电子电路与系统基础II

习题课第九讲

时序逻辑电路作业讲解
二阶LTI系统时域分析（部分）

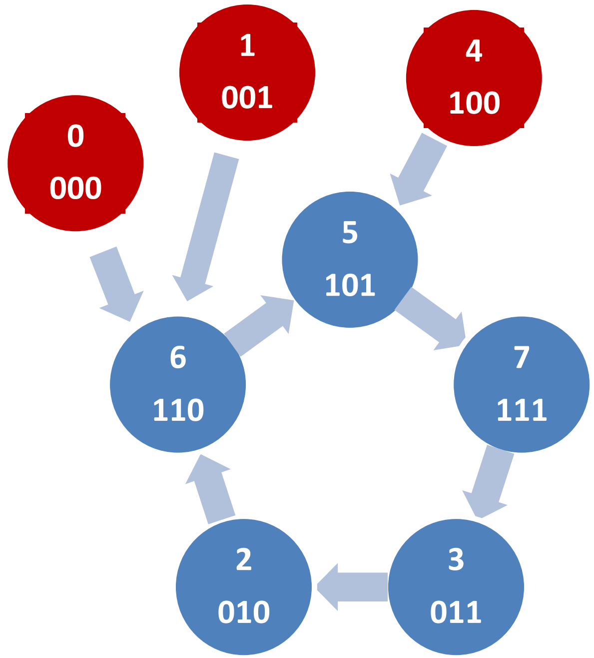
李国林
清华大学电子工程系

第7讲 状态记忆单元

作业01 计数器设计的后验算

- 课件设计的5状态计数器，采用3个D触发器作为记忆单元，3个D触发器共具8个状态，其中有3个状态是不用的，确认剩下的3个状态可并入到状态转移图中
  - 如果这3个状态形成了自闭合的状态转移，形成了自闭合的独立的状态空间，则设计是有问题的，因为加电后初始状态可能是这3个状态之一
    - 如果出现这种独立的状态空间，计数器设计需要有某种机制使得它自动进入到设计的状态空间中

	S_2	S_1	S_0		D_2	D_1	D_0
0	0	0	0	×6	×1	×1	×0
1	0	0	1	×6	×1	×1	×0
2	0	1	0	6	1	1	0
3	0	1	1	2	0	1	0
4	1	0	0	×5	×1	×0	×1
5	1	0	1	7	1	1	1
6	1	1	0	5	1	0	1
7	1	1	1	3	0	1	1



D_2

S_2S_1 S_0	0	1
00	×	×
01	1	0
11	1	0
10	×	1

D_1

S_2S_1 S_0	0	1
00	×	×
01	1	1
11	0	1
10	×	1

D_0

S_2S_1 S_0	0	1
00	×	×
01	0	0
11	1	1
10	×	1

$$D_2 = \overline{S_0} + \overline{S_1}$$

$$D_1 = S_0 + \overline{S_2}$$

$$D_0 = S_2$$

卡诺图化简阶段其实已经可以验算状态转移情况

作业

- **02** 采用和课件完全相同的处理手法，请用**D**触发器设计一个**4bit**的十计数器，该计数器在时钟驱动下，可以依次循环输出**0,1,2,3,4,5,6,7,8,9**
  - 画状态转移图
  - 设计组合逻辑电路
  - 检查剩余状态是否可自动进入设计的状态空间，否则重新设计

当前状态　　　　下一状态\组合逻辑运算输出

	S_3	S_2	S_1	S_0		D_3	D_2	D_1	D_0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	2	0	0	1	0
2	0	0	1	0	3	0	0	1	1
3	0	0	1	1	4	0	1	0	0
4	0	1	0	0	5	0	1	0	1
5	0	1	0	1	6	0	1	1	0
6	0	1	1	0	7	0	1	1	1
7	0	1	1	1	8	1	0	0	0
8	1	0	0	0	9	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	0	0	0
10	1	0	1	0	×	×	×	×	×
11	1	0	1	1	×	×	×	×	×
12	1	1	0	0	×	×	×	×	×
13	1	1	0	1	×	×	×	×	×
14	1	1	1	0	×	×	×	×	×
15	1	1	1	1	×	×	×	×	×

画圈原则：越大越好，越少越好

2，4，8，16

D_3

S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	×	×	×	×
10	1	0	×	×

$$D_3 = S_2S_1S_0 + S_3\overline{S_0}$$

D_2

S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	×	×	×	×
10	0	0	×	×

$$D_2 = S_2\overline{S_1} + \overline{S_2}S_1S_0 + S_2\overline{S_0}$$

D_1

S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	×	×	×	×
10	0	0	×	×

$$D_1 = \overline{S_3}\,\overline{S_1}S_0 + S_1\overline{S_0}$$

D_0

S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	×	×	×	×
10	1	0	×	×

$$D_0 = \overline{S_0}$$

当前状态　下一状态\组合逻辑运算

	S_3	S_2	S_1	S_0		D_3	D_2	D_1	D_0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	2	0	0	1	0
2	0	0	1	0	3	0	0	1	1
3	0	0	1	1	4	0	1	0	0
4	0	1	0	0	5	0	1	0	1
5	0	1	0	1	6	0	1	1	0
6	0	1	1	0	7	0	1	1	1
7	0	1	1	1	8	1	0	0	0
8	1	0	0	0	9	1	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	0	0	0
10	1	0	1	0	11	1	0	1	1
11	1	0	1	1	4	0	1	0	0
12	1	1	0	0	13	1	1	0	1
13	1	1	0	1	4	0	1	0	0
14	1	1	1	0	15	1	1	1	1
15	1	1	1	1	8	1	0	0	0

D_3

S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	1	0	1	1
10	1	0	0	1

D_2

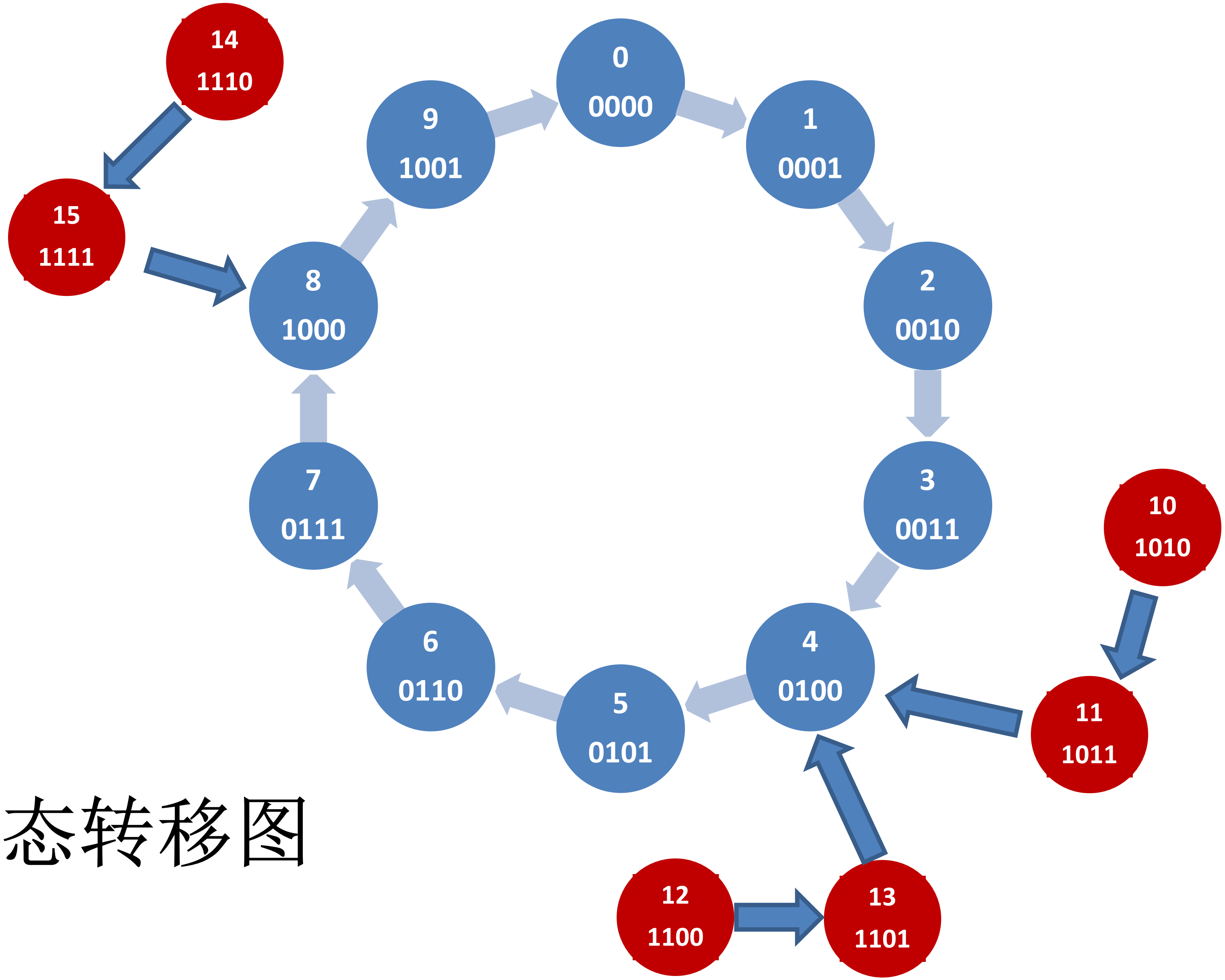
S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10	0	0	1	0

D_1

S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	0	1	0	1
01	0	1	0	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

D_0

S_3S_2 \ S_1S_0	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	1


14
1110
15
1111
9
1001
0
0000
1
0001
8
1000
2
0010
7
0111
3
0011
10
1010
6
0110
4
0100
5
0101
11
1011
12
1100
13
1101

状态转移图

动态电路设计的核心是电阻电路设计

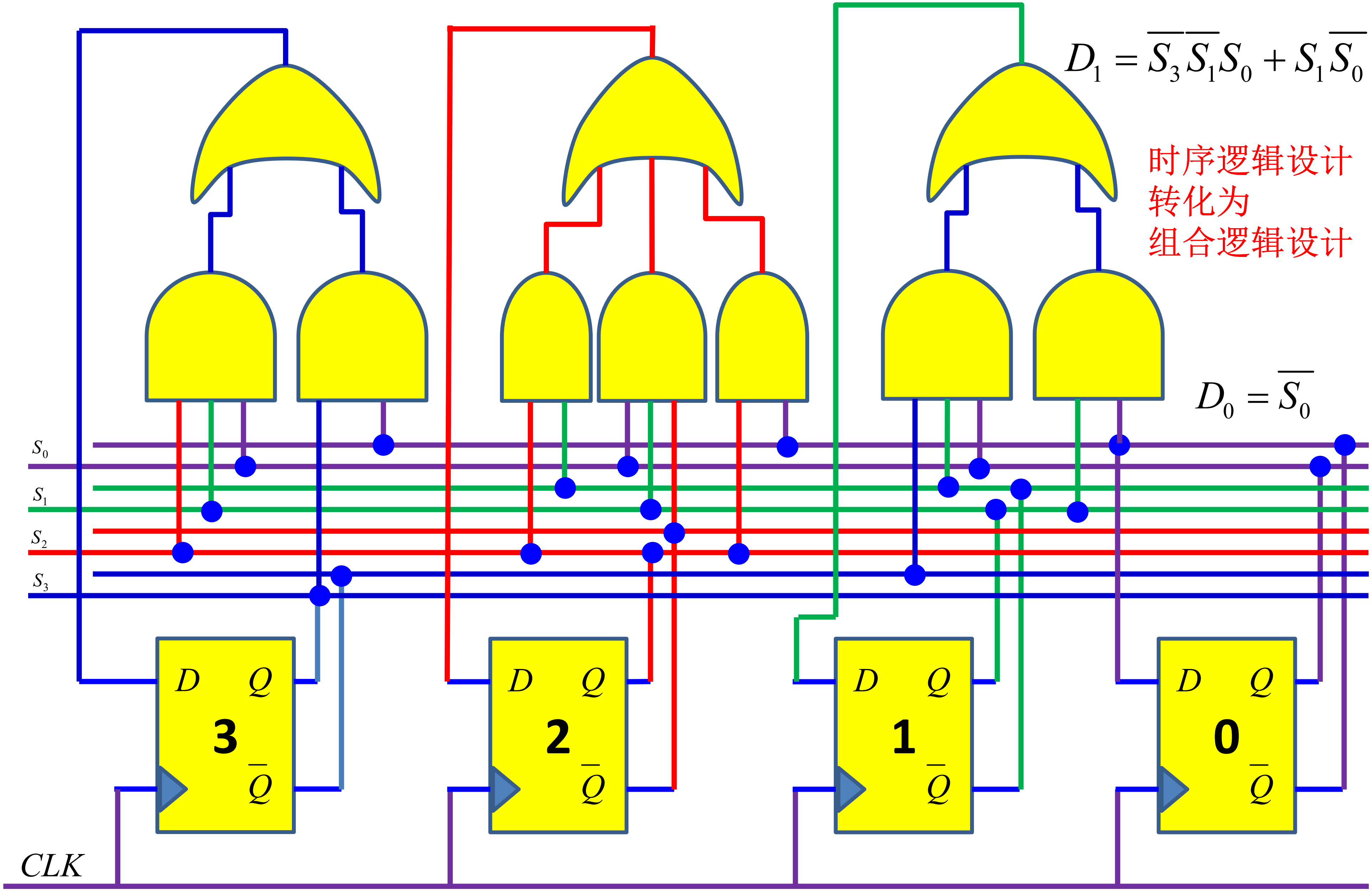
$$D_3 = S_2 S_1 S_0 + S_3 \overline{S_0}$$

$$D_2 = S_2 \overline{S_1} + \overline{S_2} S_1 S_0 + S_2 \overline{S_0}$$

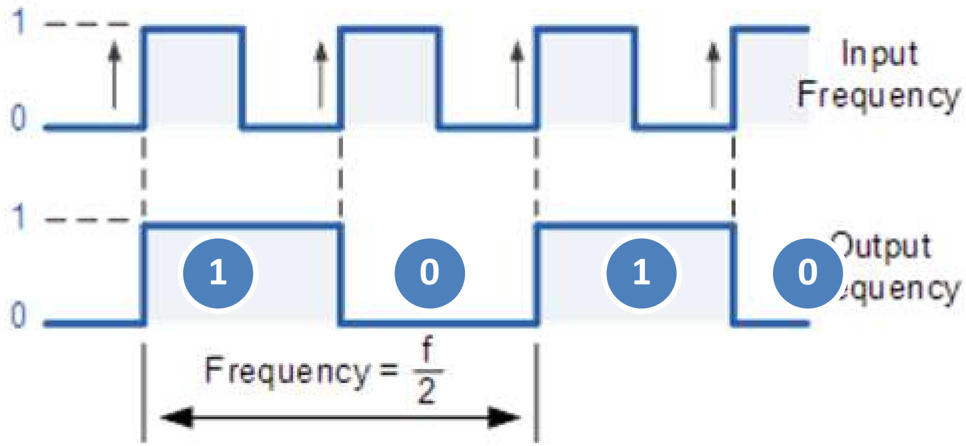
$$D_1 = \overline{S_3}\,\overline{S_1} S_0 + S_1 \overline{S_0}$$

