电子电路与系统基础II

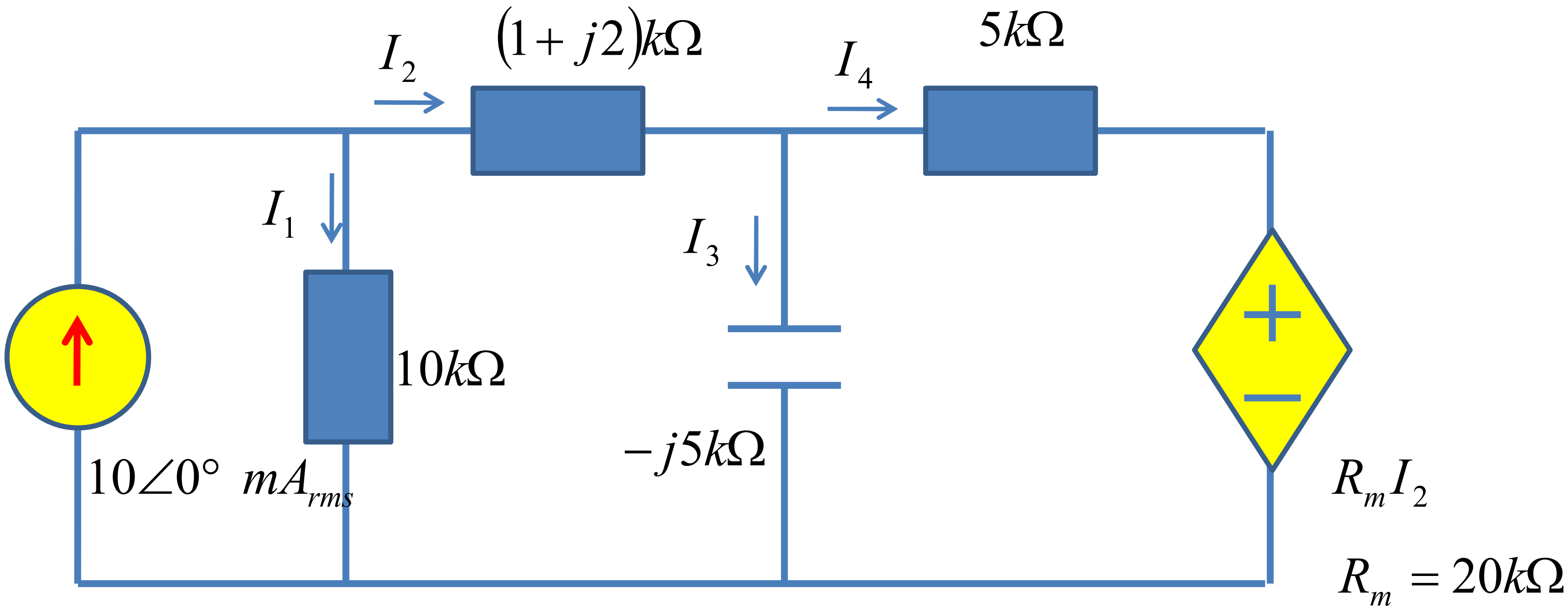
习题课第5讲　相量分析

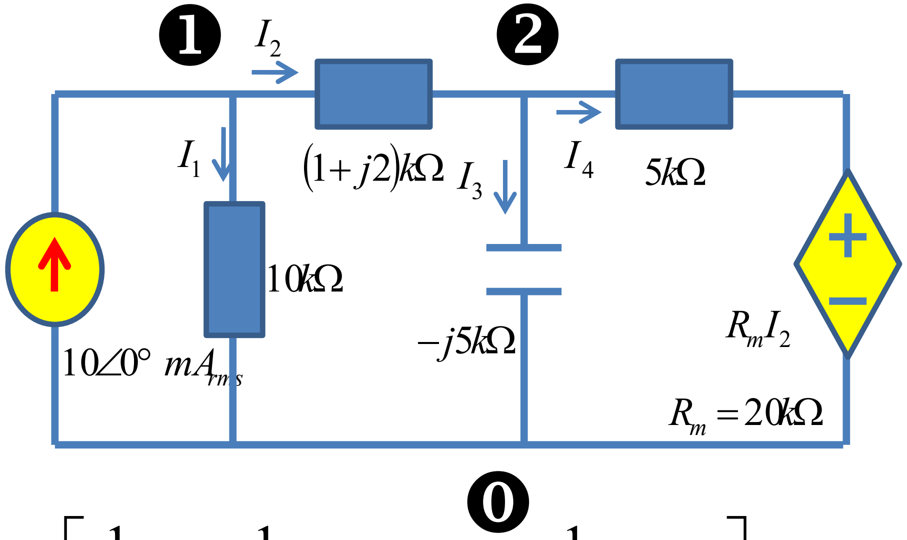
李国林
清华大学电子工程系

第三周作业　相量分析

作业7：频域下的结点电压法

- 用结点电压法列出如图所示电路的电路方程，求解结点电压，之后再计算各个支路的电流分别为多少。
  - 可以利用**matlab**进行复数运算，但必须给出计算过程和步骤





结点电压法列写电路方程

单位

电压：V，电流：mA，导纳：mS

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{10}+\frac{1}{1+j2} & -\frac{1}{1+j2} \\ -\frac{1}{1+j2} & \frac{1}{1+j2}-\frac{1}{j5}+\frac{1}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10 \\ \frac{R_m \dot{I}_2}{5} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10 \\ 4\frac{\left(\dot{V}_1-\dot{V}_2\right)}{1+j2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{10}+\frac{1}{1+j2} & -\frac{1}{1+j2} \\ -\frac{5}{1+j2} & \frac{5}{1+j2}-\frac{1}{j5}+\frac{1}{5} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 66.45\angle -13.8° \\ 68.68\angle -20.9° \end{bmatrix} V_{rms}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 6.645\angle -13.8° \\ 3.885\angle 24.1° \\ 13.736\angle 69.1° \\ 11.33\angle -96.86 \end{bmatrix} mA_{rms}$$

作业9　伯特图

- 自学**P640-648**页内容，学会画伯特图
  - 伯特图：幅频特性和相频特性的分段折线描述

- 练习**8.3.20**　画出如下传递函数的伯特图

$$H(j\omega)=-10\frac{1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{9}}}{\left(1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{6}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{1\times10^{8}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{10}}\right)}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

伯特图画法规则

$$H(s)=A_0\frac{(s+\omega_{z1})(s+\omega_{z2})\ldots(s+\omega_{zm})}{(s+\omega_{p1})(s+\omega_{p2})\ldots(s+\omega_{pn})}$$

- 零极点按大小排序，其数值和频率比，随着频率的上升，**…**
  - 极点**-**ω_{pi}**<0**一定位于左半平面
    - 极点就是系统特征根，特征根实部**<0**，系统才是稳定系统（时域响应具有指数衰减形式），只有稳定系统才讨论传递函数幅频特性、相频特性
  - 零点**-**ω_{zj}**<=>0**均有可能，不影响系统稳定性

- 幅频特性
  - 碰到极点**-20**，碰到零点**+20**；
    - 每个极点都将导致**20dB/10**倍频程的幅频特性的下降，每个零点都将导致**20dB/10**倍频程的幅频特性的上升

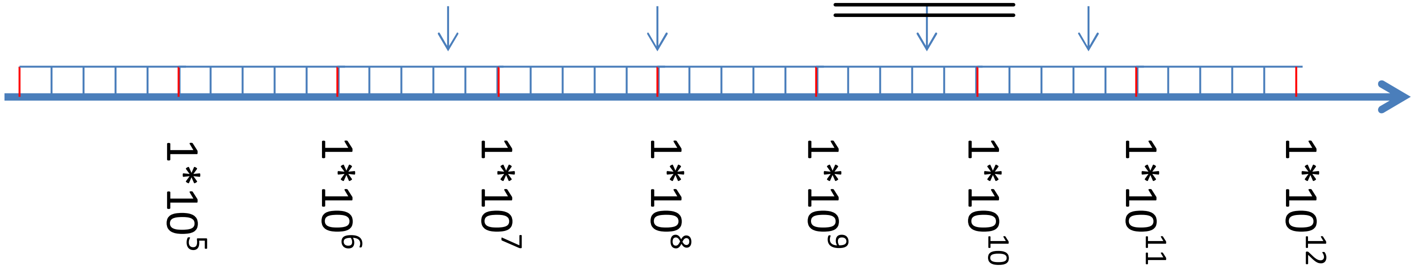
- 相频特性
  - 极点滞后**90°**，零点看左右，左超右滞**90°**
    - 极点只能是左半平面极点，每个极点导致一个**90°**相位滞后；左半平面零点导致一个**90°**相位超前，右半平面零点导致一个**90°**相位滞后

$$H(j\omega)=-10\frac{1+\frac{j\omega}{5\times10^{9}}}{\left(1+\frac{j\omega}{5\times10^{6}}\right)\left(1+\frac{j\omega}{1\times10^{8}}\right)\left(1+\frac{j\omega}{5\times10^{10}}\right)}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$5\times10^{6},1\times10^{8},\underline{\underline{5\times10^{9}}},5\times10^{10}$$

$$20 \qquad 50 \qquad 10$$

$$5\times10^{6} \quad 1\times10^{8} \quad \underline{\underline{5\times10^{9}}} \quad 5\times10^{10}$$



$$H(j\omega)=-10\frac{1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{9}}}{\left(1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{6}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{1\times10^{8}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{10}}\right)}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

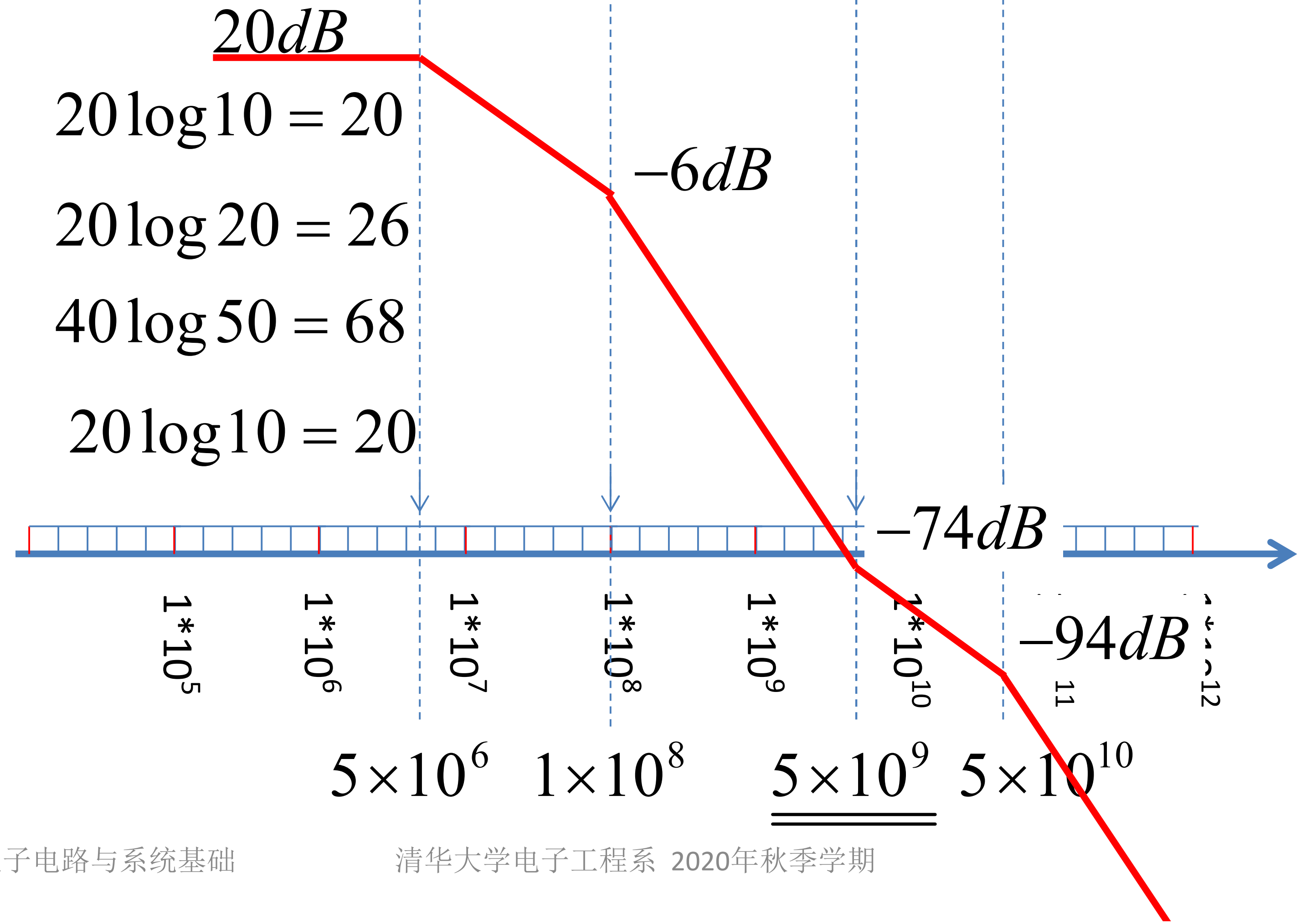
幅频特性

$$20\log 10=20$$

$$20\log 20=26$$

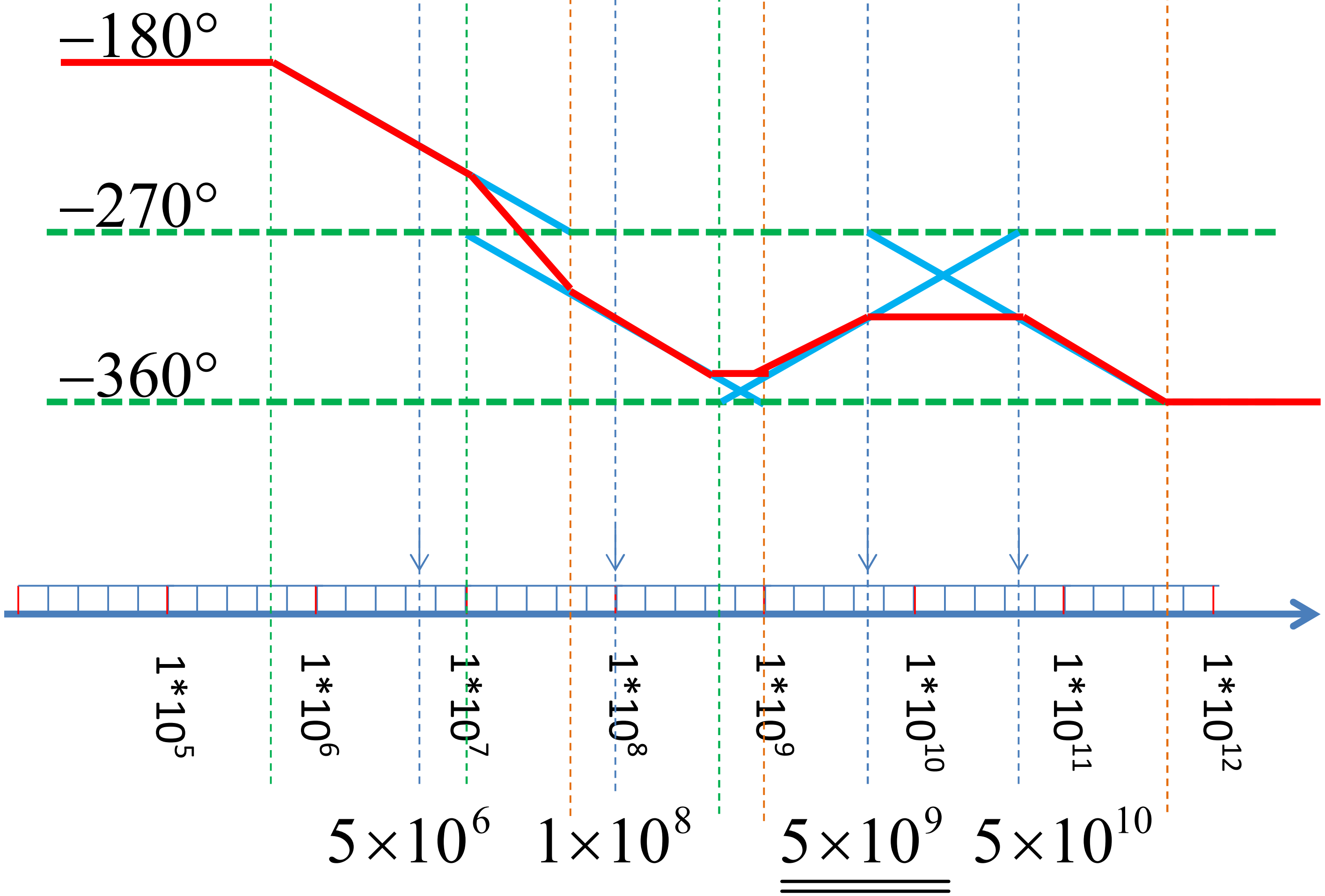
$$40\log 50=68$$

$$20\log 10=20$$



$$H(j\omega)=-10\frac{1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{9}}}{\left(1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{6}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{1\times10^{8}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{5\times10^{10}}\right)}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

