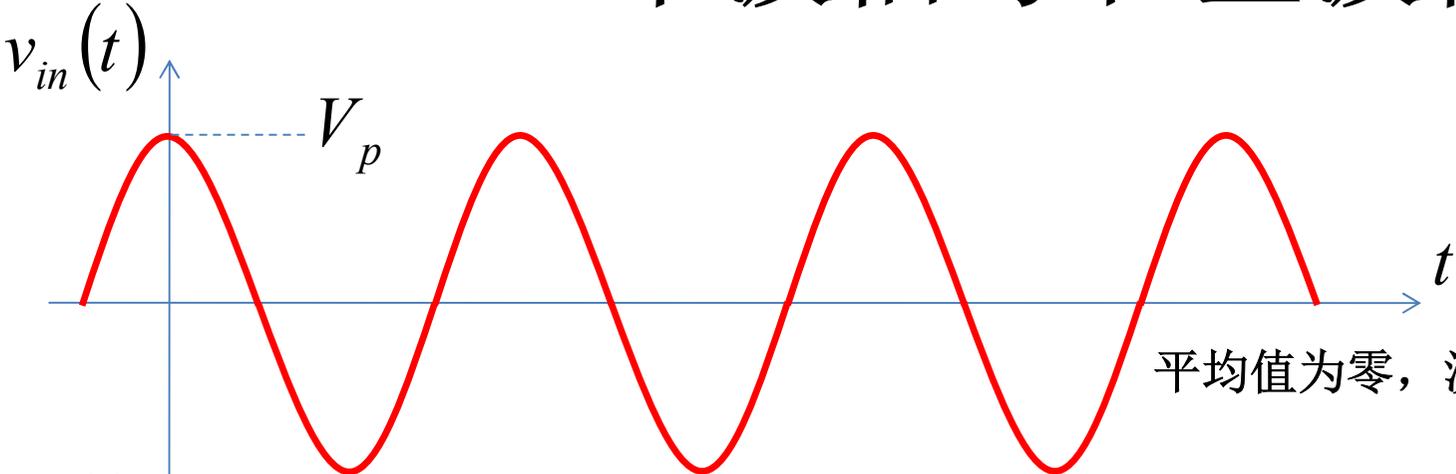
一阶动态电路中非线性电阻的处理

分段线性化，开关等效
平均电流法

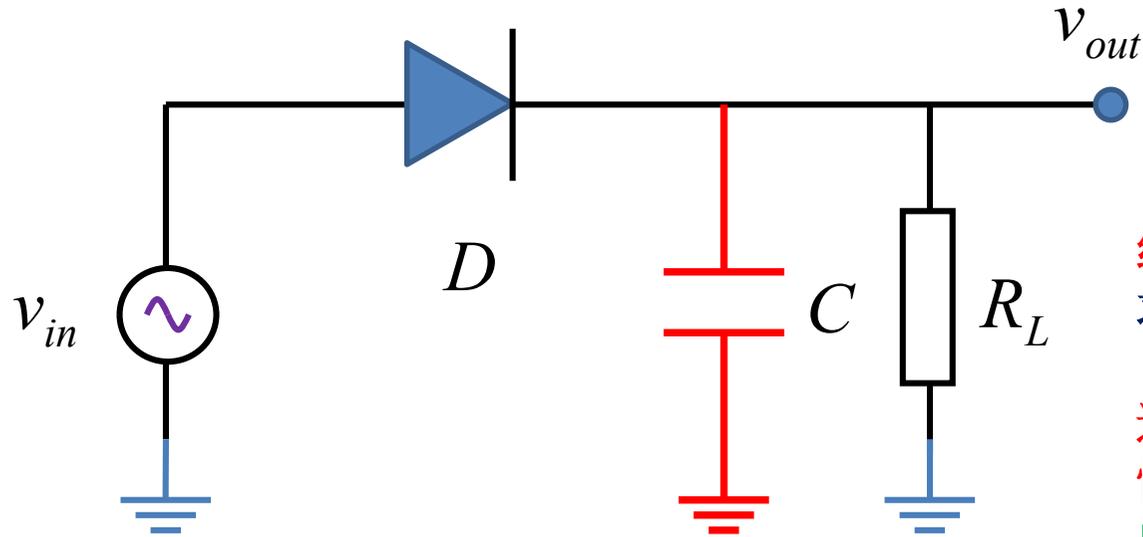
半波整流 全波整流



半波信号和全波信号

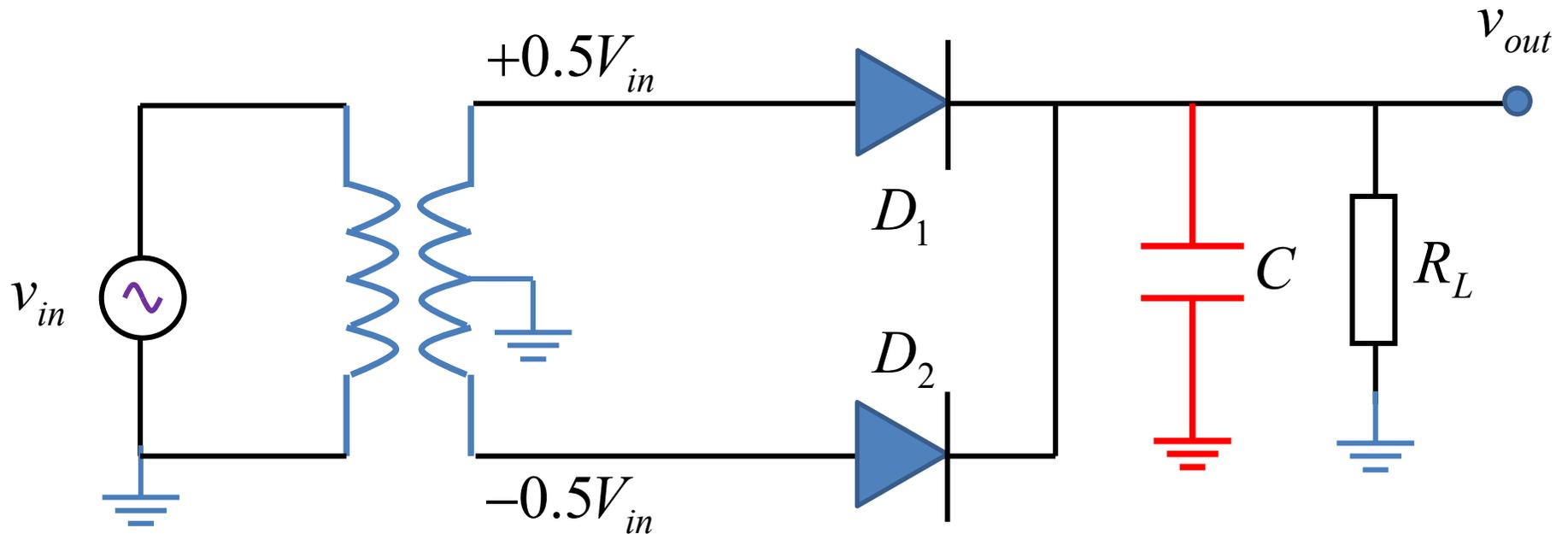


电容滤波

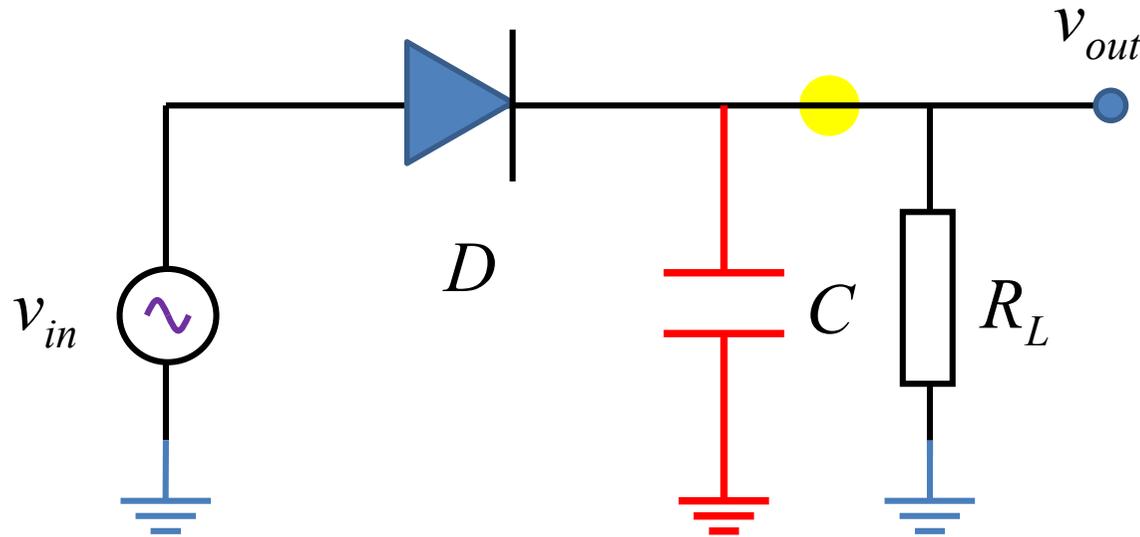


线性时不变RC低通滤波机制：
求平均值，电容电压保持功能

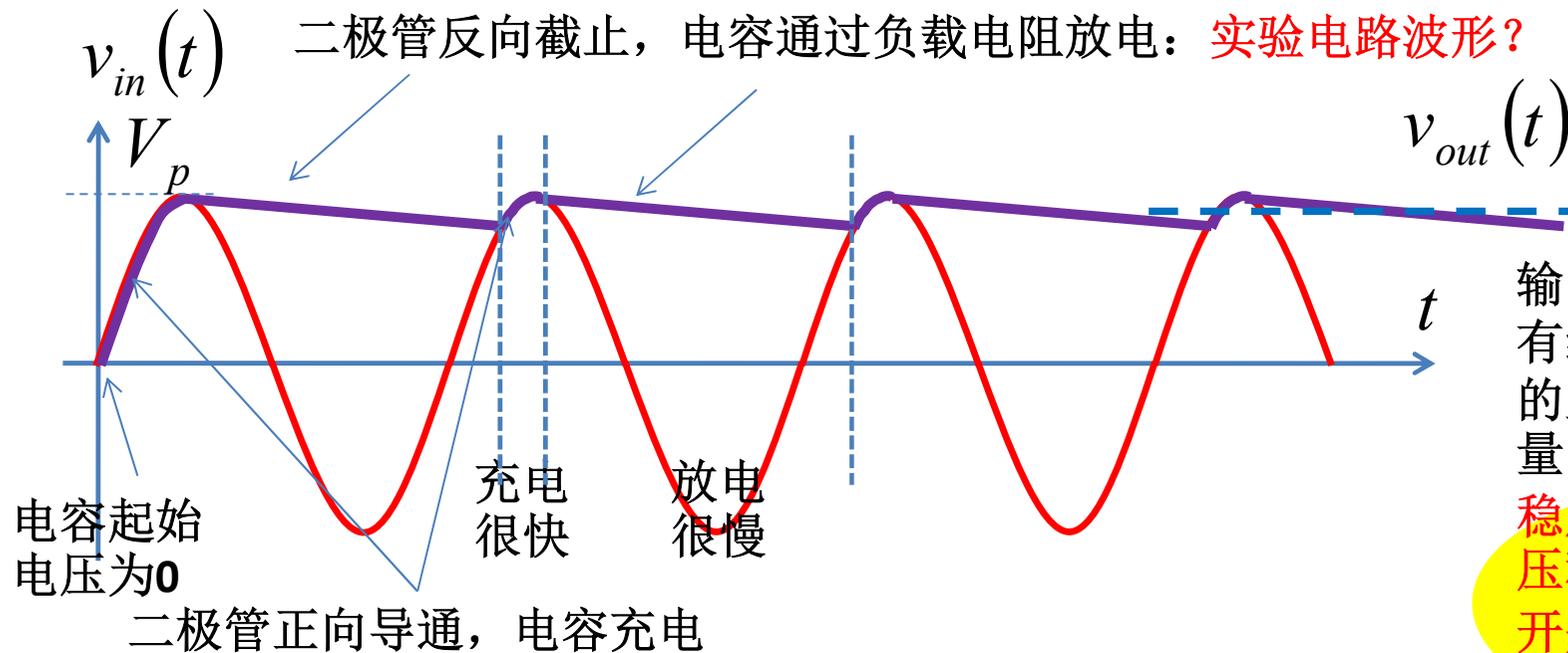
通过电容快速充电蓄存电荷、
慢速放电保持电压基本不变
电容电压保持功能



滤波



为了讨论方便，假设二极管是理想整流二极管：导通电压为0，导通电阻为0，截止电阻为无穷

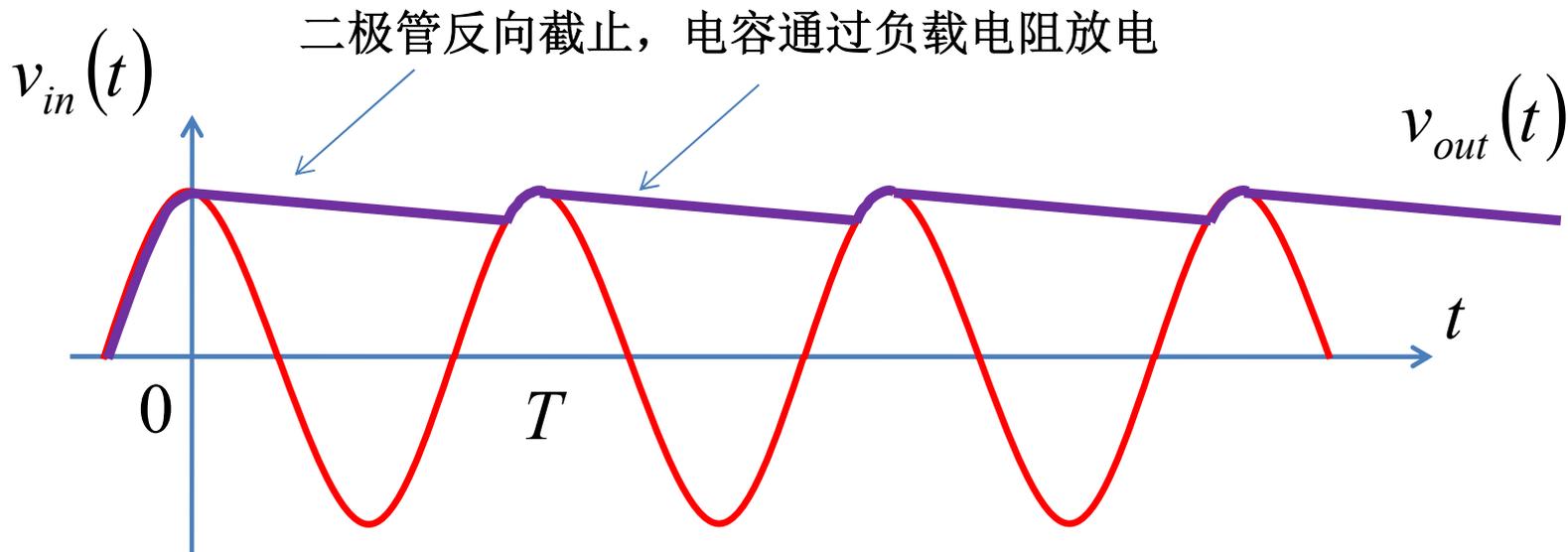


输出近乎直流，但有纹波：并非完全的直流，但交流分量已经很小

稳压二极管实现降压稳压

开关电源电路，负反馈升压降压稳压

纹波大小



纹波和负载电流成正比关系, 和电容电纳成反比:

$$v_{\text{放电}}(t) = V_p e^{-\frac{t}{R_L C}} \approx V_p \left(1 - \frac{t}{R_L C} \right)$$

1、从电容上极板抽取电荷形成负载电流

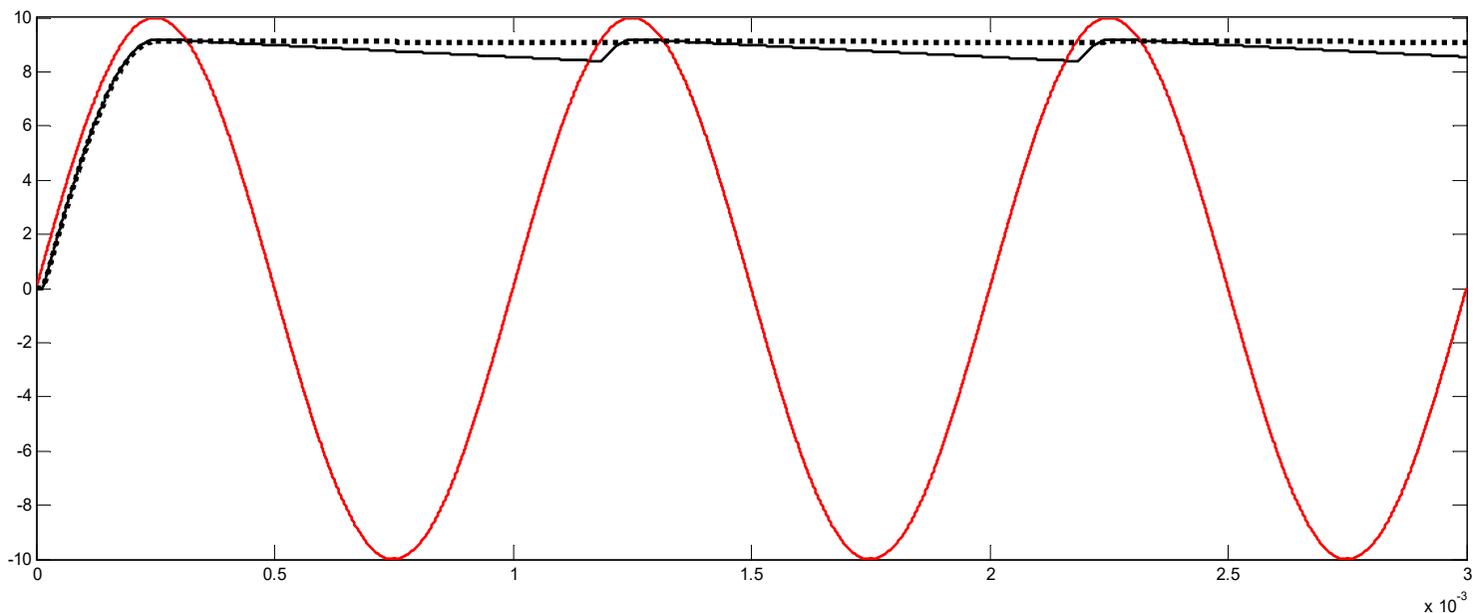
$$\Delta v \approx V_p \frac{T}{R_L C} = V_p \frac{1}{f_{in} R_L C}$$

2、电容越大, 其上存储的电荷就越多, 抽取的电荷占总电荷量比重就越小, 电压变化越小

$$= \frac{V_p}{R_L} \frac{1}{f_{in} C} \approx \frac{I_L}{f_{in} C} = 2\pi \frac{I_L}{\omega_{in} C}$$

3、负载电流越小, 抽取电荷就越少, 电压变化就越小

考虑二极管正向导通电压



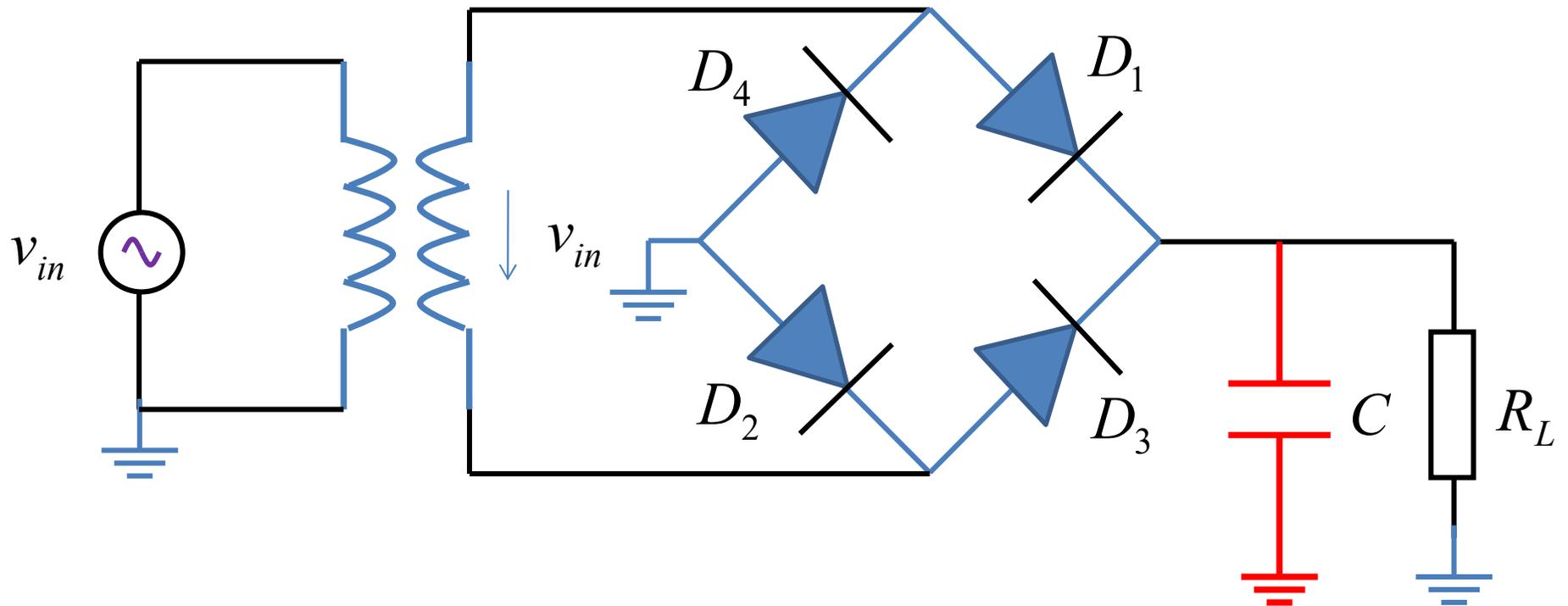
电阻 $R_L=1k\Omega$ ，电容 $C=10\mu F$ ，电压源 $V_p=10V$ ， $f_{in}=1kHz$ ，
 二极管（指数伏安特性）参量 $I_{S0}=1fA$ ， $v_T=26mV$
 后向欧拉法： $\Delta t=0.1\mu s$ 实际整流二极管 I_{S0} 很大