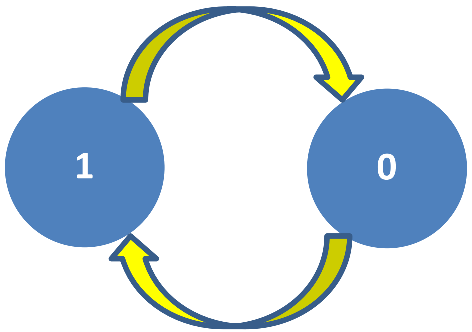
$$D_0 = \overline{S_0}$$

时序逻辑设计
转化为
组合逻辑设计



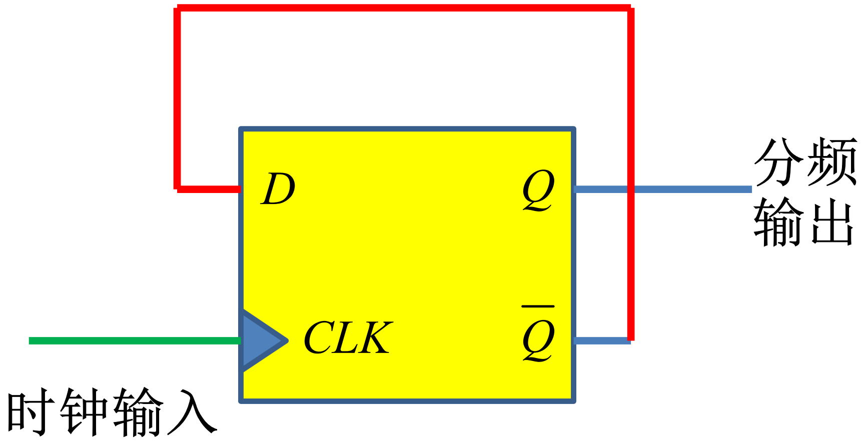
- **03请用D触发器实现2分频器**



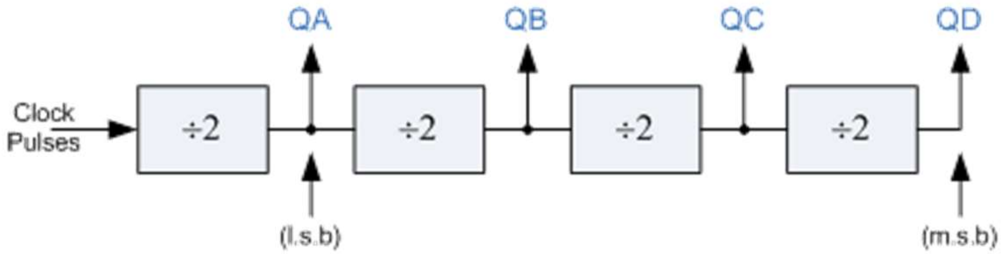


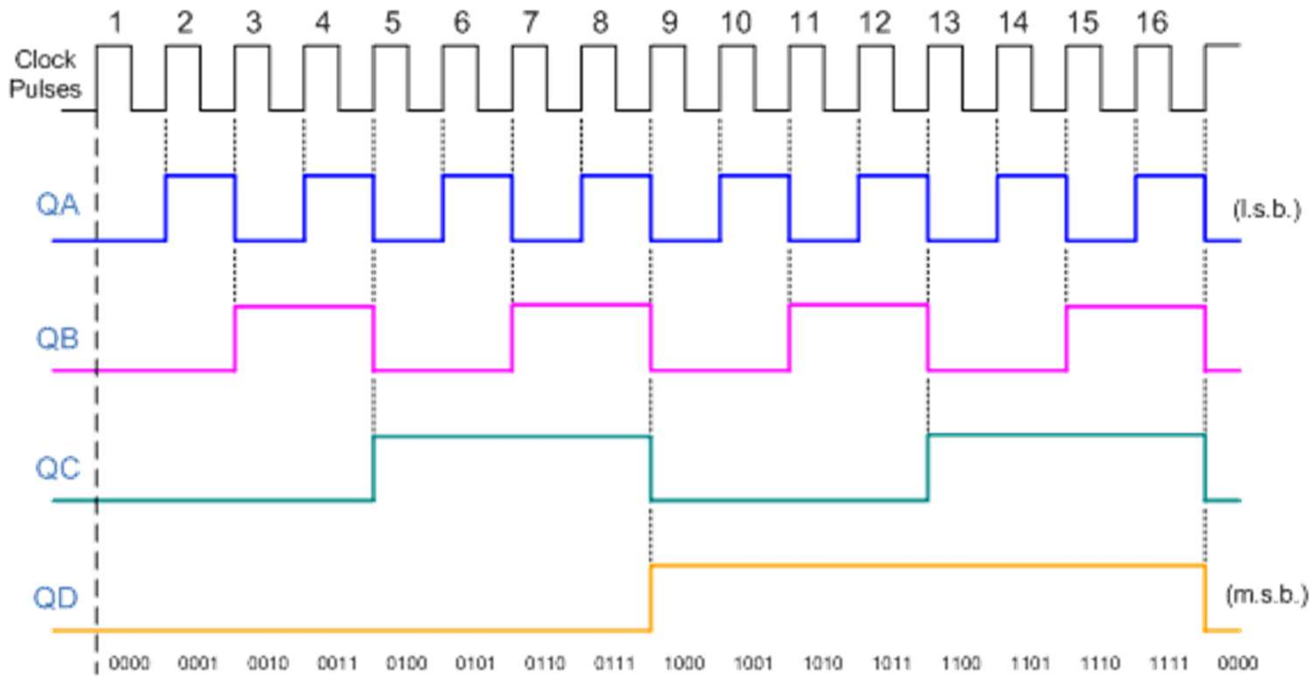
S_0	D_0
0	1
1	0

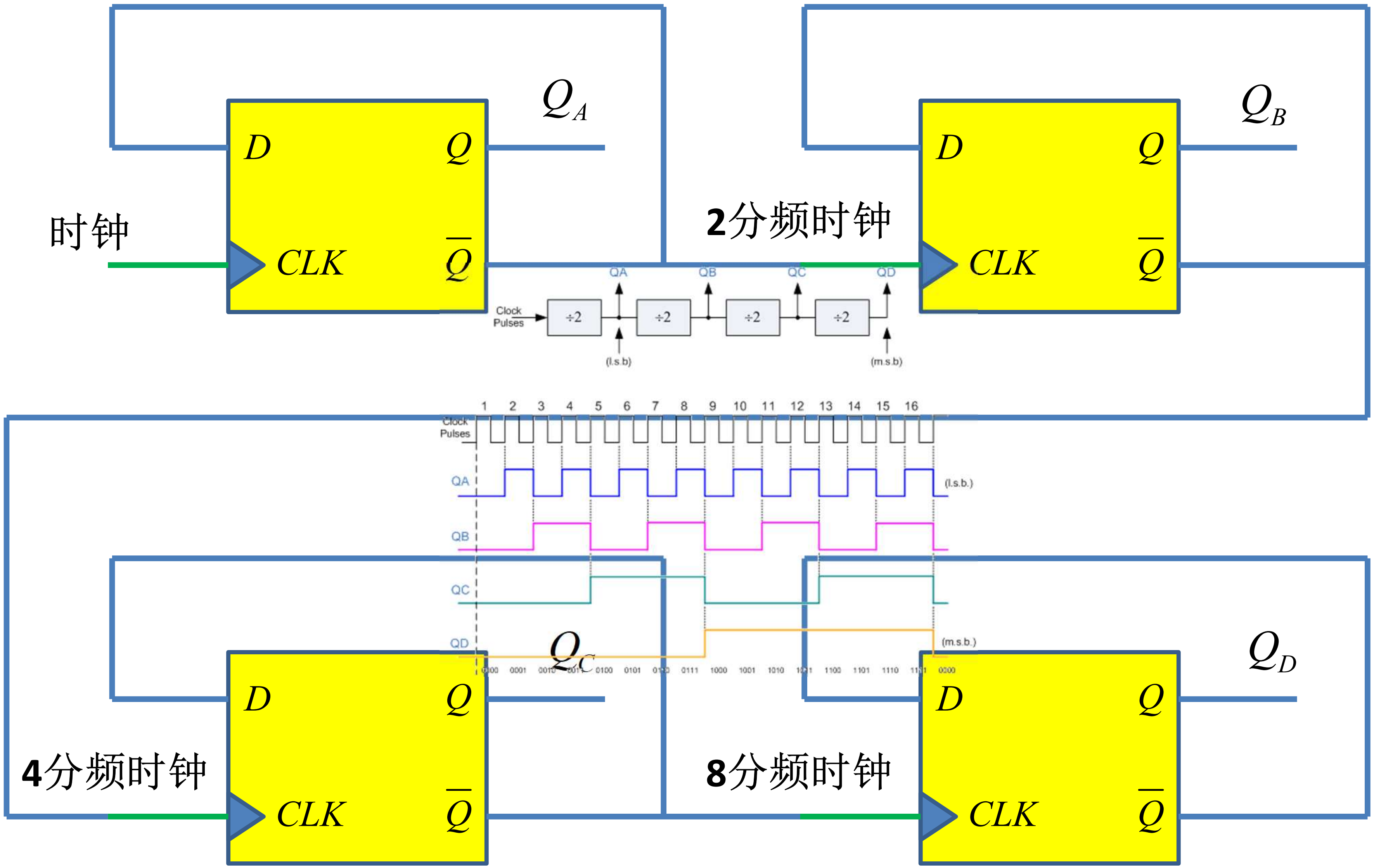
$$D_0 = \overline{S_0}$$



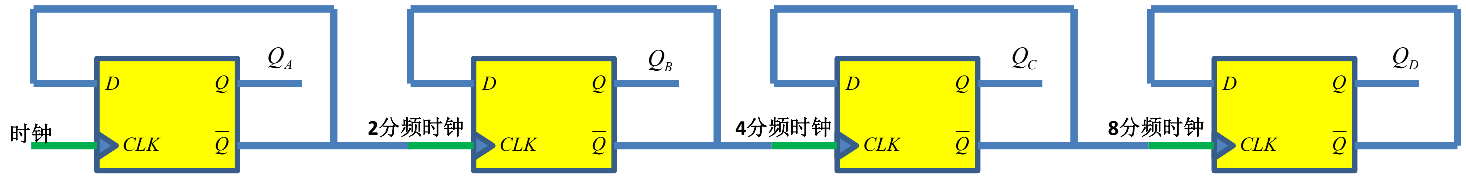
作业04 顺序计数器


QA
QB
QC
QD
Clock
Pulses
÷2
÷2
÷2
÷2
(l.s.b)
(m.s.b)

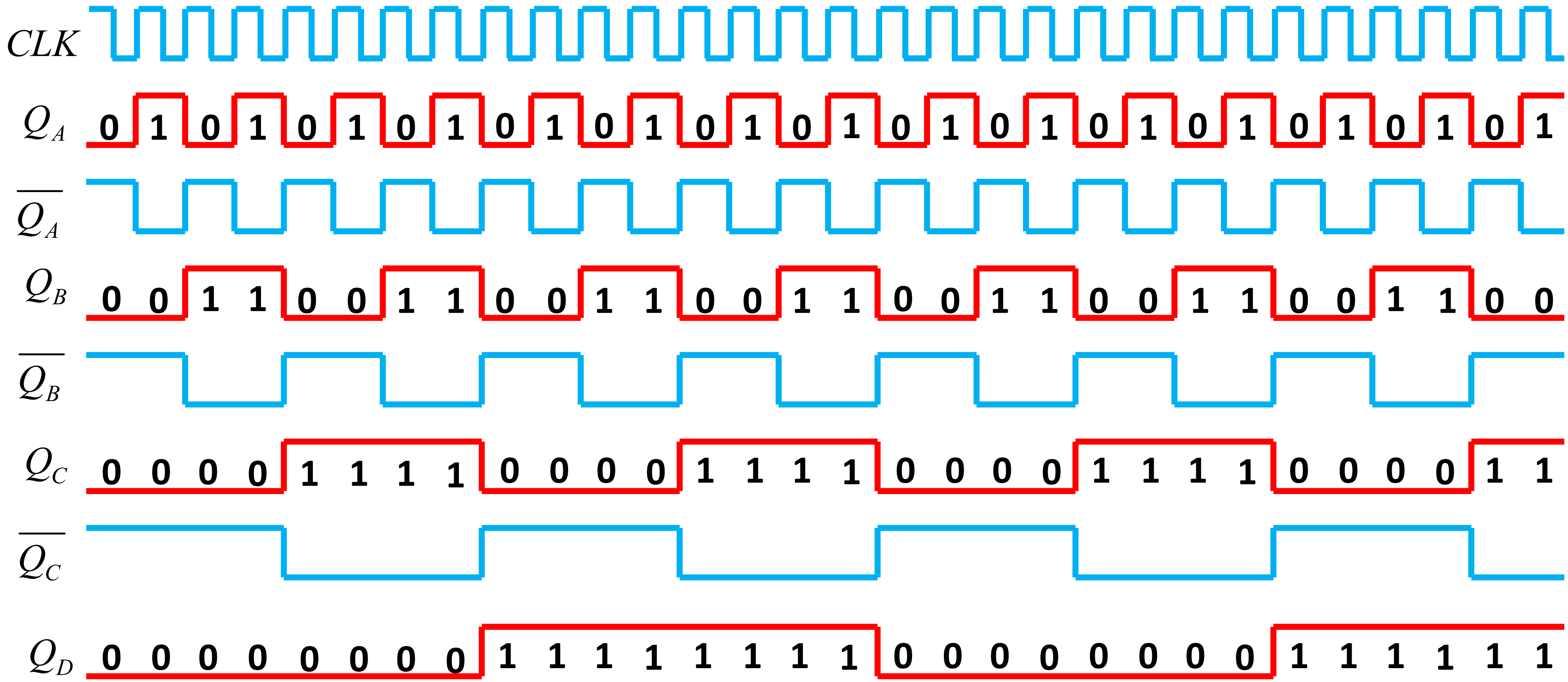

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
Clock
Pulses
QA
(l.s.b.)
QB
QC
QD
(m.s.b.)
0000 0001 0010 0011 0100 0101 0110 0111 1000 1001 1010 1011 1100 1101 1110 1111 0000



注意是数据的下降沿翻转，因此用Q非作为下一级的时钟激励

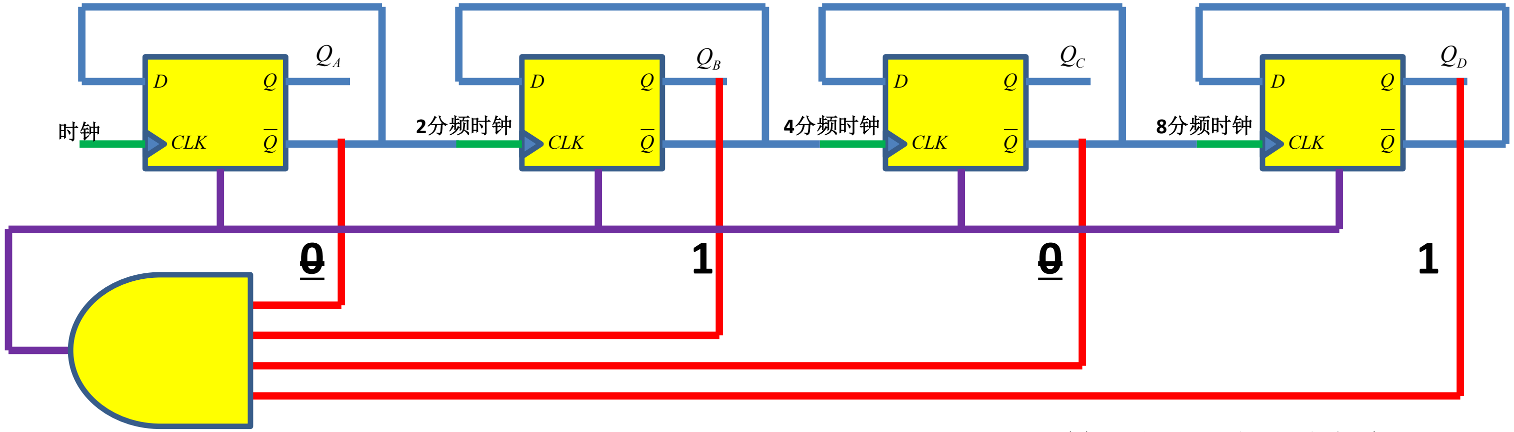


时钟
2分频时钟
4分频时钟
8分频时钟
D
Q
CLK
Q̄
Q_A
Q_B
Q_C
Q_D

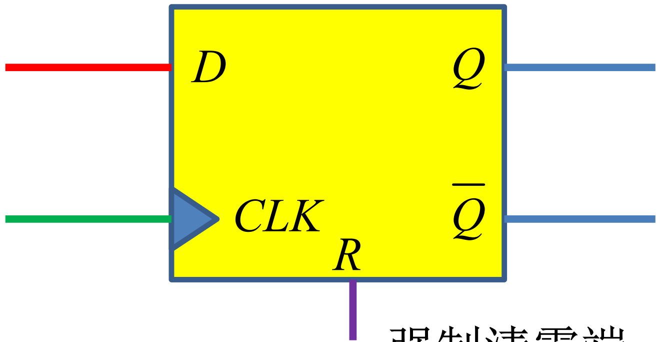


CLK
Q_A
0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1
$\overline{Q_A}$
Q_B
0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0
$\overline{Q_B}$
Q_C
0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1
$\overline{Q_C}$
Q_D
0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1