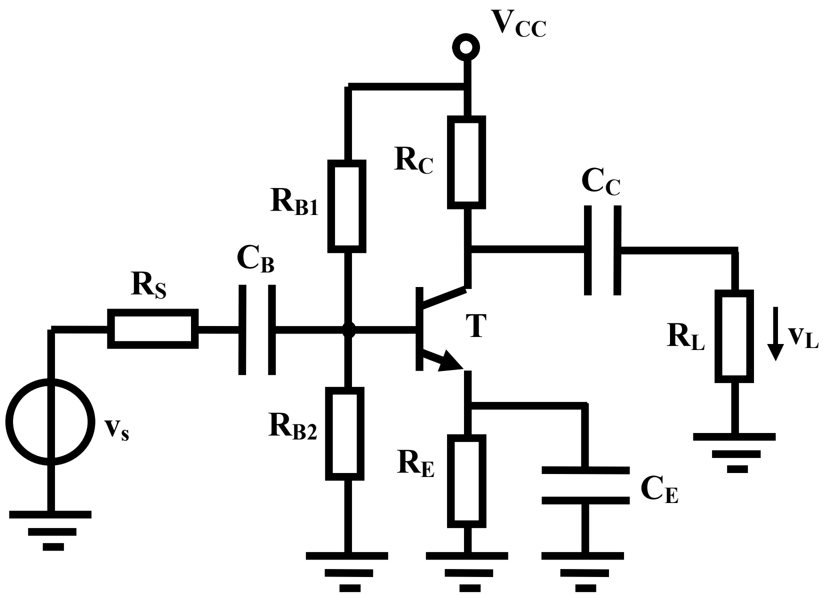
相频特性



作业8

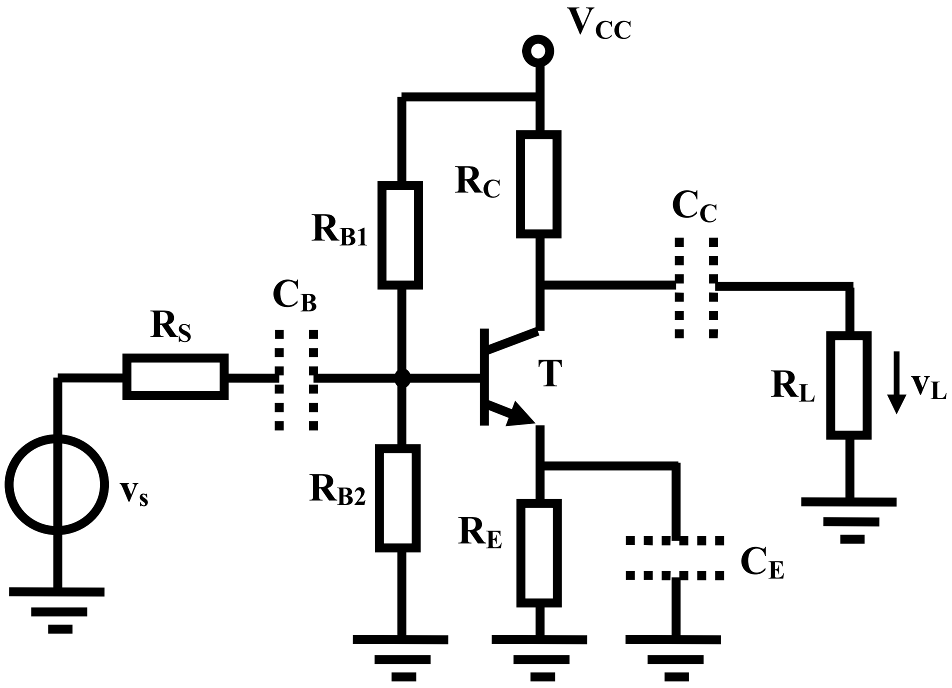
（练习8.3.24）如图所示，这是一个晶体管放大器电路。已知电源电压V_{CC}=12V，分压偏置电阻R_{B1}=56kΩ，R_{B2}=10kΩ，集电极直流负载电阻R_C=5.6kΩ，发射极串联负反馈电阻R_E=1kΩ，信源内阻R_S=100Ω，负载电阻R_L=6.2kΩ。NPN-BJT晶体管的厄利电压为V_A=100V，电流增益为β=300。图中三个电容为1μF大电容，直流分析时开路处理。

- 直流分析，获得直流工作点；
- 获得直流工作点下的微分元件电路模型。交流分析时考虑晶体管的两个寄生电容，假设在该直流工作点下，晶体管的微分电容C_{be}=70pF，C_{bc}=2pF，同时考虑基极体电阻，假设r_b=100Ω。
- 用结点电压法获得小信号分析电路方程
- （matlab选作）分析该放大器小信号电压增益$A_v=v_L/v_S$的幅频特性和相频特性。
- （matlab选作）分别将三个电容C_B、C_C、C_E增加10倍，根据电压增益幅频特性分析确认哪个电容对低端3dB频点起决定性作用？

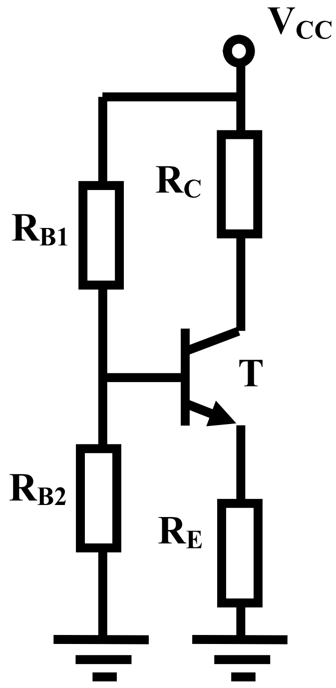


提示：本练习参见例4.5.1，首先获得直流工作点，之后给出直流工作点上的局部线性化模型。
微分电容获得也应是在直流工作点计算基础上获得的微分元件。

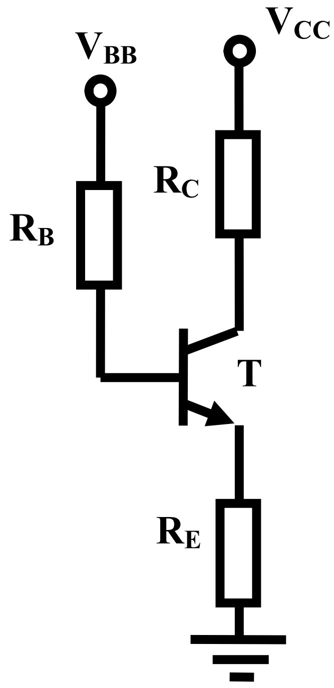
直流分析



耦合电容，直流开路



分压偏置电路



戴维南等效

$$V_{BB}=\frac{R_{B2}}{R_{B1}+R_{B2}}V_{CC}=\frac{10k}{56k+10k}\times 12=1.82(V)$$

$$R_B=R_{B1}\parallel R_{B2}=\frac{10k\times 56k}{10k+56k}=8.48(k\Omega)$$

$$I_{B0}=\frac{V_{BB}-0.7}{R_B+(\beta+1)R_E}=\frac{1.82-0.7}{8.48k+301\times 1k}=3.61(\mu A)$$

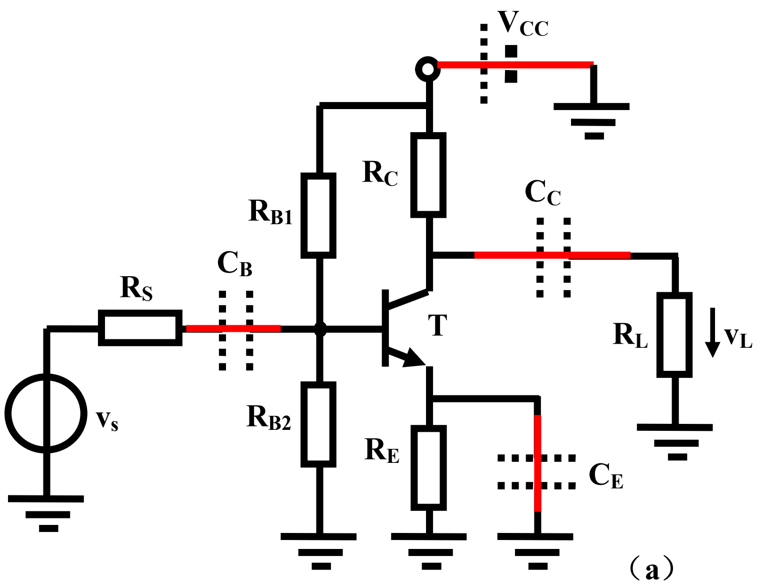
假设晶体管工作在恒流区

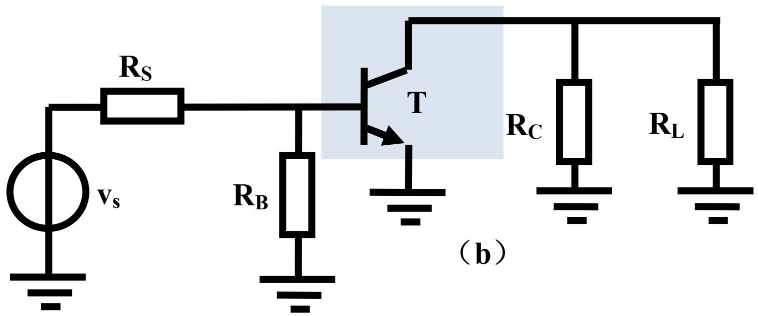
$$V_{CE0}=V_{CC}-\beta I_{B0}R_C-(\beta+1)I_{B0}R_E=12-(300\times 5.6k+301\times 1k)\times 3.61\mu=4.84(V)>0.2V$$

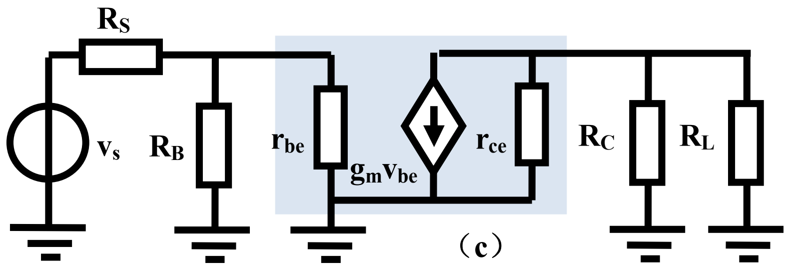
确认在晶体管确实工作在恒流区

$$I_{C0}=\beta I_{B0}=300\times 3.61\mu A=1.08mA$$

交流小信号分析电路模型







保留交流激励源，剩余元件均采用其微分元件替代

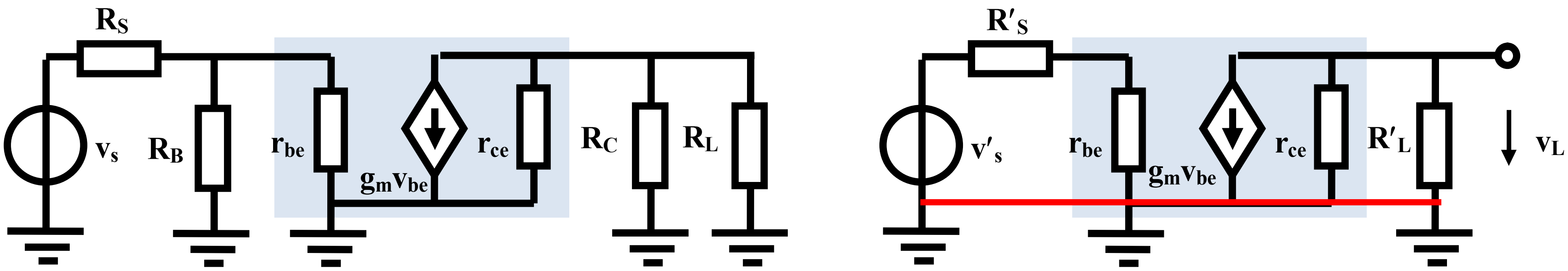
$$g_m = \frac{I_{C0}}{v_T} = \frac{1.08mA}{26mV} = 41.5mS$$

$$r_{be} = \beta \frac{1}{g_m} = 300 \times 24\Omega = 7.22k\Omega$$

$$r_{ce} = \frac{V_A}{I_{C0}} = \frac{100V}{1.08mA} = 92.6k\Omega$$

BJT直流工作点上的微分元件

分析中，能化简的尽量先化简



$$v_S' = \frac{R_B}{R_B + R_S} v_S = \frac{8.48k}{8.48k + 0.1k} v_S = 0.988 v_S$$

$$R_S' = R_B \parallel R_S = \frac{0.1k \times 8.48k}{8.48k + 0.1k} v_S = 98.8\Omega$$

$$R_L' = R_L \parallel R_C = \frac{6.2k \times 5.6k}{6.2k + 5.6k} = 2.94k\Omega$$

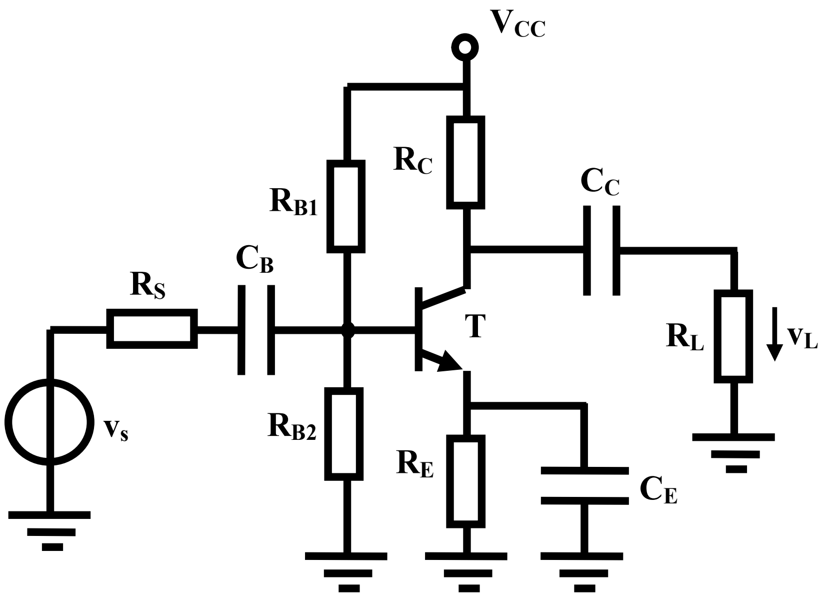
以确保表达式尽可能简单

$$v_{be} = \frac{r_{be}}{r_{be} + R_S'} v_S' = \frac{7.22k}{7.22k + 0.0988k} \times 0.988 v_S = 0.975 v_S$$

$$A_v = \frac{v_L}{v_S} = -115$$

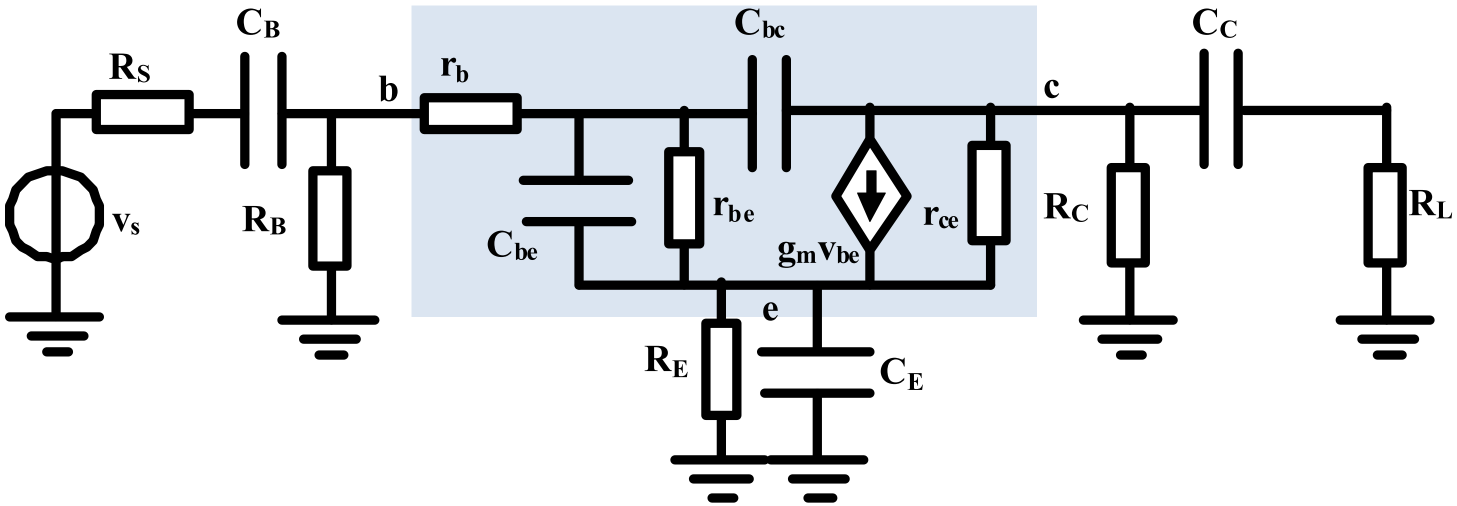
$$v_L = -g_m v_{be} \times \left(r_{ce} \parallel R_L' \right) = -41.5m \times 0.975 v_S \times 2.85k = -115 v_S$$