$$i_D(t) = I_{S0} \left(e^{\frac{v_D(t)}{v_T}} - 1 \right)$$

$C=10\mu F$: 8.3948V-9.2022V 8%波动
 $C=100\mu F$: 9.0678V-9.1542V 1%波动

0.9V压降

桥式整流



正半周：电流流向D1—RL—D2

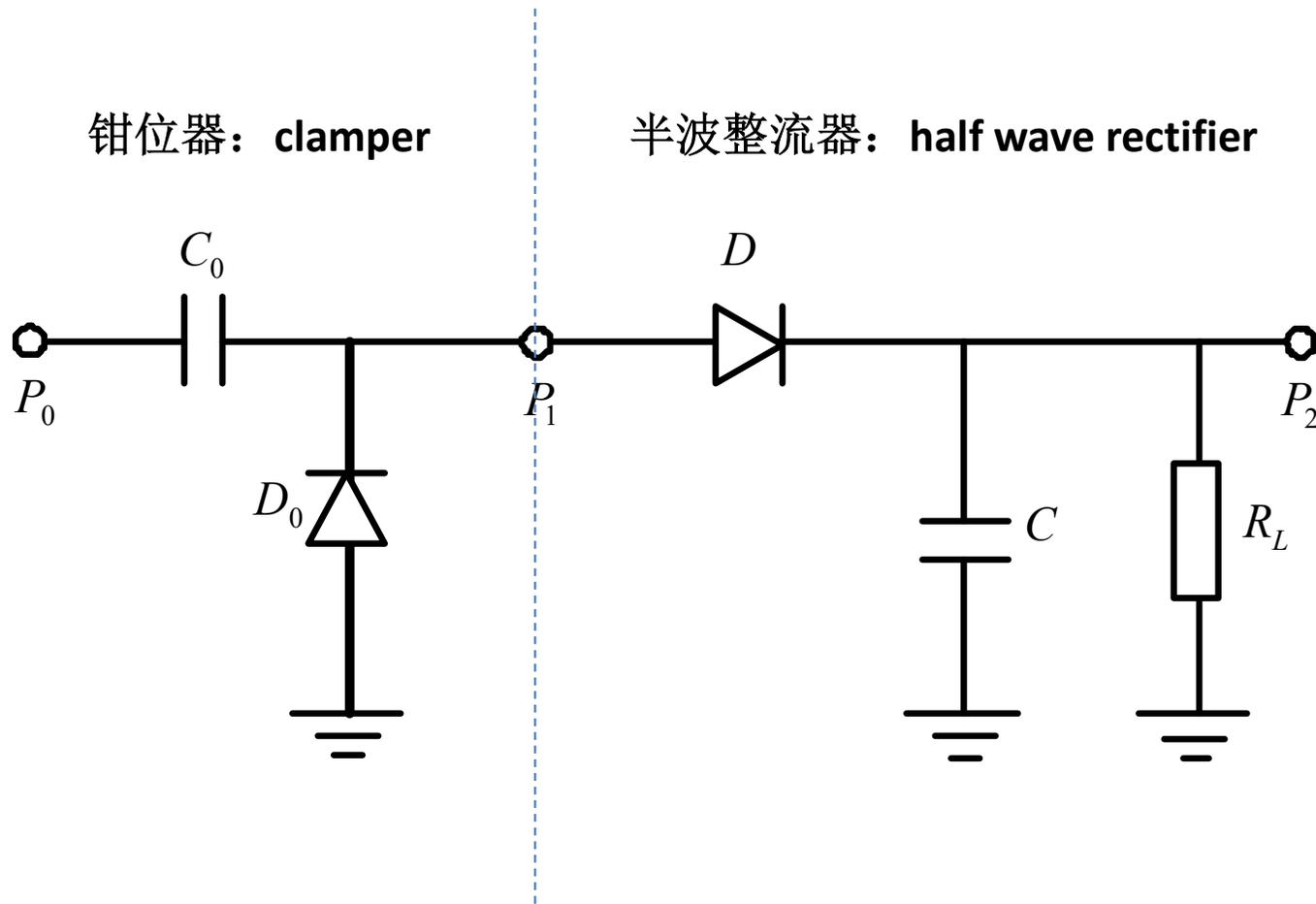
负半周：电流流向D3—RL—D4

三种整流器比较

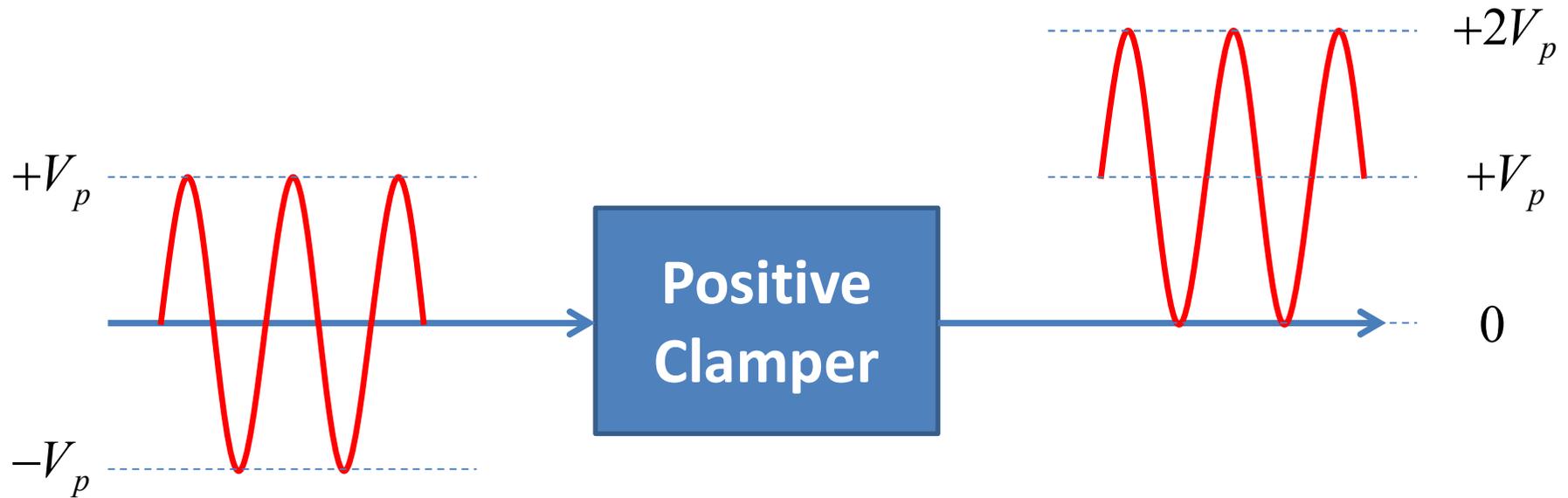
电容电压不是线性RC的求平均功能
而是最大电压保持功能

	半波	全波	桥式
二极管个数	1	2	4
整流器输入	V_p	V_p	V_p
峰值输出（理想）	V_p	$0.5V_p$	V_p
峰值输出（一阶近似）	$V_p - 0.7$	$0.5V_p - 0.7$	$V_p - 1.4$
直流分量/峰值输入	$1/\pi$	$1/\pi$	$2/\pi$
波纹频率	f_{in}	$2f_{in}$	$2f_{in}$
纹波幅度	$\frac{I_L}{f_{in} C}$	$\frac{I_L}{2f_{in} C}$	$\frac{I_L}{2f_{in} C}$

倍压整流



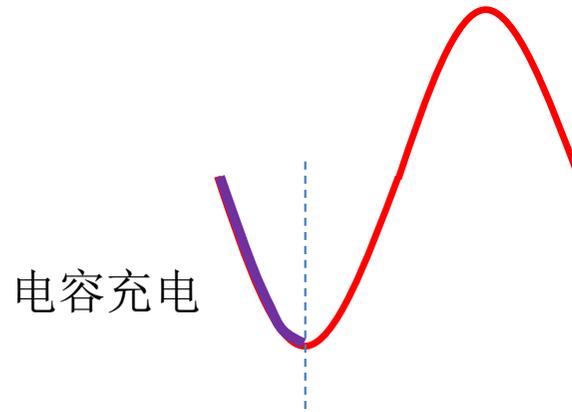
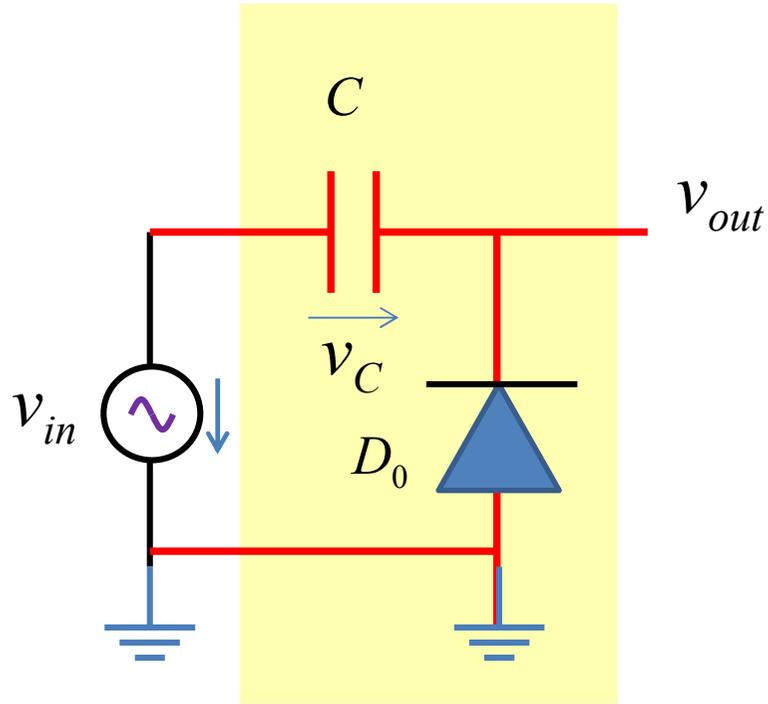
Positive Clamper



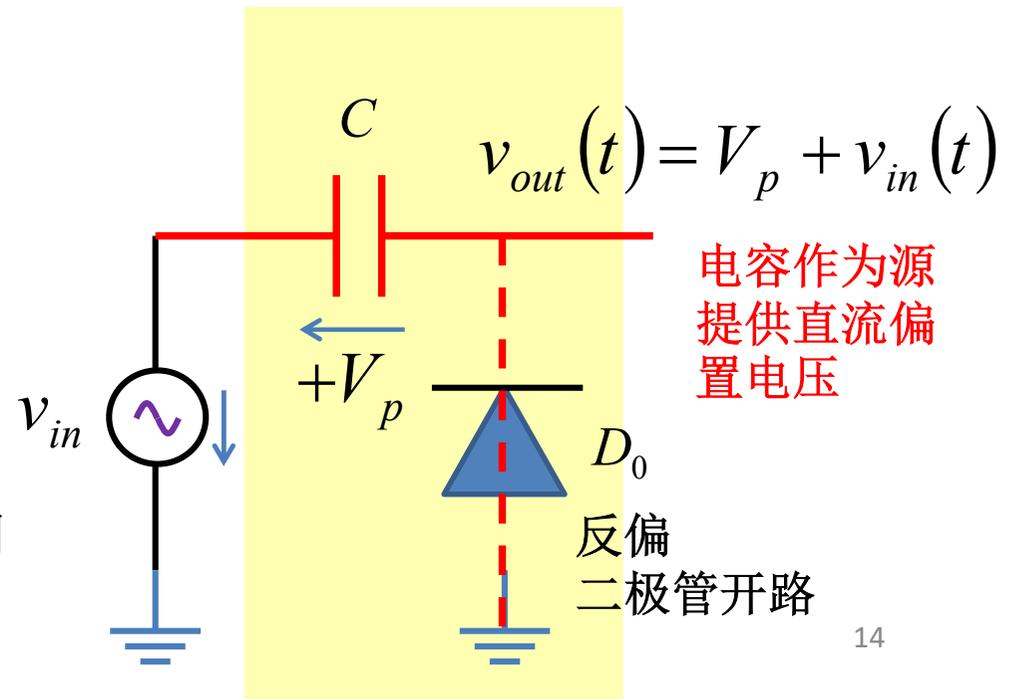
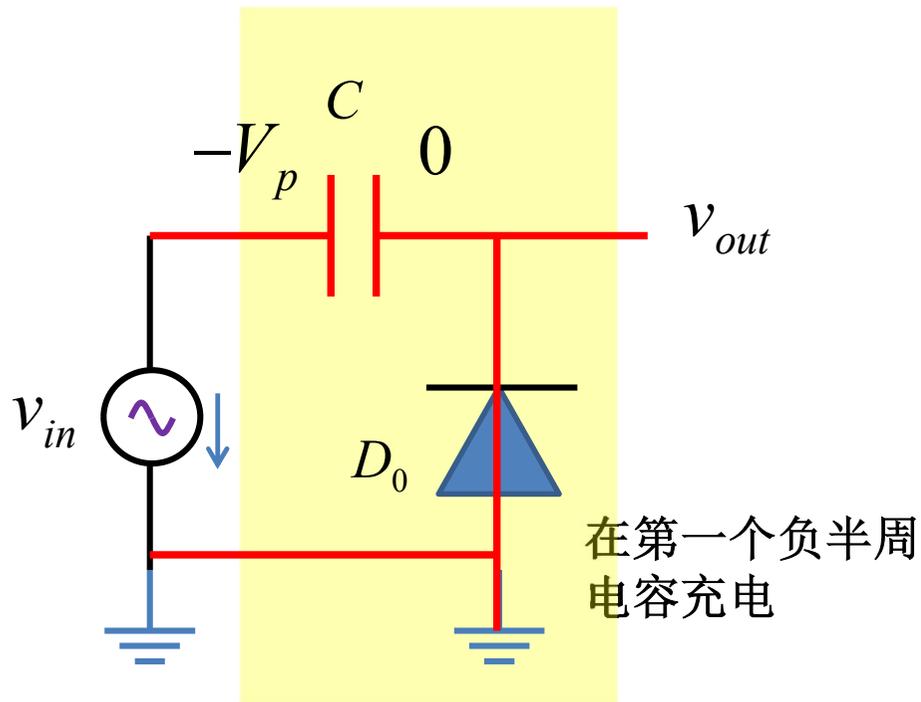
$$v_{in}(t) = V_p \sin \omega t$$

$$v_{out}(t) = V_p + V_p \sin \omega t$$

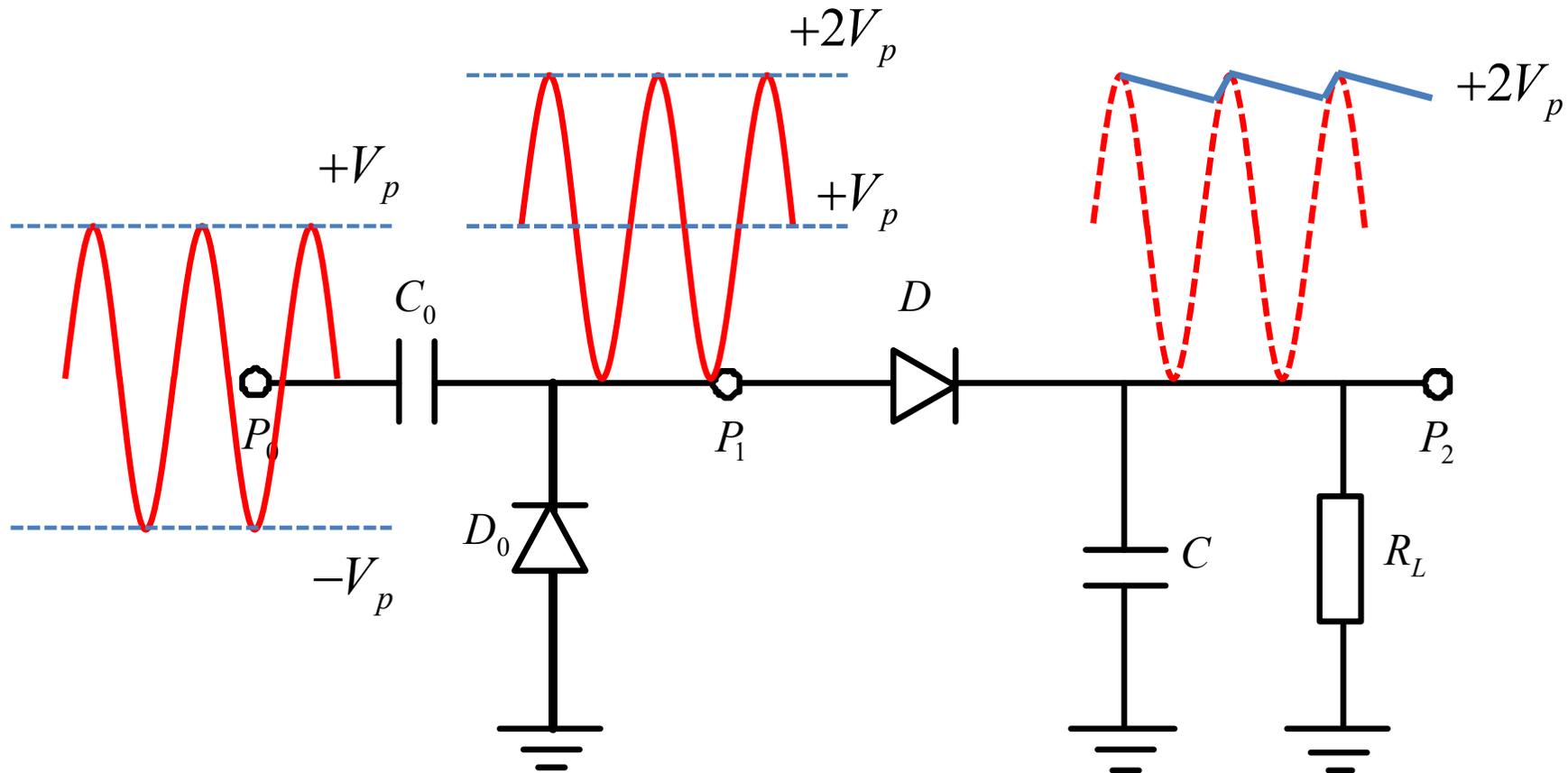
钳位器电路



电容充电



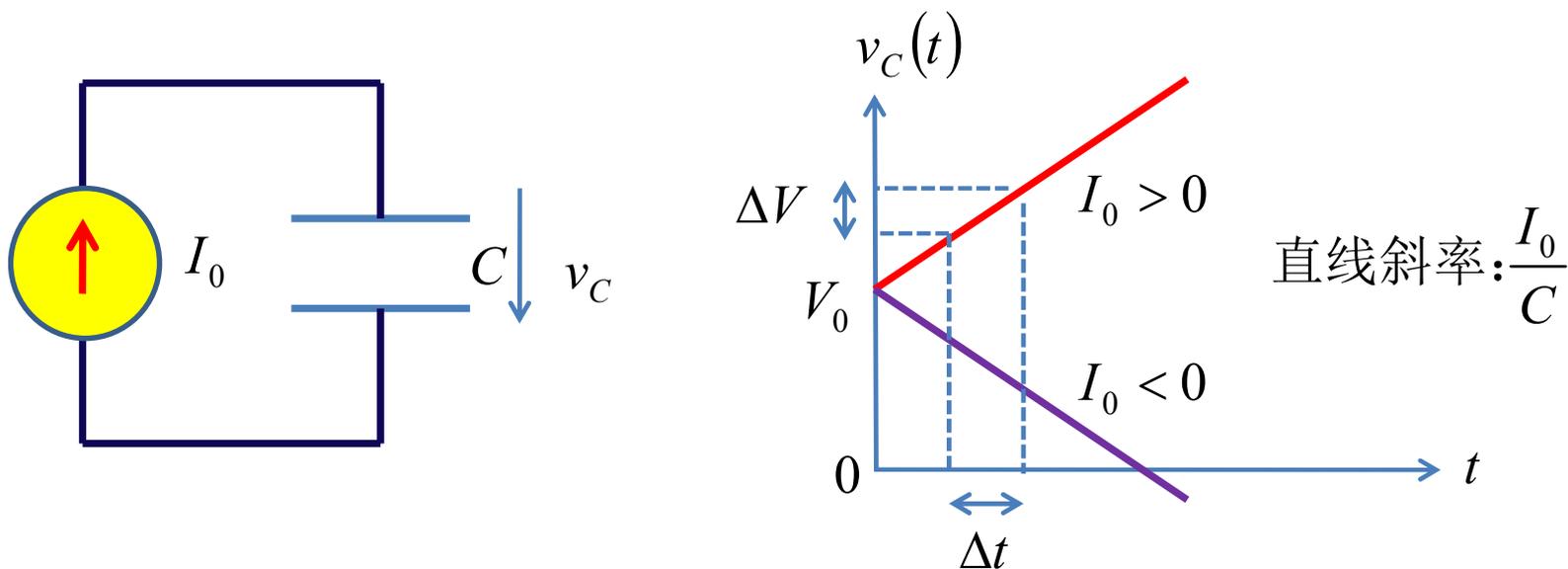
倍压整流波形



非线性一阶动态电路 大纲

- 二极管整流电路中的电容滤波分析
 - 分段线性化分析
- 反相器延时与功耗分析
 - 平均电流法：延时分析
 - 开关电容：功耗分析
- 张弛振荡器分析：分段线性化分析
 - 施密特触发器
 - S型负阻和电容
 - 其他张弛振荡例
 - 三角波
 - 锯齿波

恒流源充电：电压线性增长

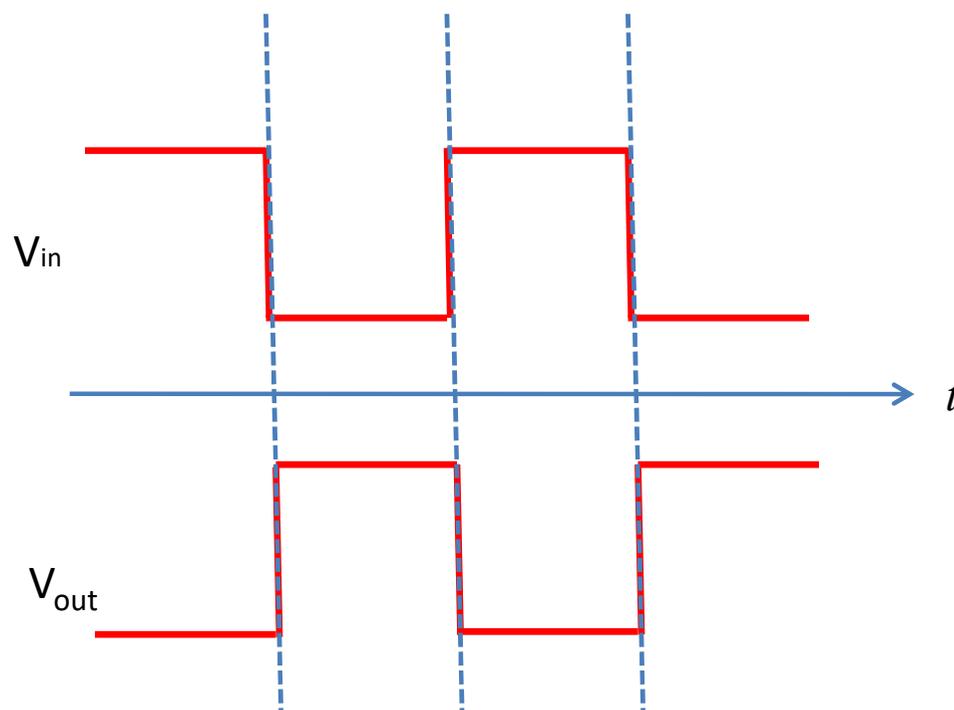
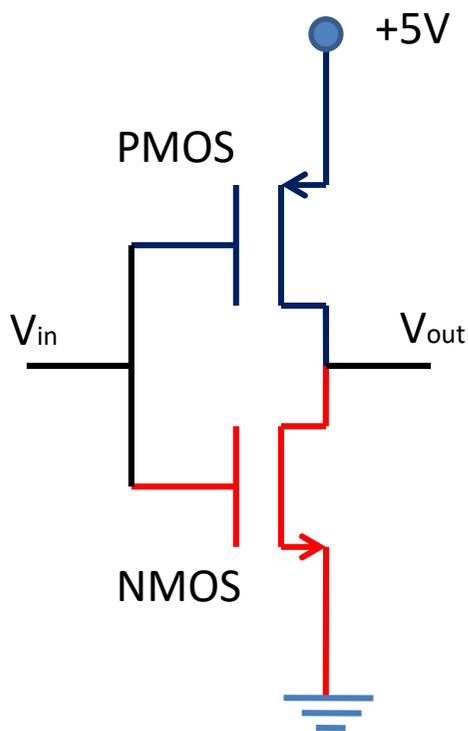


$$v_C(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t I_0 \cdot dt = V_0 + \frac{I_0}{C} t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta Q}{I_0} = \frac{C}{I_0} \Delta V$$