用16计数器实现10计数



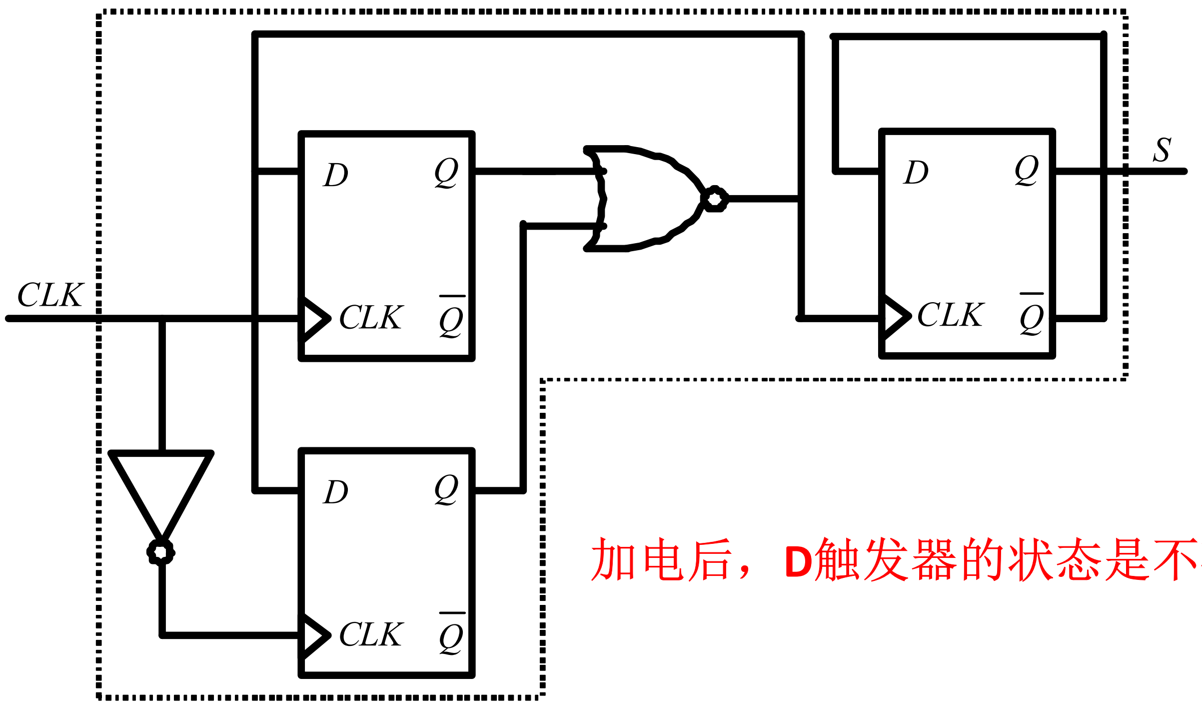
数到10则强制清零



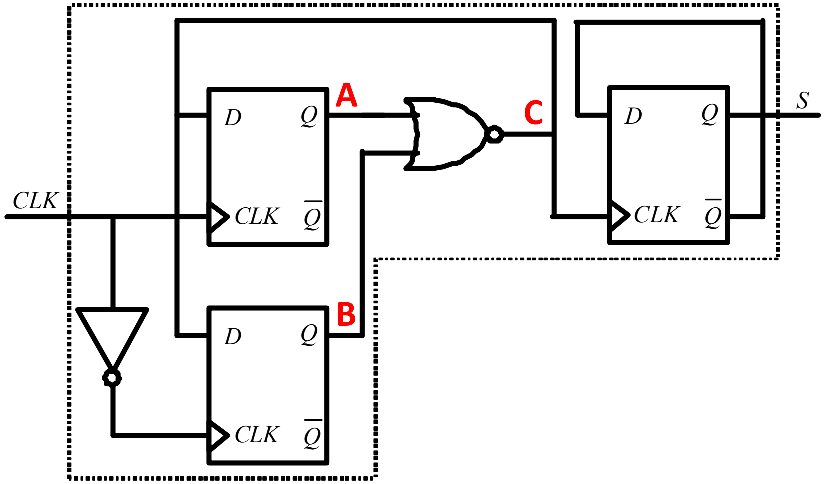
强制清零端

作业05 分析电路功能

- 试分析下面电路的功能，已知CLK为输入方波时钟信号，S为输出信号
  - D触发器初始状态任意，可以从000出发



加电后，D触发器的状态是不确定的！

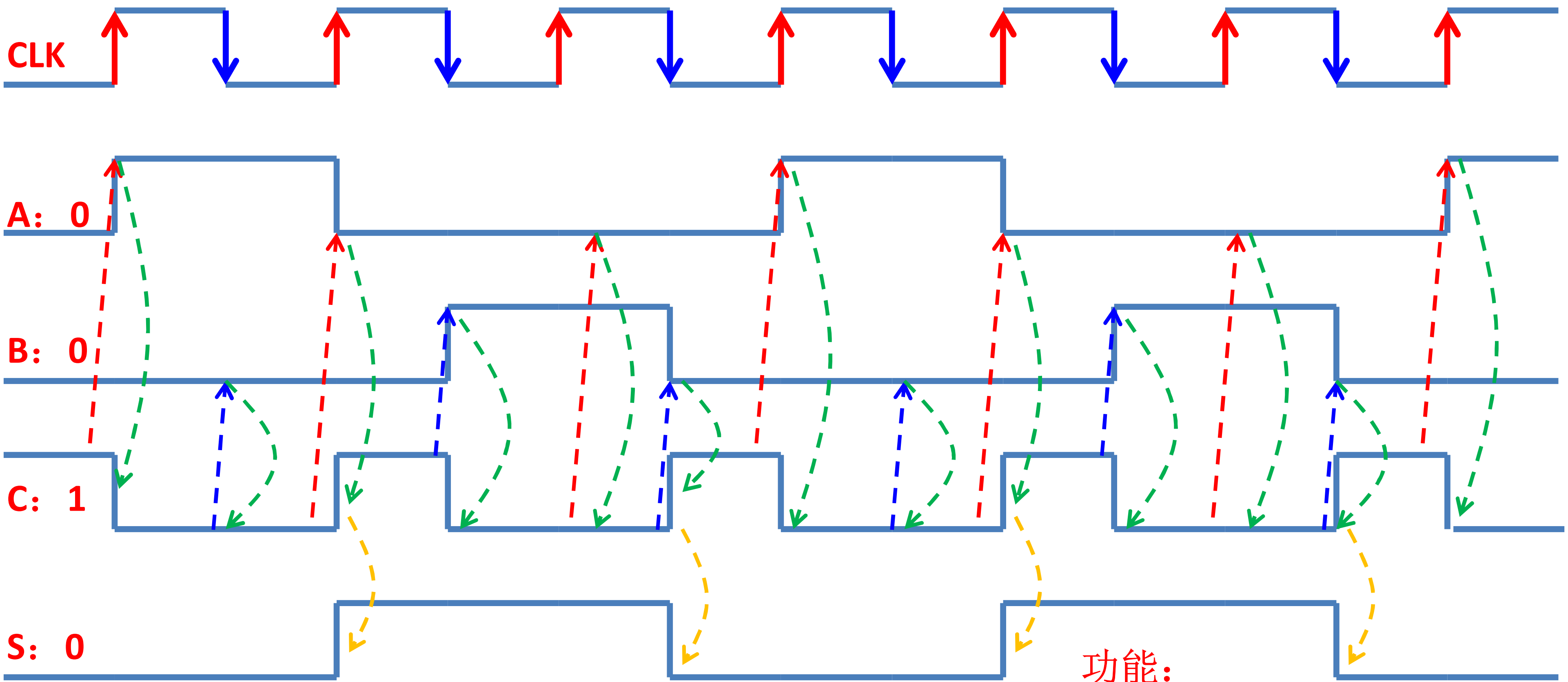


规则

CLK上升沿：C到A；B不变

CLK下降沿：C到B；A不变

C=(A+B)非，C上升沿，S非



功能：
三分频器

第8讲 LTI系统时域分析

作业1 一阶LTI系统的特征方程和特征根

- 一阶**RC**或一阶**RL**电路，其状态方程为

$$\frac{d}{dt}x(t)=-\frac{1}{\tau}x(t)+s(t) \qquad \tau=RC,GL$$

  - 分析其特征方程，特征根分别是什么？

一阶LTI系统的特征方程和特征根

$$\frac{d}{dt}x(t) = -\frac{1}{\tau}x(t) + s(t) \qquad \tau = RC, GL$$

$$\frac{d}{dt}x(t) = -\frac{1}{\tau}x(t)$$

从齐次方程看特征方程：齐次方程，零输入

特征根代表的是系统内部结构特征，和激励无关

$$x(t) = X_0 e^{\lambda t}$$

LTI系统的电路方程为常系数微分方程

常系数微分方程的解具有指数形态

$$X_0 \lambda e^{\lambda t} = -\frac{1}{\tau} X_0 e^{\lambda t}$$

$$\lambda = -\frac{1}{\tau}$$

特征方程和特征根

常系数微分方程的特征方程和特征根

LTI系统的电路方程为常系数微分方程

$$\sum_{k=0}^{n} a_k \frac{d^k i(t)}{dt^k} = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j v_S(t)}{dt^j}$$

齐次方程：零输入

$$\sum_{k=0}^{n} a_k \frac{d^k i(t)}{dt^k} = 0$$

常系数微分方程的解的形式具有指数形态 $i(t) = I_0 e^{\lambda t}$

$$\sum_{k=0}^{n} a_k \lambda^k I_0 e^{\lambda t} = 0$$

$$I_0 e^{\lambda t}\left(\sum_{k=0}^{n} a_k \lambda^k\right) = 0$$

$$\sum_{k=0}^{n} a_k \lambda^k = 0$$

特征方程为多项式方程

常系数微分方程的特征方程

n次多项式代数方程，有n个根

$$i(t) = i_\infty(t) + \sum_{k=1}^{n} I_{0k} e^{\lambda_k t}$$

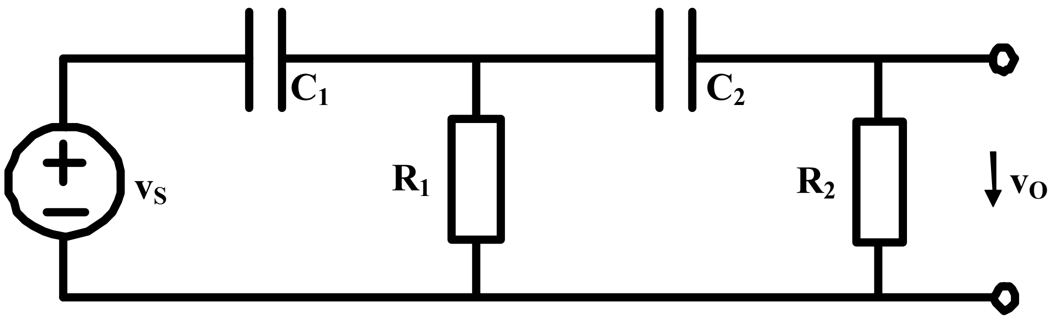
$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$$

$$\sum_{k=0}^{n} a_k \lambda_j^k = 0$$

特征根为多项式方程的根

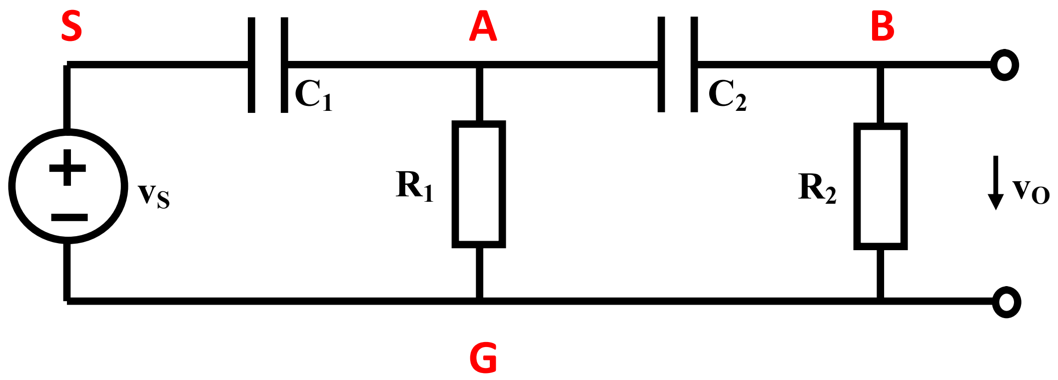
零输入响应和瞬态响应具有相同的指数衰减形态，系数I_{0k}由初值决定，而稳态响应$i_\infty(t)$则由系统结构和激励共同决定：这里假设激励为冲激、阶跃、正弦、方波，存在稳态响应

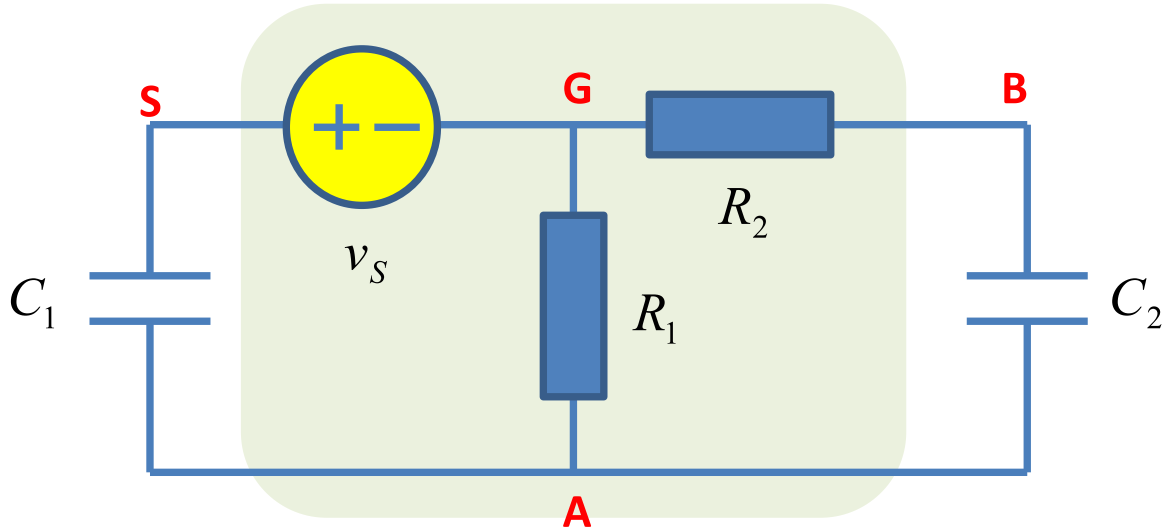
作业2 二阶RC高通滤波器



1、列写电路状态方程
2、列写以v_O为未知量的二阶微分方程
3、列写频域传递函数
4、从微分方程（或频域传递函数）说明关键参量：ξ，ω_0
5、假设两个电容初始电压均为0，激励源为阶跃信号源$v_S(t)=V_0U(t)$，用五要素法获得输出电压表达式（考察$R_1=R_2=R$，$C_1=C_2=C$的特殊情况）

列写状态方程的规范方法

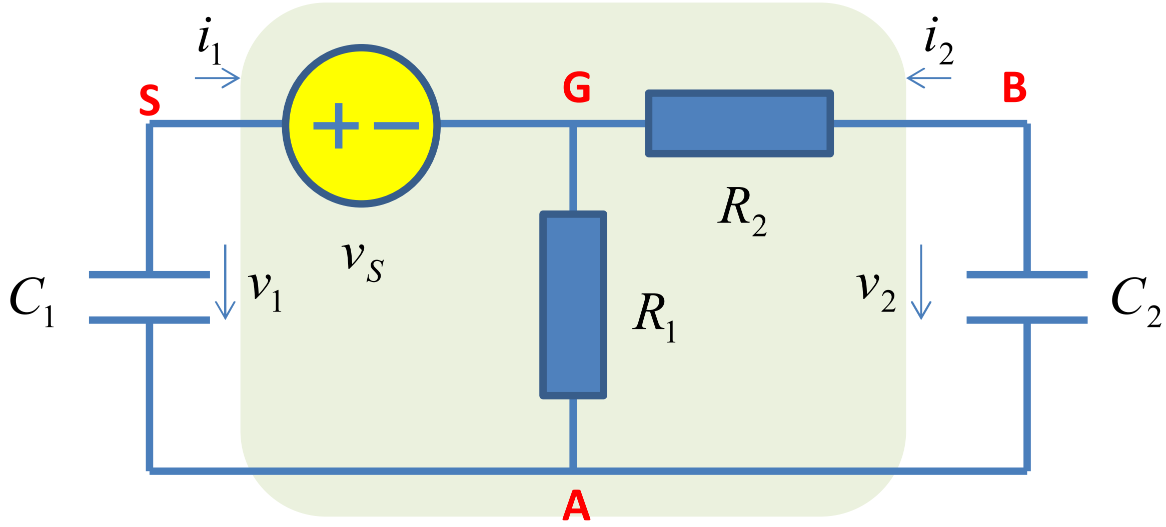




规范形态：阻性二端口网络的两个端口对接动态元件

或阻性二端口网络对接纯记忆元件构成的无损二端口网络

阻性二端口网络的y参量矩阵

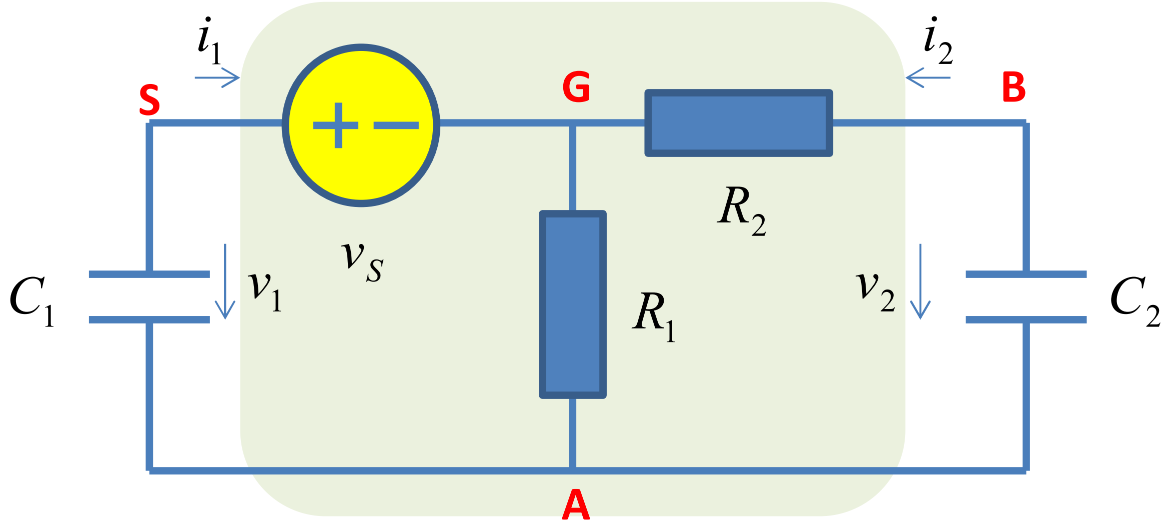


$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -G_1 - G_2 \\ G_2 \end{bmatrix} v_S$$