41.2dB的反相电压放大



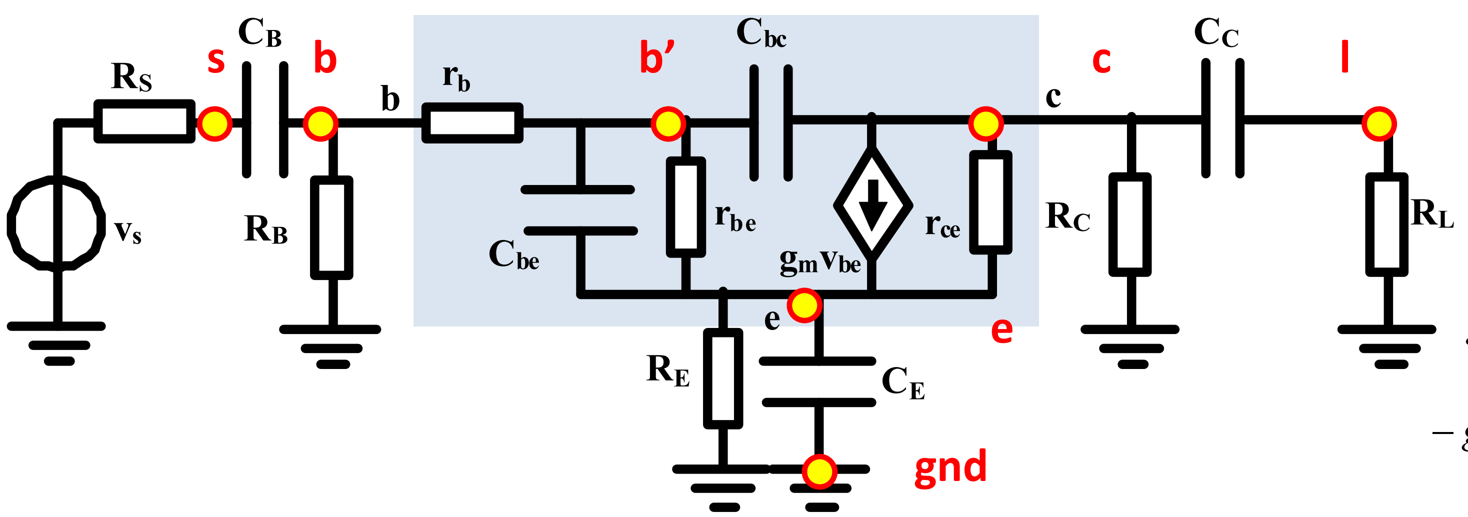
考虑电容的影响

r_b在百欧姆量级以下，在电阻电路分析中，和r_{be}等微分电阻相比可以忽略不计，但在动态电路分析中，由于r_b和寄生电容C_{be}、C_{bc}之间存在耦合关系，直接影响晶体管放大器在很高频率处的高频放大特性，因而高频电路模型中往往考虑r_b在内，低频端其影响则可忽略



	s	b	b’	e	c	l
s	$G_S + j\omega C_B$	$-j\omega C_B$				
b	$-j\omega C_B$	$j\omega C_B + G_B + g_b$	$-g_b$			
b’		$-g_b$	$g_b + g_{be} + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc}$	$-g_{be} - j\omega C_{be}$	$-j\omega C_{bc}$	
e			$-g_{be} - j\omega C_{be}$	$g_{be} + j\omega C_{be} + G_E + j\omega C_E + g_{ce}$	$-g_{ce}$	
c			$-j\omega C_{bc}$	$-g_{ce}$	$g_{ce} + G_C + j\omega C_C + j\omega C_{bc}$	$-j\omega C_C$
l					$-j\omega C_C$	$j\omega C_C + G_L$

结点电压法



$G_S \dot{V}_S$	s
0	b
0	b’
$g_m\left(\dot{V}_{b'} - \dot{V}_e\right)$	e
$-g_m\left(\dot{V}_{b'} - \dot{V}_e\right)$	c
0	l

s	b	b’	e	c	l		
$G_S+j\omega C_B$	$-j\omega C_B$					s	$G_S\dot{V}_S$
$-j\omega C_B$	$j\omega C_B+G_B+g_b$	$-g_b$				b	0
	$-g_b$	$g_b+g_{be}+j\omega C_{be}+j\omega C_{bc}$	$-g_{be}-j\omega C_{be}$	$-j\omega C_{bc}$		b’	0
		$-g_{be}-j\omega C_{be}$	$g_{be}+j\omega C_{be}+G_E+j\omega C_E+g_{ce}$	$-g_{ce}$		e	$g_m\left(\dot{V}_{b'}-\dot{V}_e\right)$
		$-j\omega C_{bc}$	$-g_{ce}$	$g_{ce}+G_C+j\omega C_C+j\omega C_{bc}$	$-j\omega C_C$	c	$-g_m\left(\dot{V}_{b'}-\dot{V}_e\right)$
				$-j\omega C_C$	$j\omega C_C+G_L$	l	0

结点电压法

$G_S+j\omega C_B$	$-j\omega C_B$					s	$G_S\dot{V}_S$
$-j\omega C_B$	$j\omega C_B+G_B+g_b$	$-g_b$				b	0
	$-g_b$	$g_b+g_{be}+j\omega C_{be}+j\omega C_{bc}$	$-g_{be}-j\omega C_{be}$	$-j\omega C_{bc}$		b’	0
		$-g_{be}-j\omega C_{be}-g_m$	$g_{be}+j\omega C_{be}+G_E+j\omega C_E+g_{ce}+g_m$	$-g_{ce}$		e	0
		$g_m-j\omega C_{bc}$	$-g_{ce}-g_m$	$g_{ce}+G_C+j\omega C_C+j\omega C_{bc}$	$-j\omega C_C$	c	0
				$-j\omega C_C$	$j\omega C_C+G_L$	l	0

Matlab程序：初值设置

```
clear all

gm=41.5E-3;          %晶体管小信号交流电路模型
rbe=7.22E3;
rce=92.6E3;
```

直流工作点上的微分元件，第四章分析结果

```
RB=1/(1/56+1/10)*1E3;        %基极偏置电阻
RE=1E3;                      %负反馈电阻
RC=5.6E3;                    %集电极偏置电阻

rb=100;
Cbe=70E-12;
Cbc=2E-12;
```

直流工作点上的微分元件，本讲义未讨论如何求取

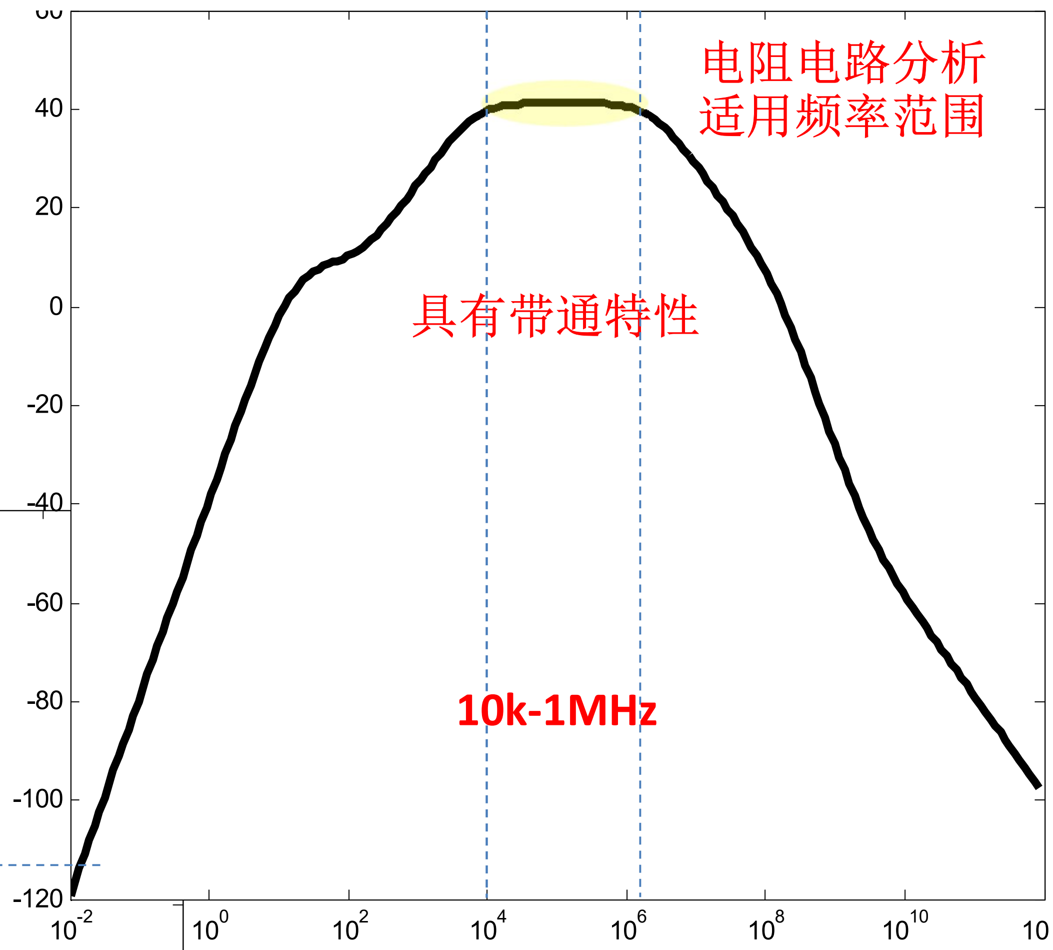
```
CB=1E-6;                     %耦合电容
CC=1E-6;
CE=1E-6;                     %旁路电容

RS=100;                      %信源内阻
RL=6.2E3;                    %负载电阻
```

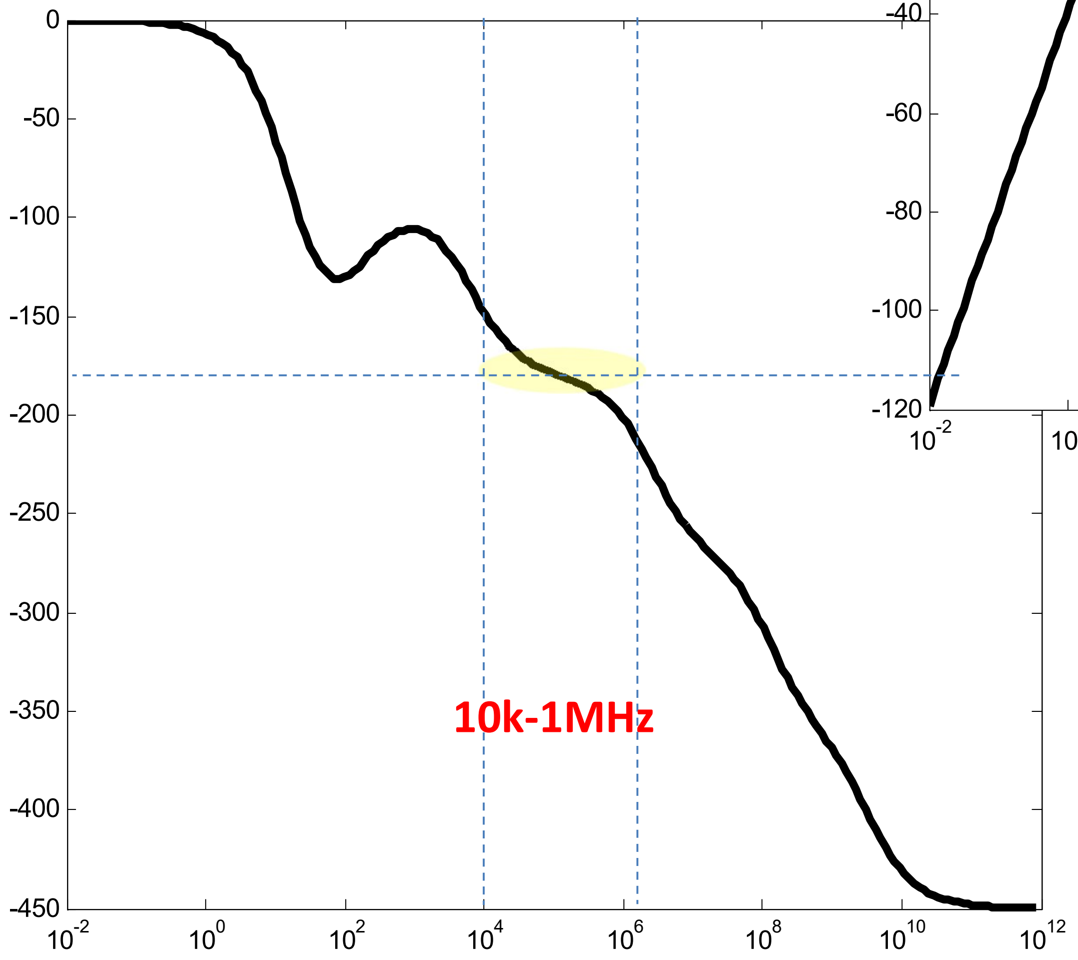
结点电压法

频率轴是对数坐标，对数坐标下，等比数列是均匀的

```
freqstart=0.01;                          %起始频点0.01Hz
freqstop=10E11;                          %终止频点1000GHz
freqnum=200;                             %考察该频率范围内的200个频点
freqstep=10^(log10(freqstop/freqstart)/freqnum);  %等比数列比值系数

freq=freqstart/freqstep;
for k=1:freqnum
  freq=freq*freqstep;

  w=2*pi*freq;
  s=i*w;

  A=[1/RS+s*CB  -s*CB              0                       0                        0          0;
     -s*CB       s*CB+1/RB+1/rb    -1/rb                   0                        0          0;
     0           -1/rb             1/rb+1/rbe+s*Cbe+s*Cbc  -1/rbe-s*Cbe             -s*Cbc     0;
     0           0                 -1/rbe-s*Cbe-gm         1/rbe+s*Cbe+1/RE+s*CE+1/rce+gm  -1/rce  0;
     0           0                 gm-s*Cbc                -gm-1/rce   s*Cbc+1/rce+1/RC+s*CC   -s*CC;
     0           0                 0                       0           -s*CC       s*CC+1/RL];

  V=inv(A)*[1/RS;0;0;0;0;0];      %结点电压法求解

  f(k)=freq;
  VL=V(6);                        %假定VS=1
  absVL(k)=20*log10(abs(VL));
  angleVL(k)=angle(VL)/pi*180;

end
```

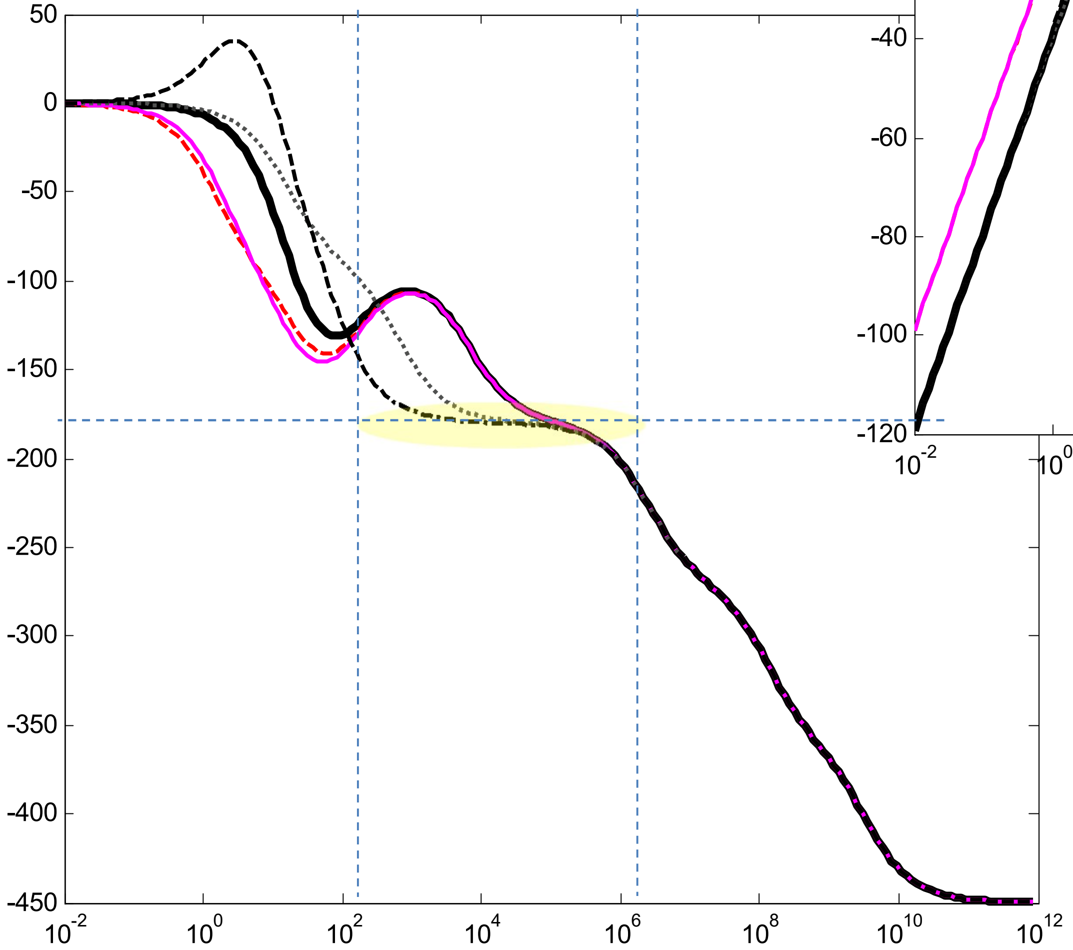
```
figure(1)
plot(f,absVL,'k')

figure(2)
plot(f,angleVL,'k')
```