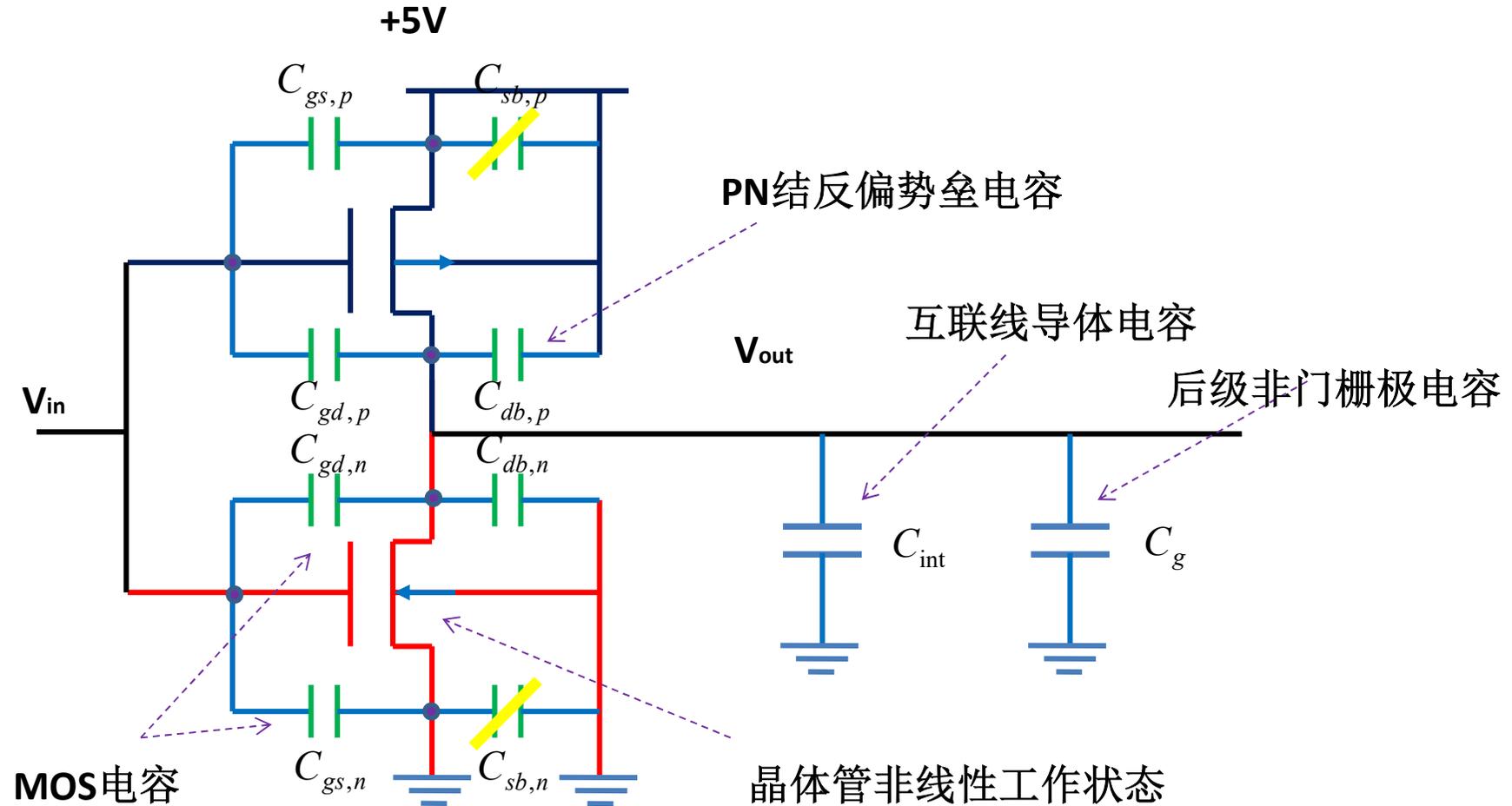
门电路的延时分析：平均电流法

- 以**CMOS**反相器为例，用平均电流法考察门延时

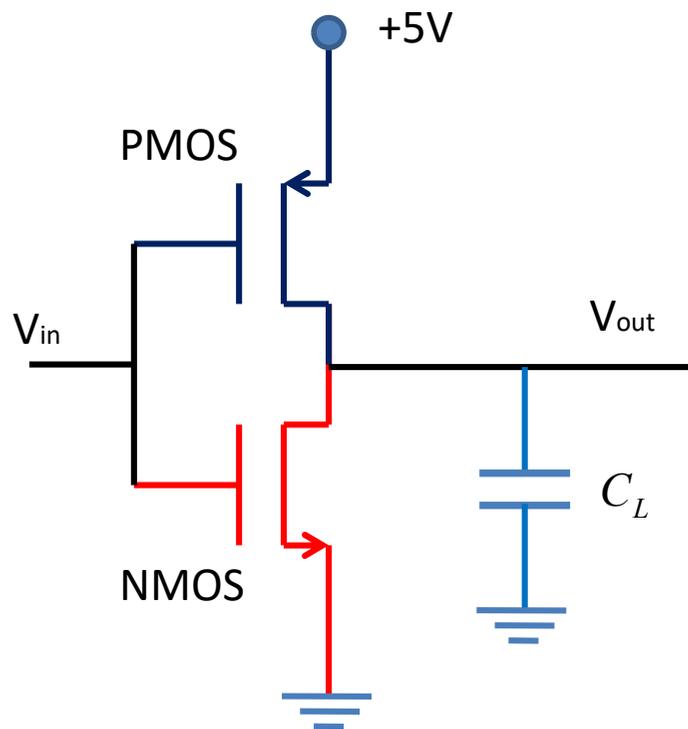


理想反相器：即时反相：输出是当前输入的反相

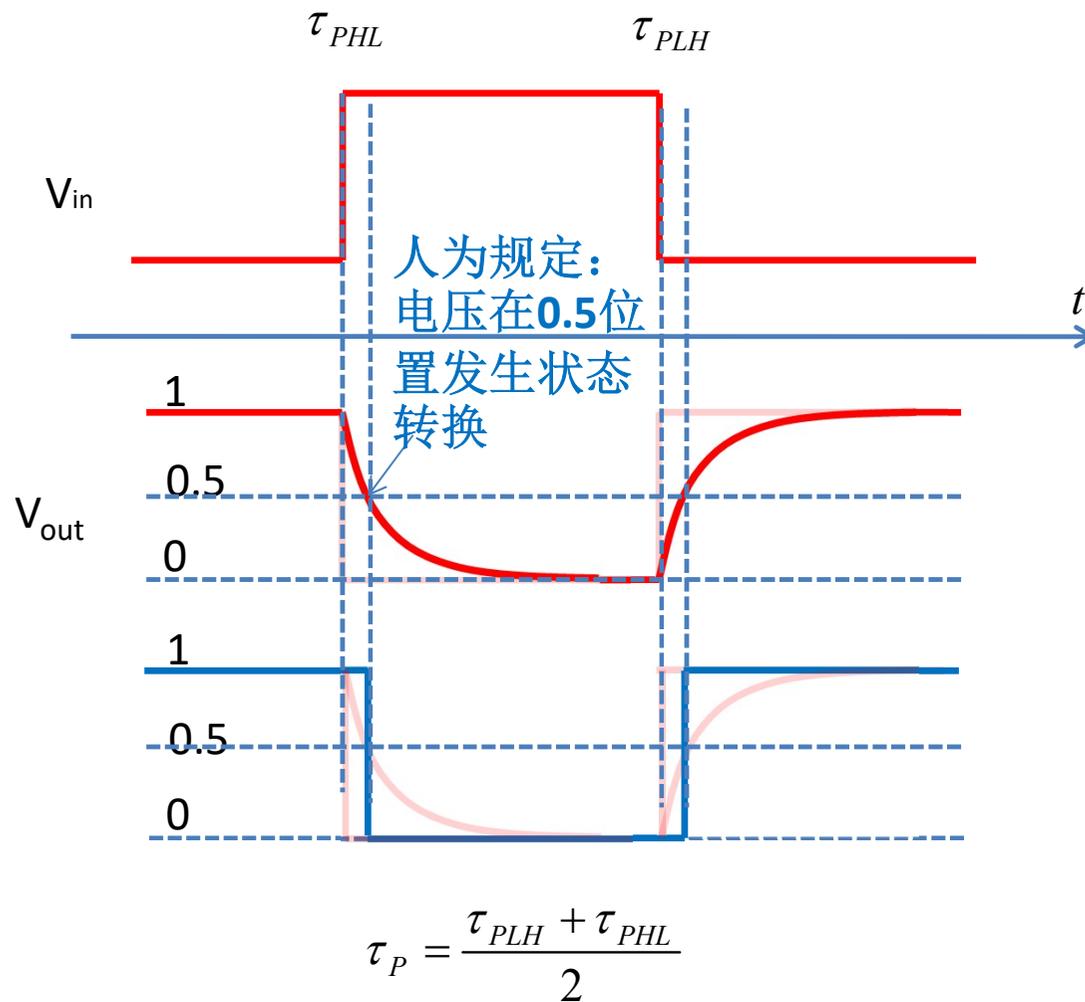
寄生电容!!!



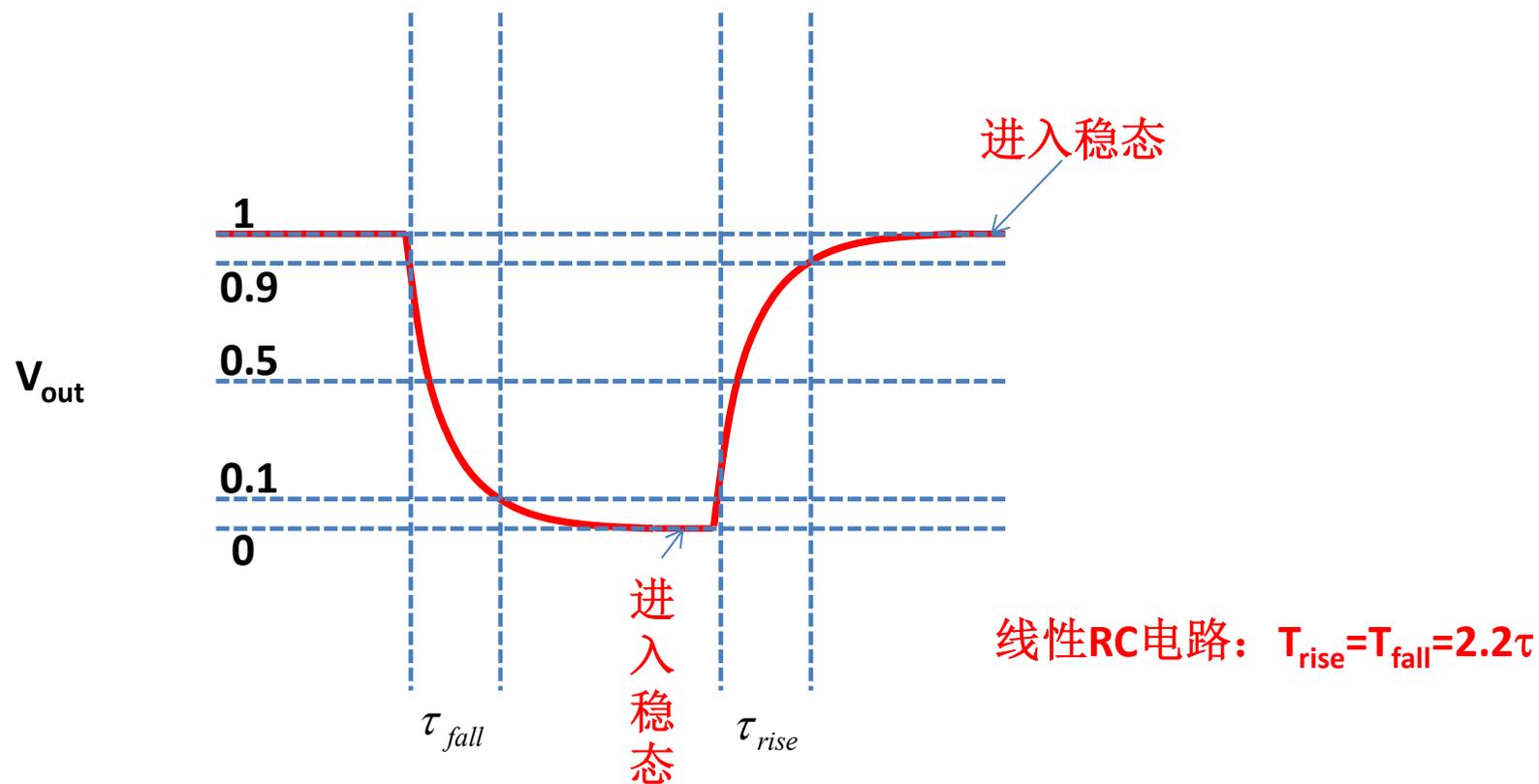
寄生电容影响简化模型：延时



为了简化分析：假设反相门后面有一个负载电容，它是所有寄生电容综合影响的等效电容



上升沿时间和下降沿时间



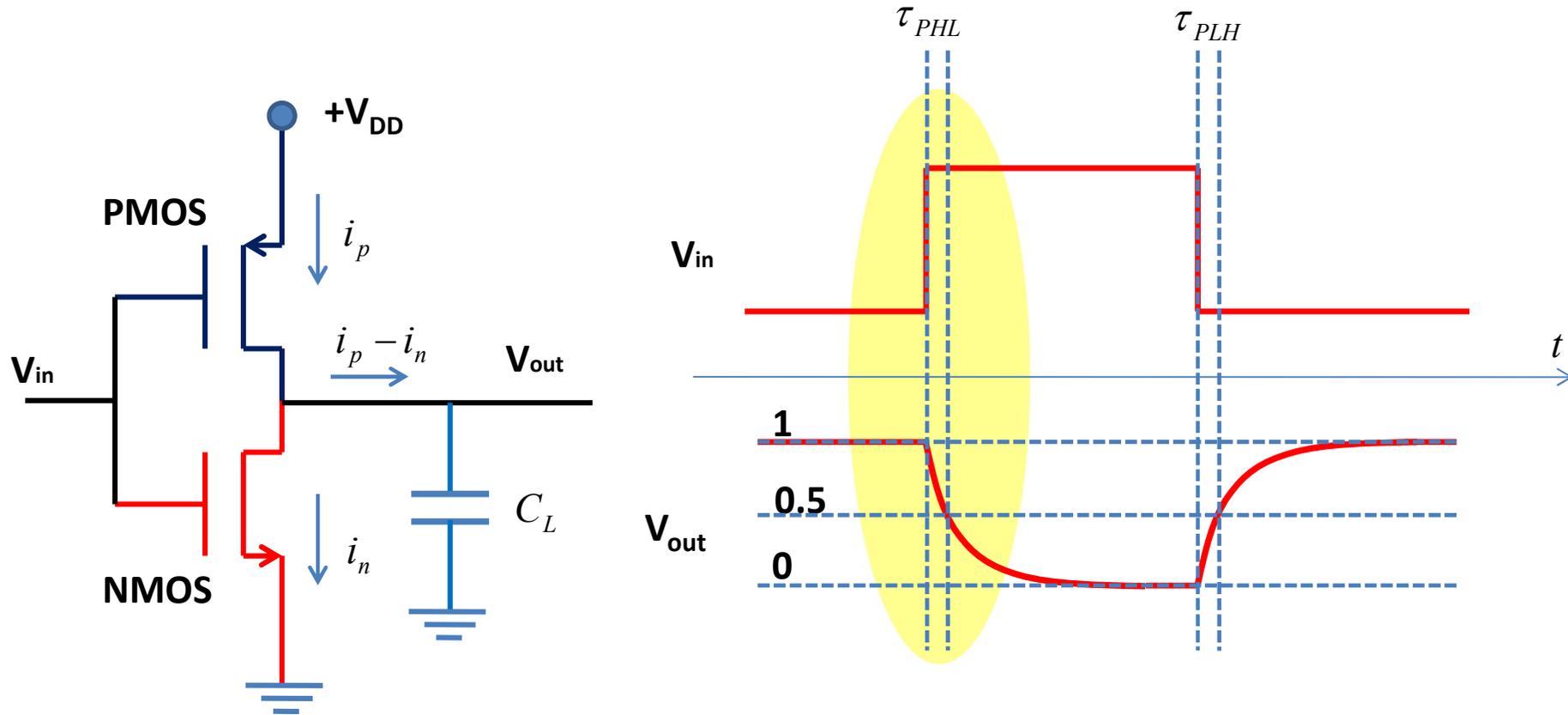
一般以幅度变化10%-90%之间所占时间定义为上升沿时间和下降沿时间

如何估算反相器的延时

线性RC:
上升沿时间 $T_r=2.2\tau$
传播延时 $T_p=0.69\tau$

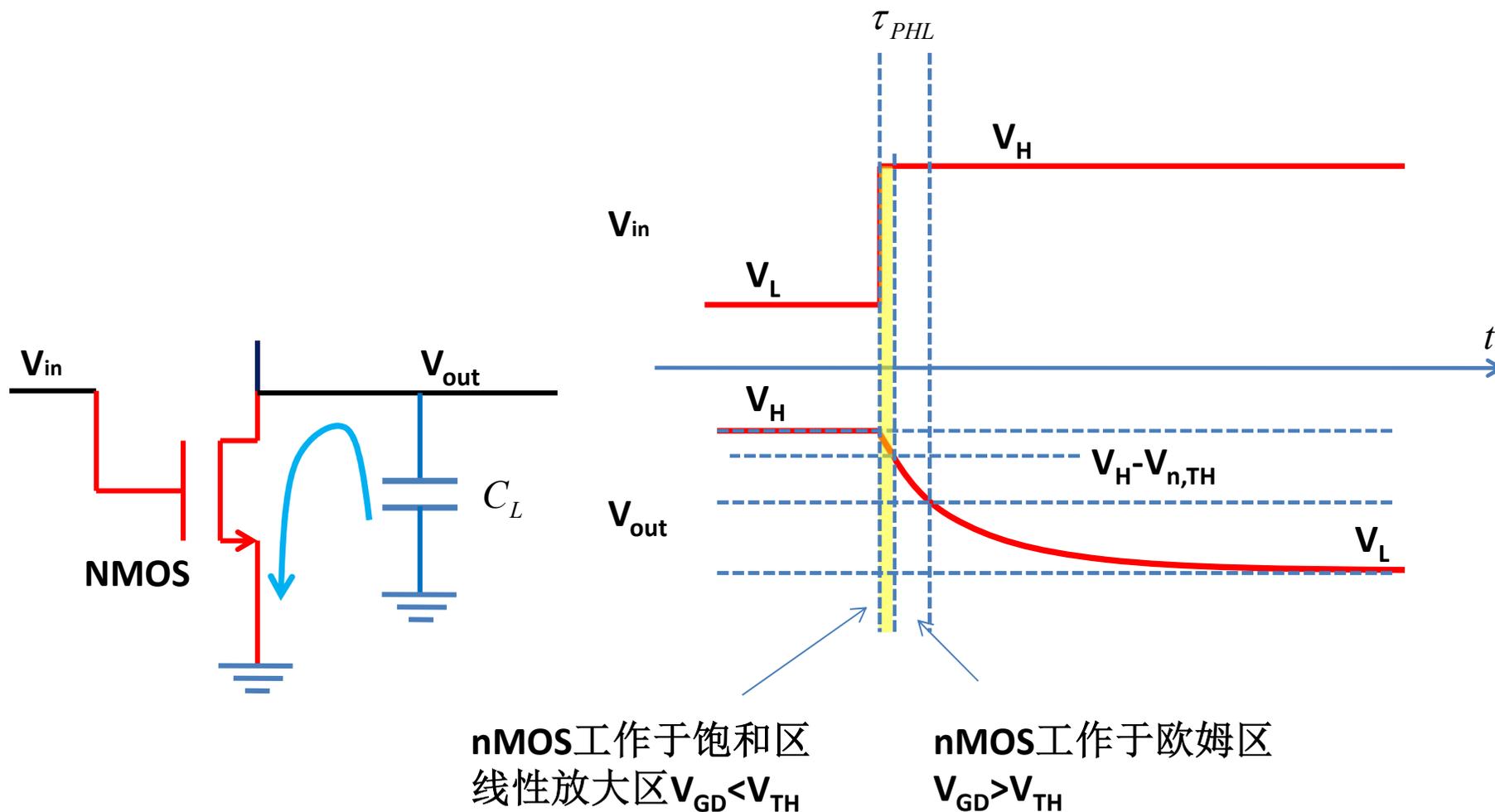
- 反相器在工作时，晶体管是非线性电阻，因而不能用线性RC电路估算时间参量
 - 晶体管沟道是非线性电阻：从截止到恒流到欧姆导通
 - 等效电容是非线性电容：MOS电容、势垒电容、...
- 为了能够估算出延时、上升沿时间等时间参量，我们假设在状态转换期间，构成反相器的晶体管以恒定电流对电容充放电
 - 这个恒定电流为平均电流，同时假设电容是线性时不变的
 - 原理性分析，可以做极端的抽象，获得足够说明问题的解析表达式，用于指导电路设计
 - 可以解决部分问题但非全部问题，但原理性分析足够用了

输出逻辑1到0的转换分析



对电容充放电的电流大小为： $I_0 = I_p - I_n$
在电容放电过程中，nMOS启动导通进行放电，pMOS关断
假设：pMOS电流为零，因而放电电流全部由nMOS决定