二端口线性阻性网络的诺顿等效端口描述方程

$$\mathbf{i} = \mathbf{y}\mathbf{v} + \mathbf{i}_N$$

外接动态元件也可视为二端口网络



$$\mathbf{i} = \mathbf{y}\mathbf{v} + \mathbf{i}_N$$ 线性二端口阻性网络

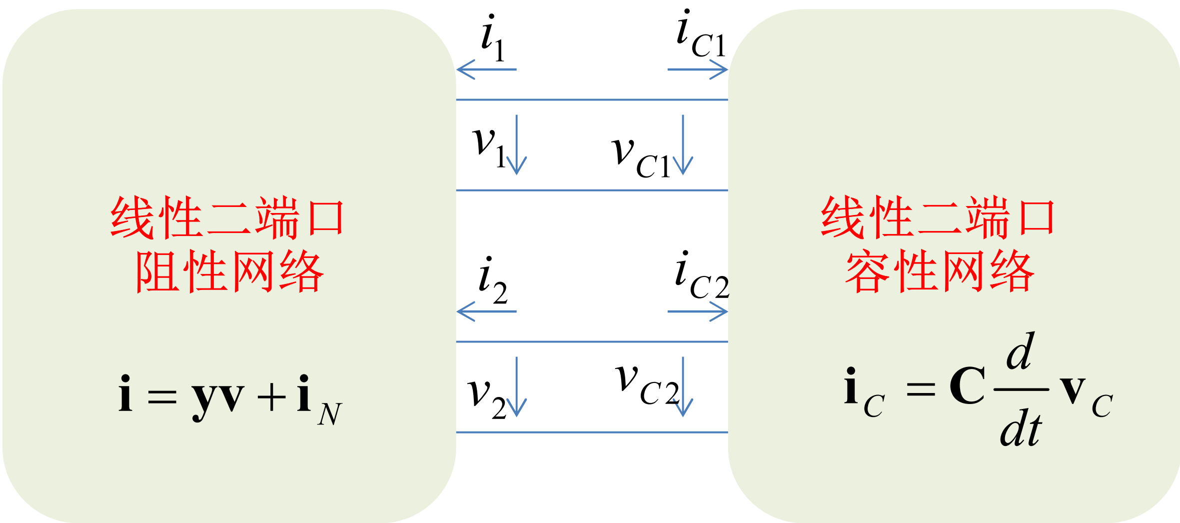
$$\begin{bmatrix} i_{C1} \\ i_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_C = \mathbf{C}\frac{d}{dt}\mathbf{v}_C$$ 线性二端口容性网络

两个端口无耦合的纯容网络：耦合电容为0

更一般的电路模型

纯无损记忆元件网络和阻性网络的对接



复杂的容性网络可以存在互容耦合

更一般的规范电路网络对接形态

$$\mathbf{C}\frac{d}{dt}\mathbf{v}_C=\mathbf{i}_C=-\mathbf{i}=-\mathbf{y}\mathbf{v}-\mathbf{i}_N=-\mathbf{y}\mathbf{v}_C-\mathbf{i}_N$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v}_C=-\mathbf{C}^{-1}\mathbf{y}\mathbf{v}_C-\mathbf{C}^{-1}\mathbf{i}_N$$

状态方程

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v}_C = -\mathbf{C}^{-1}\mathbf{y}\mathbf{v}_C - \mathbf{C}^{-1}\mathbf{i}_N$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_N = \begin{bmatrix} -G_1 - G_2 \\ G_2 \end{bmatrix} v_S$$

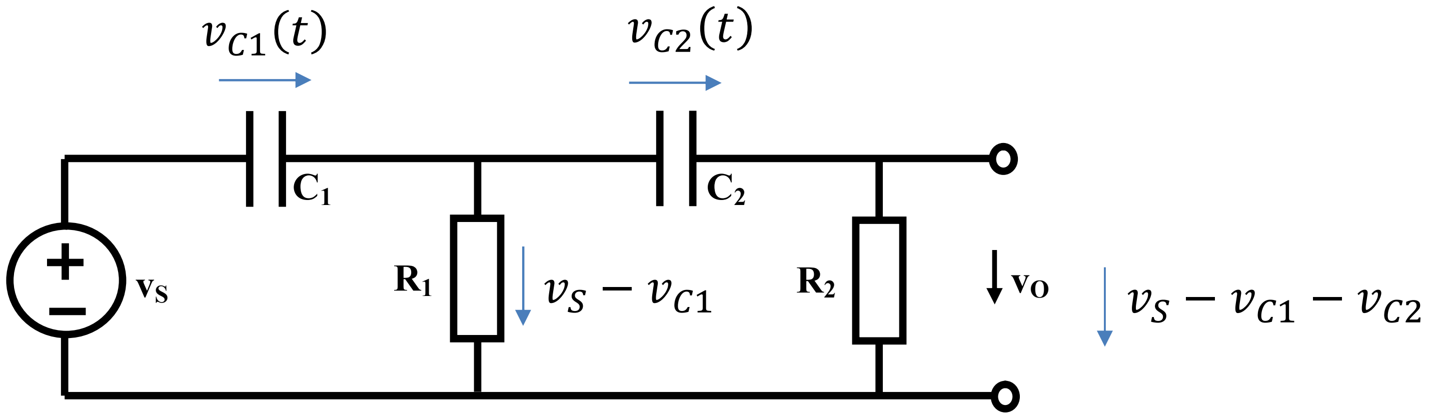
$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{G_1 + G_2}{C_1} & -\frac{G_2}{C_1} \\ -\frac{G_2}{C_2} & \frac{G_2}{C_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{G_1}{C_1} + \frac{G_2}{C_1} \\ -\frac{G_2}{C_2} \end{bmatrix} v_S$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} & -\frac{1}{R_2C_1} \\ -\frac{1}{R_2C_2} & \frac{1}{R_2C_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1C_1} + \frac{1}{R_2C_1} \\ -\frac{1}{R_2C_2} \end{bmatrix} v_S$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{s}$$

规范方法不是简单方法
规范方法仅是统一的数学表述手段



简单结构可直接用简单方法列写方程

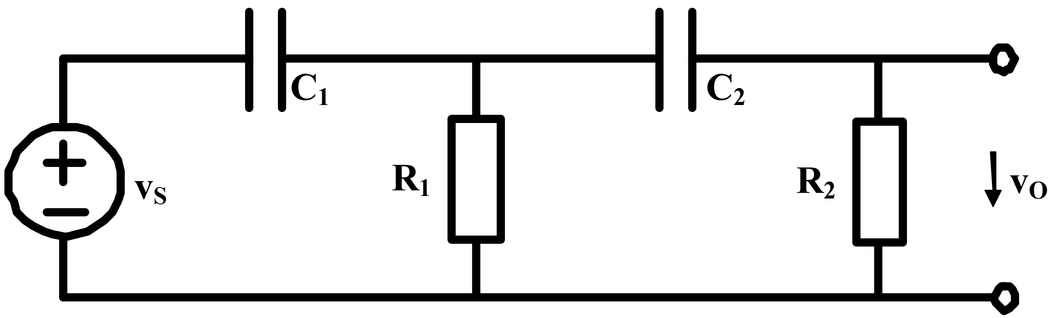
$$C_2\frac{dv_{C2}}{dt}=\frac{v_S-v_{C1}-v_{C2}}{R_2}$$

$$\frac{dv_{C2}}{dt}=\frac{v_S}{R_2C_2}-\frac{v_{C1}}{R_2C_2}-\frac{v_{C2}}{R_2C_2}$$

$$C_1\frac{dv_{C1}}{dt}=\frac{v_S-v_{C1}}{R_1}+\frac{v_S-v_{C1}-v_{C2}}{R_2}$$

$$\frac{dv_{C1}}{dt}=\frac{v_S}{R_1C_1}+\frac{v_S}{R_2C_1}-\frac{v_{C1}}{R_1C_1}-\frac{v_{C1}}{R_2C_1}-\frac{v_{C2}}{R_2C_1}$$

以vo为未知量的二阶微分方程

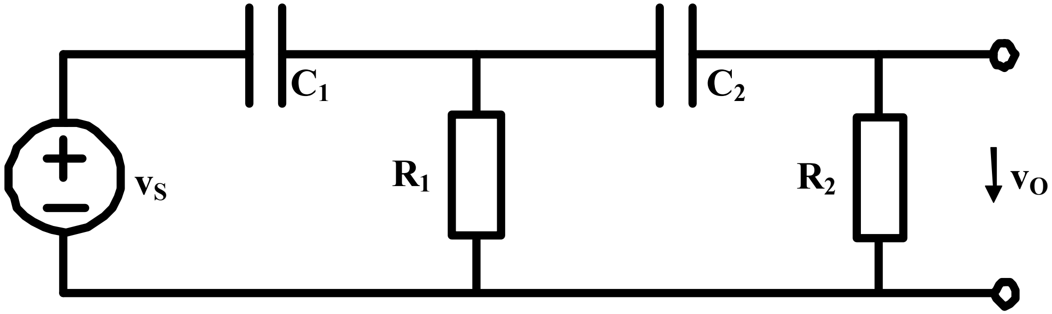


$$\mathbf{ABCD}=\begin{bmatrix}1 & \dfrac{1}{j\omega C_1}\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ G_1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \dfrac{1}{j\omega C_2}\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ G_2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1+\dfrac{1}{j\omega R_1C_1} & \dfrac{1}{j\omega C_1}\\ G_1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1+\dfrac{1}{j\omega R_2C_2} & \dfrac{1}{j\omega C_2}\\ G_2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\left(1+\dfrac{1}{j\omega R_1C_1}\right)\left(1+\dfrac{1}{j\omega R_2C_2}\right)+\dfrac{1}{j\omega C_1R_2} & \cdots\\ \cdots & \cdots\end{bmatrix}$$

哪个方法更顺手就用哪个
平常多练，找到顺手的方法



$$H(j\omega)=\frac{\dot{V}_O}{\dot{V}_S}=\frac{1}{A}=\frac{1}{\left(1+\frac{1}{j\omega R_1C_1}\right)\left(1+\frac{1}{j\omega R_2C_2}\right)+\frac{1}{j\omega C_1R_2}}$$

$$=\frac{sR_1C_1sR_2C_2}{(sR_1C_1+1)(sR_2C_2+1)+sR_1C_2}=\frac{s^2R_1C_1R_2C_2}{s^2R_1C_1R_2C_2+s(R_2C_2+R_1C_1+R_1C_2)+1}$$

$$=\frac{s^2}{s^2+s\frac{(R_2C_2+R_1C_1+R_1C_2)}{R_1C_1R_2C_2}+\frac{1}{R_1C_1R_2C_2}}=\frac{s^2}{s^2+2\xi\omega_0s+\omega_0^2}$$

典型的二阶高通滤波器传函形式

$$\omega_0^2=\frac{1}{R_1C_1R_2C_2}$$

$$2\xi\omega_0=\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_2}+\frac{1}{C_1R_2}$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$\xi=0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}}+\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right)$$

二阶**LTI**动态系统参量

由频域方程对应时域方程更简单

$$H(j\omega)=\frac{\dot{V}_O}{\dot{V}_S}=\frac{s^2R_1C_1R_2C_2}{s^2R_1C_1R_2C_2+s(R_2C_2+R_1C_1+R_1C_2)+1}$$

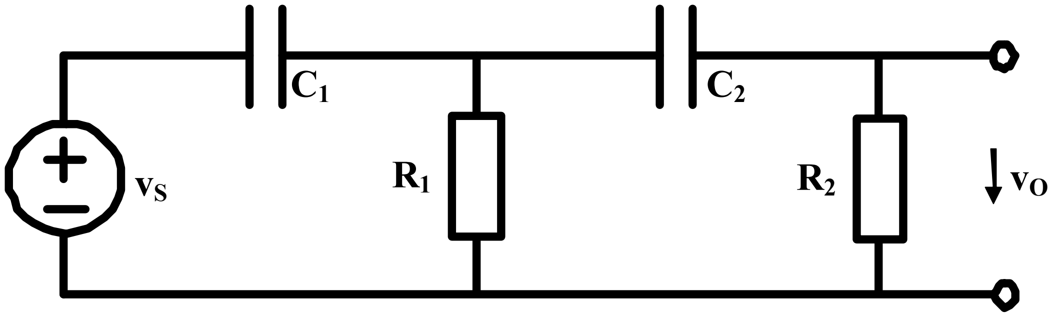
$$\left((j\omega)^2R_1C_1R_2C_2+(j\omega)(R_2C_2+R_1C_1+R_1C_2)+1\right)\dot{V}_O=(j\omega)^2R_1C_1R_2C_2\dot{V}_S$$

$$R_1C_1R_2C_2\frac{d^2}{dt^2}v_O(t)+(R_2C_2+R_1C_1+R_1C_2)\frac{d}{dt}v_O(t)+v_O(t)=R_1C_1R_2C_2\frac{d^2}{dt^2}v_S(t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}v_O(t)+\left(\frac{1}{R_1C_1}+\frac{1}{R_2C_2}+\frac{1}{C_1R_2}\right)\frac{d}{dt}v_O(t)+\frac{1}{R_1C_1R_2C_2}v_O(t)=\frac{d^2}{dt^2}v_S(t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}v_O(t)+2\xi\omega_0\frac{d}{dt}v_O(t)+\omega_0^2v_O(t)=\frac{d^2}{dt^2}v_S(t)$$

系统特征参量



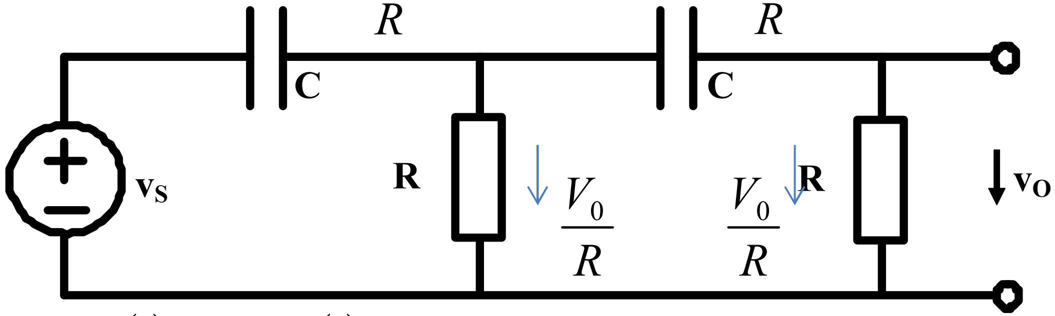
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$\xi = 0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) \geq 0.5\left(2 + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right) = 1 + 0.5\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}} > 1$$

只能是过阻尼：电路中只有线性**RC**无源元件

要想实现欠阻尼，电路中需要负阻、或含正反馈环路的受控源元件（等效电感）

特殊情况：$R_1=R_2=R, C_1=C_2=C$



$$2\frac{V_0}{R} \qquad \frac{V_0}{R} \qquad \frac{V_0}{R} \qquad \frac{V_0}{R}$$

$$v_S(t)=V_0\cdot U(t)$$

$$v_{O\infty}(t)=0$$

$$v_O(0^+)=V_0$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}=\frac{1}{RC}$$

$$\xi=0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}}+\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right)=1.5$$

$$\frac{d}{dt}v_O(0^+)=\frac{d}{dt}v_S(0^+)-\frac{d}{dt}v_{C1}(0^+)-\frac{d}{dt}v_{C2}(0^+)$$

$$=0-\frac{1}{C_1}i_{C1}(0^+)-\frac{1}{C_2}i_{C2}(0^+)$$

$$=-\frac{1}{C}2\frac{V_0}{R}-\frac{1}{C}\frac{V_0}{R}=-3\frac{V_0}{RC}=-3\omega_0V_0$$

$$v_O(t)=v_{O\infty}(t)+(V_{O0}-V_{O\infty0})e^{-\xi\omega_0t}\cosh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0t+\left(\frac{\dot{V}_{O0}-\dot{V}_{O\infty0}}{\xi\omega_0}+V_{O0}-V_{O\infty0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}e^{-\xi\omega_0t}\sinh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0t$$

$$=V_0e^{-\xi\omega_0t}\cosh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0t-V_0\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}e^{-\xi\omega_0t}\sinh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0t$$