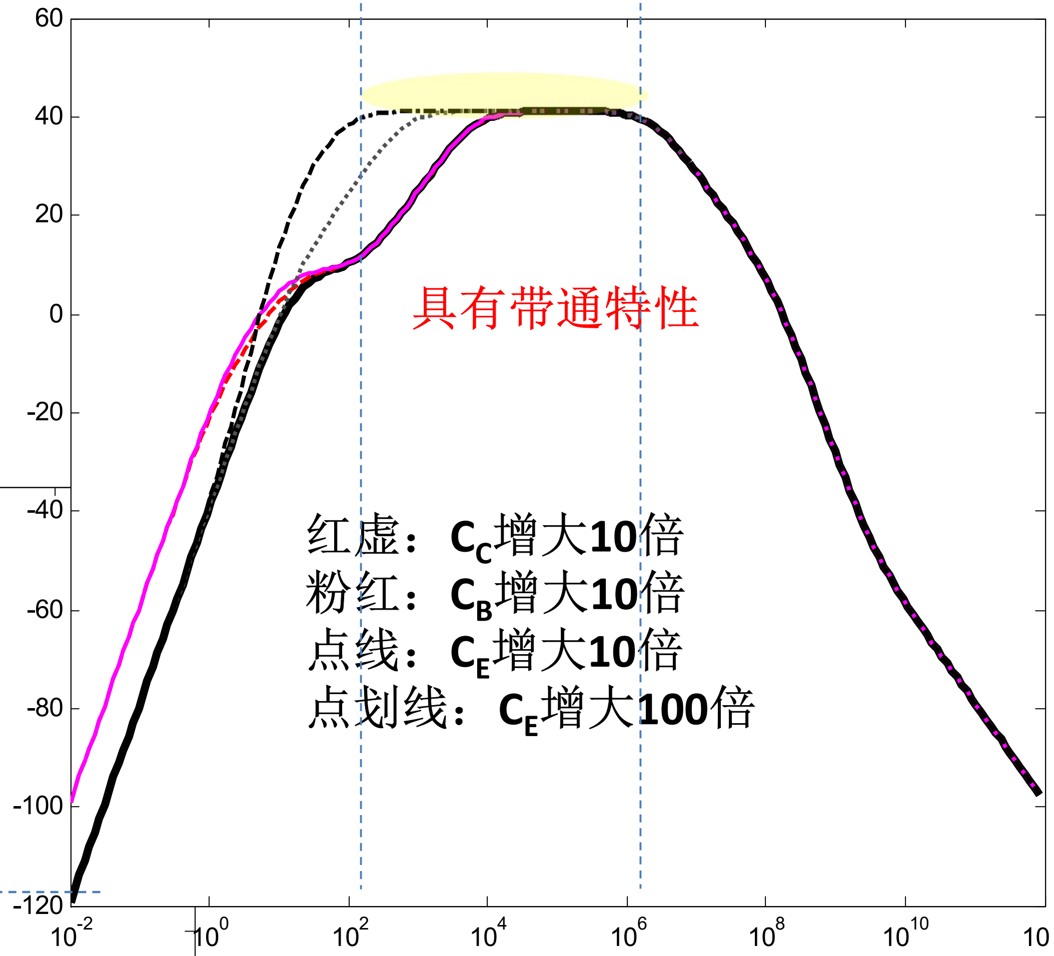




结果输出

旁路电容C_E决定了低频端3dB频点





C_B、C_C、C_E 分别增大10倍

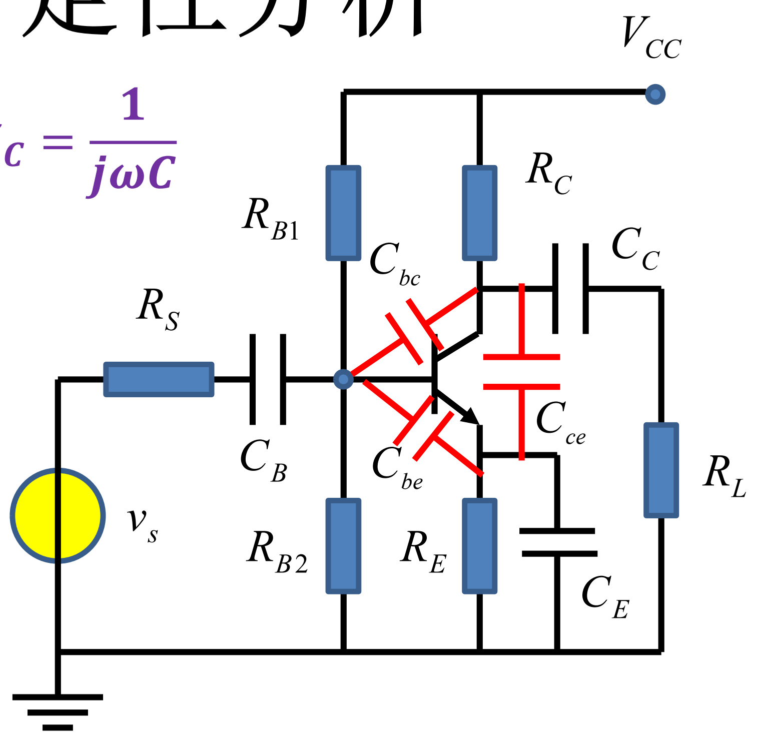
晶体管放大器带宽形成机制分析

- 耦合电容、旁路电容的影响
  - 形成高通特性
- 寄生电容的影响
  - 形成低通特性
- 共同形成带通特性

实际实验时，可通过实测确认验证下述分析
若有兴趣做仿真实验，亦可确认如下结论

电容影响的定性分析

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$



位于中间频段时

C_B、C_C、C_E短路

C_{be}、C_{ce}、C_{bc}开路

电路中不考虑电容效应，为上学期的电阻电路：CE组态放大器电路

频率很低时

C_B开路，信号无法通过

C_C开路，信号无法通过

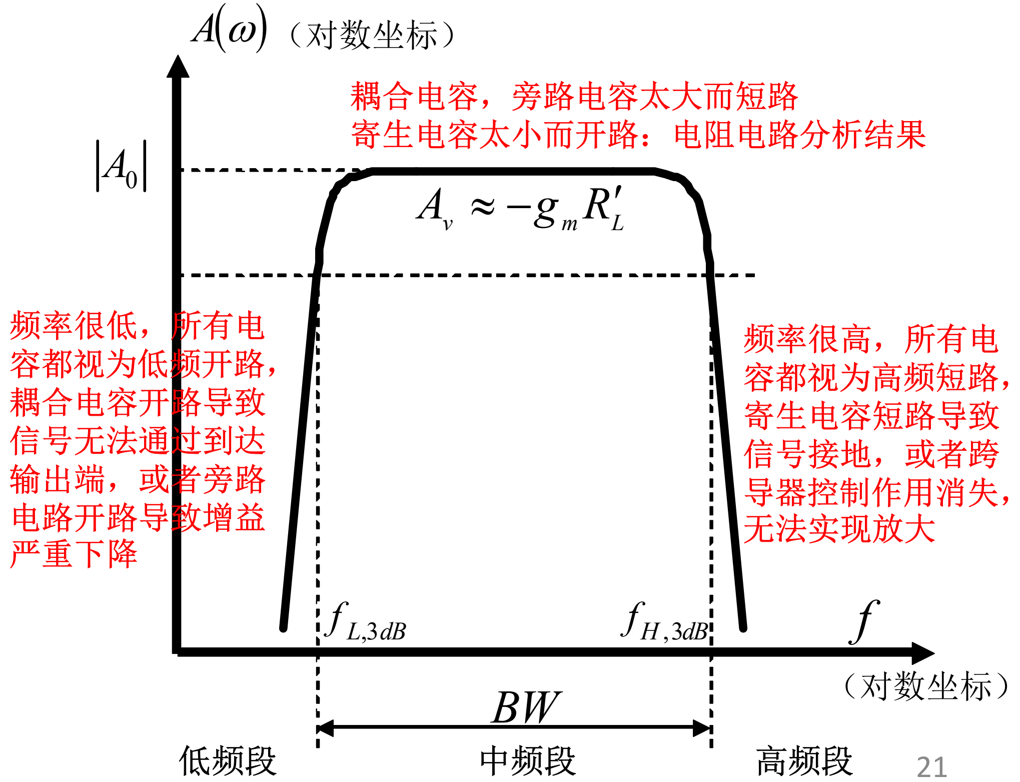
C_E开路，信号增益很小

频率极高时

C_{be}短路，输入端信号接地，信号被短接于地

C_{ce}短路，输出端信号接地，信号被短接于地

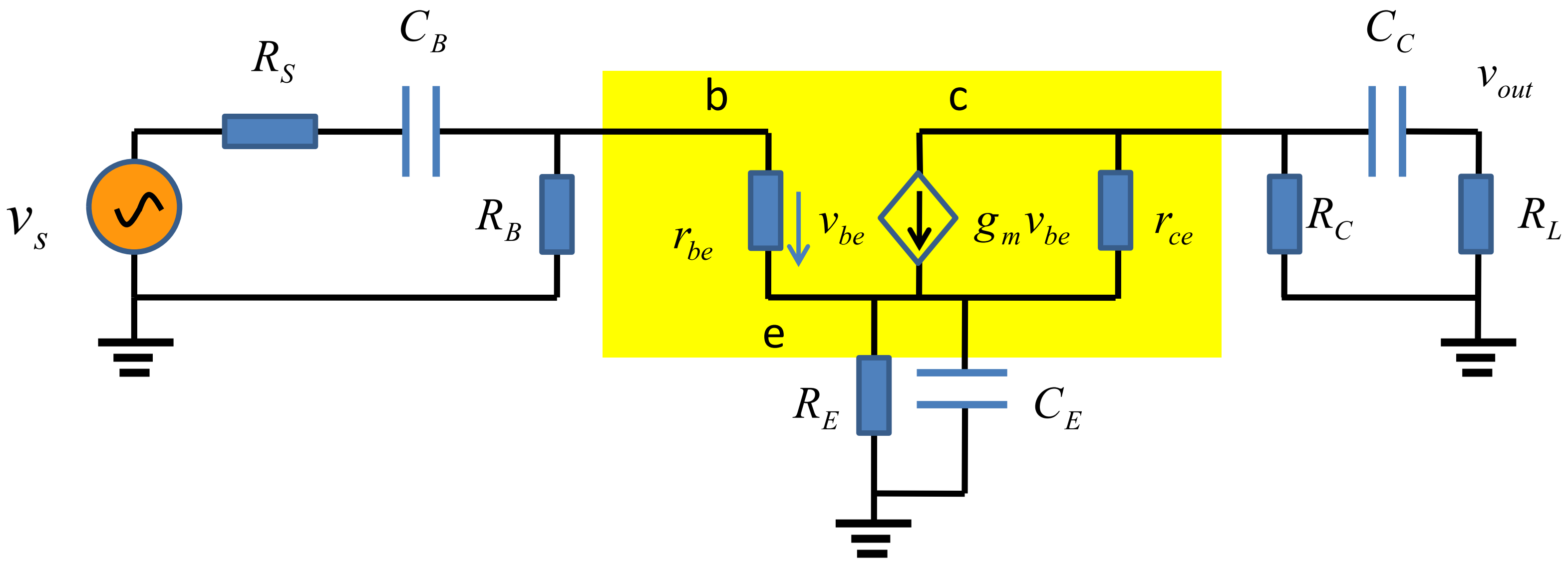
C_{bc}短路，跨导器作用消失，不具放大作用



耦合电容影响的定量简化分析
交流等效电路：带外部电容

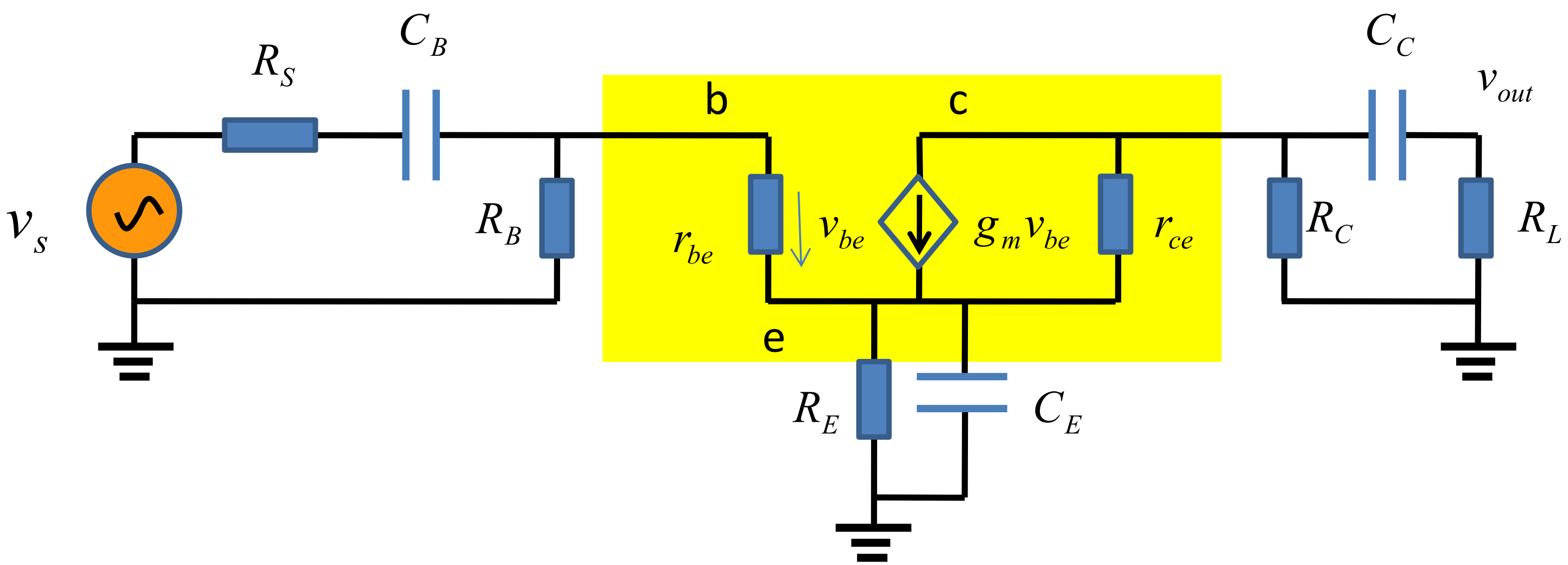
低频端，由于寄生电容过小，视为直流开路，不起作用，电路模型中未画

r_b和r_{be}比太小，低频端影响很小，下面低频处分析r_b也暂时被忽略不计

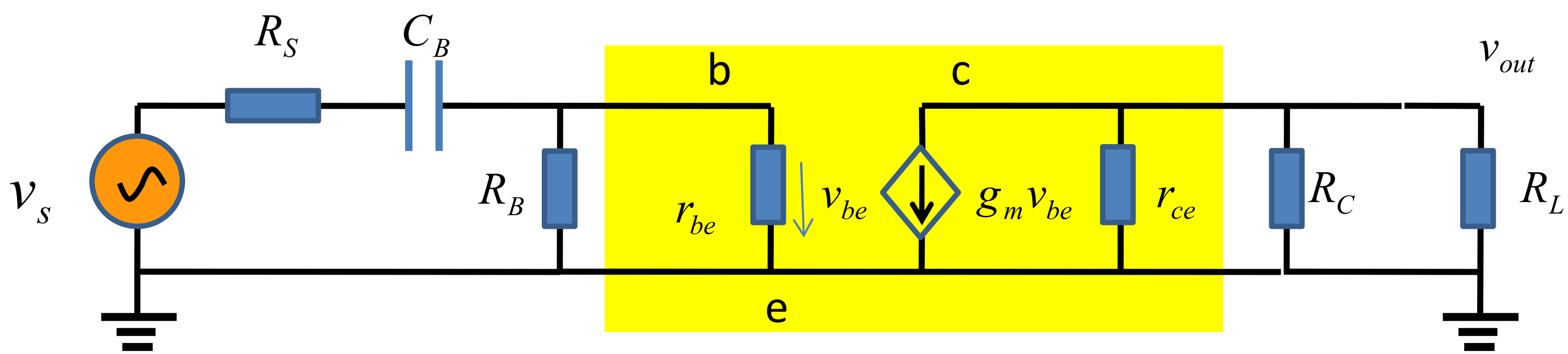


三阶系统

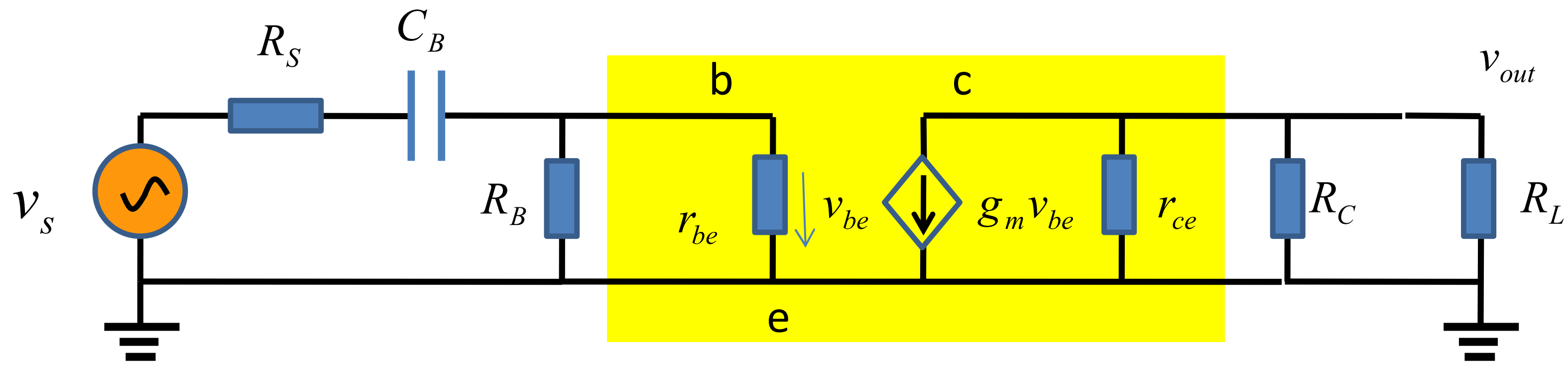
简化分析：单独考虑每个电容独自的影响



假设C_E、C_C很大，在C_B被视为交流短路前，这两个电容早就短路了



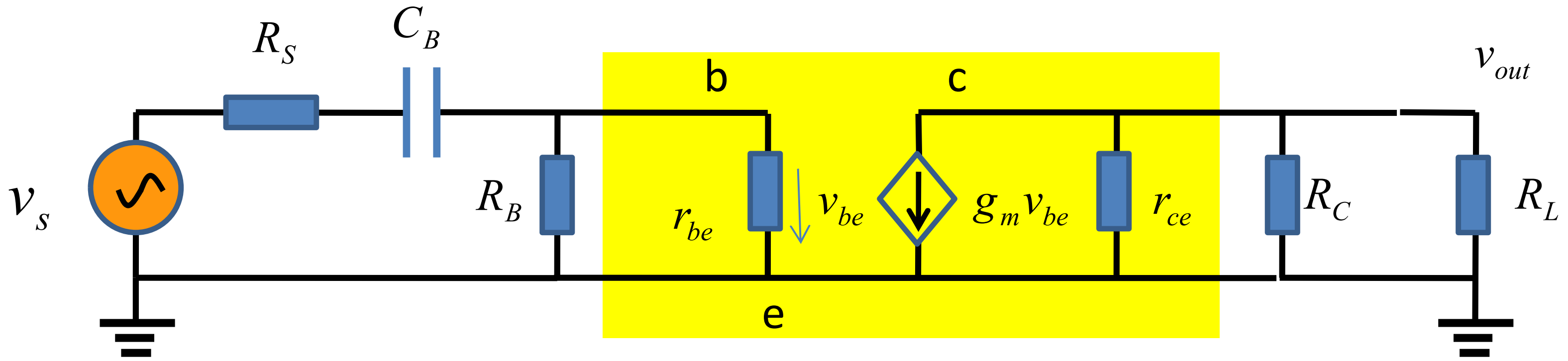
输入耦合电容的影响



$$\dot{V}_{be} = \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S + \frac{1}{j\omega C_B}} \dot{V}_S$$

$$\dot{V}_{out} = -g_m \dot{V}_{be} \left(R_L \parallel R_C \parallel r_{ce} \right)$$