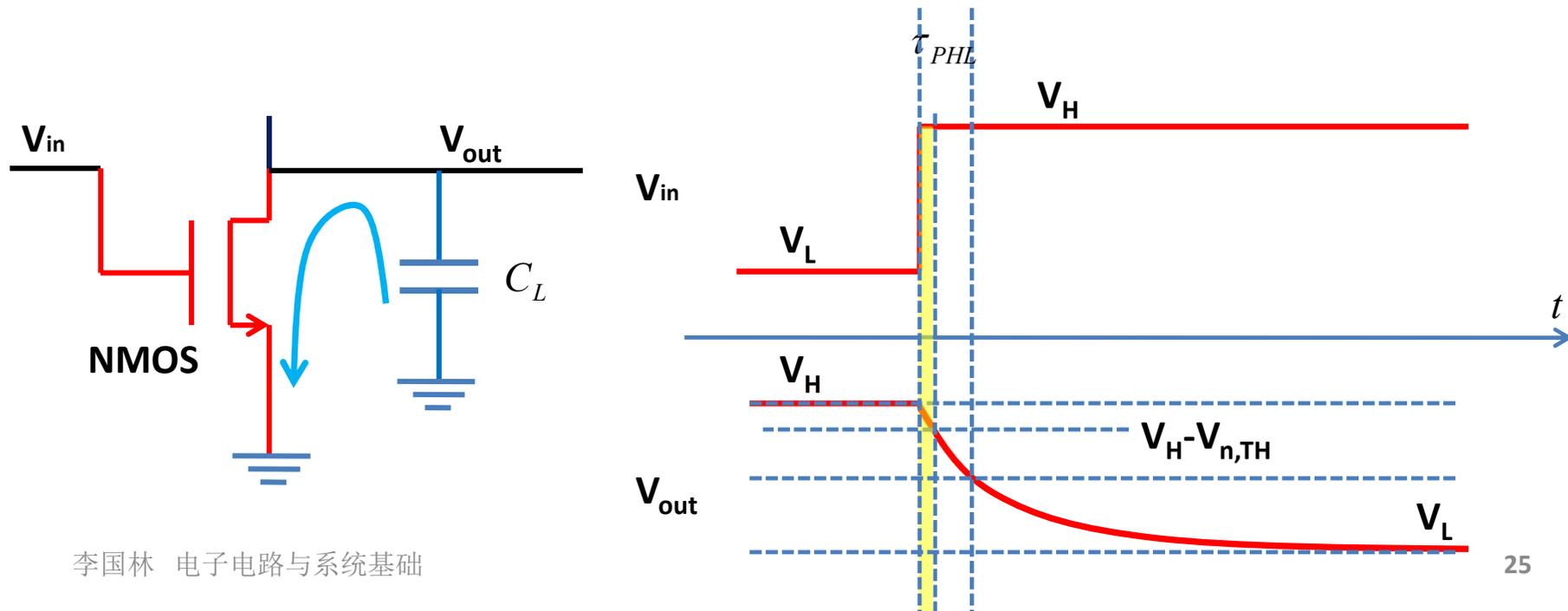
两段放电：恒流放电和欧姆放电



放电平均电流：饱和区恒流放电

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS,n} - V_{TH,n})^2 = \frac{1}{2} k_n (V_{in} - V_{TH,n})^2 = \frac{1}{2} k_n (V_H - V_{TH,n})^2$$

$$\tau_1 = \frac{C}{I_0} \Delta V_1 = \frac{C}{\frac{1}{2} k_n (V_H - V_{TH,n})^2} V_{TH,n} = \frac{2CV_{TH,n}}{k_n (V_H - V_{TH,n})^2}$$



放电平均电流：欧姆区非线性电阻放电

$$I_D = \frac{1}{2} k_n (2(V_{GS} - V_{TH,n})V_{DS} - V_{DS}^2) = \frac{1}{2} k_n (2(V_H - V_{TH,n})V_{out} - V_{out}^2)$$

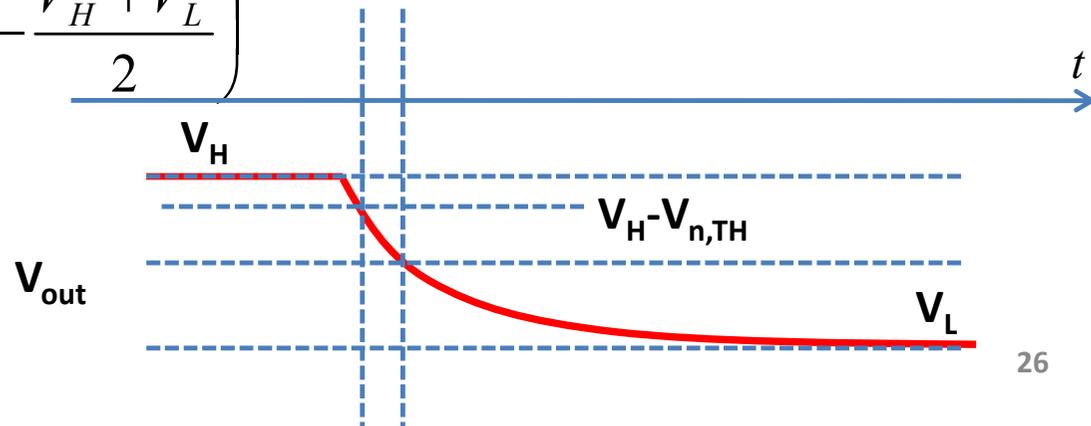
$$I_D(V_{out} = V_H - V_{TH,n}) = \frac{1}{2} k_n (V_H - V_{TH,n})^2$$

$$I_D\left(V_{out} = \frac{V_H + V_L}{2}\right) = \frac{1}{2} k_n \left(2(V_H - V_{TH,n})\frac{V_H + V_L}{2} - \left(\frac{V_H + V_L}{2}\right)^2 \right)$$

$$\overline{I_D} = \frac{1}{4} k_n \left[\left(V_H - V_{TH,n} + (V_H + V_L)\frac{1+\sqrt{2}}{2} \right) \left(V_H - V_{TH,n} + (V_H + V_L)\frac{1-\sqrt{2}}{2} \right) \right]$$

$$\tau_2 = \frac{C}{I_0} \Delta V_2 = \frac{C}{I_D} \left((V_H - V_{TH,n}) - \frac{V_H + V_L}{2} \right)$$

$$\tau_{PHL} = \tau_1 + \tau_2$$



下降延时

$$C = 300 \text{ fF}$$

$$V_{DD} = 3.3 \text{ V}$$

$$V_{TH,n} = 0.8 \text{ V}$$

$$k_n = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 640 \mu\text{A}/\text{V}^2$$

$$\tau_1 = \frac{2CV_{TH,n}}{k_n(V_H - V_{TH,n})^2} = \frac{2CV_{TH,n}}{k_n(V_{DD} - V_{TH,n})^2} = 120 \text{ ps}$$

$$V_H = V_{DD} = 3.3 \text{ V}$$

$$V_L = \text{GND} = 0 \text{ V}$$

$$\tau_2 = \frac{4C \left((V_H - V_{TH,n}) - \frac{V_H + V_L}{2} \right)}{k_n \left[\left(V_H - V_{TH,n} + (V_H + V_L) \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right) \left(V_H - V_{TH,n} + (V_H + V_L) \frac{1 - \sqrt{2}}{2} \right) \right]}$$
$$= \frac{4C(0.5V_{DD} - V_{TH,n})}{k_n \left[(2.207V_{DD} - V_{TH,n})(0.793V_{DD} - V_{TH,n}) \right]}$$
$$= 135 \text{ ps}$$

这个估算结果虽然可能不很精确，但不会有极大误差，毕竟假设具有相当的合理性，因而量级应该差不多，而且我们由此获得了降低延时的措施：

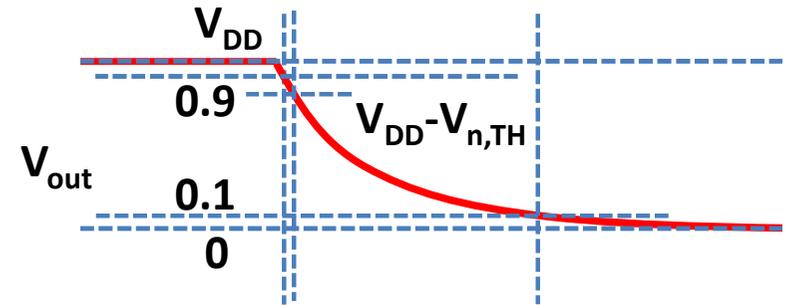
$$\tau_{PHL} = \tau_1 + \tau_2 = 120 + 135 = 255 \text{ ps}$$

降低寄生电容量，降低阈值电压，提高电源电压

下降沿时间

$$\tau_1 = \frac{C}{I_0} \Delta V_1 = \frac{C}{\frac{1}{2} k_n (V_{DD} - V_{TH,n})^2} (V_{DD} * 0.9 - (V_{DD} - V_{TH,n}))$$

$$= \frac{2C}{k_n (V_{DD} - V_{TH,n})^2} (V_{TH,n} - V_{DD} * 0.1) = 70.5 ps$$



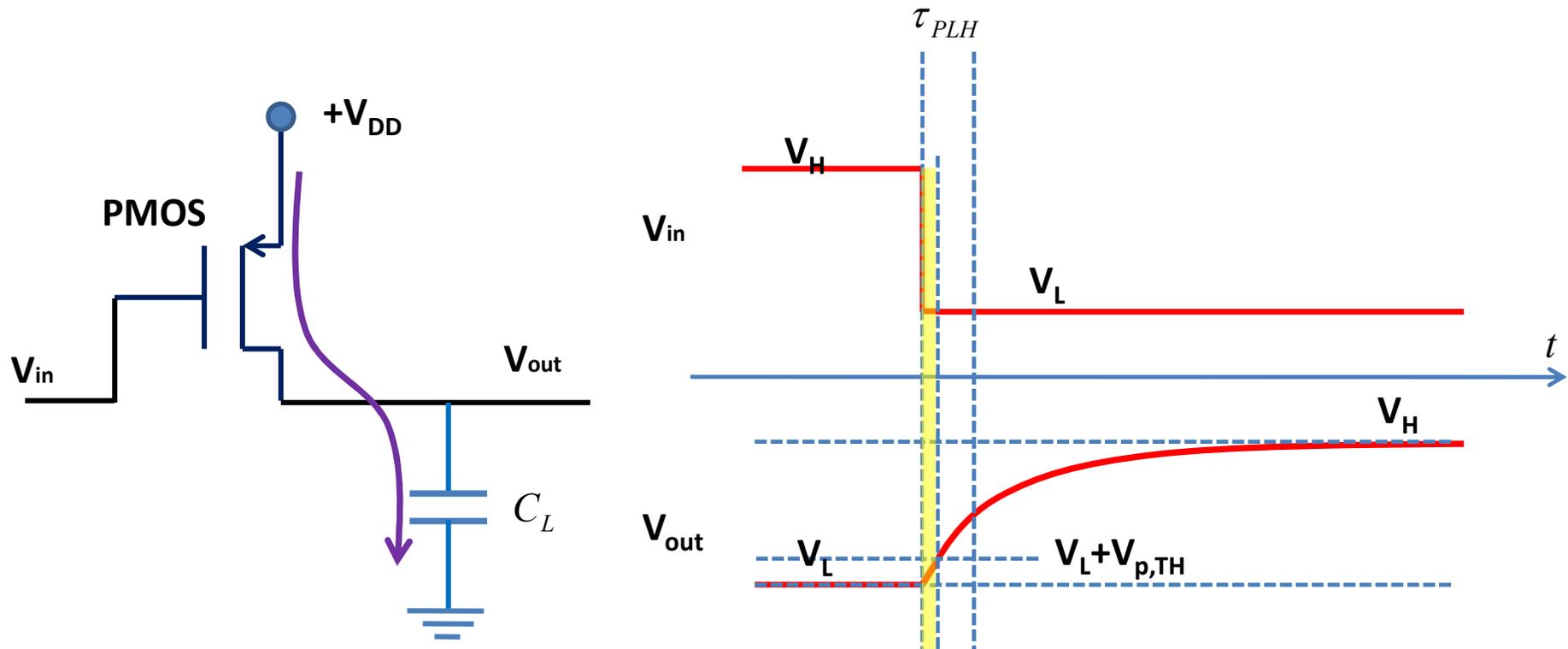
$$\tau_2 = \frac{C}{I_0} \Delta V_2 = \frac{2C((V_{DD} - V_{TH,n}) - 0.1V_{DD})}{\frac{1}{2} k_n (V_{DD} - V_{TH,n})^2 + \frac{1}{2} k_n (2(V_{DD} - V_{TH,n})0.1V_{DD} - (0.1V_{DD})^2)}$$

$$= \frac{1}{k_n} \frac{4C(0.9V_{DD} - V_{TH,n})}{(1.241V_{DD} - V_{TH,n})(0.959V_{DD} - V_{TH,n})} = 522.1 ps$$

$$\tau_{fall} = \tau_1 + \tau_2 = 70.5 + 522.1 = 593 ps$$

输出逻辑0到1的转换分析

上升延时: τ_{PLH} 上升沿时间: T_{rise}



留作练习题，或者看教材分析

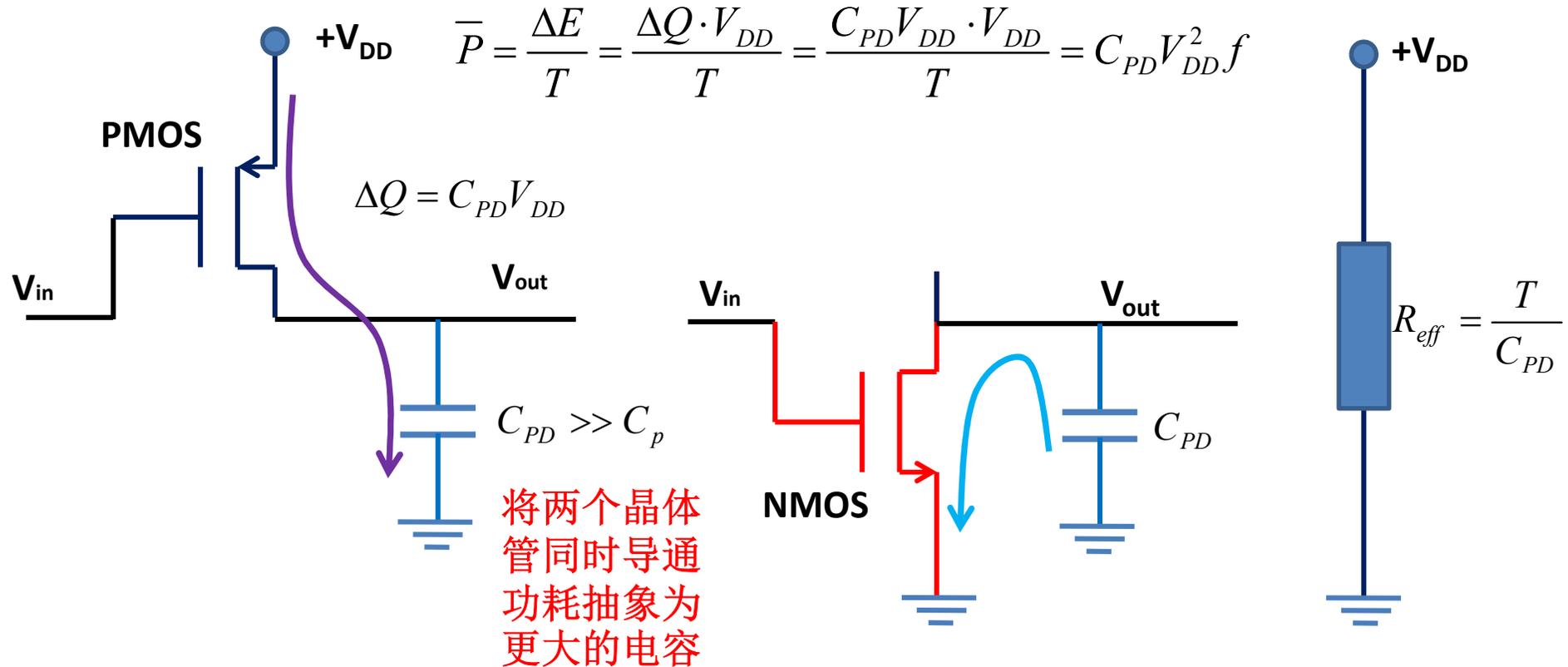
关于数字门延时的基本结论

- 由于寄生电容的存在，导致数字门电路不能对输入的状态转换做出即时响应，需要一个延时才能做出正常的反相求非功能
- 原因是电容充放电需要时间，如果希望延时足够小，则需提高电源电压，尽量降低两个门电路之间的等效电容量大小，降低晶体管阈值电压
 - 等效电容来自晶体管寄生电容和门互连线寄生电容
 - 调整衬底掺杂浓度可调整阈值电压
 - 过小的阈值电压将降低数字门电路的抗干扰能力

电容充放电：导致动态功耗

- **CMOS**数字门电路，由于晶体管等效为开关，因而静态功耗极小
 - 几乎可以忽略不计
- 但是，由于寄生电容的存在，导致状态转换需要时间
 - 在上升沿时段，负载电容通过**pMOS**从电源抽取电荷，在下降沿时段，负载电容通过**nMOS**向地释放电荷
 - 一个周期内，有大量电荷通过电容的中转，从电源释放到了地，故而造成很大的动态功耗：**被晶体管非线性电阻消耗**
 - 上升沿时间和下降沿时间导致**PMOS**和**NMOS**同时导通
 - 由于寄生电容存在，即使起始输入信号是理想跳变信号，经一级门电路后，其输出信号也就存在上升沿和下降沿，导致后一级门电路的**PMOS**和**NMOS**出现同时导通现象，双管同时导通功耗也是由于存在寄生电容而导致的，也被归并到动态功耗之中

动态功耗分析：开关电容等效为电阻



$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{C_{PD} V_{DD}}{T} = \frac{V_{DD}}{T/C_{PD}} = \frac{V_{DD}}{R_{eff}}$$

$$\bar{P} = \frac{V_{DD}^2}{R_{eff}} = \frac{1}{T} C_{PD} V_{DD}^2 = C_{PD} V_{DD}^2 f$$

关于数字门功耗的基本结论

- 为了降低数字门电路的功耗：
 - 数字门电路状态翻转频率应尽量减小
 - 具体实现技术在高年级学（门控时钟，编码技术，...）
 - 尽量采用低电源电压
 - 低功耗设计的最重要手段
 - 速度一定会下降，因为延时增加
 - 尽量降低负载电容
 - 通过降低晶体管尺寸实现
 - 降低互连线长度

$$\bar{P} = C_{PD} V_{DD}^2 f$$

$$\tau \approx \frac{4C_L}{k_n (\alpha V_{DD} - V_{TH})}$$

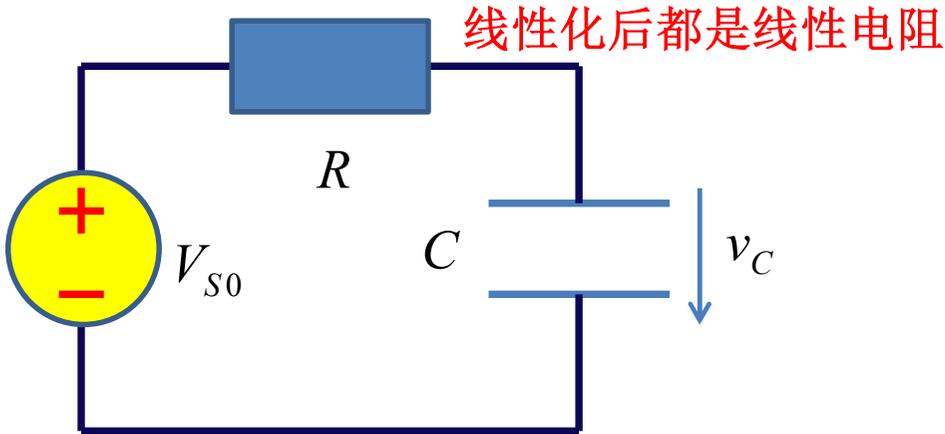
$$C_{PD} \propto C_L$$

非线性一阶动态电路 大纲

- 二极管整流电路中的电容滤波分析
 - 非线性分段线性化分析
- 反相器延时与功耗分析
 - 平均电流法：延时分析
 - 开关电容：功耗分析
- 张弛振荡器分析：非线性分段线性化
 - 施密特触发器
 - S型负阻和电容
 - 其他张弛振荡例
 - 三角波
 - 锯齿波

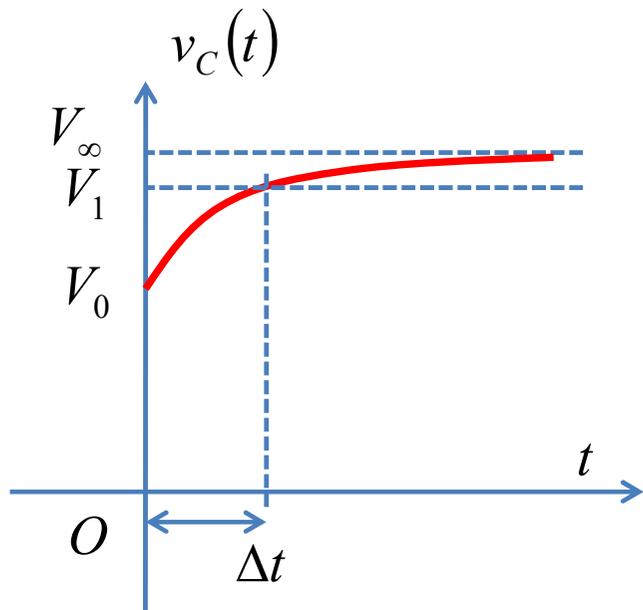
3.1 指数衰减充放电

$$v_C(t) = v_{C\infty} + (v_{C0} - v_{C\infty})e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$$V_1 = v_C(\Delta t) = V_{S0} + (V_0 - V_{S0})e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

$$\frac{V_1 - V_{S0}}{V_0 - V_{S0}} = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$



$$-\frac{\Delta t}{\tau} = \ln \frac{V_1 - V_{S0}}{V_0 - V_{S0}}$$

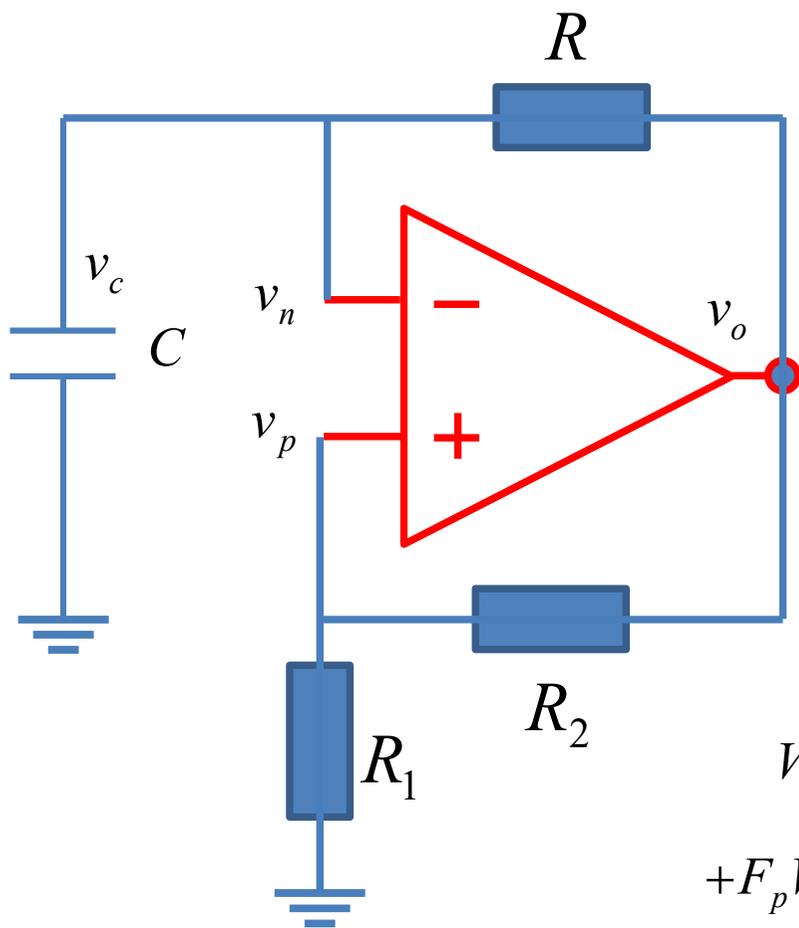
$$\Delta t = \tau \ln \frac{V_{S0} - V_0}{V_{S0} - V_1}$$