五要素法获得的阶跃响应

$$v_O(t)=V_0e^{-\xi\omega_0 t}\cosh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t-V_0\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}e^{-\xi\omega_0 t}\sinh\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t$$

$$=V_0e^{-\xi\omega_0 t}\frac{e^{\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t}+e^{-\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t}}{2}-V_0\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}e^{-\xi\omega_0 t}\frac{e^{\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t}-e^{-\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t}}{2}$$

$$=V_0\frac{1}{2}\left(1-\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right)e^{-\xi\omega_0 t+\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t}+V_0\frac{1}{2}\left(1+\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}}\right)e^{-\xi\omega_0 t-\sqrt{\xi^2-1}\omega_0 t}$$

$$=-0.1708V_0e^{-\frac{t}{2.618RC}}+1.1708V_0e^{-\frac{t}{0.382RC}}$$

长寿命项　　　　短寿命项

$$\omega_0=\frac{1}{RC}$$

$$\xi=1.5$$

时频对应

$$H(s)=\frac{s^2}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}=\frac{s^2}{s^2+3\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$\frac{1}{s}H(s)=\frac{s}{s^2+3\omega_0 s+\omega_0^2}=\frac{s}{\left(s+\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)\left(s+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)}$$

$$=\frac{a_1}{s+\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0}+\frac{a_2}{s+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0}=\frac{a_1}{s+\frac{1}{2.618RC}}+\frac{a_2}{s+\frac{1}{0.382RC}}$$

$$=\frac{a_1\left(s+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)+a_2\left(s+\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)}{\left(s+\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)\left(s+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)}$$

$$=\frac{(a_1+a_2)s+a_1\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0+a_2\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0}{\left(s+\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)\left(s+\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0\right)}$$

$$a_1+a_2=1$$

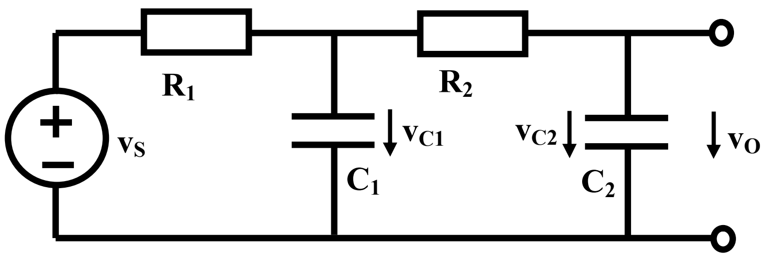
$$a_1\frac{3+\sqrt{5}}{2}\omega_0+a_2\frac{3-\sqrt{5}}{2}\omega_0=0$$

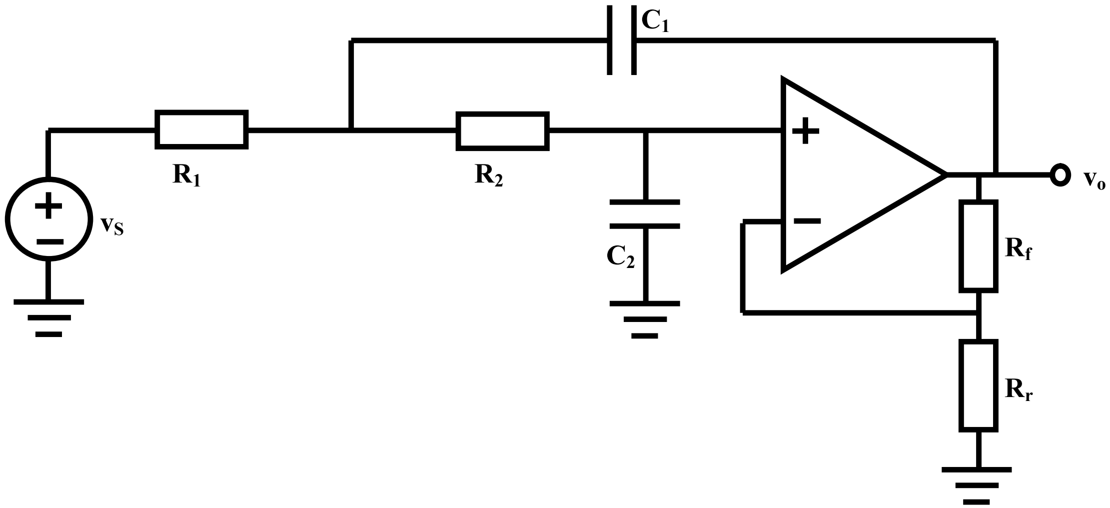
$$a_1=\frac{5-3\sqrt{5}}{10}=-0.1708$$

$$a_2=\frac{5+3\sqrt{5}}{10}=1.1708$$

$$v_O(t)=-0.1708V_0 e^{-\frac{t}{2.618RC}}U(t)+1.1708V_0 e^{-\frac{t}{0.382RC}}U(t)$$

作业3 二阶RC低通滤波器





1、用任意方法确定本二阶系统的关键参量：ξ，ω_0

2、说明二阶无源低通**RC**滤波器的ξ**>1**（过阻尼：不可能形成振荡）

3、为了实现欠阻尼的二阶低通滤波器，采用正反馈，原则上正反馈导致的负阻可抵偿正阻，从而实现欠阻尼：假设**R1=R2**，**C1=C2**，说明无源**RC**滤波器的ξ大小，如果希望获得ξ**=0.707**的欠阻尼应用，R_f、R_r如何取值？

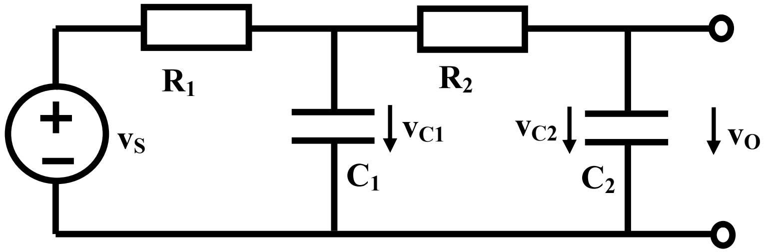
4、此时输入加阶跃激励，$v_S(t)=V_0U(t)$，求阶跃响应。假设运放为理想运放。

确定系统参量

$$\mathbf{ABCD}=\begin{bmatrix}1 & R_1\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\j\omega C_1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & R_2\\0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\j\omega C_2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1+j\omega R_1C_1 & R_1\\j\omega C_1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1+j\omega R_2C_2 & R_2\\j\omega C_2 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}(1+j\omega R_1C_1)(1+j\omega R_2C_2)+j\omega R_1C_2 & \cdots\\ \cdots & \cdots\end{bmatrix}$$



$$\frac{\dot V_O}{\dot V_S}=\frac{1}{A}=\frac{1}{(1+j\omega R_1C_1)(1+j\omega R_2C_2)+j\omega R_1C_2}$$

$$H(s)=\frac{1}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)+sR_1C_2}$$

$$=\frac{1}{s^2R_1C_1R_2C_2+s(R_1C_1+R_2C_2+R_1C_2)+1}$$

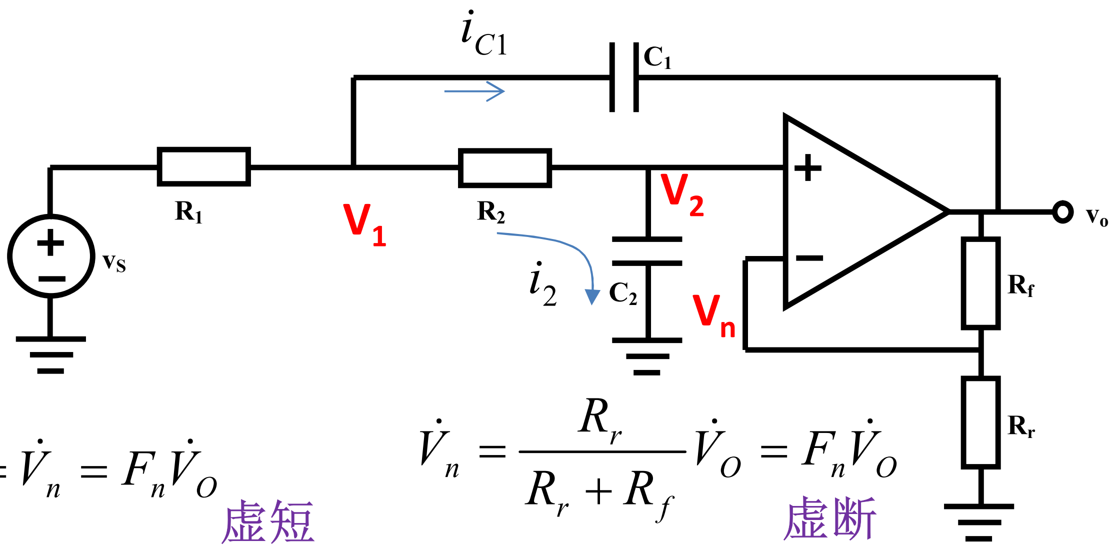
$$=\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+2\xi\frac{s}{\omega_0}+1}$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$\xi=0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}}+\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right)$$

$$\geq 0.5\left(2+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right)=1+0.5\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}>1$$

有源RC低通滤波器



我们设计滤波器，肯定不会让正反馈大于负反馈，否则就会出现振荡不稳定现象

$$\dot V_2=\dot V_n=F_n\dot V_O$$ 虚短

$$\dot V_n=\frac{R_r}{R_r+R_f}\dot V_O=F_n\dot V_O$$ 虚断

$$\dot I_2=j\omega C_2\dot V_2=j\omega C_2F\dot V_O$$ 虚断

$$\dot V_1=\dot V_2+\dot I_2R_2=F_n\dot V_O+j\omega R_2C_2F_n\dot V_O=\left(1+j\omega R_2C_2\right)F\dot V_O$$

$$\dot I_{C1}=j\omega C_1\left(\dot V_1-\dot V_o\right)=j\omega C_1\dot V_O\left(\left(1+j\omega R_2C_2\right)F_n-1\right)$$

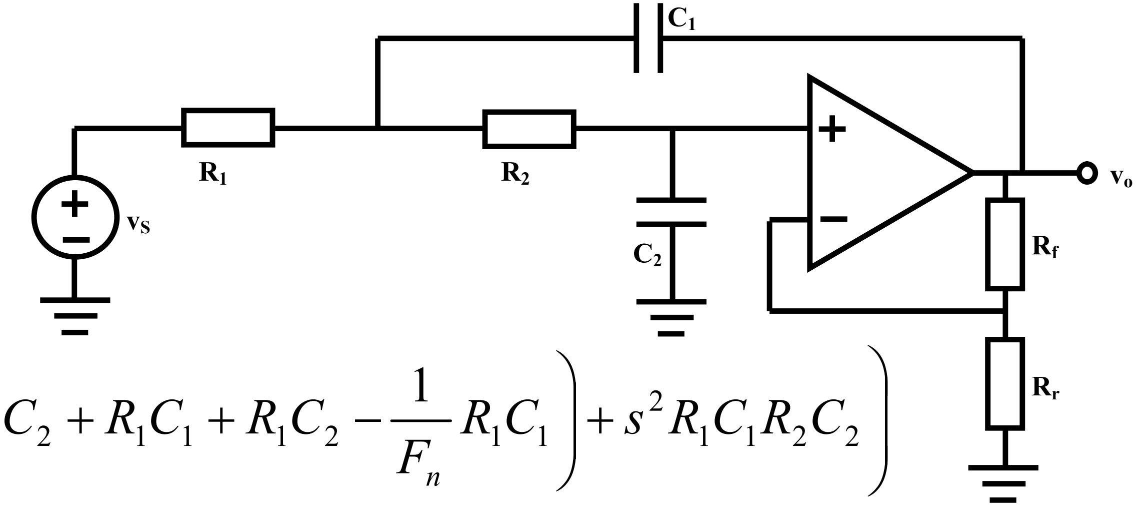
$$\dot V_S=\dot V_1+\left(\dot I_{C1}+\dot I_2\right)R_1=\left(1+j\omega R_2C_2\right)F_n\dot V_O+\left(j\omega C_1\dot V_O\left(\left(1+j\omega R_2C_2\right)F_n-1\right)+j\omega C_2F_n\dot V_O\right)R_1$$

$$=F\dot V_O\left(1+j\omega R_2C_2+j\omega R_1C_1+j\omega R_1C_1j\omega R_2C_2-\frac{j\omega R_1C_1}{F_n}+j\omega R_1C_2\right)$$

$$=F\dot V_O\left(1+s\left(R_2C_2+R_1C_1+R_1C_2-\frac{1}{F_n}R_1C_1\right)+s^2R_1C_1R_2C_2\right)$$

假设Vo已知，倒推出Vs

系统传函



$$\dot{V}_S = F_n \dot{V}_O \left(1 + s\left(R_2C_2 + R_1C_1 + R_1C_2 - \frac{1}{F_n}R_1C_1\right) + s^2R_1C_1R_2C_2\right)$$

$$H(s)_{s=j\omega} = \frac{\dot{V}_O}{\dot{V}_S} = \frac{1}{F_n}\frac{1}{1 + s\left(R_2C_2 + R_1C_1 + R_1C_2 - \frac{1}{F_n}R_1C_1\right) + s^2R_1C_1R_2C_2}$$

$$= H_0 \frac{1}{1 + 2\xi\frac{s}{\omega_0} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

$$H_0 = \frac{1}{F_n}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$\xi = 0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}} - \frac{1}{F_n}\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$$

正反馈导致的负阻效应部分抵偿
了正阻效应，形成欠阻尼的谐振

$$H(s)=\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2+2\xi\frac{s}{\omega_0}+1}$$

无源与有源

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$\xi=0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}}+\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right)$$

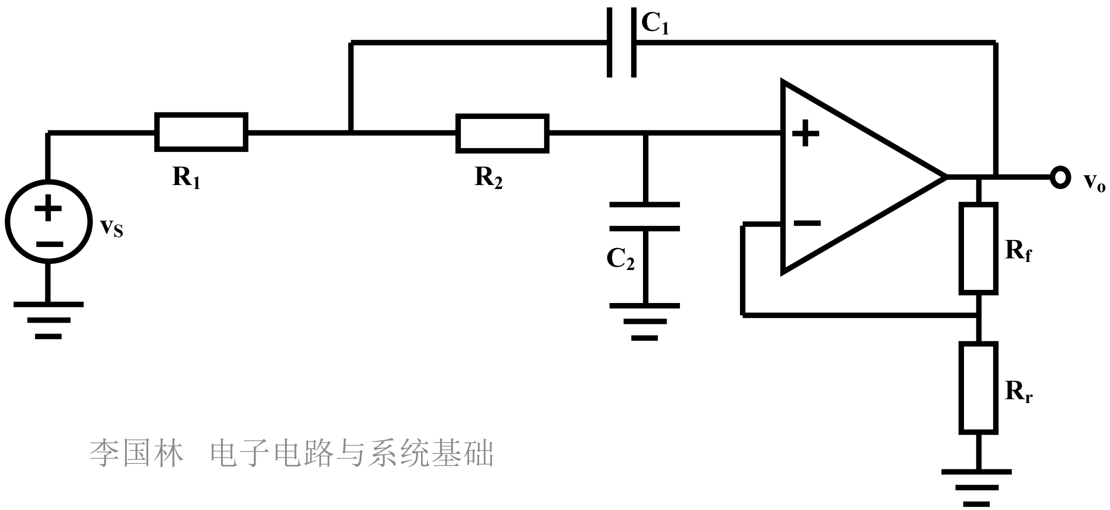
$$\geq 0.5\left(2+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}\right)=1+0.5\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}>1$$

$$H(s)=\frac{1}{F_n}\frac{1}{1+2\xi\frac{s}{\omega_0}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

直流增益：为同相放大倍数
负反馈网络决定的放大倍数

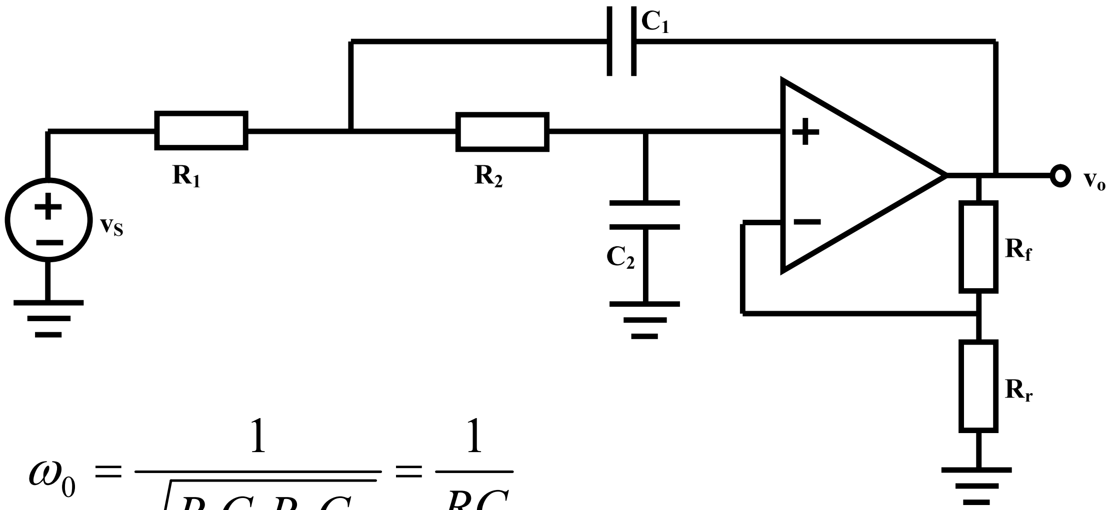
$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

$$\xi=0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}}+\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}+\sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}}-\frac{1}{F_n}\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$$



同时存在正反馈回路
低频时，正反馈回路被**C1**开路中断，不起作用；
高频时，正反馈回路被**C2**短路中断，不起作用
ω_0频点附近，两个电容电抗和电阻阻值相当，正反馈起作用，形成负阻效应，抵偿正阻，形成谐振峰，对应阻尼系数降低