$$\frac{\dot{V}_{out}}{\dot{V}_S} = -g_m \left(R_L \parallel R_C \parallel r_{ce} \right) \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S + \frac{1}{j\omega C_B}}$$



$$A_v = \frac{\dot V_{out}}{\dot V_S} = -g_m\left(R_L \parallel R_C \parallel r_{ce}\right)\frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S + \dfrac{1}{j\omega C_B}}$$

$$= -g_m R_L' \frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S}\frac{1}{1+\dfrac{1}{j\omega\tau_B}} = A_0\frac{j\omega\tau_B}{1+j\omega\tau_B}$$

不要前面的推导过程，闭着眼睛就可以写出这个表达式来

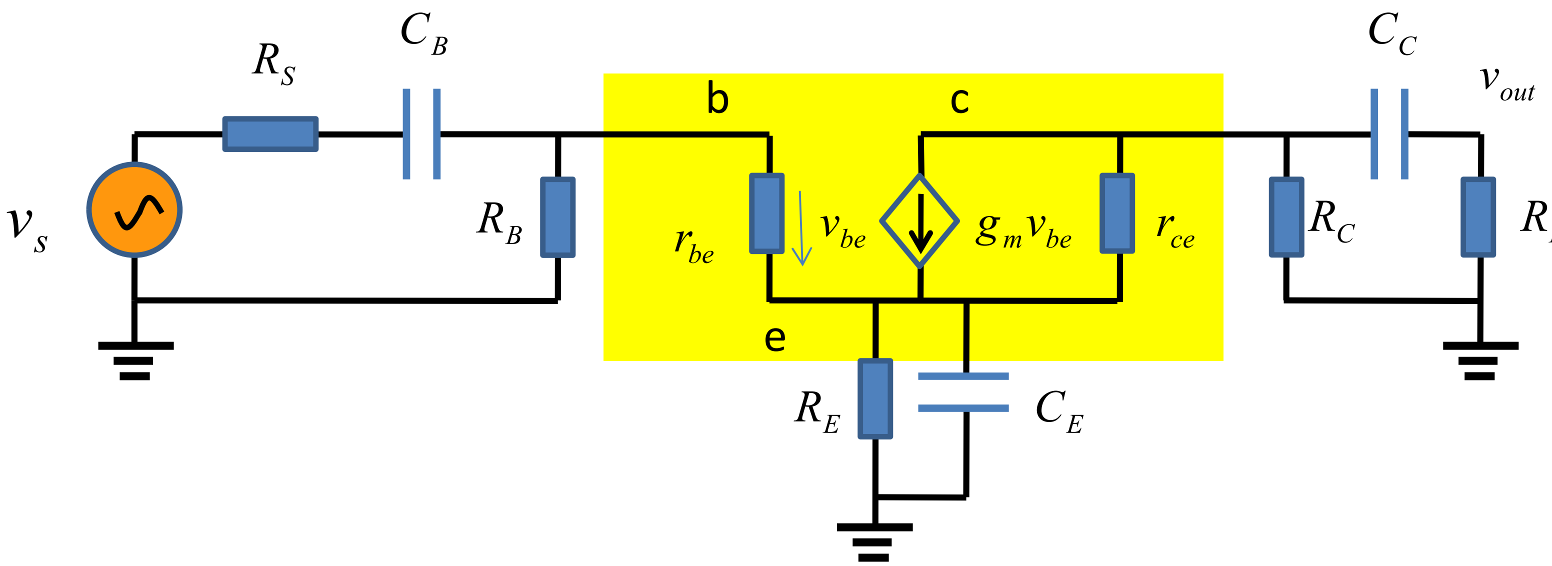
$$\tau_B = \left(R_B \parallel r_{be} + R_S\right)C_B$$

$$f > f_{0B} = \frac{1}{2\pi C_B\left(R_B \parallel r_{be} + R_S\right)}$$

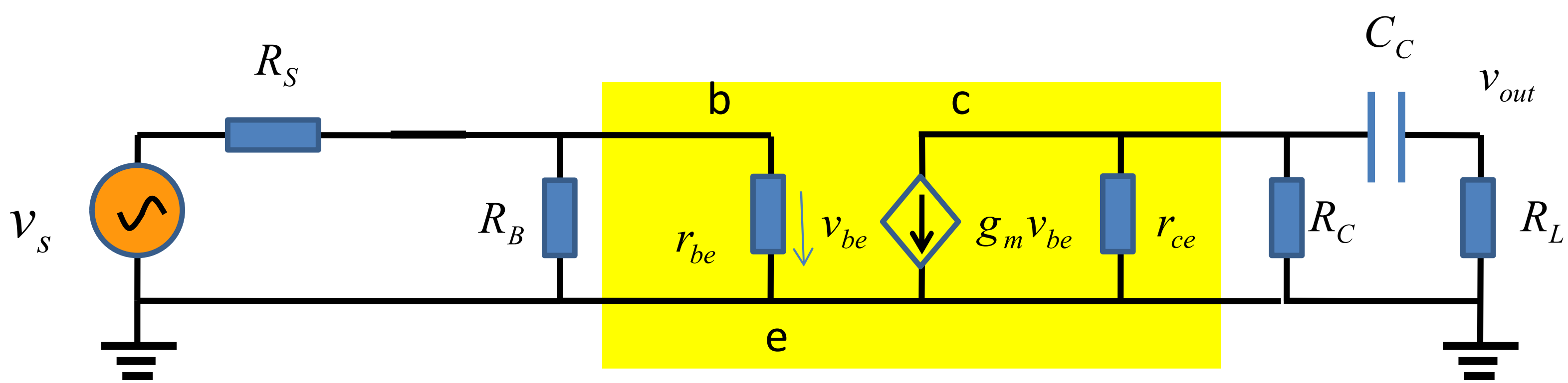
$$\omega_{0B} = \frac{1}{\tau_B} = \frac{1}{C_B\left(R_B \parallel r_{be} + R_S\right)}$$

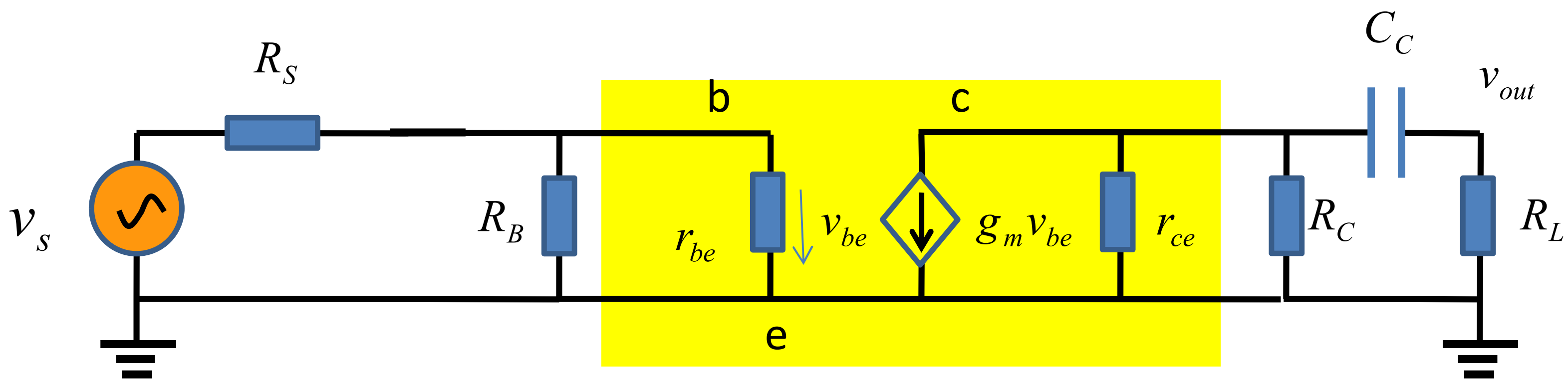
则可认为进入高频短路区
频率界点由电容和电容两端的电阻共同决定

输出耦合电容单独的影响



假设C_E、C_B很大，在C_C被视为交流短路前，这两个电容早就短路了



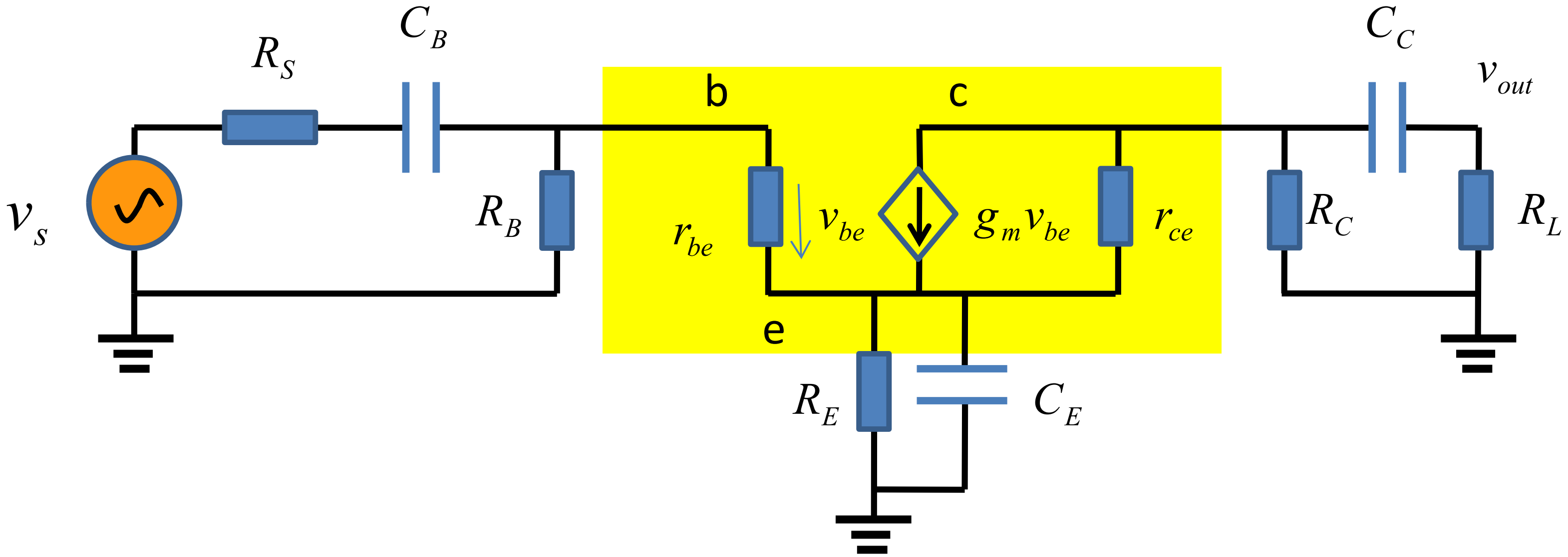


$$A_v = \frac{\dot{V}_{out}}{\dot{V}_S} = \ldots = A_0 \frac{j\omega\tau_C}{1 + j\omega\tau_C}$$

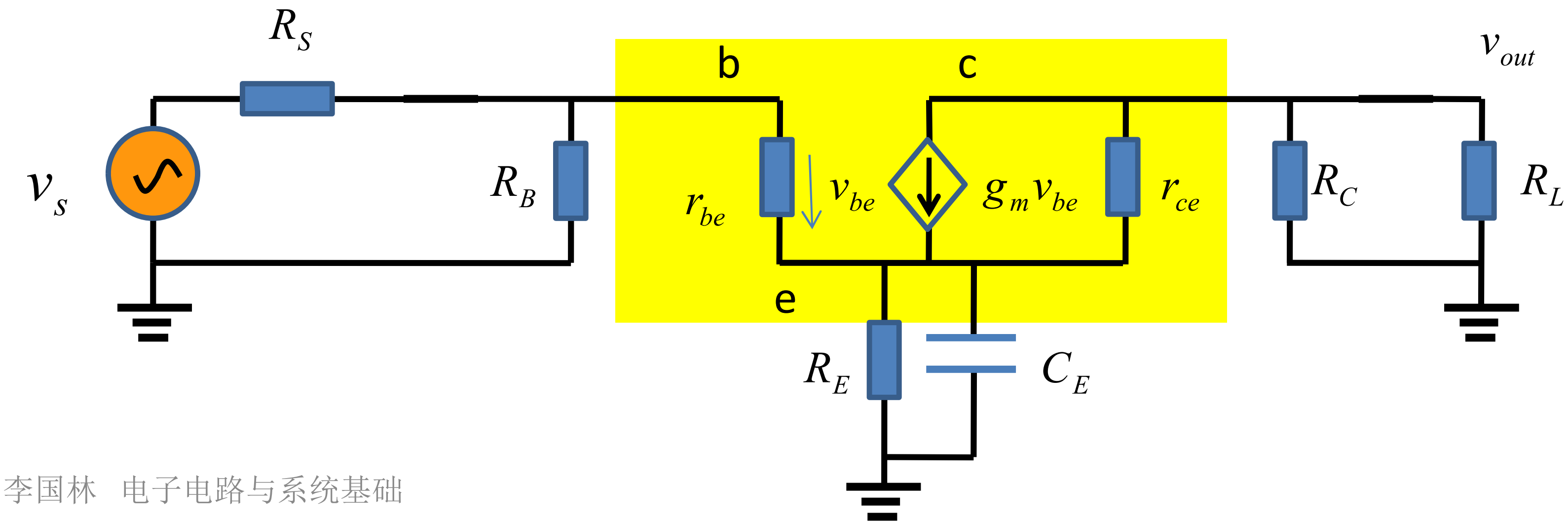
$$f > f_{0C} = \frac{1}{2\pi\tau_C} = \frac{1}{2\pi C_C \left(R_C \parallel r_{ce} + R_L\right)}$$