↙ 终值减初值

↙ 终值减转折值

$$\tau = RC$$

3.2 张弛振荡器 最典型结构

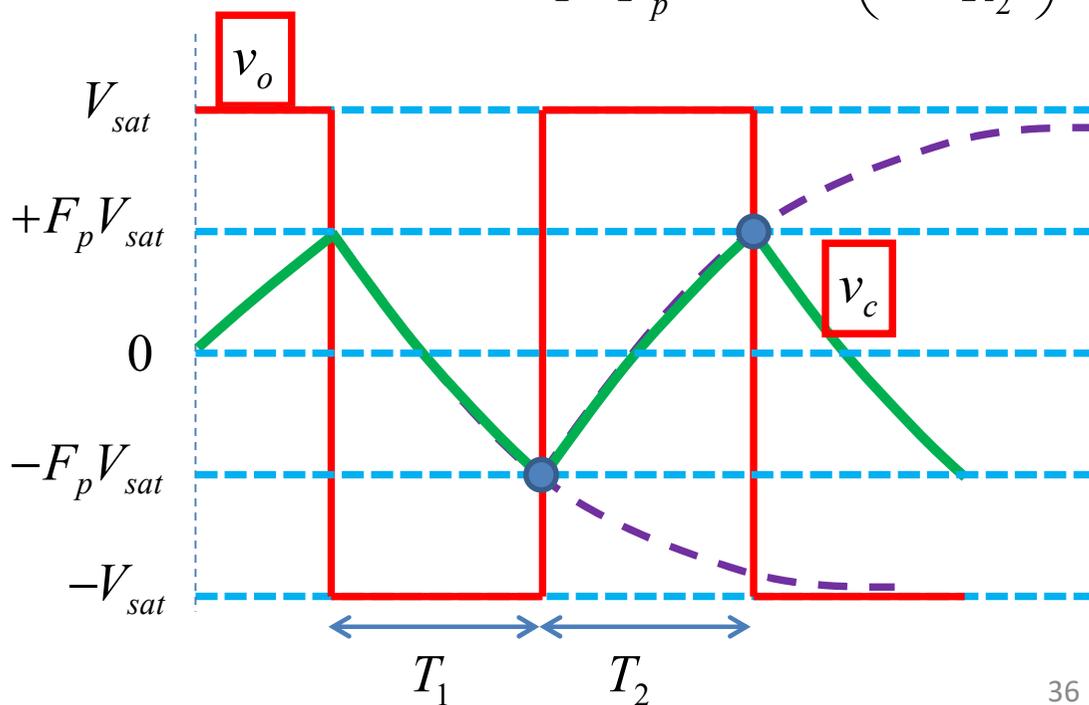


$$F_p = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$T = T_1 + T_2 = 2RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

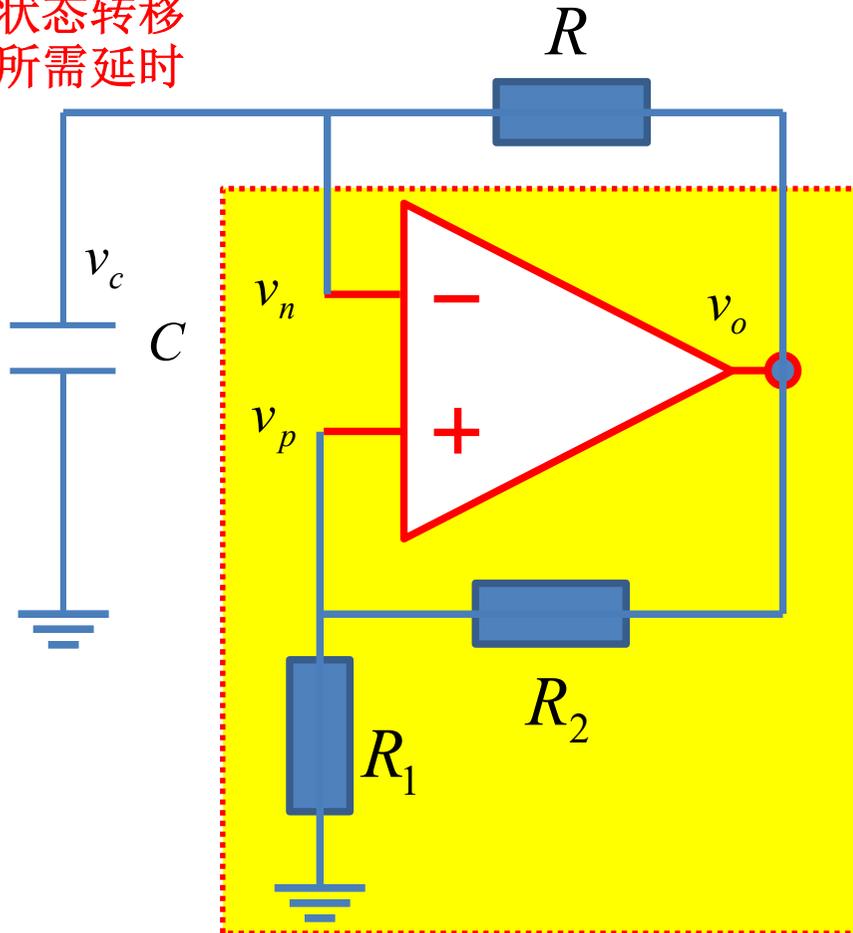
$$T_1 = RC \ln \frac{-V_{sat} - F_p V_{sat}}{-V_{sat} - (-F_p V_{sat})}$$

$$= RC \ln \frac{1 + F_p}{1 - F_p} = RC \ln \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

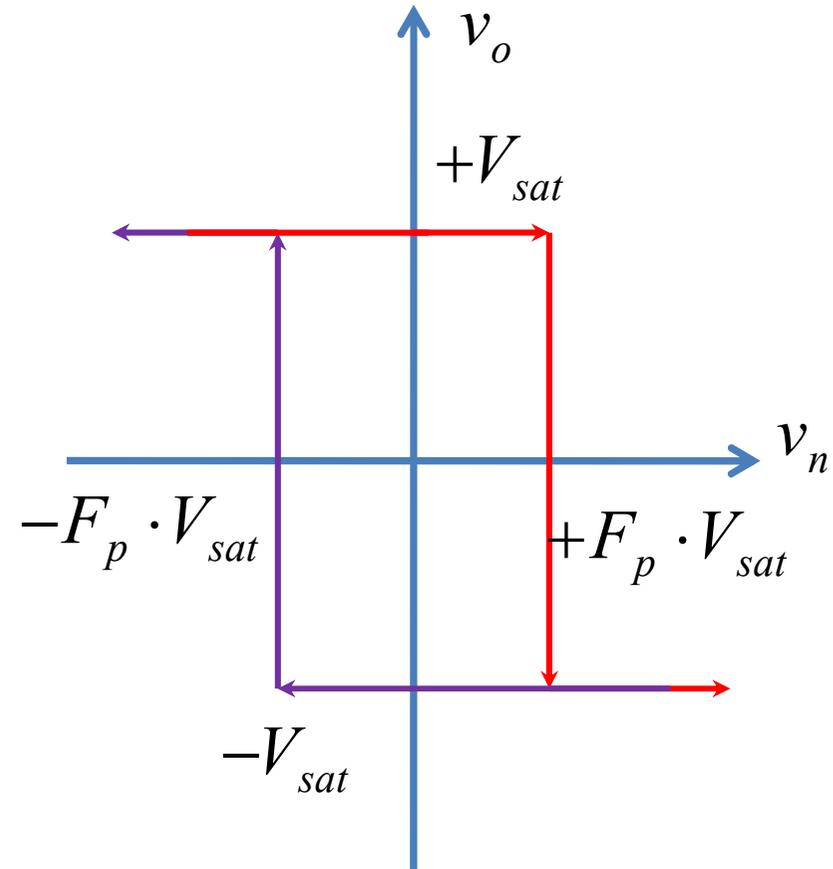


记忆元件：
提供两个
状态转移
所需延时

理解1：施密特反相触发器

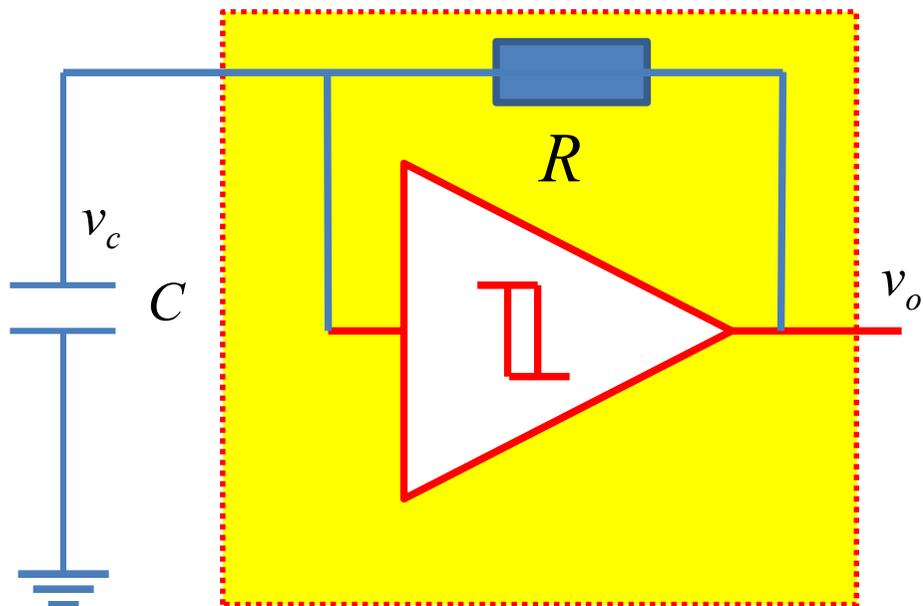


双稳电路：提供两个稳定状态

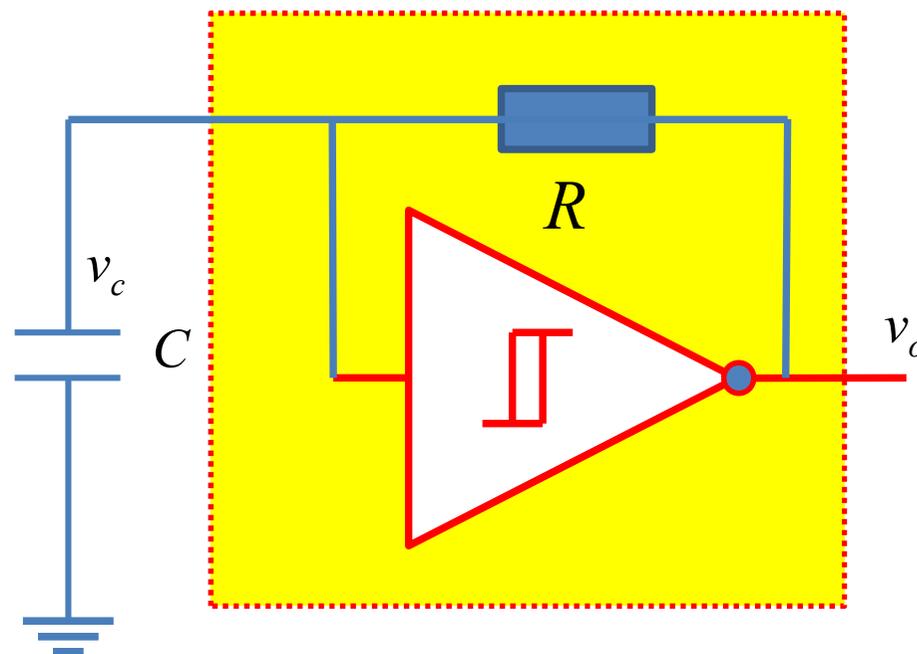
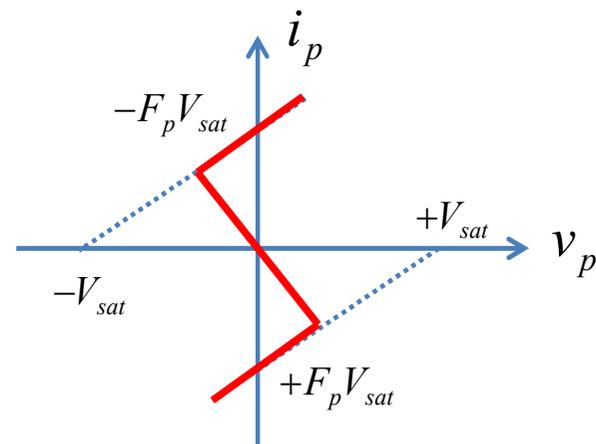