特殊情况：R1=R2=R,C1=C2=C,ξ=0.707



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1C_1R_2C_2}} = \frac{1}{RC}$$

$$\xi = 0.5\left(\sqrt{\frac{R_2C_2}{R_1C_1}} + \sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} + \sqrt{\frac{R_1C_2}{R_2C_1}} - \frac{1}{F_n}\sqrt{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right)$$

$$= 0.5\left(3 - \frac{1}{F_n}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$F_n = \frac{1}{3-\sqrt{2}} = 0.631 = \frac{R_r}{R_r + R_f}$$

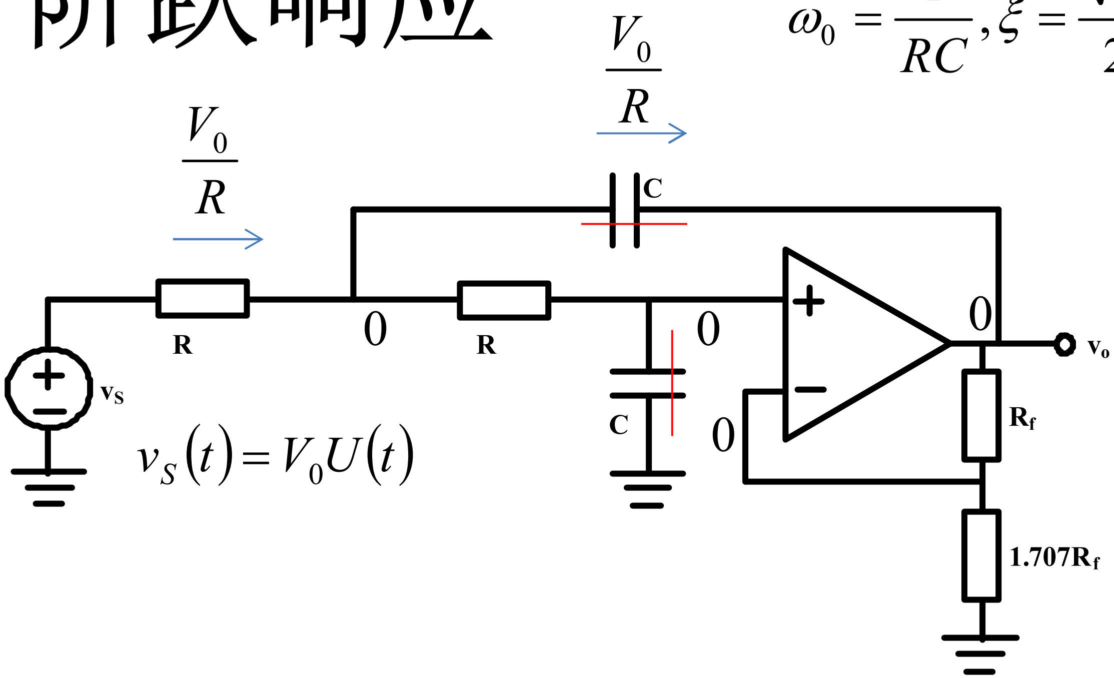
$$\frac{R_r}{R_f} = 1.707$$

$$H(s) = \frac{1}{F_n}\frac{1}{1+2\xi\frac{s}{\omega_0}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

$$= 1.586\frac{1}{1+1.414\frac{s}{\omega_0}+\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

具有最大幅度平坦特性

阶跃响应



$v_S(t)=V_0U(t)$

$$\omega_0=\frac{1}{RC},\xi=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$v_{o\infty}(t)=V_0\frac{1}{F}=1.586V_0$$

$$v_o(0^+)=0$$

$$\frac{d}{dt}v_o(0^+)=\frac{1}{F}\frac{d}{dt}v_n(0^+)$$
$$=\frac{1}{F}\frac{d}{dt}v_p(0^+)=\frac{1}{F}\frac{d}{dt}v_{C2}(0^+)$$
$$=\frac{1}{F}\frac{i_{C2}(0^+)}{C_2}=0$$

$$v_o(t)=v_{o\infty}(t)+(V_{o0}-V_{o\infty0})e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t+\left(\frac{\dot{V}_{o0}-\dot{V}_{o\infty0}}{\xi\omega_0}+V_{o0}-V_{o\infty0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t$$
$$=\frac{1}{F}V_0\left(1-e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t\right)$$
$$=\frac{1}{F}V_0\left(1-\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t+\arctan\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)=1.586V_0\left(1-1.414e^{-\frac{t}{1.414RC}}\sin\left(0.707\frac{t}{RC}+\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$(t\geq 0)$

时频对应

$$\frac{1}{s}H(s)=\frac{1}{F}\frac{1}{s}\frac{\omega_0^2}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}$$

$$=\frac{1}{F}\left(\frac{a_0}{s}+a_1\frac{s+\xi\omega_0}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}+a_2\frac{\omega_0}{s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2}\right)$$

$$=\frac{1}{F}\left(\frac{a_0\left(s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2\right)+a_1\left(s+\xi\omega_0\right)s+a_2\omega_0 s}{s\left(s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2\right)}\right)$$

$$=\frac{1}{F}\left(\frac{s^2\left(a_0+a_1\right)+s\left(2\xi\omega_0 a_0+\xi\omega_0 a_1+\omega_0 a_2\right)+a_0\omega_0^2}{s\left(s^2+2\xi\omega_0 s+\omega_0^2\right)}\right)$$

$$a_0\omega_0^2=\omega_0^2$$

$$2\xi\omega_0 a_0+\xi\omega_0 a_1+\omega_0 a_2=0$$

$$a_0+a_1=0$$

$$a_0=1$$

$$a_1=-a_0=-1$$

$$a_2=-2\xi a_0-\xi a_1=-\xi$$

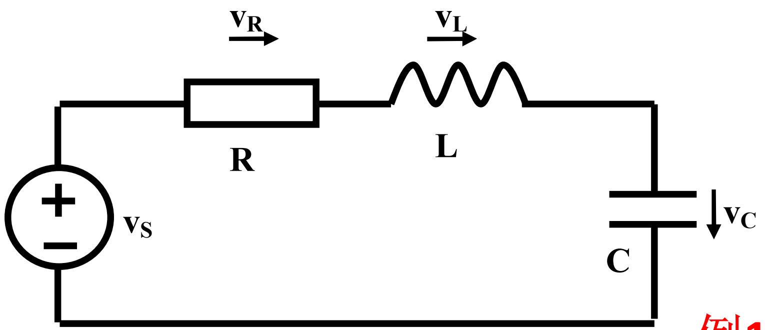
$$g(t)=\frac{1}{F}\left(a_0+a_1 e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+a_2\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)U(t)$$

$$=\frac{1}{F}\left(1-e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)U(t)$$

$$=1.586\left(1-1.414e^{-\frac{t}{1.414RC}}\sin\left(0.707\frac{t}{RC}+\frac{\pi}{4}\right)\right)U(t)$$

时频对应法（拉普拉斯变换方法）是纯数学过程，…

作业4：RLC串联谐振电路：正弦激励



$v_S(t) = V_{S0}\sin\omega t$

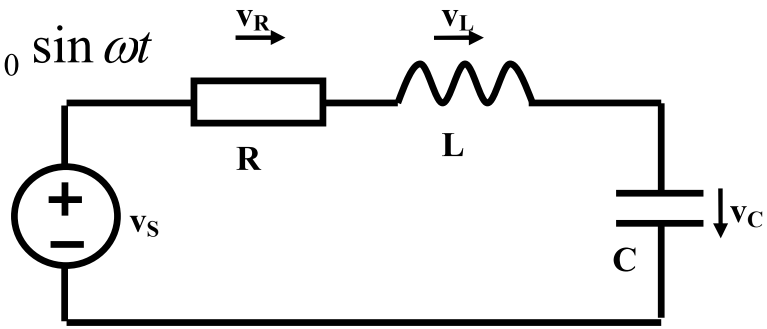
五要素法：
正弦稳态响应采用相量法求解获得

例**10.1.7**的一部分

- 求图示**RLC**串联谐振回路的零状态响应，其中v_C为输出变量，激励电压源为正弦波电压，$v_S(t)=V_{S0}\sin\omega t$。数值计算时，取$R=20\Omega$，$L=4\mu H$，$C=100pF$，$V_{S0}=1V$，$\omega=0.1\omega_0$，其中$\omega_0$为**RLC**谐振回路的自由振荡频率

例10.7

$$v_S(t)=V_{S0}\sin\omega t$$



五要素法

简单谐振结构，系统参量直接给出

R=20Ω，L=4μH，C=100pF，
V_{S0}=1V，ω=0.1ω_0，零状态

$$\xi=\frac{R}{2Z_0}=\frac{R}{2\sqrt{L/C}}=\frac{20}{2\times\sqrt{4\mu/100p}}=\frac{20}{2\times 200}=0.05$$

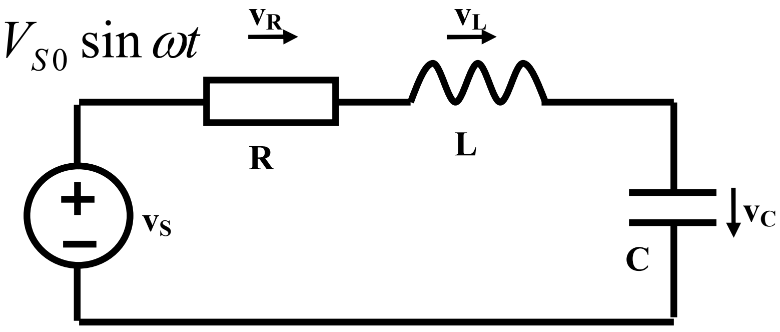
$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{4\mu\times 100p}}=50\times 10^6\ rad/s$$

$$V_0=v_C\left(0^+\right)=v_C\left(0^-\right)=0$$ 电容电压不能突变

$$\dot{V}_0=\frac{dv_C\left(0^+\right)}{dt}=\frac{i_C\left(0^+\right)}{C}=\frac{i_L\left(0^+\right)}{C}=\frac{i_L\left(0^-\right)}{C}=0$$ 电感电流不能突变

稳态响应：正弦激励相量法求解

$v_S(t) = V_{S0}\sin\omega t$



R=20Ω，L=4μH，C=100pF，
V_{S0}=1V，ω=0.1ω_0， ω_0， 10ω_0，

$$\frac{\dot V_C}{\dot V_S} = \frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + 2\xi\dfrac{s}{\omega_0} + \left(\dfrac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + j2\xi\dfrac{\omega}{\omega_0}} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \begin{cases} 1.01 \\ 10 \\ 0.01 \end{cases}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\frac{2\xi\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \begin{cases} -0.58^\circ & \omega = 0.1\omega_0 \\ -90^\circ & \omega = \omega_0 \\ -179.42^\circ & \omega = 10\omega_0 \end{cases}$$

$$v_{C,\infty}(t) = V_{S0}A(\omega)\sin(\omega t + \varphi(\omega)) = \begin{cases} 1.01\sin(0.1\omega_0 t - 0.58^\circ) & \omega = 0.1\omega_0 \\ 10\sin(\omega_0 t - 90^\circ) & \omega = \omega_0 \\ 0.01\sin(10\omega_0 t - 179.42^\circ) & \omega = 10\omega_0 \end{cases}$$

五要素法

$$v_C(t)=v_{C\infty}(t)+(V_{C0}-V_{C\infty0})e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+\left(\frac{\dot V_{C0}-\dot V_{C\infty0}}{\xi\omega_0}+V_{C0}-V_{C\infty0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t$$

$$v_C(t)=V_{S0}A(\omega)\sin(\omega t+\varphi(\omega))-V_{S0}A(\omega)\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\left[\begin{array}{l}\sqrt{1-\xi^2}\sin\varphi(\omega)\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)\\+\left(\xi\sin\varphi(\omega)+\dfrac{\omega}{\omega_0}\cos\varphi(\omega)\right)\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)\end{array}\right]$$

$$v_C(t)=\begin{cases}1.01\sin(5\times10^6 t-0.58°)+0.1011e^{-\frac{t}{0.4\times10^{-6}}}\sin(49.937\times10^6 t+174.21°) & \omega=0.1\omega_0\\ -10\cos(50\times10^6 t)+10.0125e^{-\frac{t}{0.4\times10^{-6}}}\sin(49.937\times10^6 t+87.134°) & \omega=\omega_0\\ 0.01\sin(500\times10^6 t-179.42°)+0.1011e^{-\frac{t}{0.4\times10^{-6}}}\sin(49.937\times10^6 t+0.0578°) & \omega=10\omega_0\end{cases}$$

激励导致的系统行为

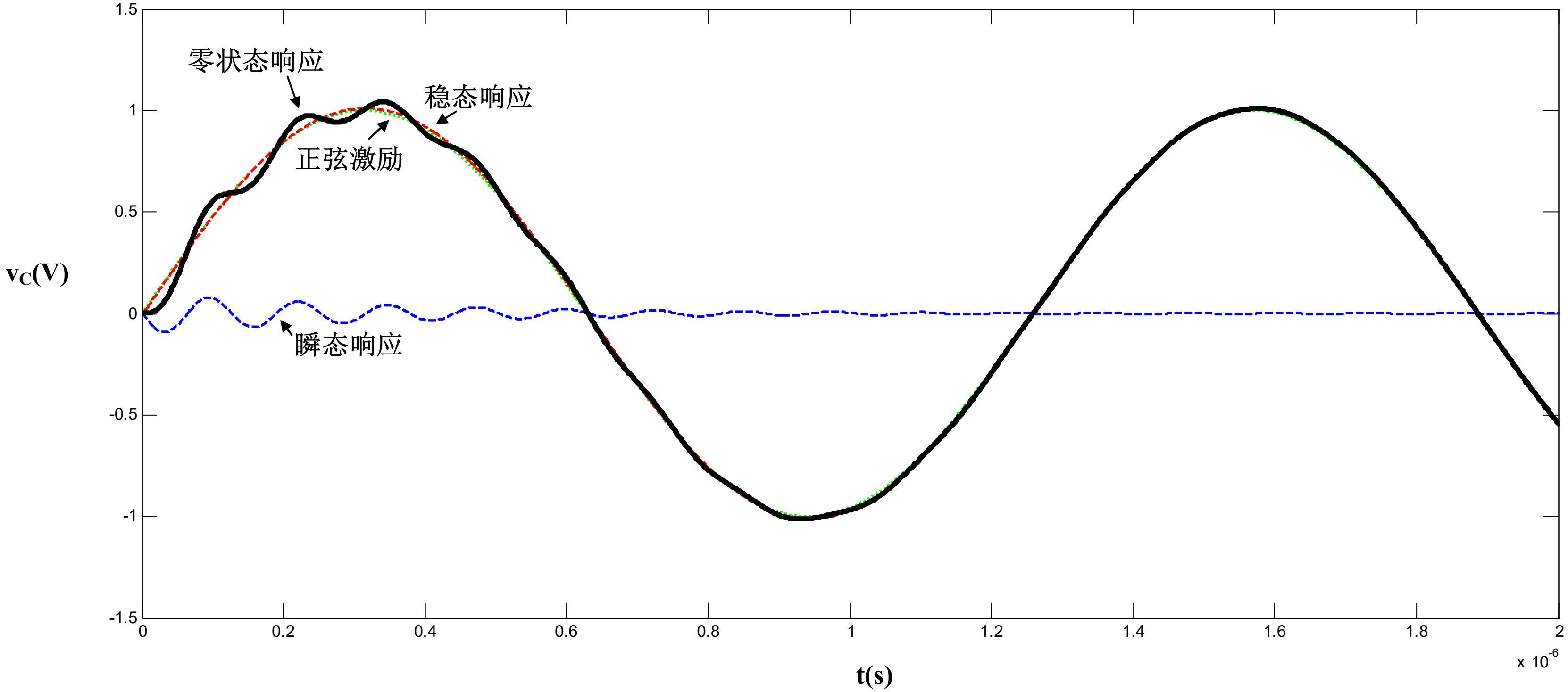
系统自身的属性决定的系统行为模式

大小由激励决定

大小和激励、初值均有关

输入频率<<自由振荡频率

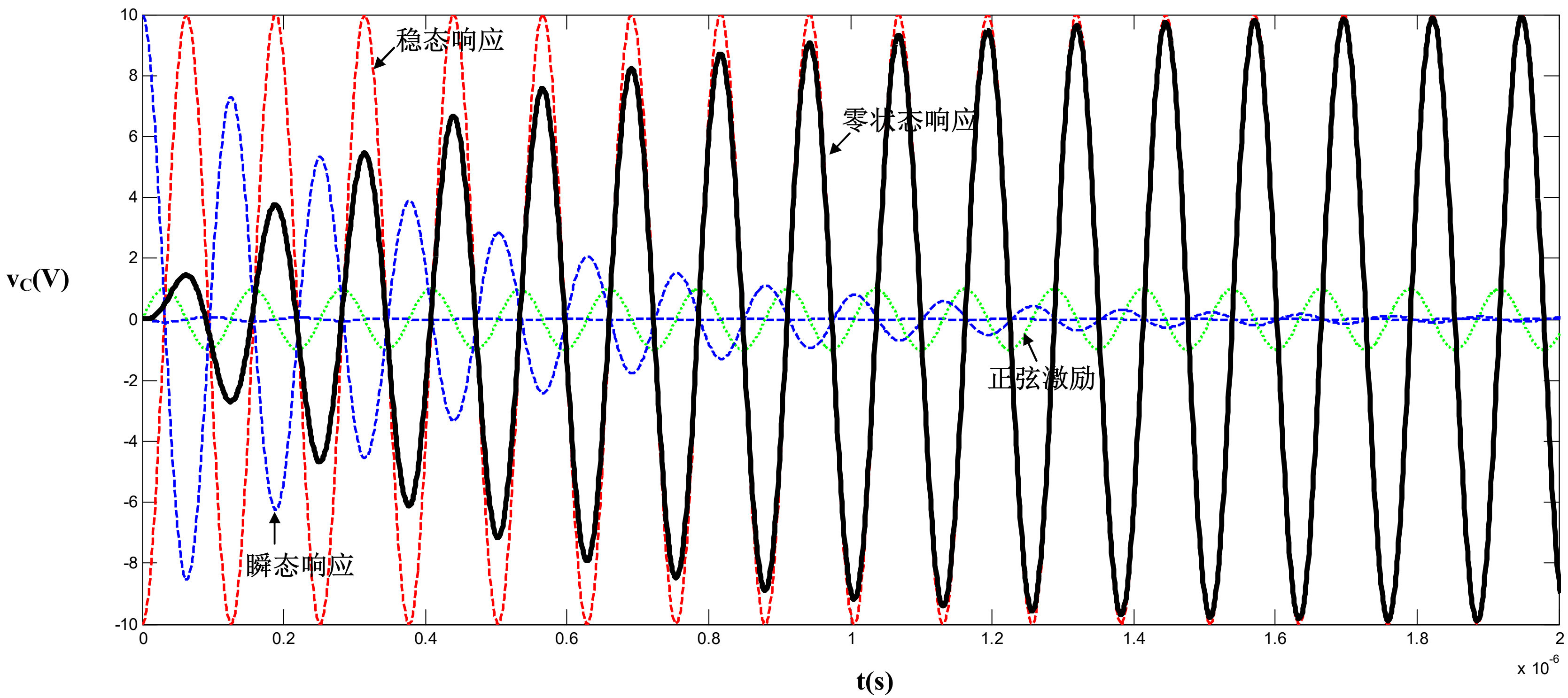
$$v_C(t)=1.01\sin\left(5\times10^6 t-0.58°\right)+0.1011e^{-\frac{t}{0.4\times10^{-6}}}\sin\left(49.937\times10^6 t+174.21°\right) \qquad \omega=0.1\omega_0$$