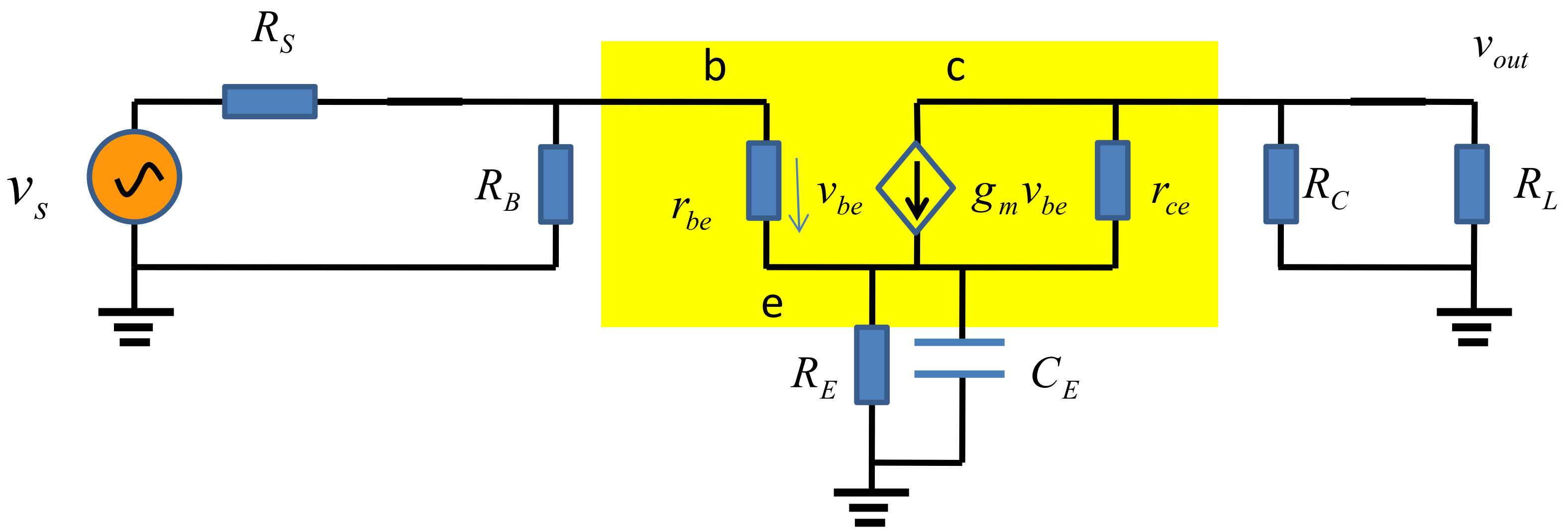
则可认为进入高频短路区
频率界点由电容和电容两端的电阻共同决定

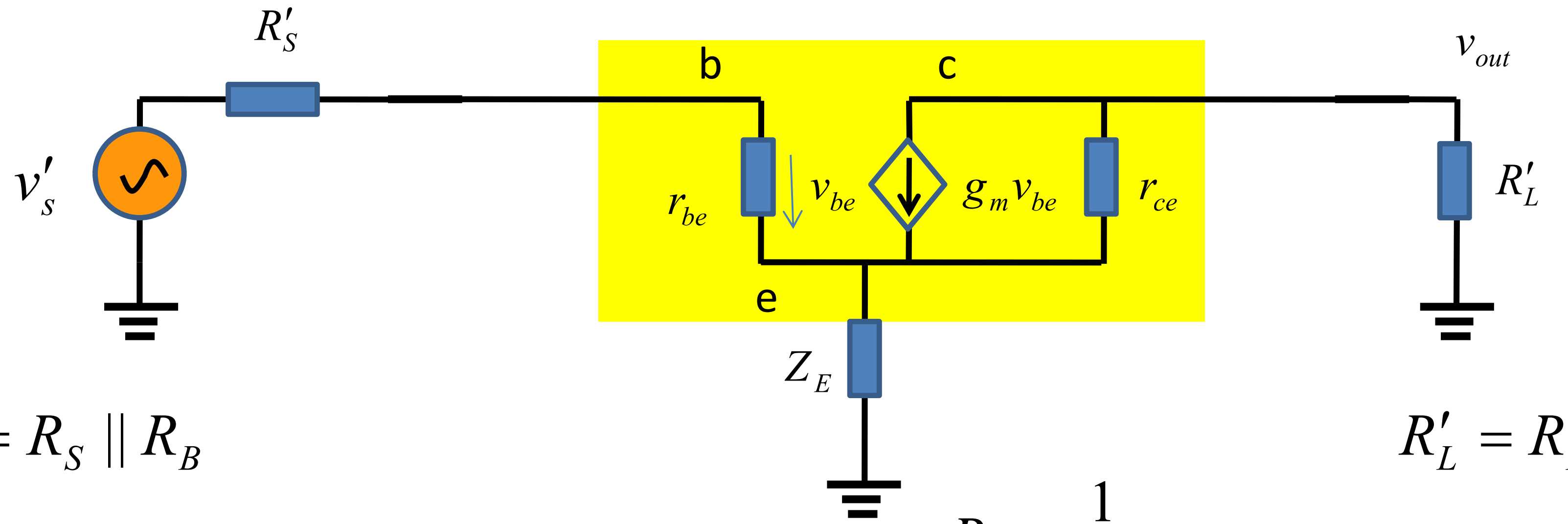
旁路电容单独的影响



假设C_C、C_B很大，在C_E被视为交流短路前，这两个电容早就短路了







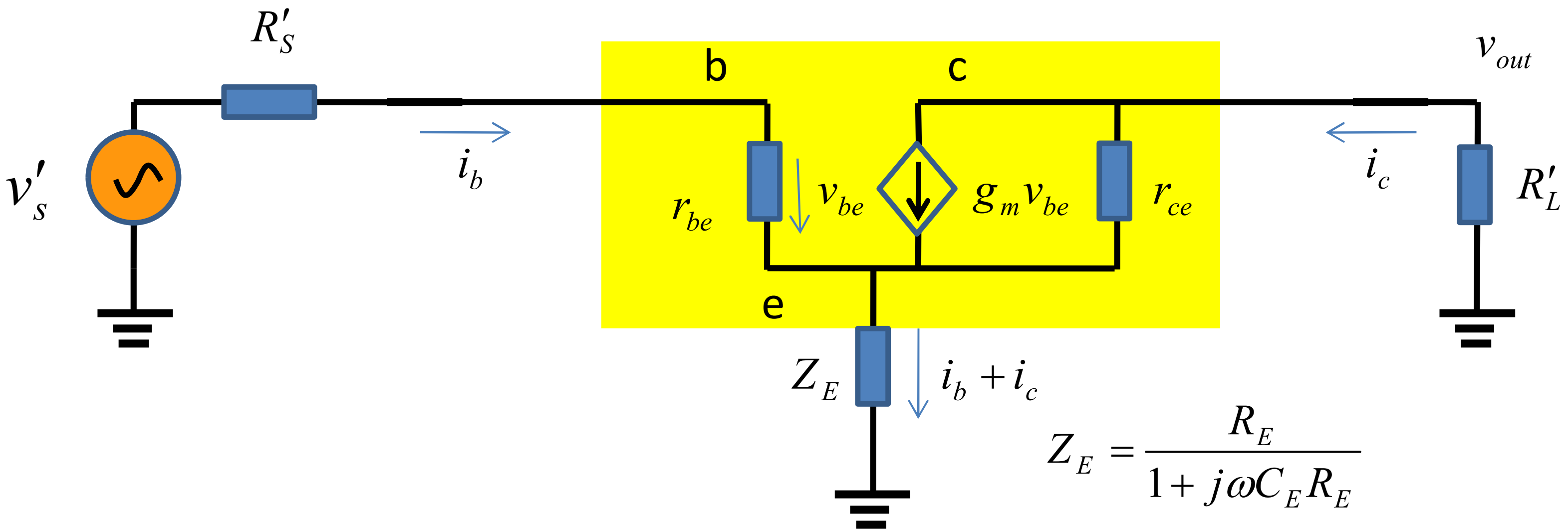
$$R'_S = R_S \parallel R_B$$

$$R'_L = R_L \parallel R_C$$

$$v'_s = v_s \frac{R_B}{R_S + R_B}$$

$$Z_E = R_E \parallel C_E = \frac{R_E \dfrac{1}{j\omega C_E}}{R_E + \dfrac{1}{j\omega C_E}} = \frac{R_E}{1 + j\omega C_E R_E}$$

按负反馈原理分析



$$Z_E = \frac{R_E}{1 + j\omega C_E R_E}$$

$$g_{mf} = \frac{g_m}{1 + g_m Z_E} = \frac{g_m}{1 + g_m \dfrac{R_E}{1 + j\omega R_E C_E}} = \frac{g_m \left(1 + j\omega R_E C_E\right)}{1 + g_m R_E + j\omega R_E C_E}$$

$$= \frac{g_m}{1 + g_m R_E} \frac{\left(1 + j\omega R_E C_E\right)}{1 + j\omega \dfrac{R_E}{1 + g_m R_E} C_E}$$

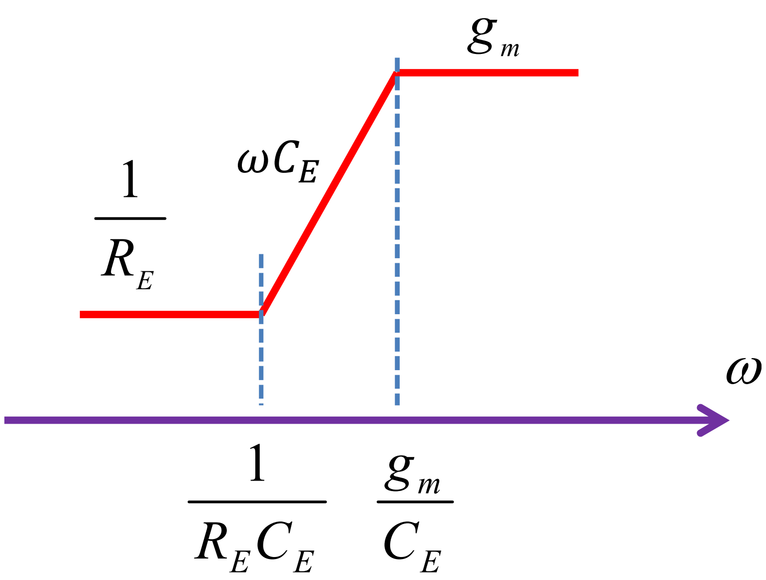
电阻电路分析结果

旁路电容在高频端的影响

何时进入交流短路区

$$g_{mf}=\frac{g_m}{1+g_m Z_E}=\frac{g_m}{1+g_m R_E}\frac{(1+j\omega R_E C_E)}{1+j\omega\dfrac{R_E}{1+g_m R_E}C_E}$$

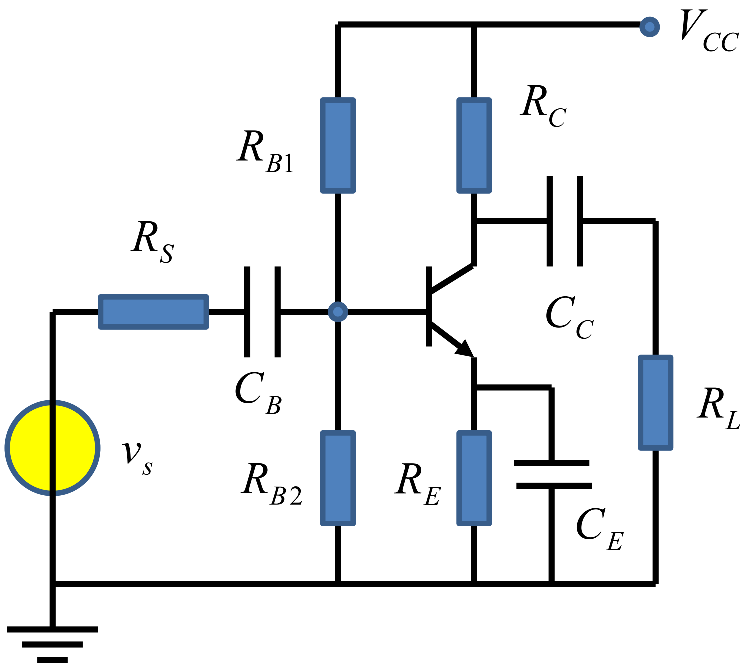
$$\underset{g_m R_E>>1}{\approx}\frac{1}{R_E}\frac{1+j\omega R_E C_E}{1+j\omega\dfrac{C_E}{g_m}}\approx\begin{cases}\dfrac{1}{R_E} & \omega<\dfrac{1}{R_E C_E}\\ \dfrac{1}{R_E}(j\omega R_E C_E) & \dfrac{1}{R_E C_E}<\omega<\dfrac{g_m}{C_E}\\ g_m & \omega>\dfrac{g_m}{C_E}\end{cases}$$



当射极旁路电容的电抗小于射极看入电阻时，旁路电容可视为短接于地

$$\omega>\omega_{0C}=\frac{1}{r_{ine}C_E}\approx\frac{g_m}{C_E}$$

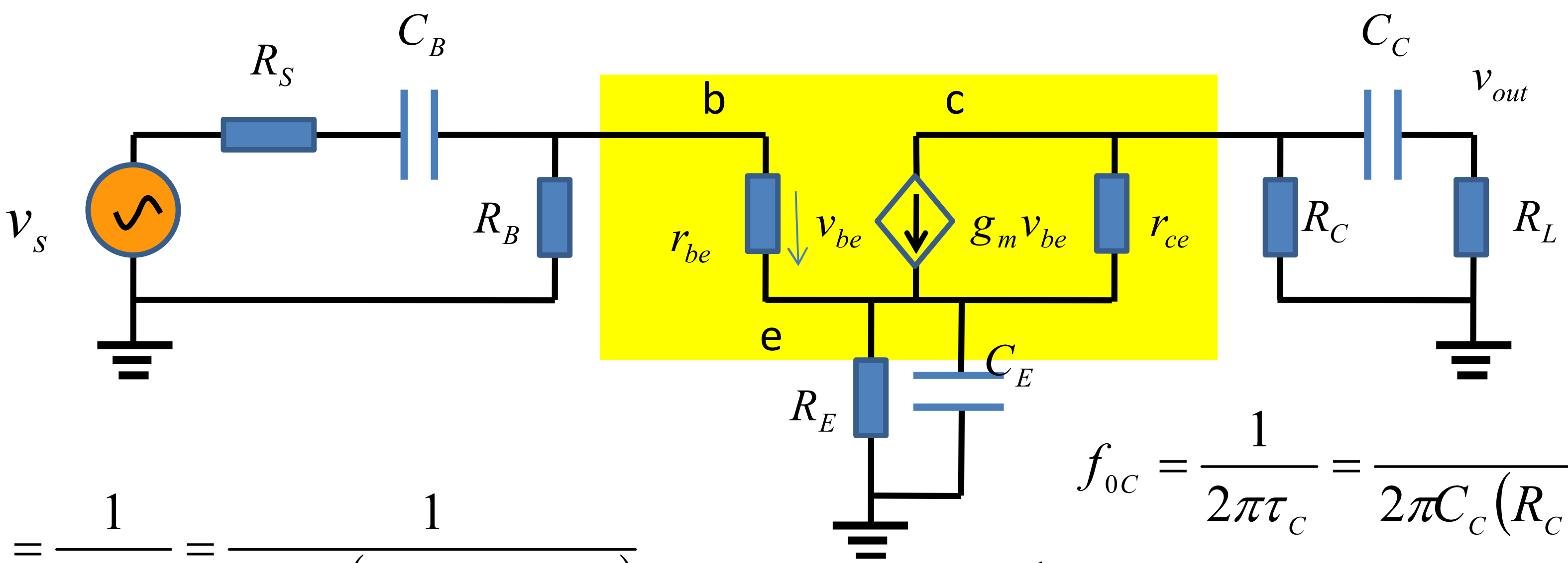
低端3dB频点
短路时间常数



$f > f_{0B}, f_{0C}, f_{0E}$ 进入中频频段

$$f_{l,3dB} \approx f_{0B} + f_{0C} + f_{0E}$$

粗略估计
不精确

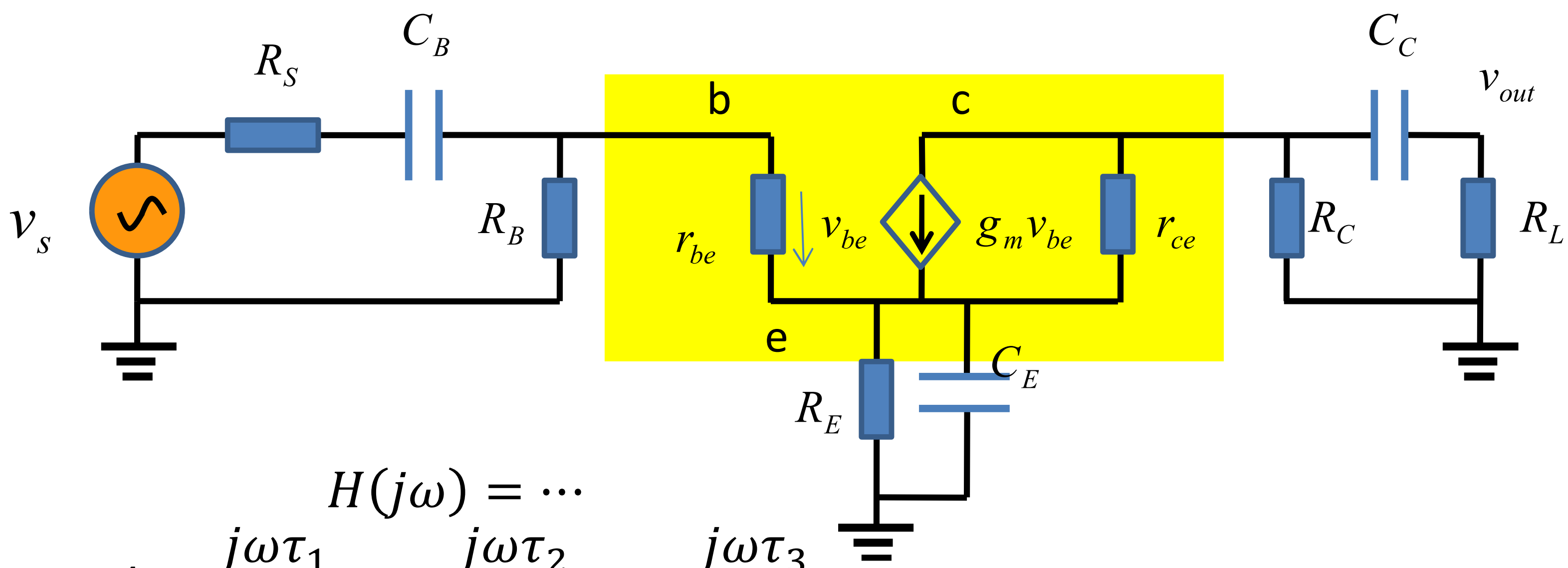


$$f_{0C} = \frac{1}{2\pi\tau_C} = \frac{1}{2\pi C_C\left(R_C \parallel r_{ce} + R_L\right)}$$