Hysteresis: 滞回现象
具有记忆功能
双稳电路

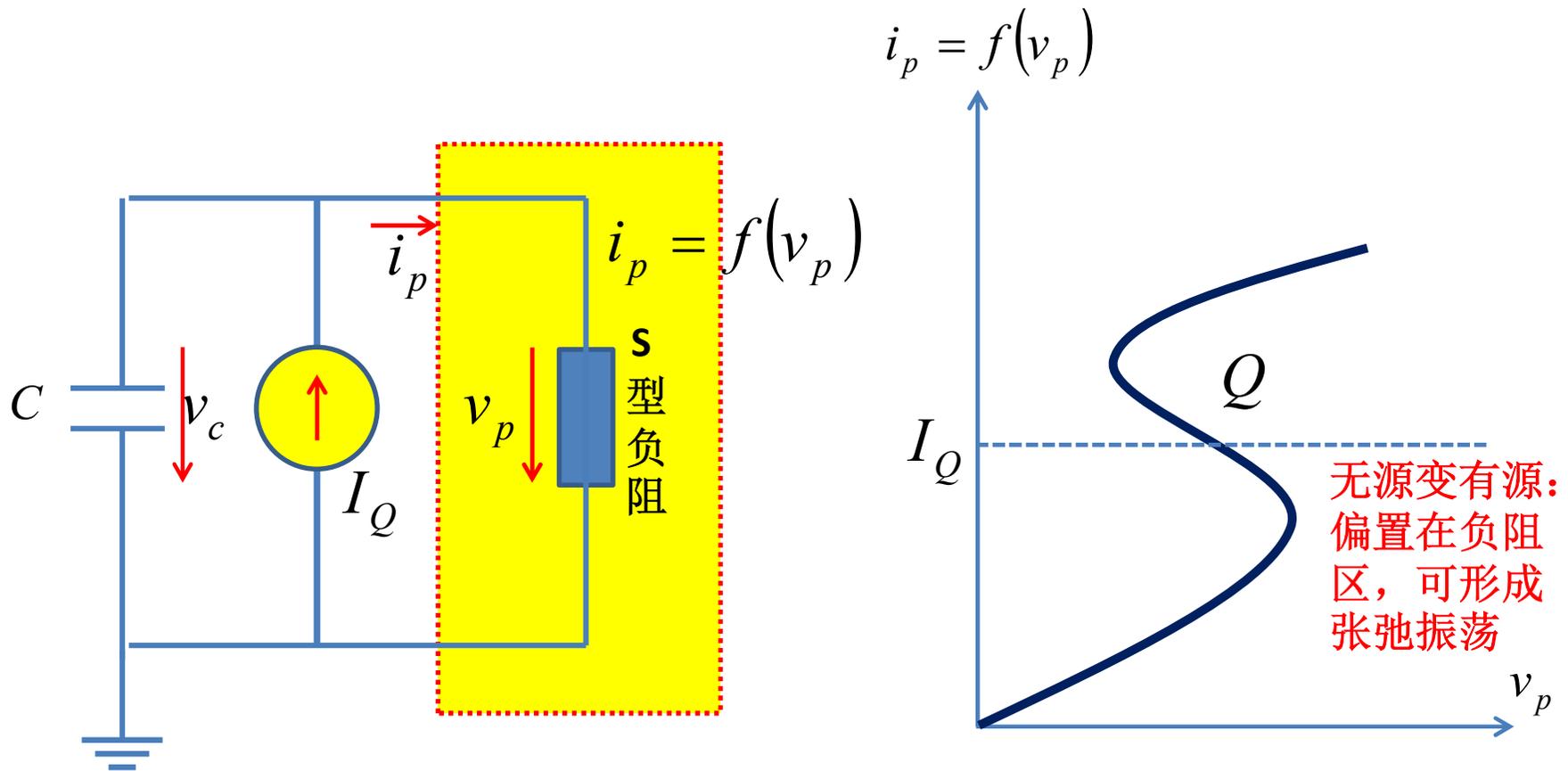
常见电路原理图



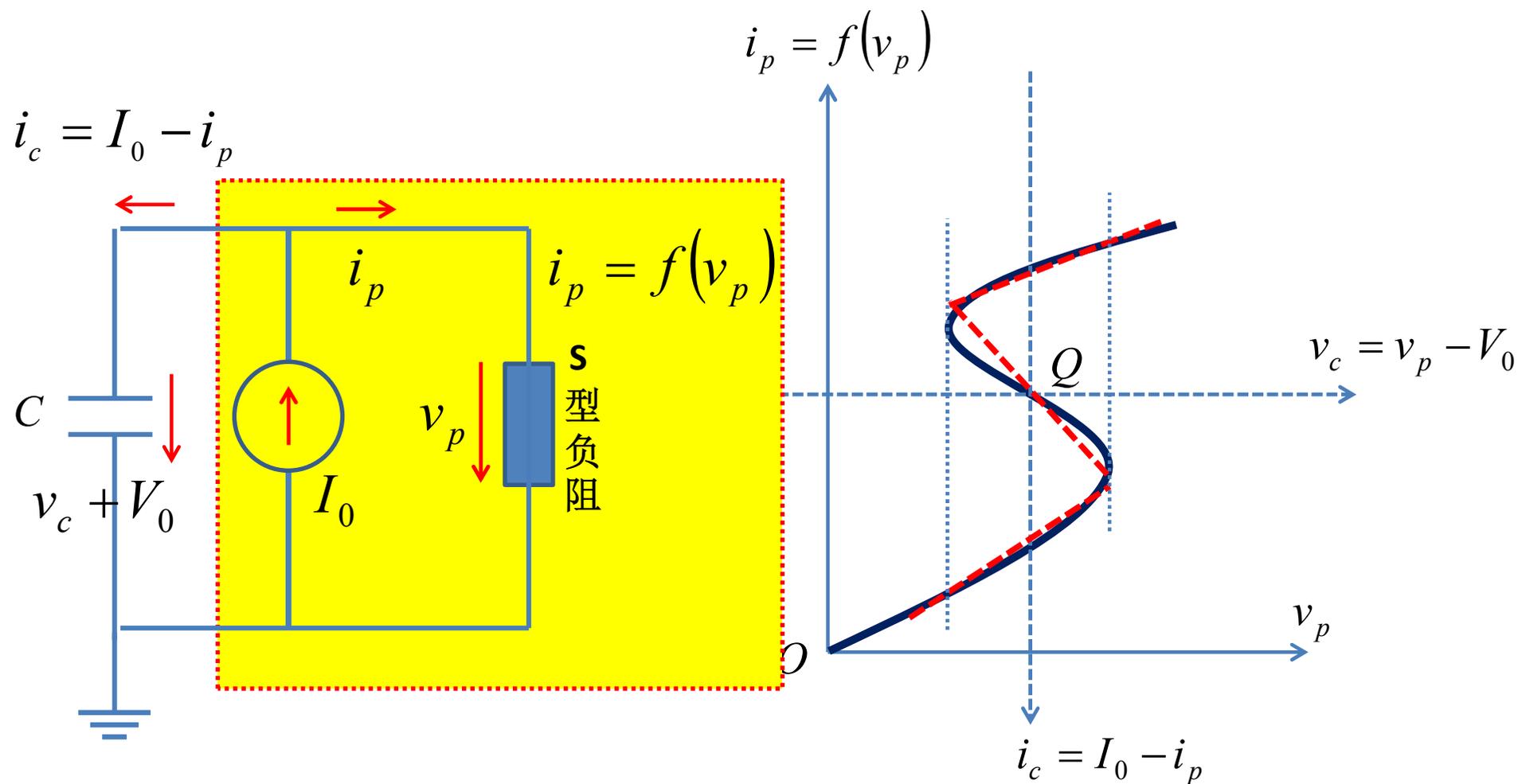
反相施密特触发器+负反馈电阻
=s型负阻



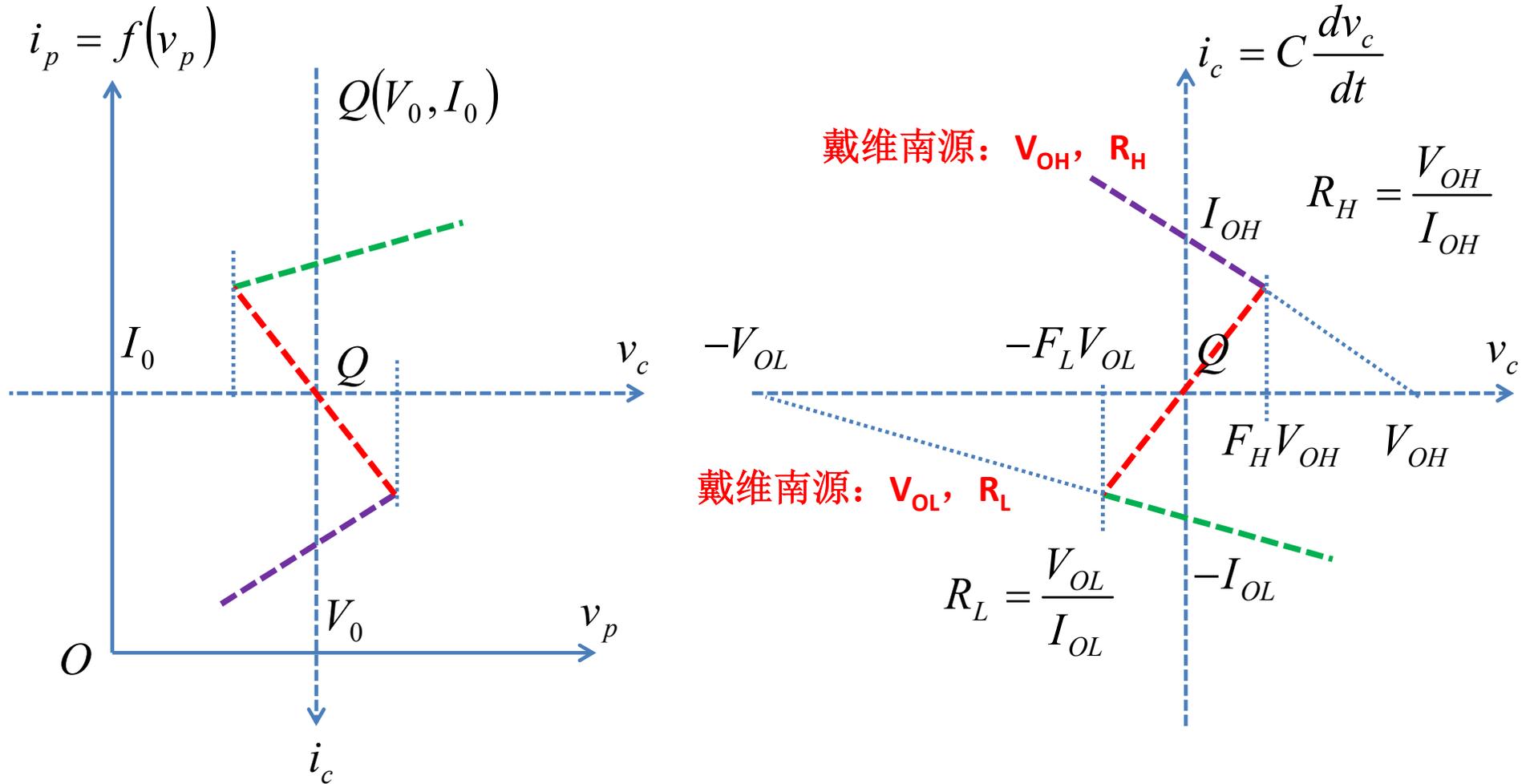
C+S型负阻



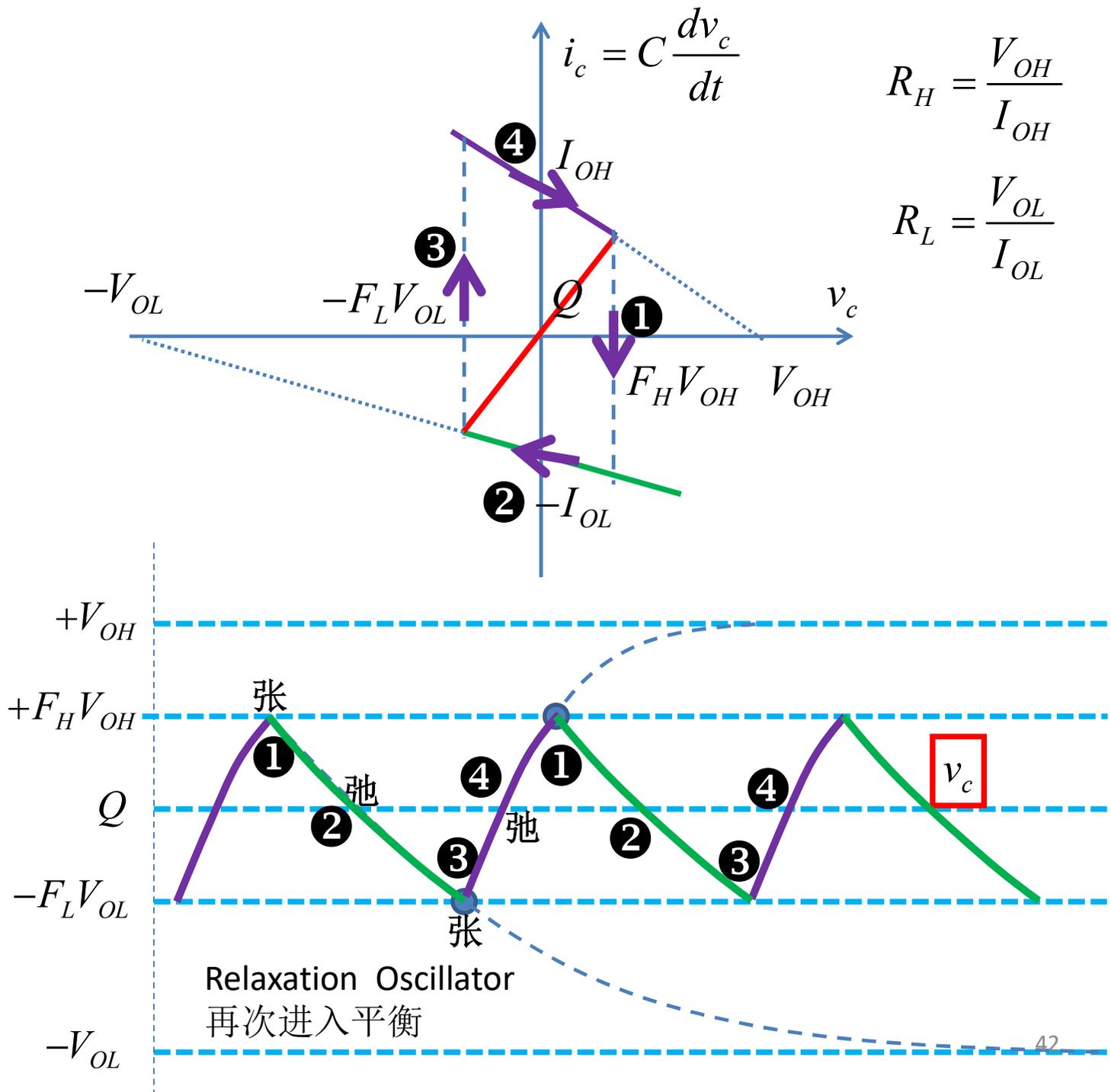
S型负阻分段线性化建模



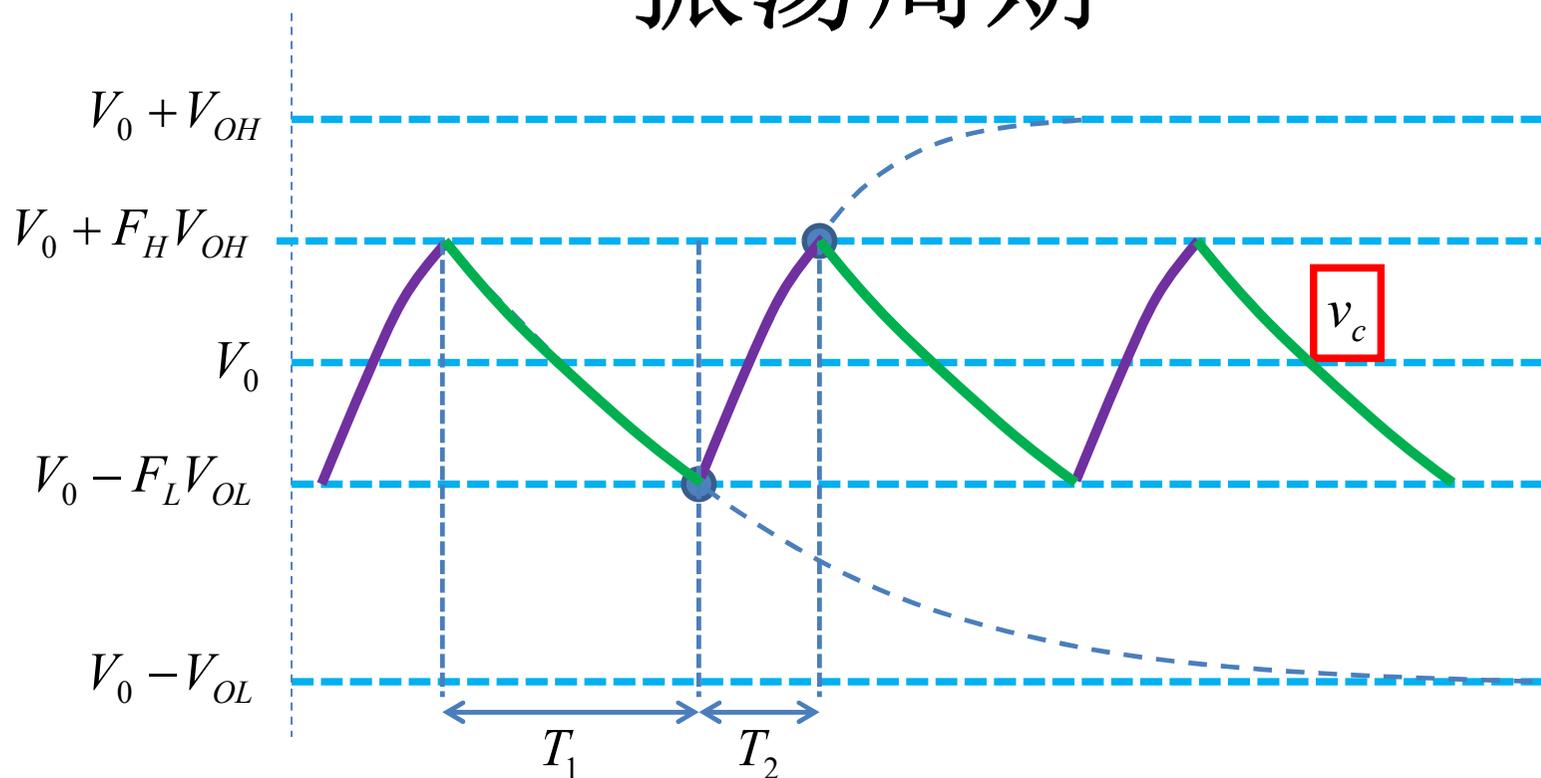
分段线性电路模型



相图分析与振荡波形



振荡周期



$$T = T_1 + T_2$$

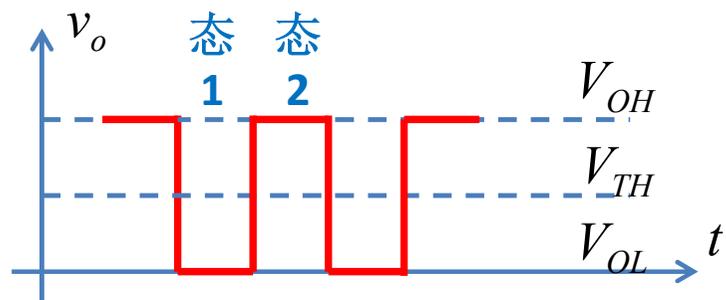
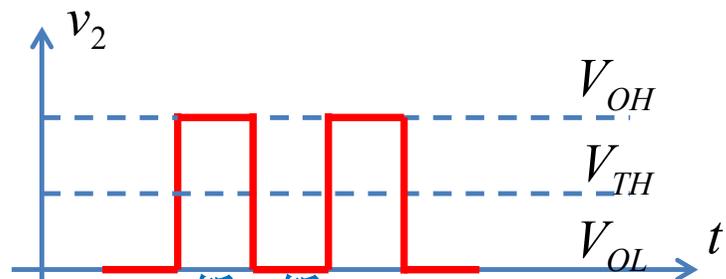
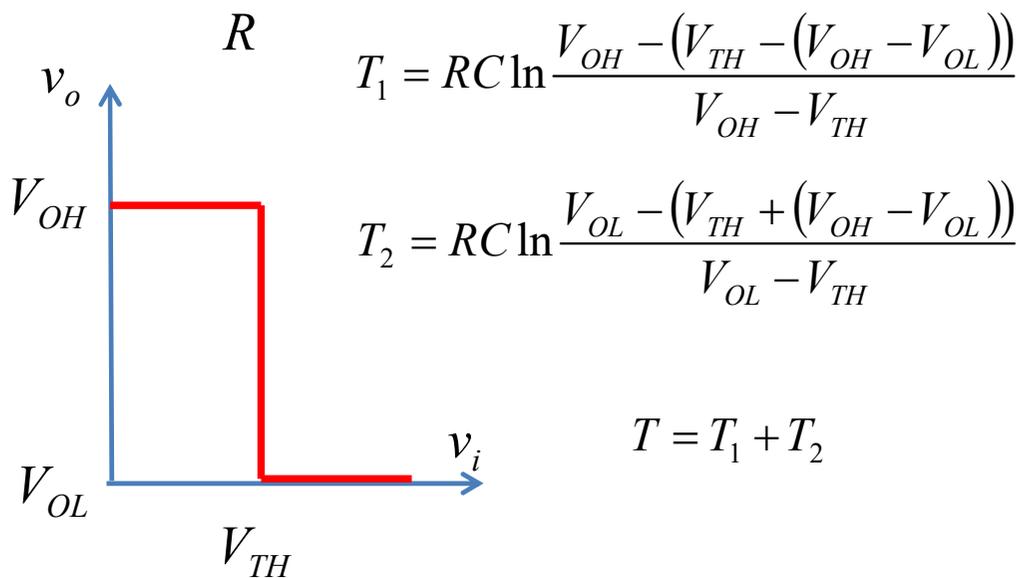
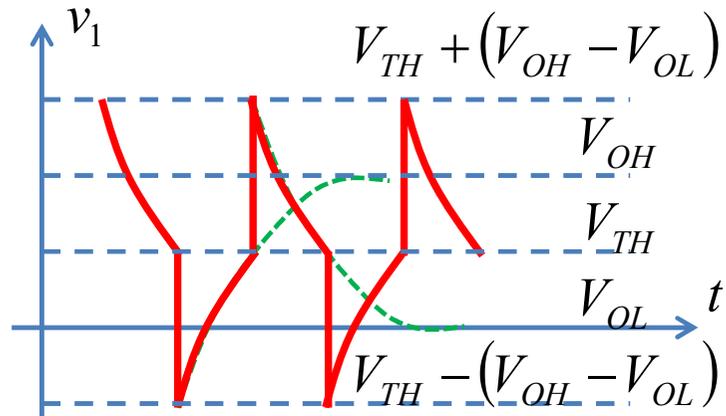
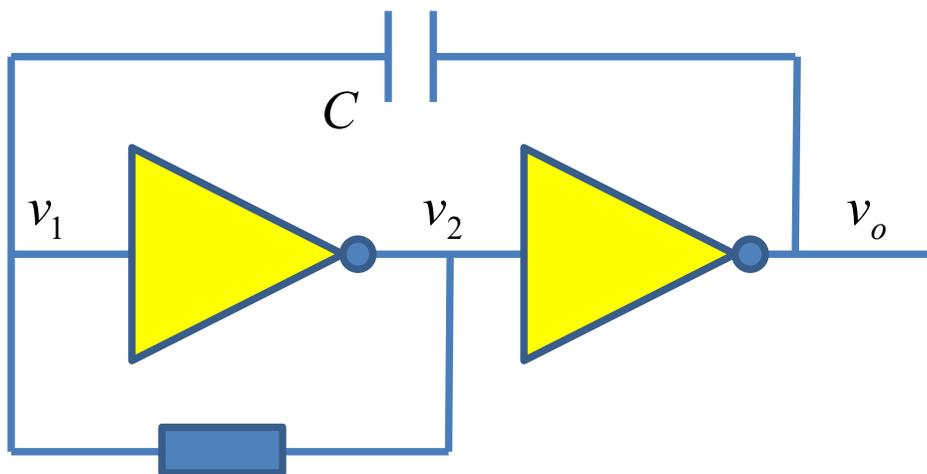
$$f = \frac{1}{T}$$

$$T_1 = R_L C \ln \frac{-V_{OL} - F_H V_{OH}}{-V_{OL} - (-F_L V_{OL})} = R_L C \ln \frac{1 + F_H V_{OH} / V_{OL}}{1 - F_L}$$

$$T_2 = R_H C \ln \frac{+V_{OH} - (-F_L V_{OL})}{+V_{OH} - F_H V_{OH}} = R_H C \ln \frac{1 + F_L V_{OL} / V_{OH}}{1 - F_H}$$

多谐：非单频正弦波，很多谐波分量

2.3 非门多谐振荡器

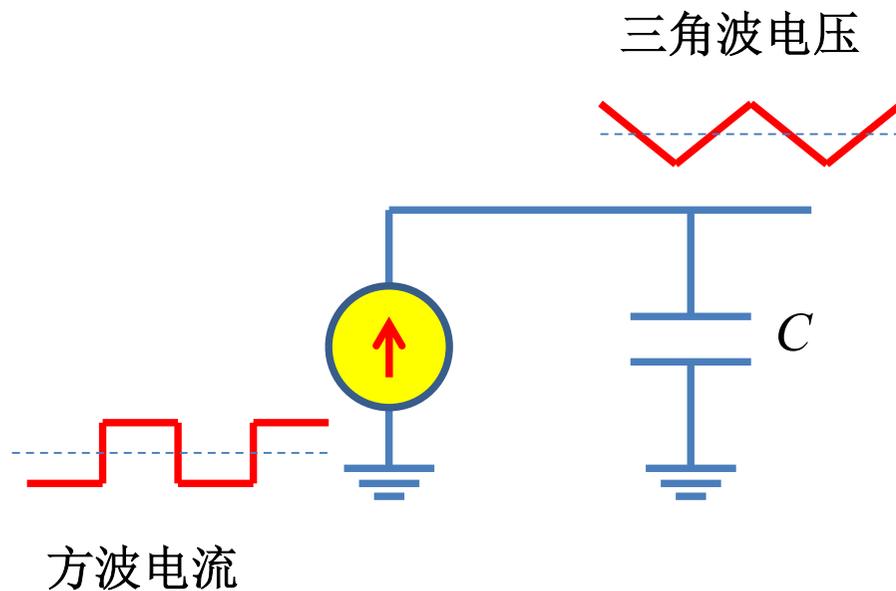


3.4 三角波产生原理

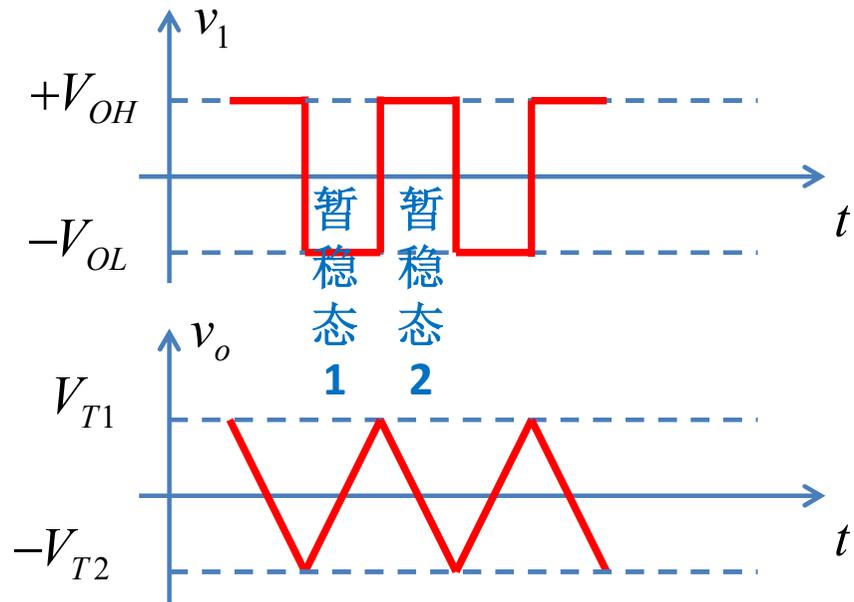
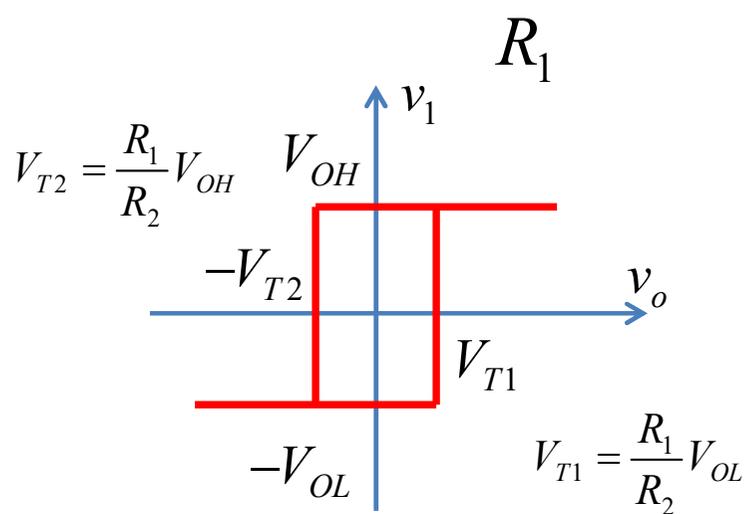
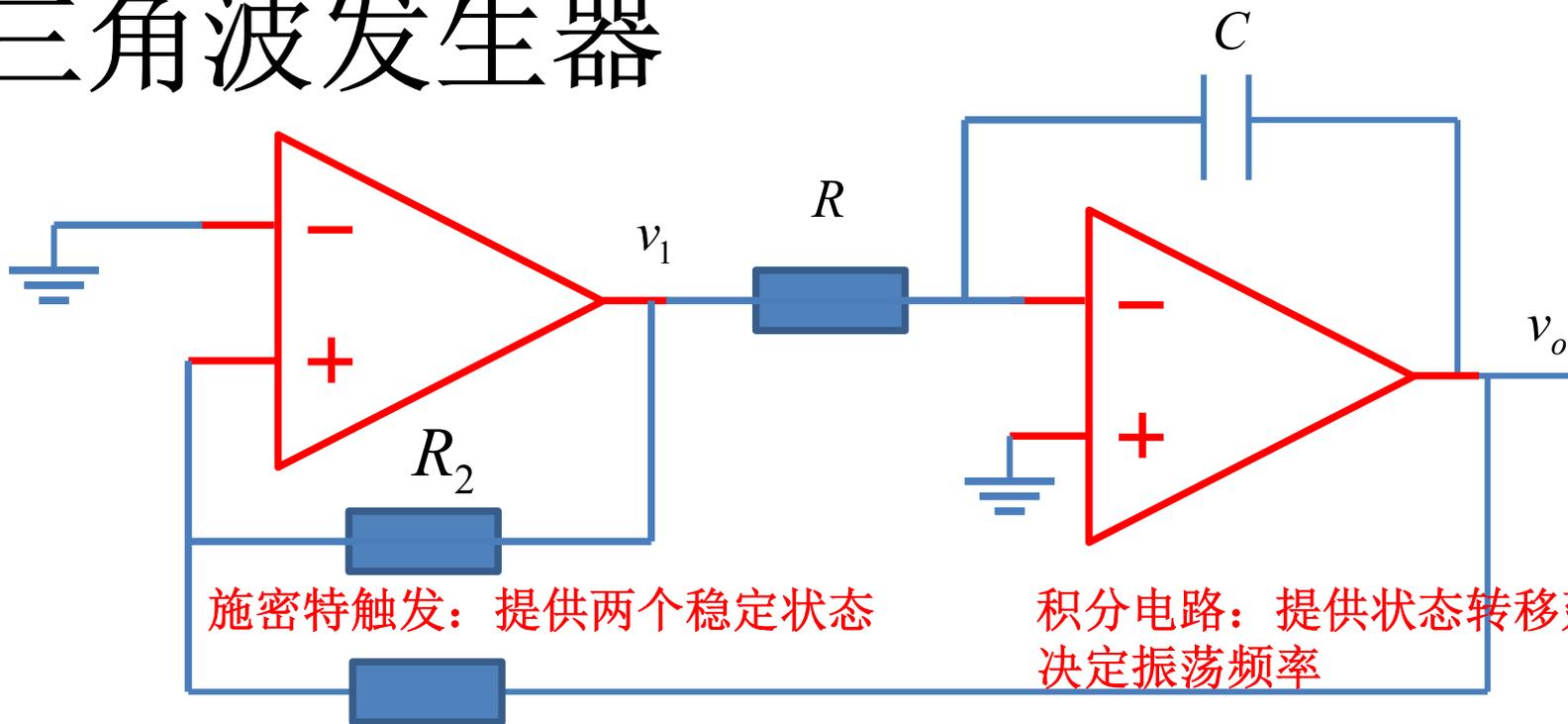