信号频率位于通带之内，系统很快稳定，输出很快成为稳态响应
很快：和输入信号的时间尺度对比，很快

输入频率=自由振荡频率

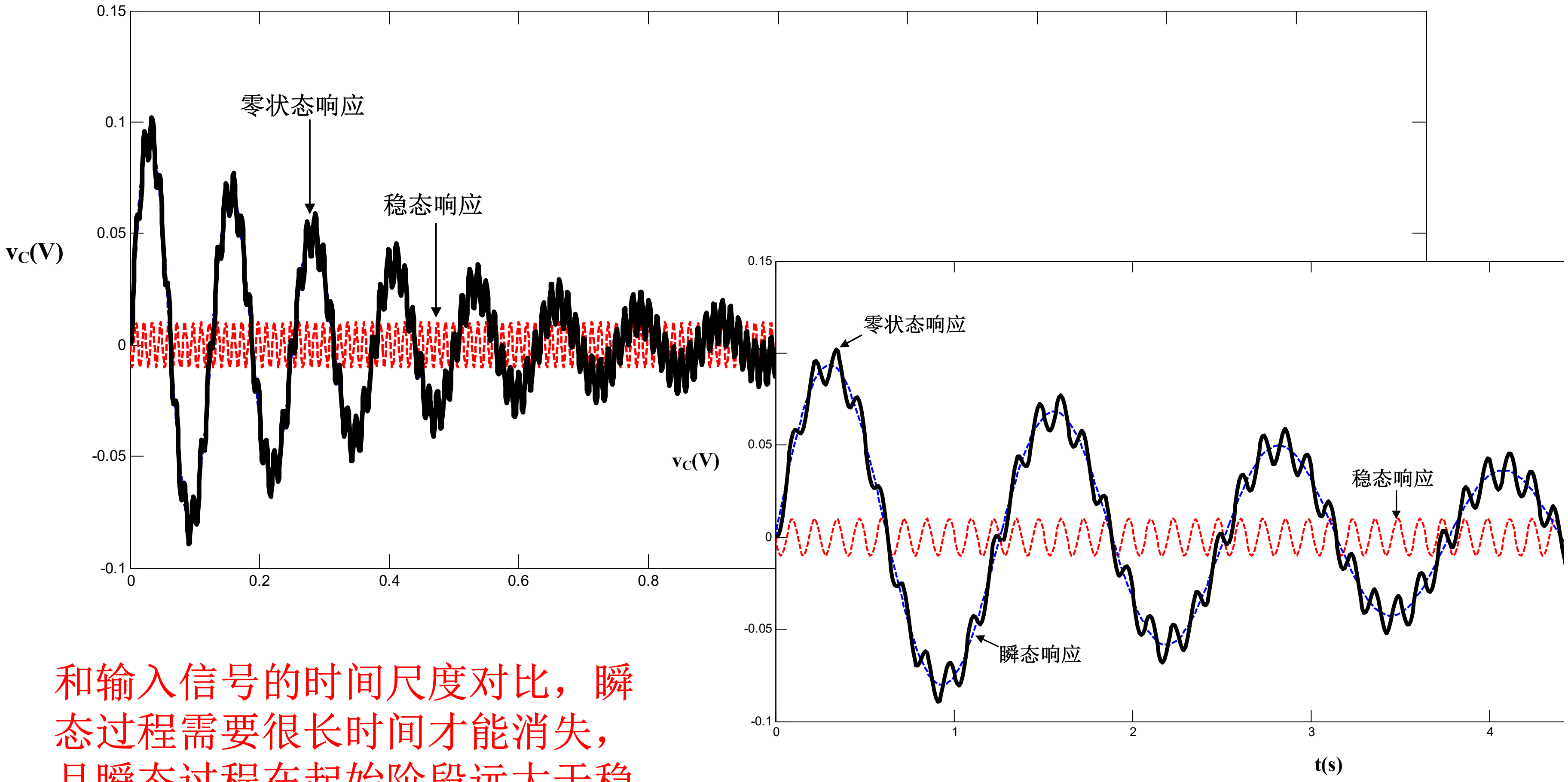
$$v_C(t) = -10\cos\left(50\times10^6 t\right) + 10.0125 e^{-\frac{t}{0.4\times10^{-6}}}\sin\left(49.937\times10^6 t + 87.134^\circ\right) \qquad \omega = \omega_0$$



电容充电过程结束后，电容电能和电感磁能相互转换，串联谐振为电压谐振，电容电压是输入电压的**Q**倍（**10**倍），同时滞后输入电压**90°**

输入频率>>自由振荡频率

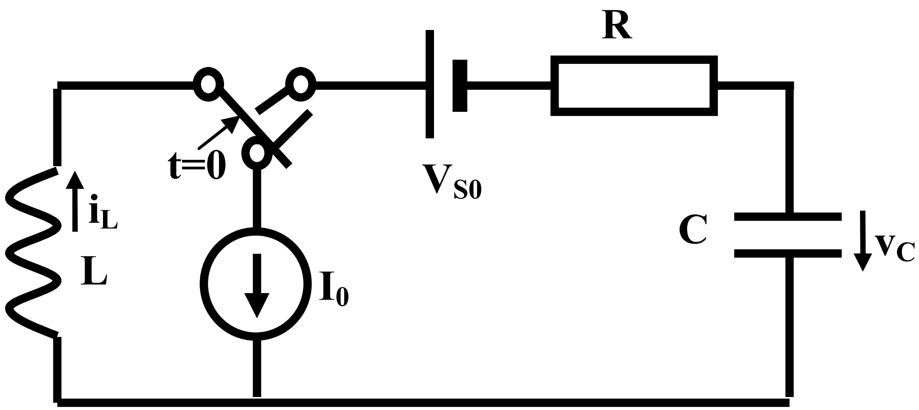
$$v_C(t)=0.01\sin\left(500\times10^6 t-179.42°\right)+0.1011e^{-\frac{t}{0.4\times10^{-6}}}\sin\left(49.937\times10^6 t+0.0578°\right)\quad \omega=10\omega_0$$



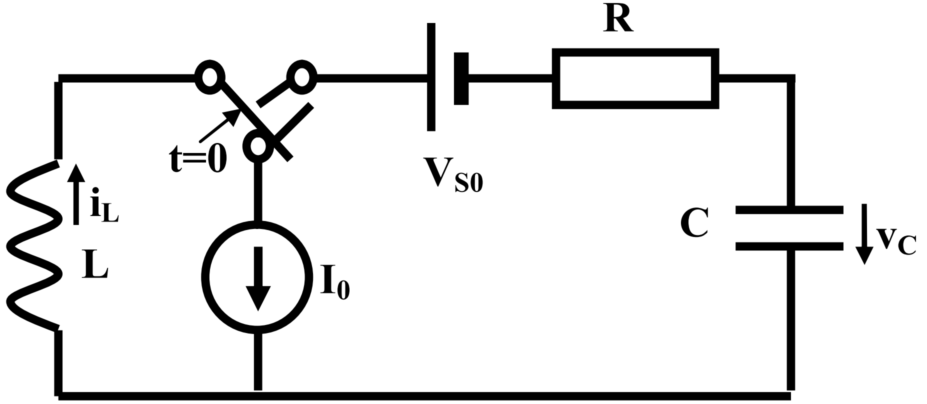
和输入信号的时间尺度对比，瞬态过程需要很长时间才能消失，且瞬态过程在起始阶段远大于稳态响应

作业5 RLC串联谐振电路

- **L=10μH，C=200pF，R=100Ω，V_{S0}=2V，$v_C(0)=V_0$=3V，$i_L(0)=I_0$=10mA。**在**t=0**时刻开关换路，请写出电容电压、电阻电压、电感电压的**t≥0**后的时域表达式。



开关闭合后，为RLC串联谐振



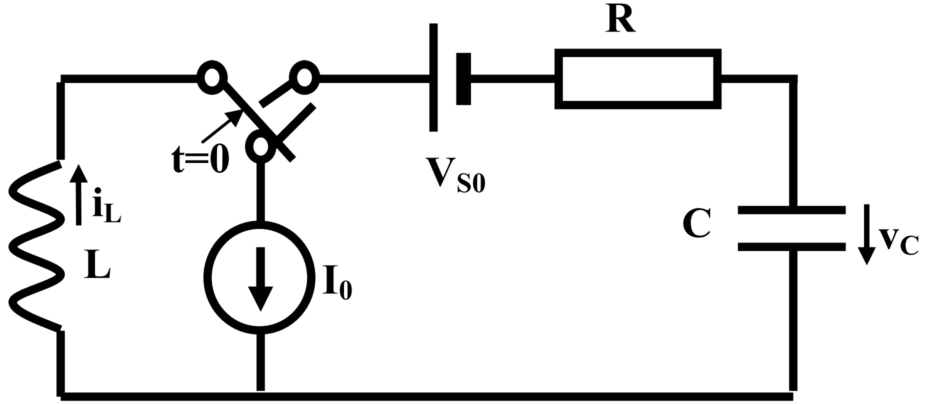
L=10μH，
C=200pF，
R=100Ω，V_{S0}=2V，
$v_C(0)=V_0$=3V，
$i_L(0)=I_0$=10mA。
在**t=0**时刻开关换路，请写出电容电压、电阻电压、电感电压的**t≥0**后的时域表达式。

系统参量应随手写出：

$$\xi = \frac{R}{2Z_0} = \frac{R}{2\sqrt{L/C}} = \frac{100}{2\times\sqrt{10\mu/200p}} = 0.224$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10\mu\times 200p}} = 22.4\times 10^6\ rad/s$$

初态和稳态



L=10μH， C=200pF， R=100Ω，
V_{S0}=2V，$v_C(0)=V_0$=3V，
$i_L(0)=I_0$=10mA。在t=0时刻开关换路，
请写出电容电压、电阻电压、电感电压的t≥0后的时域表达式。

$$v_{C\infty}(t) = -V_{S0} = -2V$$

$$v_C(0^+) = V_0 = 3V$$

$$\frac{d}{dt}v_C(0^+) = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{i_L(0^+)}{C} = \frac{10mA}{200\,pF} = 50\times10^6\,V/s$$

$$\xi = 0.224 \qquad \omega_0 = 22.4\times 10^6\ rad/s$$

五要素法

$$v_{C\infty}(t) = -V_{S0} = -2V$$

$$v_C(0^+) = V_0 = 3V$$

$$\frac{d}{dt}v_C(0^+) = 50\times 10^6\ V/s$$

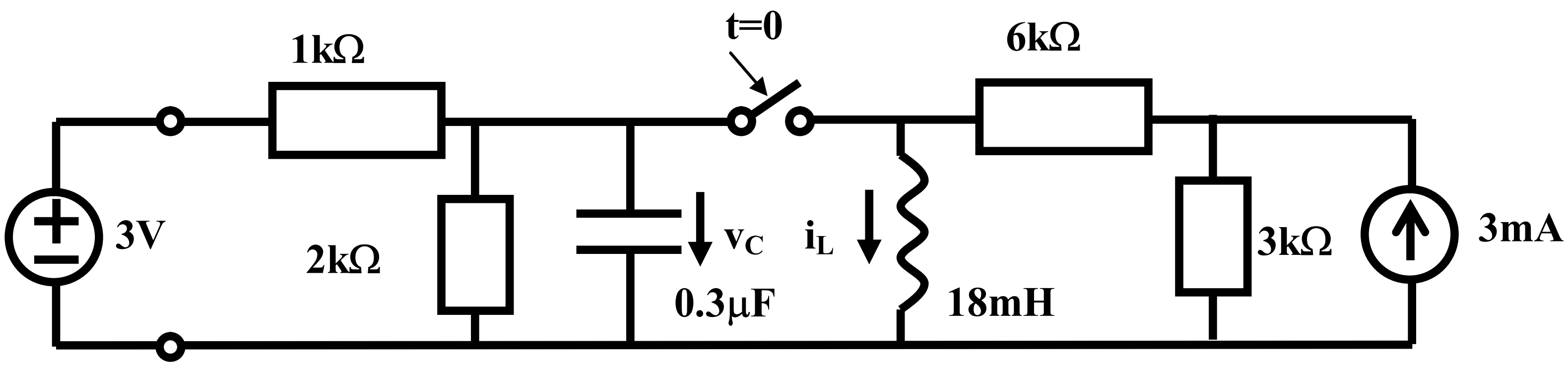
$$v_C(t) = v_{C\infty}(t) + (V_{C0} - V_{C\infty 0})e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t + \left(\frac{\dot{V}_{C0} - \dot{V}_{C\infty 0}}{\xi\omega_0} + V_{C0} - V_{C\infty 0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t$$

$$= -2 + (3-(-2))e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t + \left(\frac{50\times 10^6 - 0}{0.224 * 22.4\times 10^6} + 3 - (-2)\right)\frac{0.224}{\sqrt{1-0.224^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t$$

$$= -2 + 5e^{-\xi\omega_0 t}\cos\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t + 6\times 0.229e^{-\xi\omega_0 t}\sin\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t$$

$$= -2 + 5.186e^{-\frac{t}{0.2\mu s}}\sin(21.8\times 10^6 t + 1.302) \qquad (t \ge 0)$$