$$f_{0B} = \frac{1}{2\pi\tau_B} = \frac{1}{2\pi C_B\left(R_B \parallel r_{be} + R_S\right)}$$

$$f_{0E} = \frac{1}{2\pi\tau_E} \approx \frac{g_m}{2\pi C_E}$$

如何把高阶高通当成一阶高通处理？



$$H(j\omega) = \cdots$$

$$\approx A_0 \frac{j\omega\tau_1}{1+j\omega\tau_1}\cdot\frac{j\omega\tau_2}{1+j\omega\tau_2}\cdot\frac{j\omega\tau_3}{1+j\omega\tau_3}$$

非真正传递函数，纯粹一个估计

$$\approx A_0 \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega\tau_1}}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{j\omega\tau_2}}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{j\omega\tau_3}}$$

$$\approx A_0 \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega}\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_3}\right)+\left(\frac{1}{j\omega}\right)^2(\dots)++\left(\frac{1}{j\omega}\right)^3(\dots)}$$

关注转折频点附近后的高频端通带

$$\approx A_0 \frac{1}{1+\frac{1}{j\omega}\left(\frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_3}\right)} \approx A_0 \frac{1}{1+\frac{\omega_0}{j\omega}}$$

$$f_{l,3dB} = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi\tau_1}+\frac{1}{2\pi\tau_2}+\frac{1}{2\pi\tau_3} = f_{01}+f_{02}+f_{03}$$

纯粹一个估计

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\tau_1}+\frac{1}{\tau_2}+\frac{1}{\tau_3}$$

$$f_{0B}=\frac{1}{2\pi\tau_B}=\frac{1}{2\pi C_B\left(R_B\parallel r_{be}+R_S\right)}=\frac{1}{2\pi\times1\times10^{-6}\times\left(8480\parallel7220+100\right)}=40Hz$$

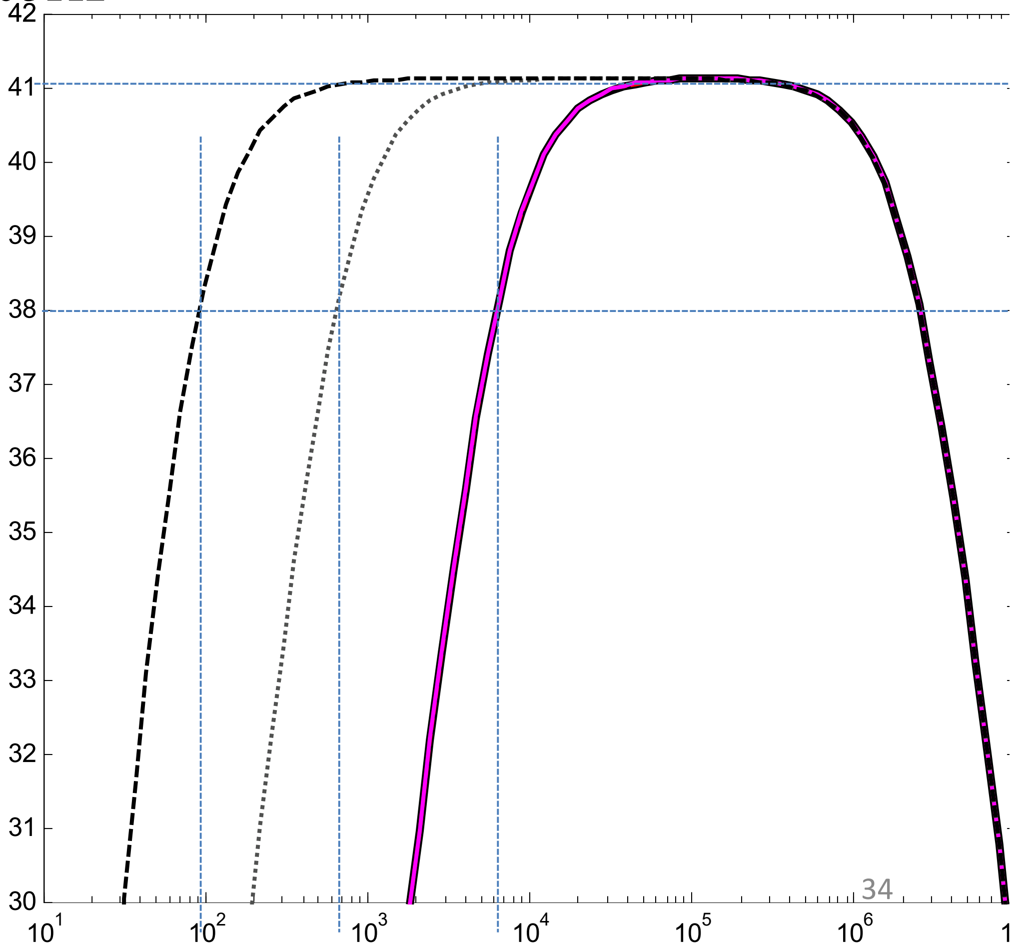
$$f_{0C}=\frac{1}{2\pi\tau_C}=\frac{1}{2\pi C_C\left(R_C\parallel r_{ce}+R_L\right)}=\frac{1}{2\pi\times1\times10^{-6}\times\left(5600\parallel92600+6200\right)}=14Hz$$

$$f_{0E}=\frac{1}{2\pi\tau_E}\approx\frac{g_m}{2\pi C_E}=\frac{41.5\times10^{-3}}{2\pi\times1\times10^{-6}}=6605Hz$$

三者差别越大，估计越准确

$$f_{l,3dB}\approx f_{0B}+f_{0C}+f_{0E}$$
$$=6659Hz,700Hz,120Hz$$

低端3dB频点估算



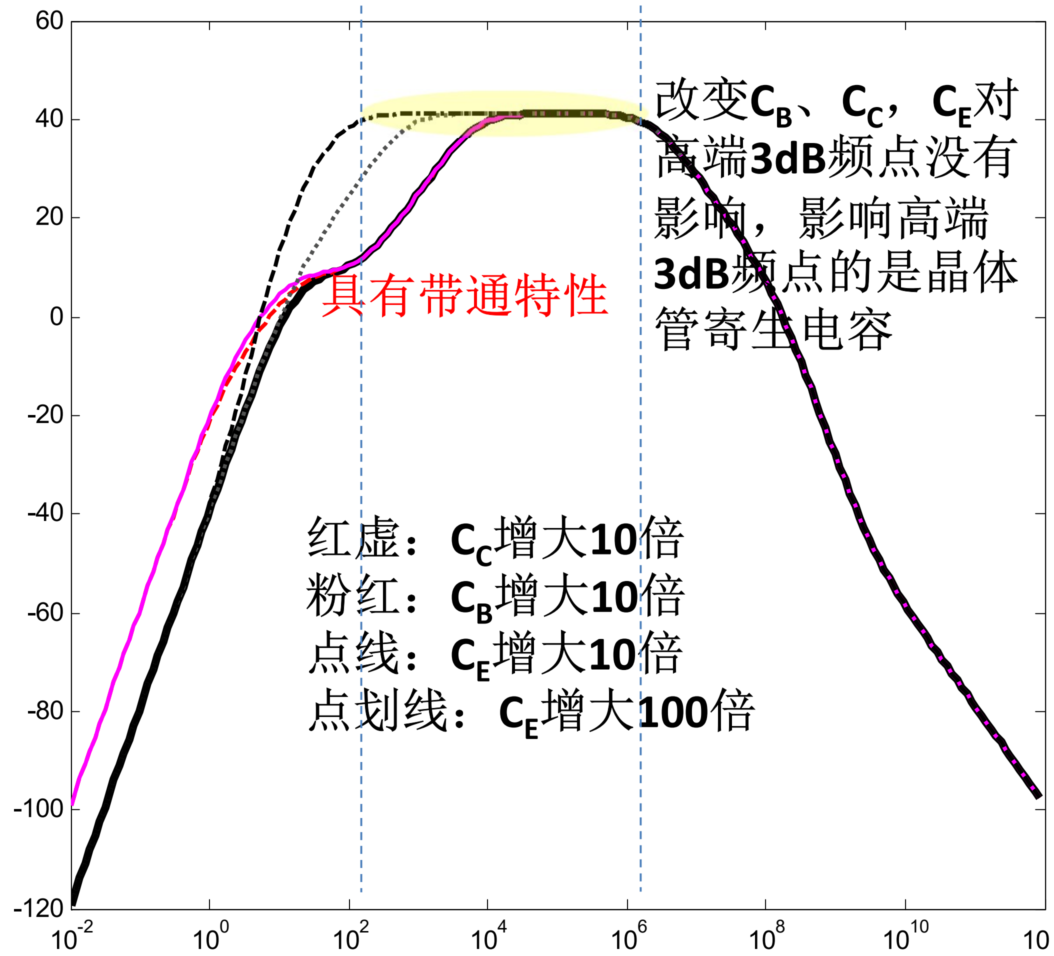
结论：
旁路电容C_E决定了低频端3dB频点

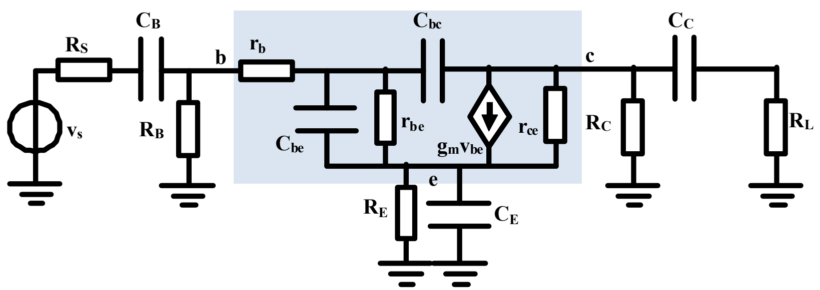
因为C_E两端等效电阻$1/g_m$最小，时间常数最小，导致的高通3dB频点最大，因而影响最大