比较器
非门

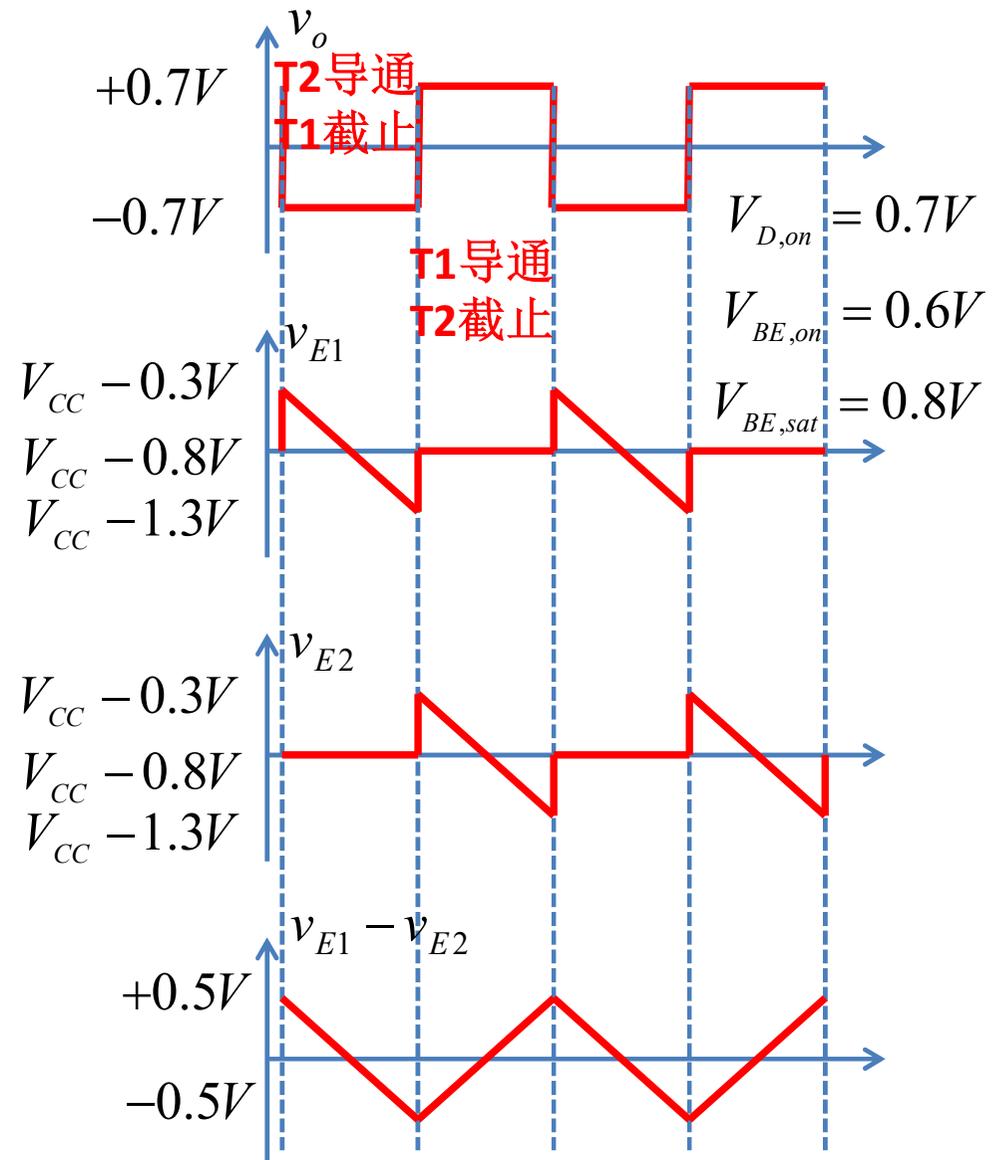
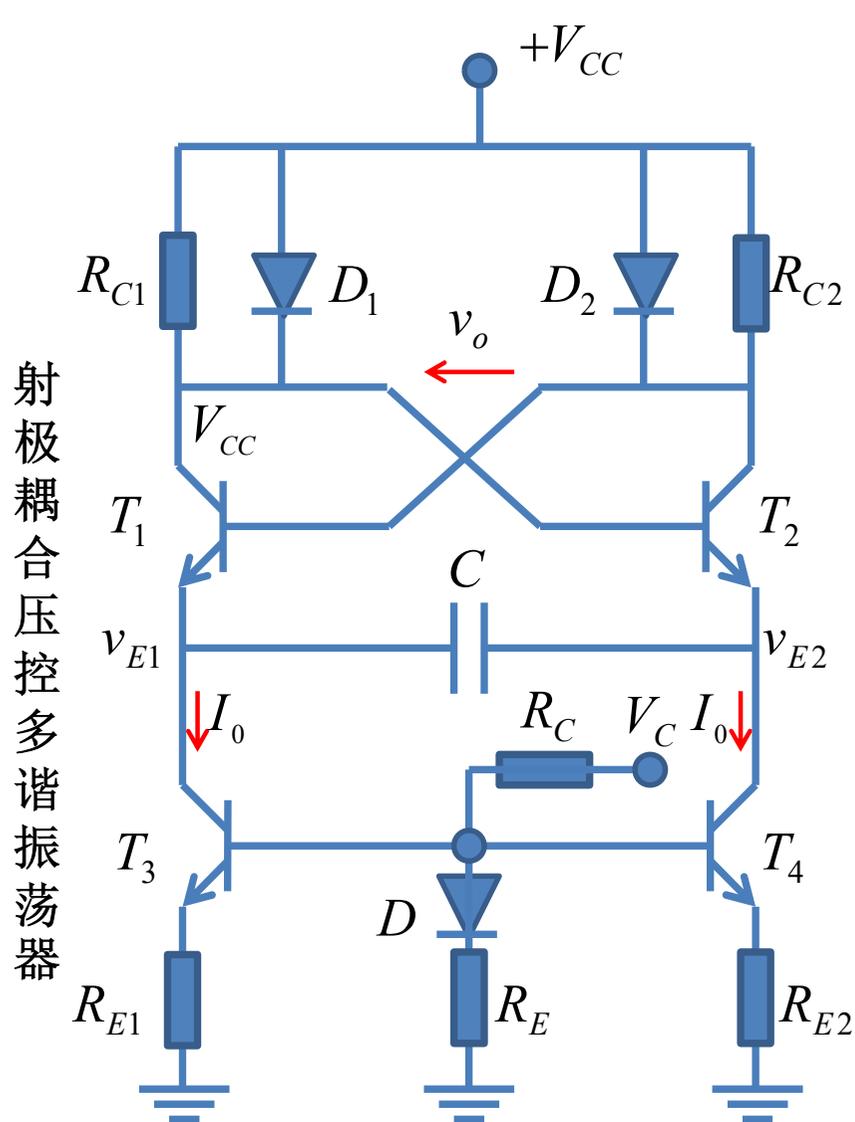
比较功能，将波形整形为方波



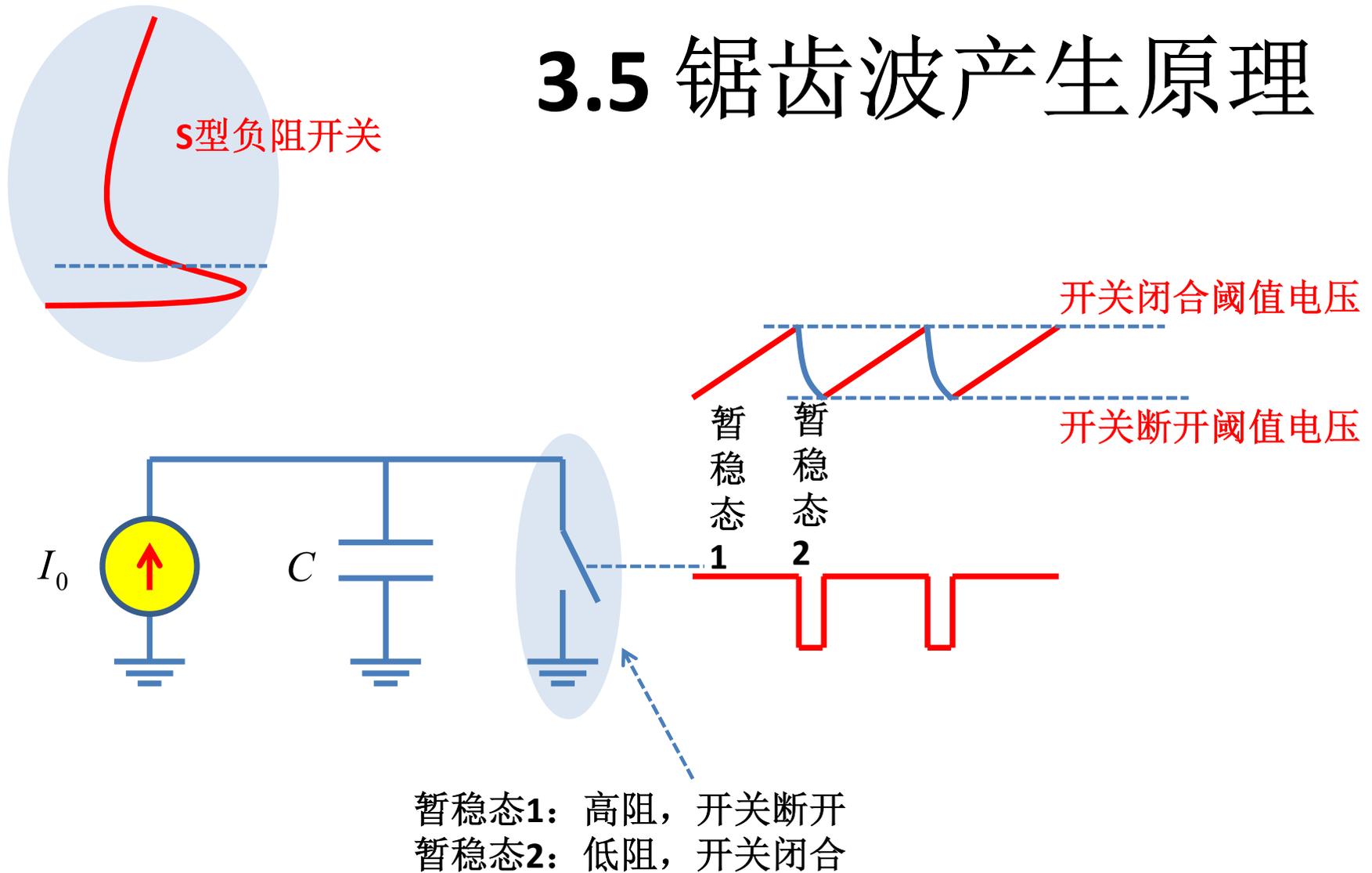
三角波发生器



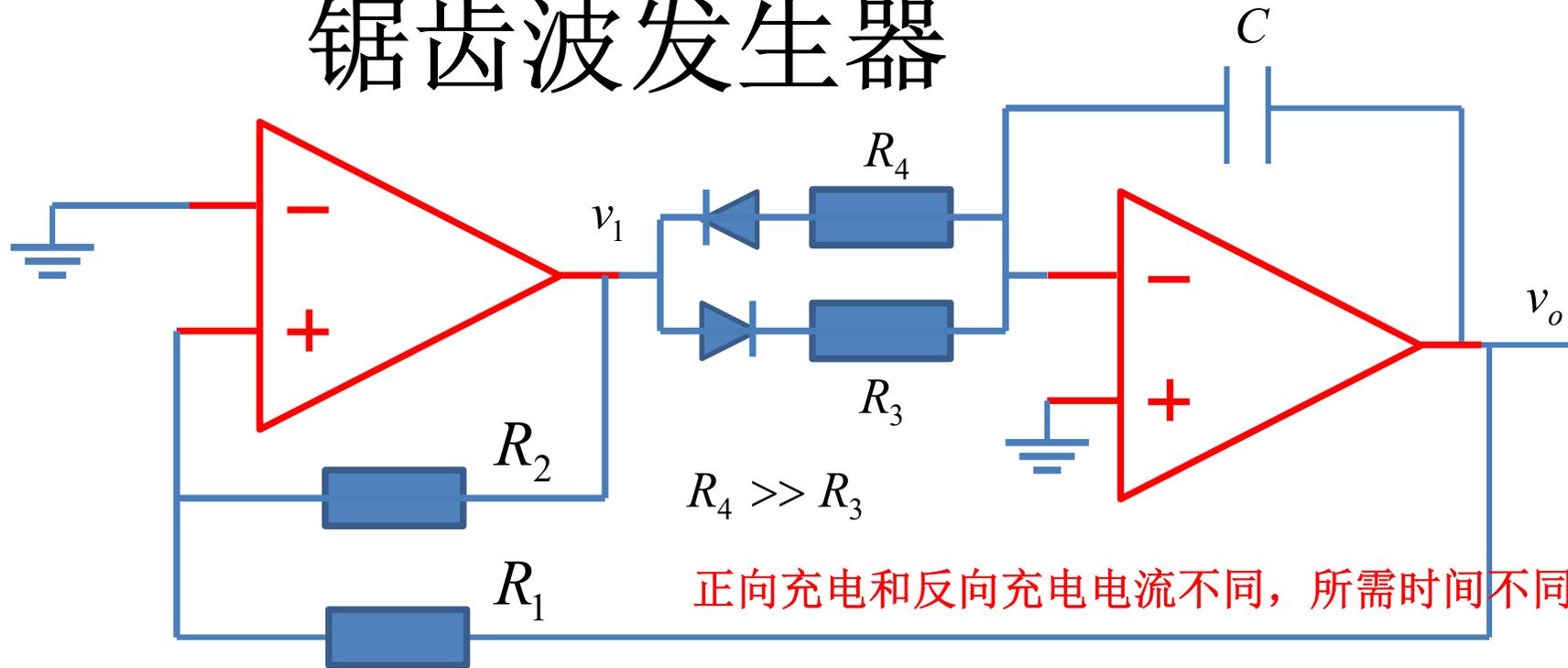
VCO: Voltage Controlled Oscillator*



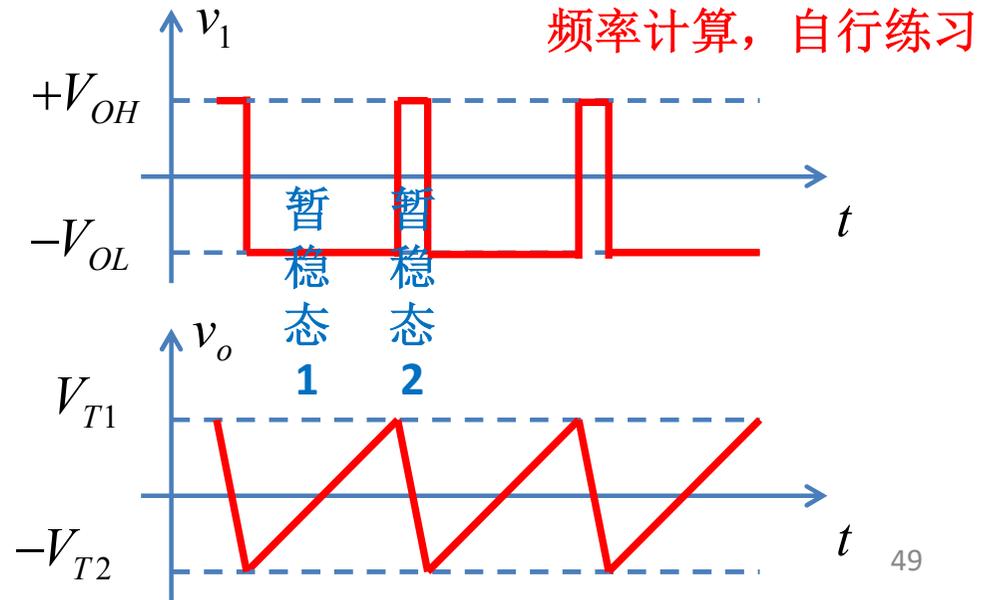
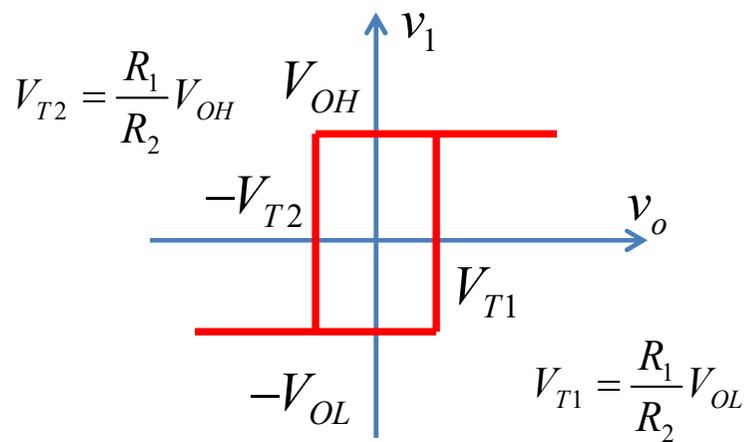
3.5 锯齿波产生原理



锯齿波发生器

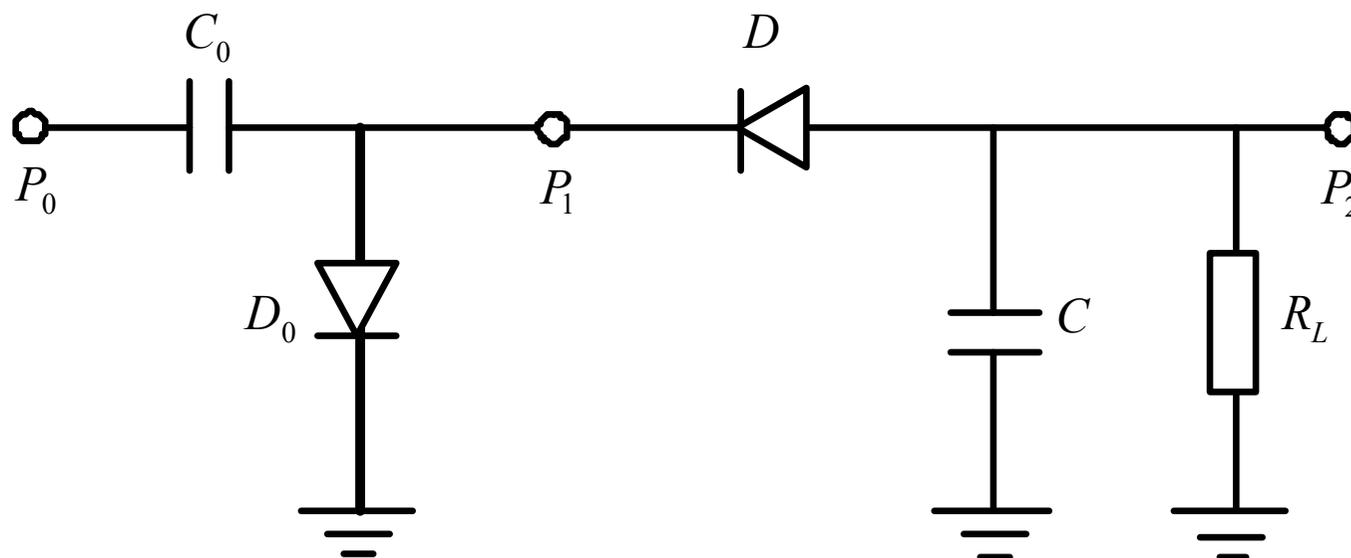


正向充电和反向充电电流不同，所需时间不同



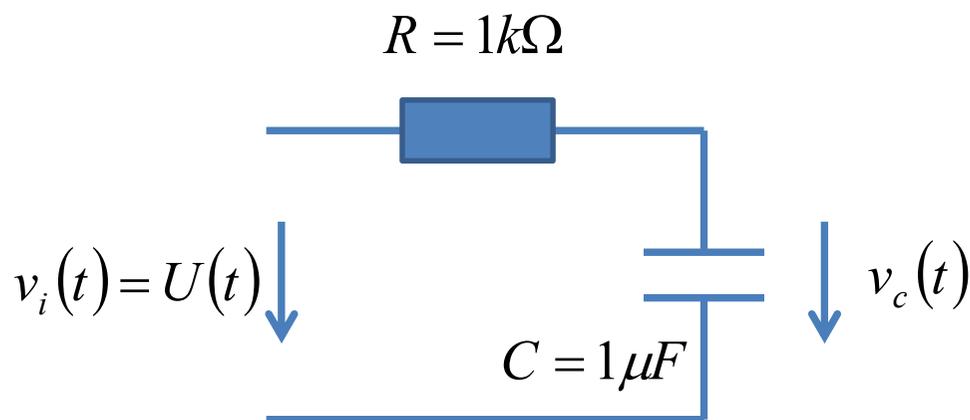
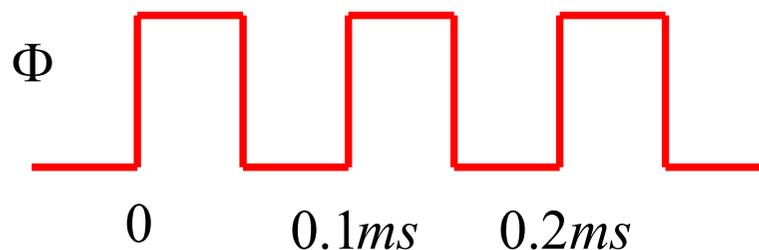
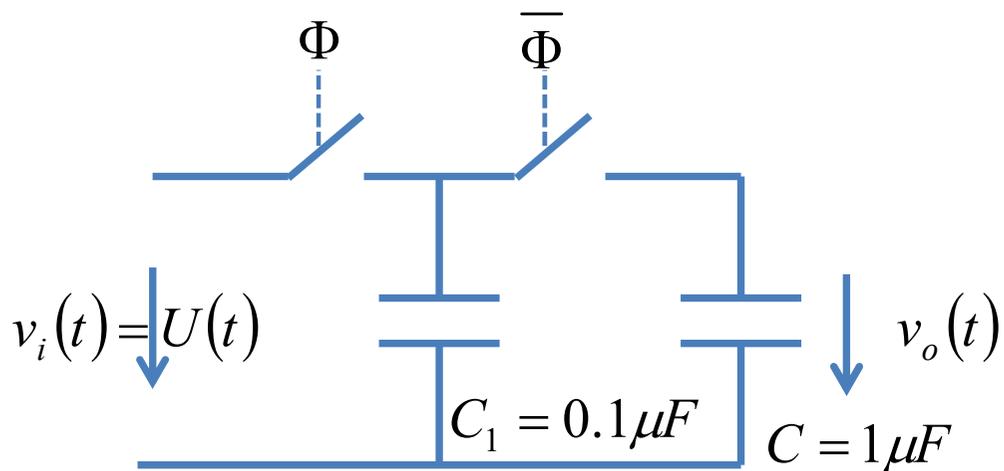
作业1 整流器电路