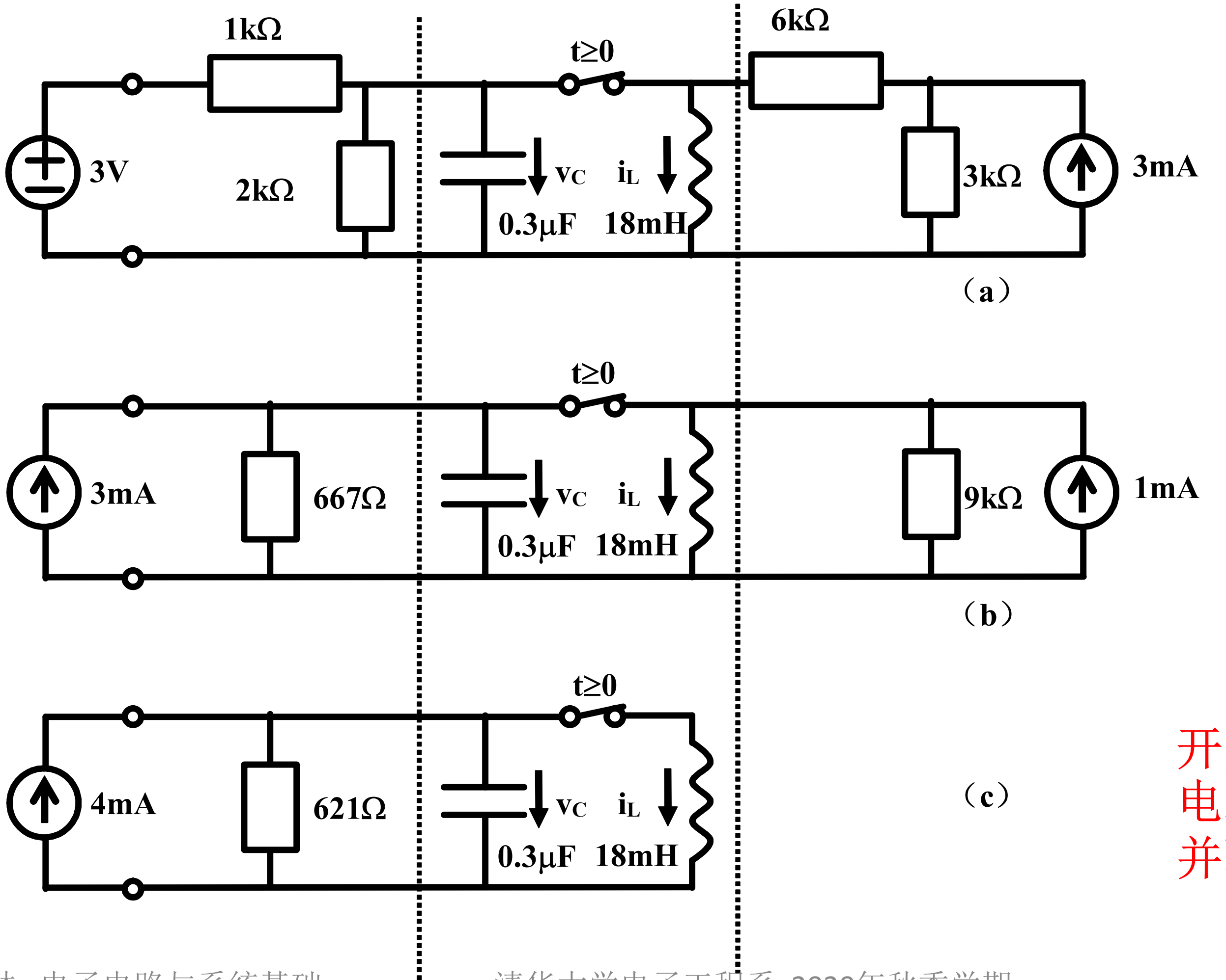
作业6 RLC并联谐振



- 开关在**t=0**时刻闭合。开关闭合前电路已经稳定。求开关闭合后，电容电压$\mathbf{v_C(t)}$和电感电流$\mathbf{i_L(t)}$的变化规律
  - 课件已给电容电压$\mathbf{v_C(t)}$的变化规律，求$\mathbf{i_L(t)}$的变化规律
  - 验证

$$v_C(t) = v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \qquad (t \geq 0)$$

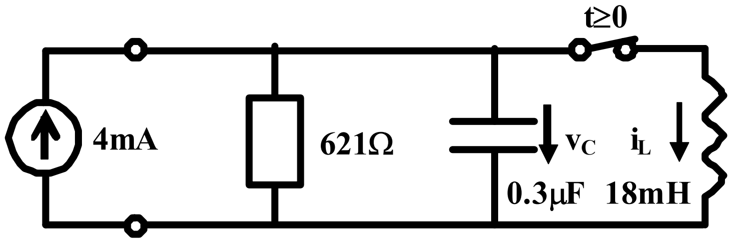
RLC并联电路

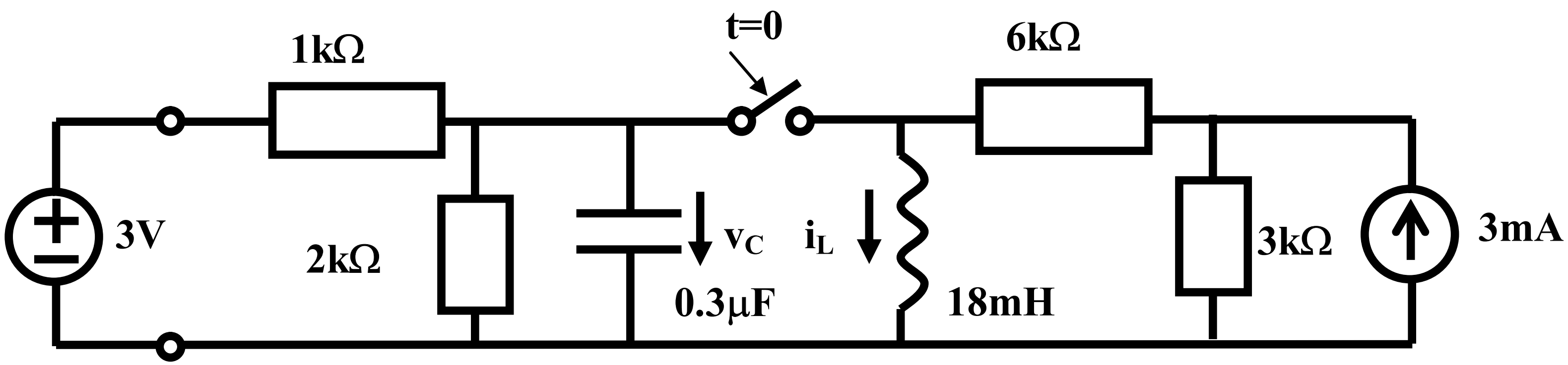


开关闭合后，
电路是一个**RLC**
并联谐振回路

五要素法

自由振荡频率，阻尼系数





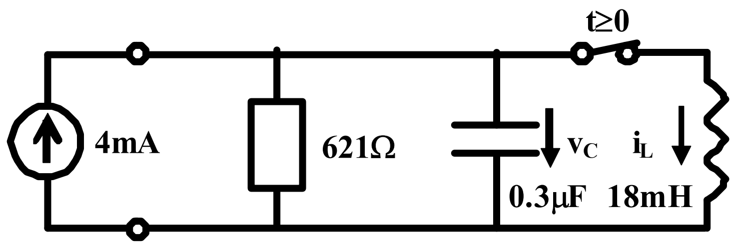
$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{18m\times 0.3\mu}}=13.6\times 10^3\ rad/s$$

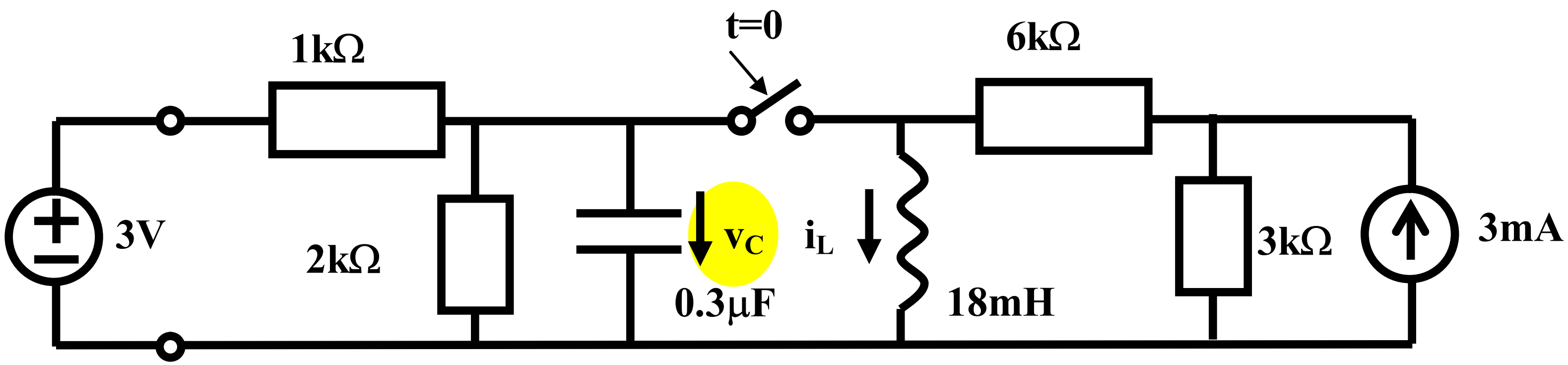
$$f_0=2.166kHz$$

$$\xi=\frac{G}{2Y_0}=\frac{G}{2\sqrt{C/L}}=\frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{2\times 621}\sqrt{\frac{18m}{0.3\mu}}=0.1973$$

五要素法

两个初值





$$v_C(0^-) = \frac{2k\Omega}{1k\Omega + 2k\Omega} \times 3V = 2V \qquad v_C(0^+) = v_C(0^-) = 2V$$

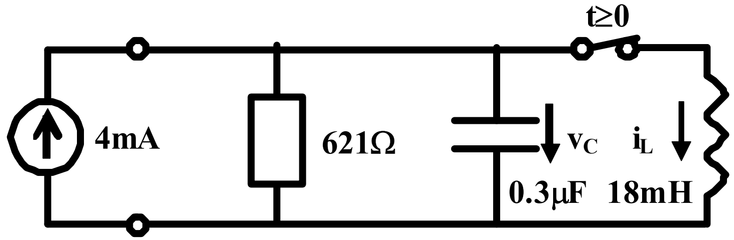
$$i_L(0^-) = \frac{3k\Omega}{6k\Omega + 3k\Omega} \times 3mA = 1mA \qquad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1mA$$

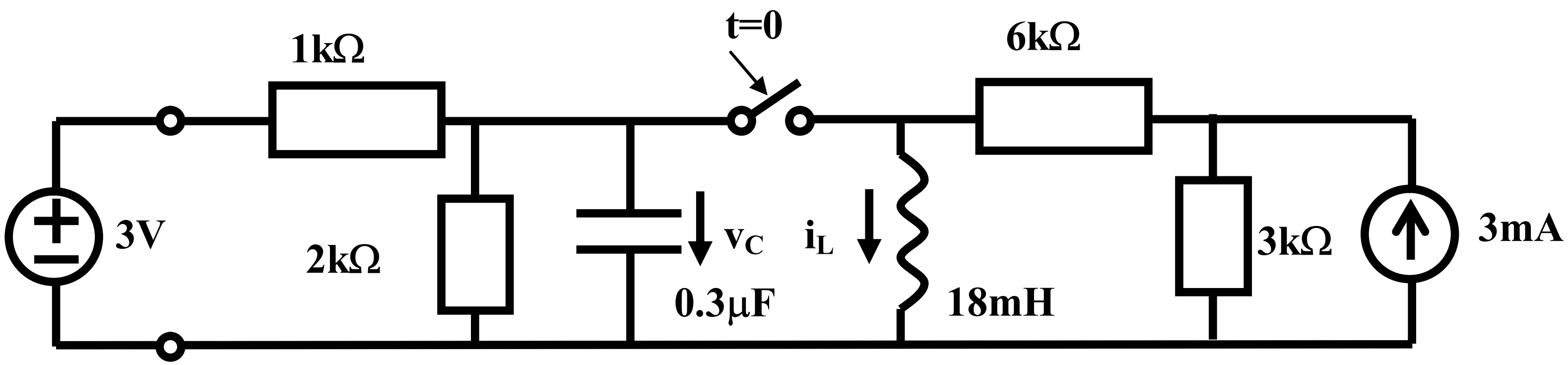
$$\frac{dv_C(0^+)}{dt} = \frac{1}{C} i_C(0^+) = \frac{1}{C}\left(i_S(0^+) - i_L(0^+) - i_R(0^+)\right) = \frac{1}{C}\left(4mA - 1mA - \frac{v_C(0^+)}{R}\right)$$

$$= \frac{1}{0.3\mu F}\left(4mA - 1mA - \frac{2V}{621\Omega}\right) = -\frac{0.2222mA}{0.3\mu F} = -0.7407\, V/ms$$

五要素法

稳态响应





$$v_{C,\infty}\left(t\right)=0$$

$$v_{C,\infty}\left(0^{+}\right)=0$$

$$\frac{dv_{C,\infty}\left(0^{+}\right)}{dt}=0$$

五要素法

$$v_C(t)=v_{C,\infty}(t)+\left(V_0-V_{\infty,0}\right)e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$+\left(V_0-V_{\infty,0}+\frac{\dot V_0-\dot V_{\infty,0}}{\xi\omega_0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$=0+(2-0)e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$+\left(2-0+\frac{-0.7407\times10^3-0}{0.1973\times13.6\times10^3}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$=2e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)+1.7241\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$=2e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\cos\left(13.34\times10^3 t\right)+0.347e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t\right)$$

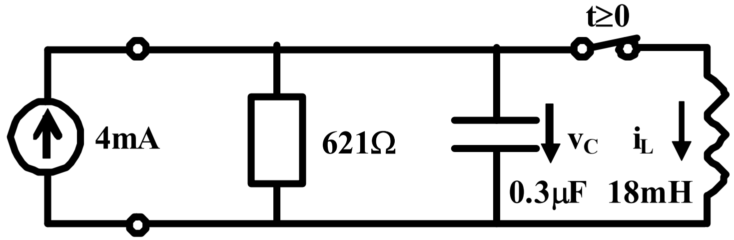
$$=2.03e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t+1.4\right)$$

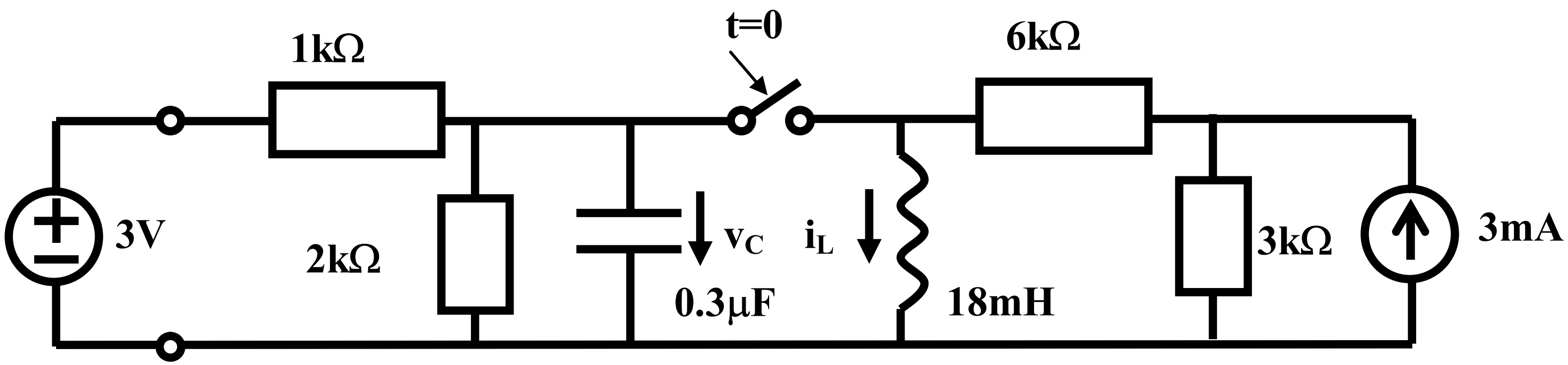
单位：伏特

t≥0

幅度指数衰减的正弦振荡波形

电感电流五要素





$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1mA$$

$$\frac{d}{dt}i_L(0^+) = \frac{1}{L}v_L(0^+) = \frac{v_C(0^+)}{L} = \frac{2V}{18mH} = 111.1\,A/s$$

$$i_{L\infty}(t) = 4mA$$

电感电流

$$i_L(t)=i_{L,\infty}(t)+\left(I_0-I_{\infty,0}\right)e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$+\left(I_0-I_{\infty,0}+\frac{\dot{I}_0-\dot{I}_{\infty,0}}{\xi\omega_0}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$=4+(1-4)e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$+\left(1-4+\frac{111.1\times10^3-0}{0.1973\times13.6\times10^3}\right)\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

$$=4-3e^{-\xi\omega_0 t}\cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)+38.41\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t\right)$$

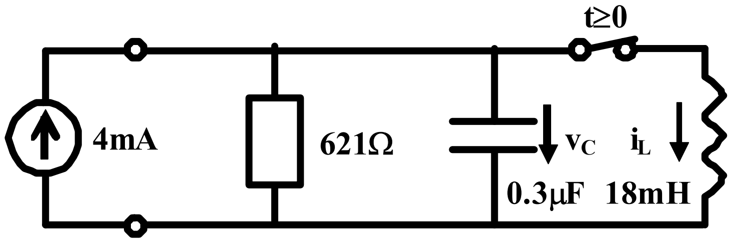
$$=4-3e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\cos\left(13.34\times10^3 t\right)+7.73e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t\right)$$

$$=4+8.29e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t-0.37\right)$$

单位：毫安

$t\geq0$

验证无误



$$v_C(t) = 2.03e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t + 1.4\right)$$

单位：伏特

$$i_L(t) = 4 + 8.29e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t - 0.37\right)$$

单位：毫安

$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} = 18\times10^{-3}\times\frac{d}{dt}\left(4 + 8.29e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t - 0.37\right)\right)\times10^{-3}$$

$$= 18\times10^{-6}\times\left(\begin{array}{l} -\dfrac{8.29}{0.3724\times10^{-3}}e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t - 0.37\right) \\ +8.29e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\times13.34\times10^3\cos\left(13.34\times10^3 t - 0.37\right)\end{array}\right)$$

$$= 18\times10^{-3}\times e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\left(-22.26\sin\left(13.34\times10^3 t - 0.37\right) + 110.6\cos\left(13.34\times10^3 t - 0.37\right)\right)$$

$$= 18\times10^{-3}\times e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\times112.8\times\sin\left(13.34\times10^3 t - 0.37 + 3.14 - \arctan\frac{110.6}{22.26}\right)$$

$$= 2.03e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t - 0.37 + 3.14 - 1.37\right) = 2.03e^{-\frac{t}{0.3724\times10^{-3}}}\sin\left(13.34\times10^3 t + 1.4\right) = v_C(t)$$