- 如图所示电路是否有错误，如果有，如何修正，修正后完成什么功能？如果没有错误，它可完成什么功能？



开关、电容做整流

作业2 开关电容等效电阻



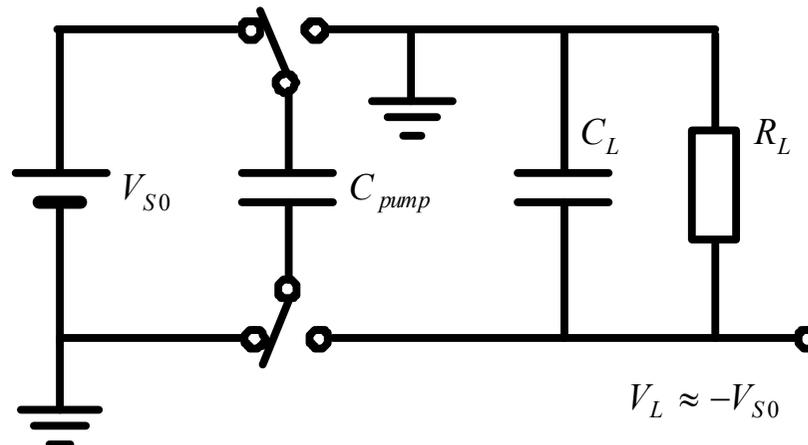
假设开关是理想开关
考察两个电路输出电压波形
是否一致？

研究开关电容对电阻的可替代性？

$$R_{eff} = \frac{T}{C}$$

作业3：开关电容做DC-DC转换

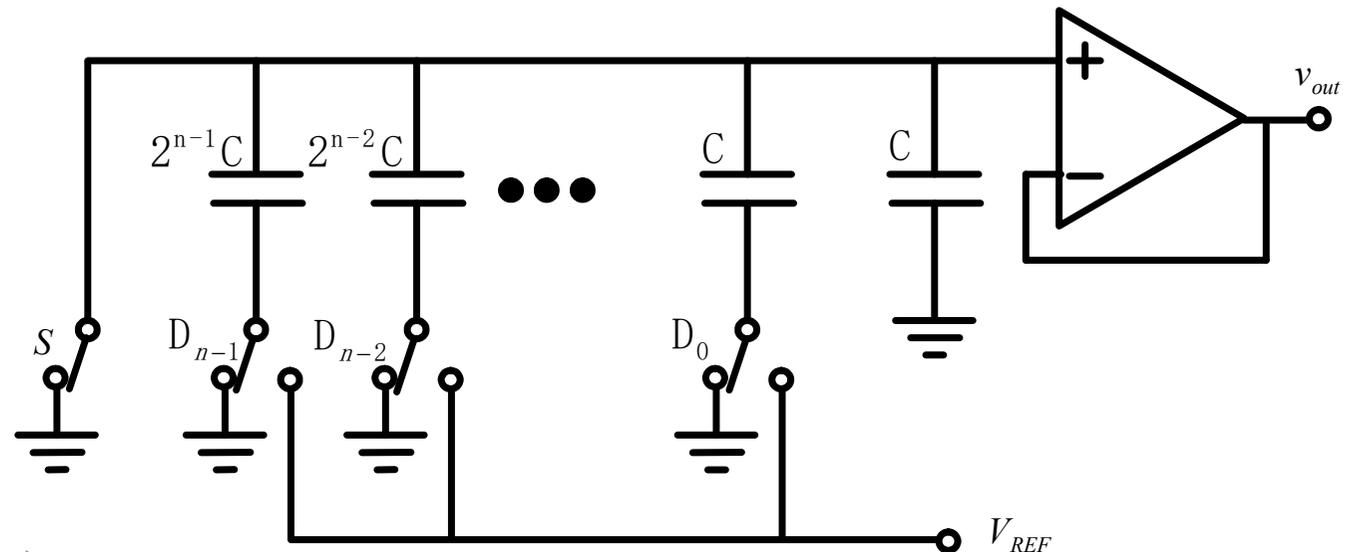
- 习题9.9开关电容实现反压 两个开关在占空比为50%的时钟控制下，在前50%方波周期内使得泵电容 C_{pump} 接到直流电压源 V_{S0} 上，从 V_{S0} 上获取电荷（电能），后50%方波周期内再接到负载电路上，泵电容将部分电荷转移到滤波电容 C_L 上，在泵电容接电源的50%周期内，滤波电容为负载提供电能。分析当电路进入稳态后，输出反相直流电压的纹波电压为多少？分析提高能量转换效率的措施？



作业 4

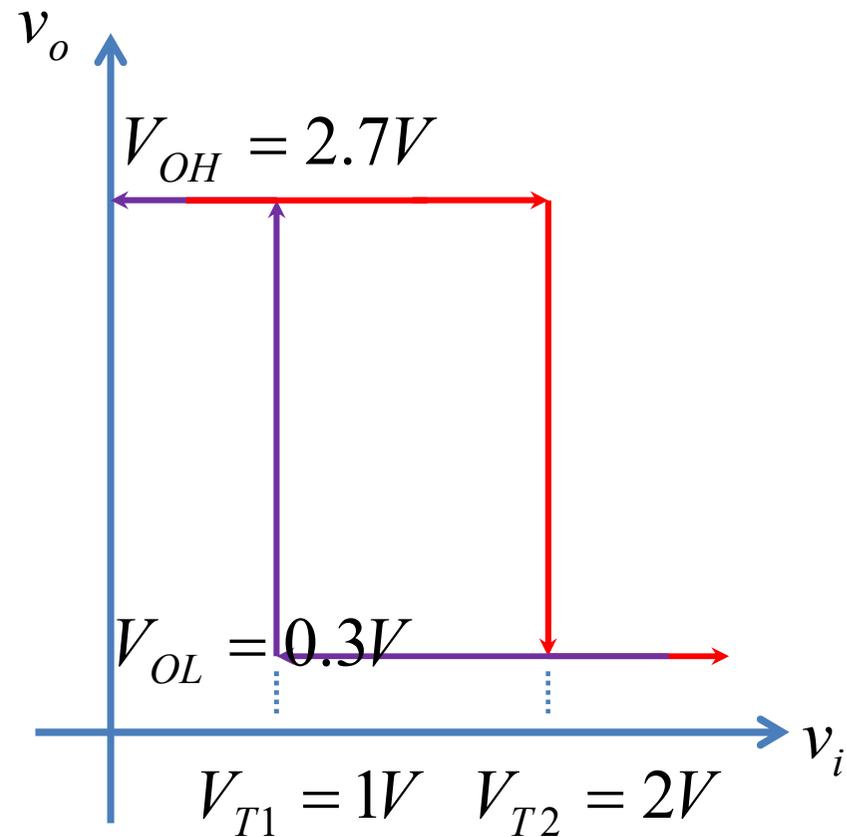
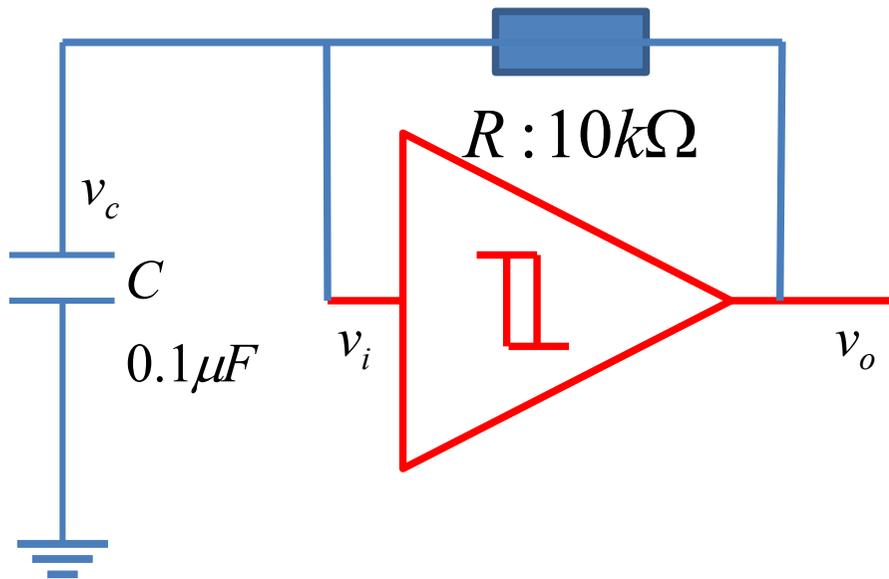
开关电容做 DA 转换

- 习题9.6 加权电容DAC 如图E9.4.14所示，这是加权电容DAC电路，请证明它完成了n-bit的DA转换。其工作顺序为：在复位相，所有开关全部接到地上，如图示。在采样相，开关S断开，开关 D_0 到 D_{n-1} 则依数字输入而定，如果输入 $D_i=1$ ，相应开关则拨向 V_{REF} ，如果 $D_i=0$ ，相应开关则仍然保持和地连通。



作业5

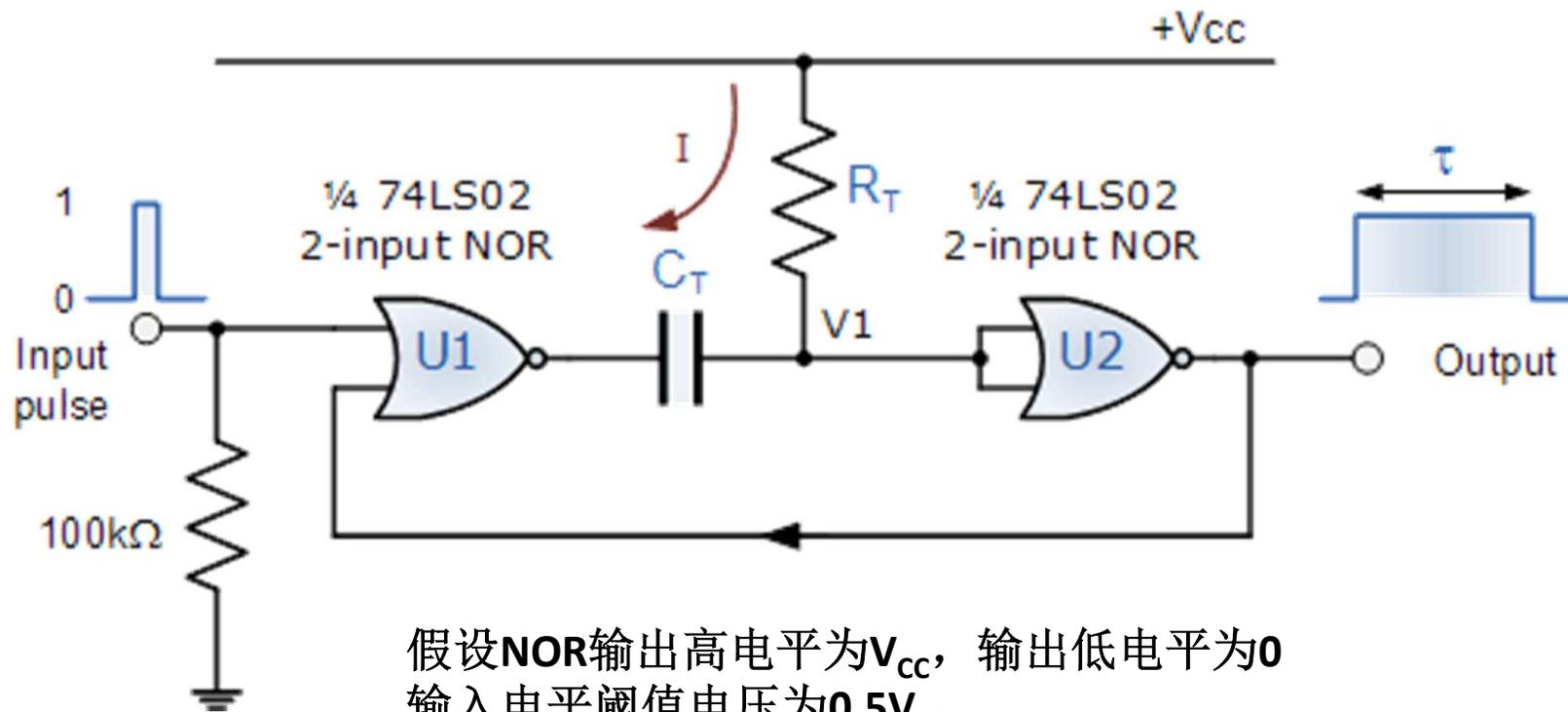
反相施密特触发器RC方波振荡器



- 已知施密特触发器的滞回曲线如图所示
- 画出电容电压和触发器输出电压波形，根据波形对其工作原理进行描述，并给出振荡频率，请用 $R, C, V_{OH}, V_{OL}, V_{T1}, V_{T2}$ 参量表述振荡频率

作业6 NOR gate monostable multivibrator

单稳态
单脉冲产生

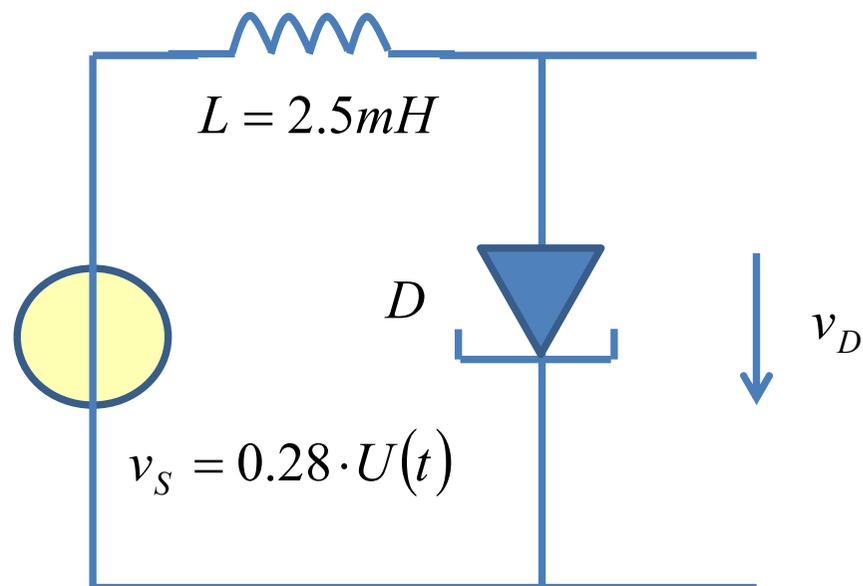
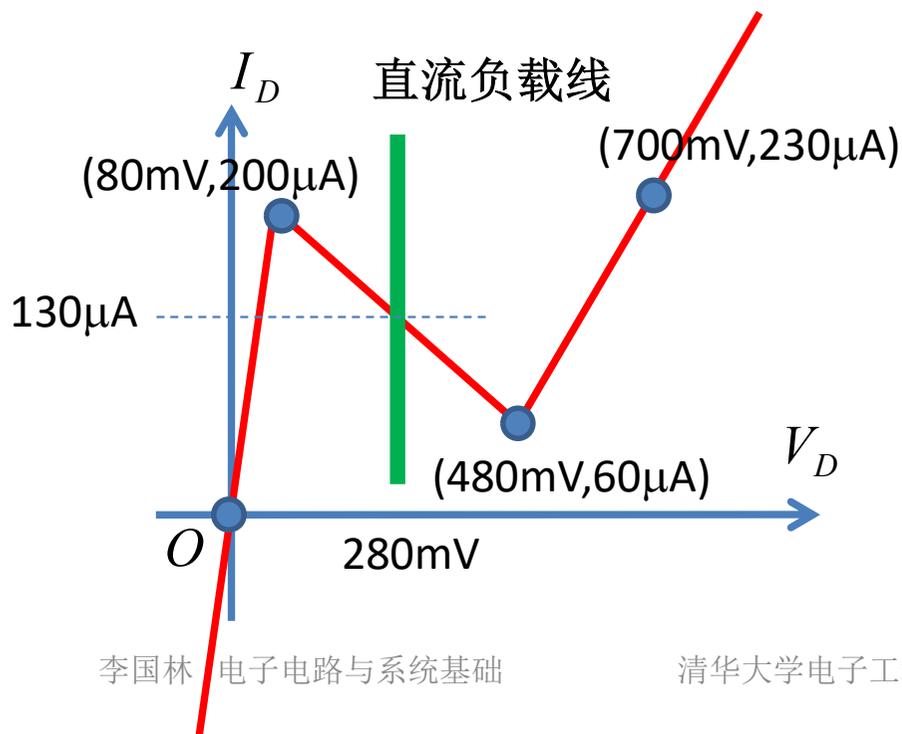


假设NOR输出高电平为 V_{CC} ，输出低电平为0
输入电平阈值电压为 $0.5V_{CC}$

- 1、画出各个结点的波形
- 2、求单脉冲输出脉宽

作业7 L和N型负阻：张弛振荡？

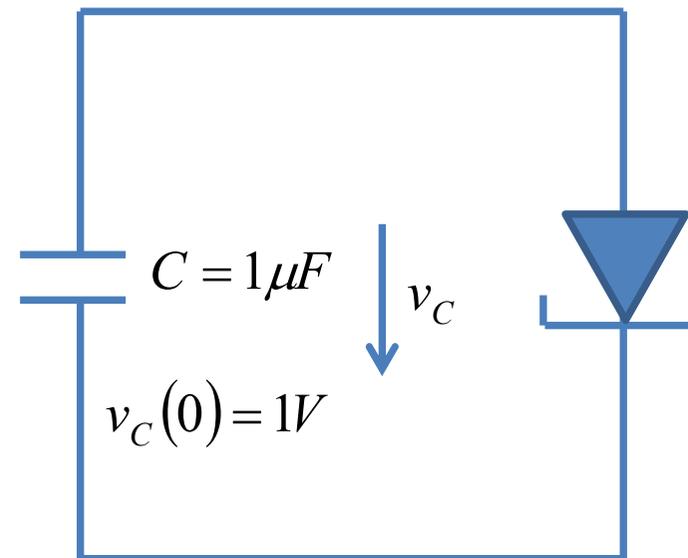
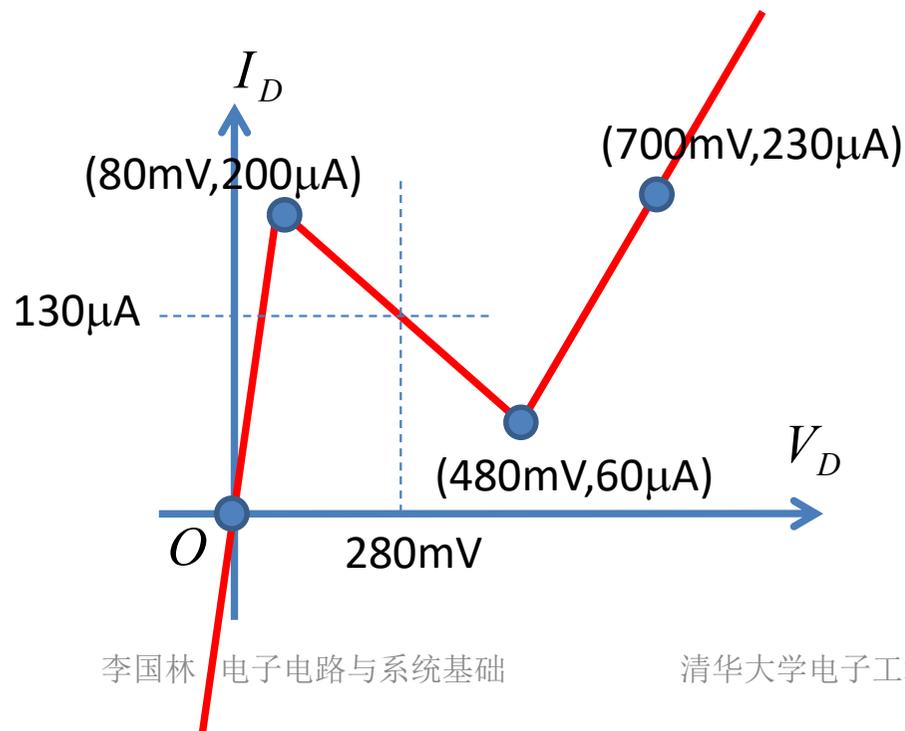
- 相图分析后，给出张弛振荡器振荡频率，画出 v_D 振荡时域波形图



- 1、如果分析不清楚，请先PSPICE仿真，根据仿真结果分析（选作）
- 2、用PSPICE仿真确认你的分析结果（选作）

作业8 C和N型负阻：电容放电

- 相图分析后，给出电容电压时域表达式和时域波形图



- 1、如果分析不清楚，请先PSPICE仿真，根据仿真结果分析（选作）
- 2、用PSPICE仿真确认你的分析结果（选作）

CAD仿真 整流器分析

- 为了可比性，假设所有变压器都是**1:1**变压器
 - 理想变压器
 - 全耦合变压器
 - $k=0.9$
 - $k=0.1$
- 电压源
 - 电压幅度为**10V/100V**
 - 内阻为**0/内阻不为0**
- 电容
 - 取值使得只有电容时，其波纹为**1%**
- 电感（选作：红圈位置串联）
 - 电感的影响
 - 如果电感有损耗，有多大影响
- 谐振电容（选作：绿圈位置并联）
 - 谐振电容的取值是否影响效率
- 考察转换效率，波纹，各个位置的时域波形