哪个高通电容的时间常数小，哪个电容就是低端3dB频点的主要矛盾

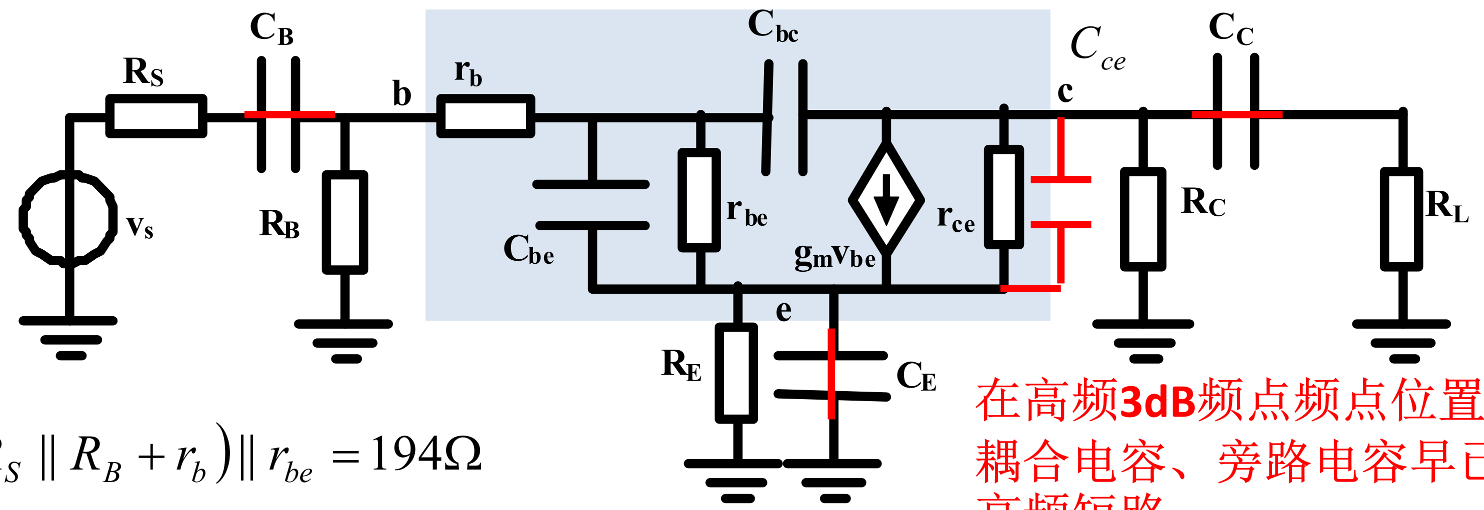
有效降低低端3dB频点（扩大通带范围）的措施是提高C_E电容大小

请同学实验验证





结点电压法求解

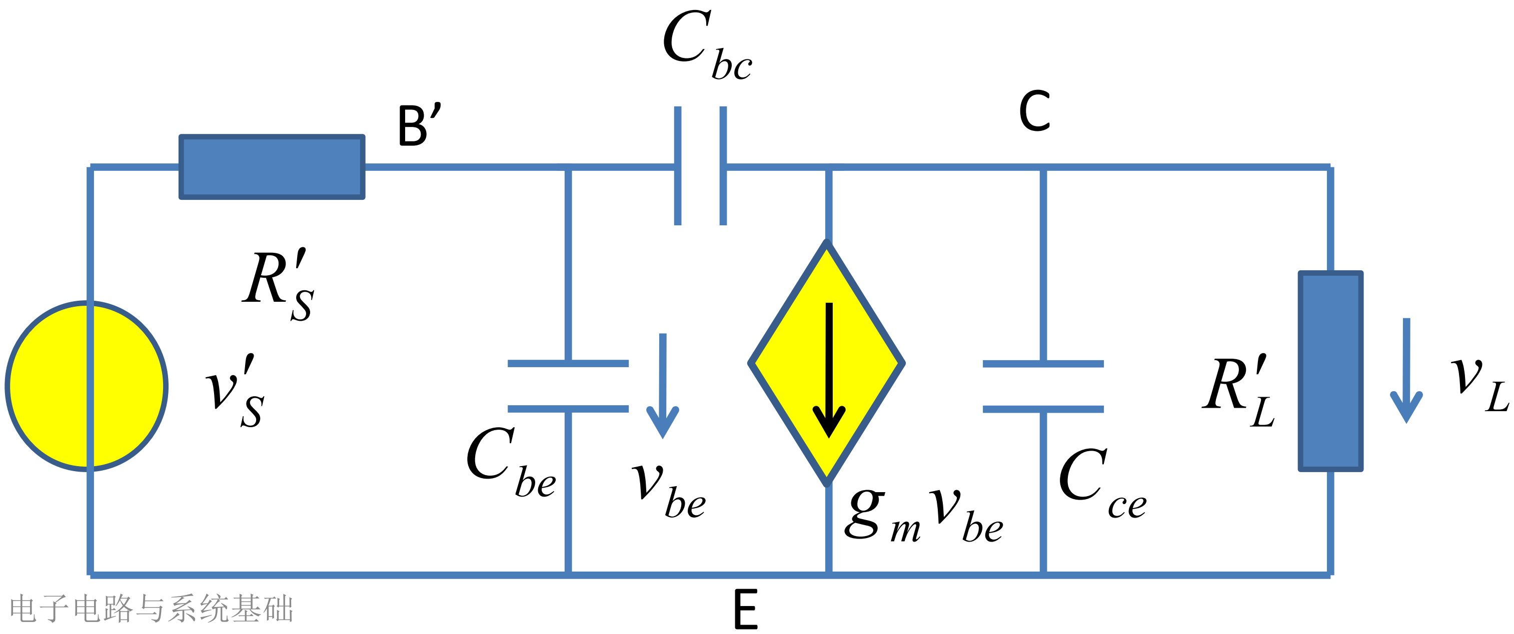


在高频3dB频点频点位置，耦合电容、旁路电容早已高频短路

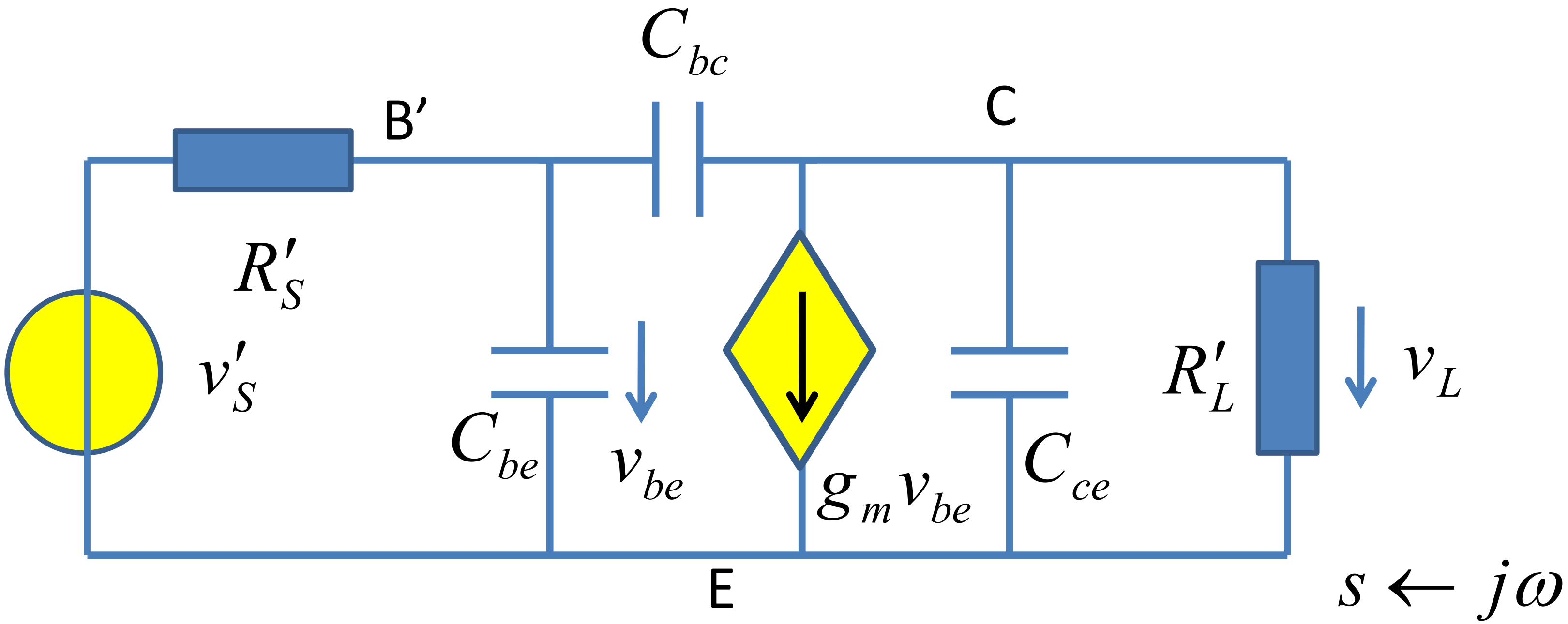
$$R'_S = \left(R_S \parallel R_B + r_b\right) \parallel r_{be} = 194\Omega$$

$$R'_L = R_L \parallel R_C \parallel r_{ce} = 2.85k\Omega$$

高端3dB频点分析



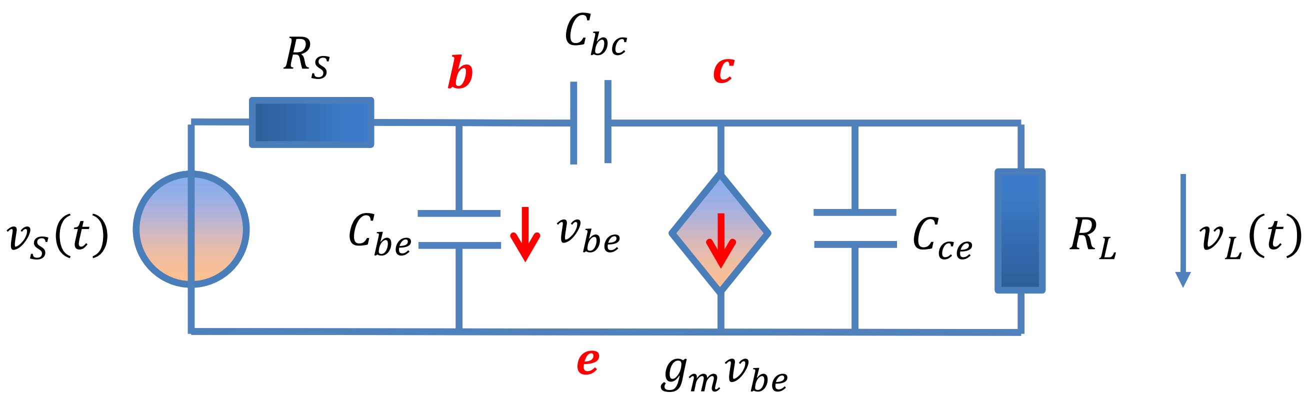
简化电路的传递函数



$$H(s)=\frac{v_L}{v'_S}=-g_m R'_L\frac{1-\dfrac{sC_{bc}}{g_m}}{\begin{array}{l}1+s\left(C_{be}R'_S+C_{bc}\left(R'_S+R'_L+g_m R'_S R'_L\right)+C_{ce}R'_L\right)\\+s^2 R'_S R'_L\left(C_{bc}C_{be}+C_{be}C_{ce}+C_{ce}C_{bc}\right)\end{array}}$$

三个电容：二阶系统：三个电容电压状态变量不独立

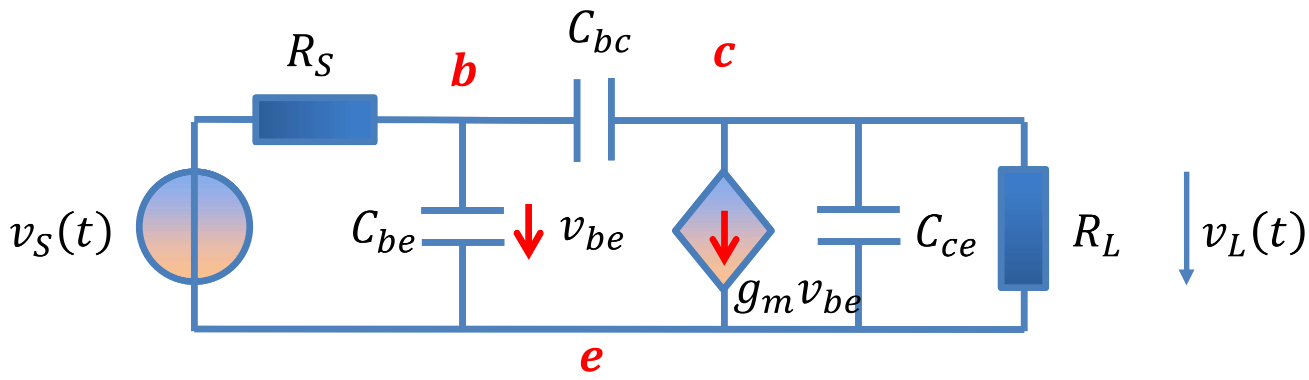
用结点电压法求取传递函数



相量域，电纳和电导同等地位

$$\begin{bmatrix} G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} & -j\omega C_{bc} \\ -j\omega C_{bc} & G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ -g_m \dot{V}_b \end{bmatrix}$$

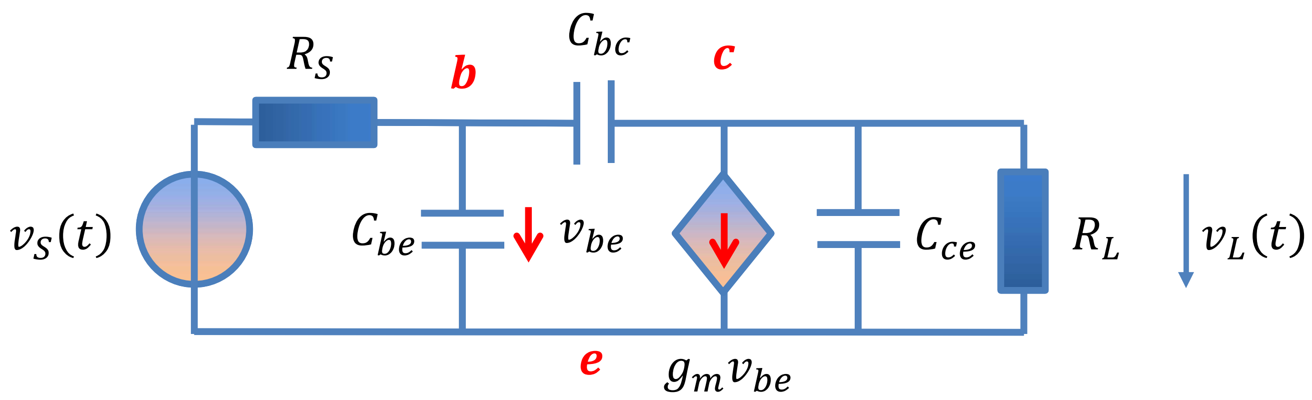
$$\begin{bmatrix} G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} & -j\omega C_{bc} \\ g_m - j\omega C_{bc} & G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} & -j\omega C_{bc} \\ g_m - j\omega C_{bc} & G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc} & j\omega C_{bc} \\ -g_m + j\omega C_{bc} & G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc} \end{bmatrix}}{(G_S + j\omega C_{be} + j\omega C_{bc})(G_L + j\omega C_{ce} + j\omega C_{bc}) - (-g_m + j\omega C_{bc}) j\omega C_{bc}} \begin{bmatrix} G_S \dot{V}_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} G_L + sC_{ce} + sC_{bc} & sC_{bc} \\ -g_m + sC_{bc} & G_S + sC_{be} + sC_{bc} \end{bmatrix}}{(G_S + sC_{be} + sC_{bc})(G_L + sC_{ce} + sC_{bc}) - (-g_m + sC_{bc}) sC_{bc}} \begin{bmatrix} G_S V_S \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} G_L + sC_{ce} + sC_{bc} & sC_{bc} \\ -g_m + sC_{bc} & G_S + sC_{be} + sC_{bc} \end{bmatrix}}{(G_S + sC_{be} + sC_{bc})(G_L + sC_{ce} + sC_{bc}) - (-g_m + sC_{bc})sC_{bc}} \begin{bmatrix} G_S V_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} G_L + sC_{ce} + sC_{bc} \\ -g_m + sC_{bc} \end{bmatrix} G_S V_S}{G_S G_L + s\big(C_{ce}G_S + C_{be}G_L + C_{bc}(G_S + G_L + g_m)\big) + s^2(C_{be}C_{bc} + C_{bc}C_{ce} + C_{ce}C_{be})}$$

$$H(s) = \frac{V_L}{V_S} = \frac{V_C}{V_S} = \frac{(-g_m + sC_{bc})G_S}{G_S G_L + s\big(C_{ce}G_S + C_{be}G_L + C_{bc}(G_S + G_L + g_m)\big) + s^2(C_{be}C_{bc} + C_{bc}C_{ce} + C_{ce}C_{be})}$$

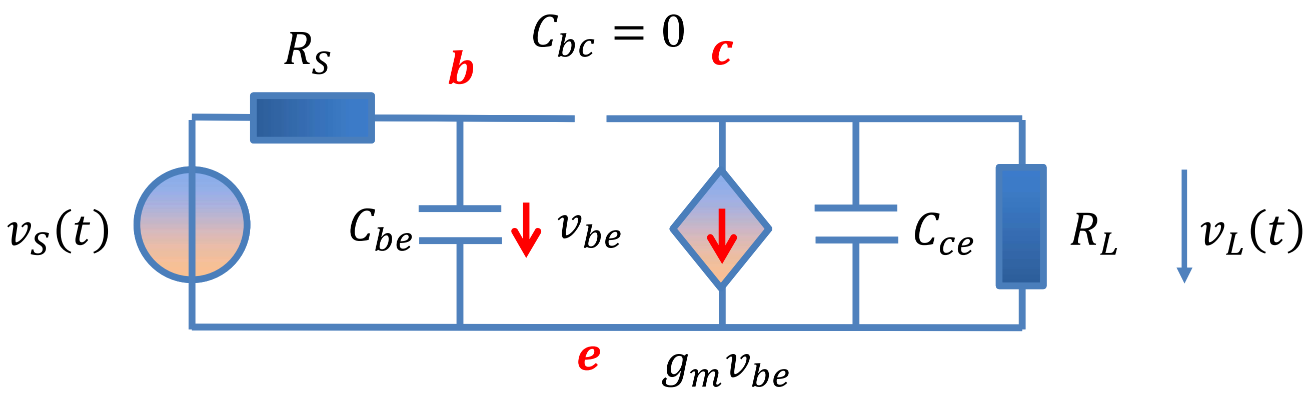
多项式归一化：**s=0**代表直流电阻电路

$$= -g_m R_L \frac{\left(1 - s\frac{C_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s\big(C_{ce}R_L + C_{be}R_S + C_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L)\big) + s^2(C_{be}C_{bc} + C_{bc}C_{ce} + C_{ce}C_{be})R_S R_L}$$

凡是复杂一点的公式，都应做量纲检查，极端检查：所有电容为**0**，开路

40

极端检查1



C_{bc}开路后，电路变成单向网络

$$H(s) = -g_m R_L \frac{\left(1 - s\frac{C_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s\left(C_{ce}R_L + C_{be}R_S + C_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L)\right) + s^2(C_{be}C_{bc} + C_{bc}C_{ce} + C_{ce}C_{be})R_S R_L}$$

$$\overset{C_{bc}=0}{\cong} -g_m R_L \frac{1}{1 + s(C_{ce}R_L + C_{be}R_S) + s^2 C_{ce}C_{be}R_S R_L} = -g_m R_L \frac{1}{(1 + sC_{be}R_S)(1 + sC_{ce}R_L)}$$

$$= \underbrace{\frac{R_L}{1 + sC_{ce}R_L}}_{\text{输出电流流过输出回路总阻抗形成输出电压}} \underbrace{(-g_m)}_{\text{被本征跨导增益转换为输出电流}} \underbrace{\frac{1}{1 + sC_{be}R_S}}_{\text{输入回路分压}}$$

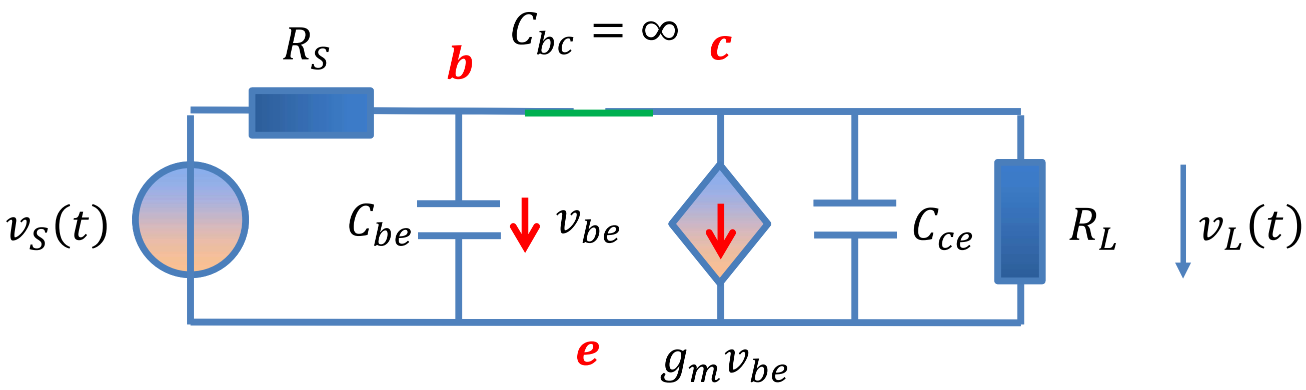
$$\frac{R_L \frac{1}{sC_{ce}}}{\frac{1}{sC_{ce}} + R_L} \qquad \frac{\frac{1}{sC_{be}}}{\frac{1}{sC_{be}} + R_S}$$

输出电流流过输出回路总阻抗形成输出电压

被本征跨导增益转换为输出电流

输入回路分压

极端检查2



通过量纲检查、极端检查的表达式，基本认可其准确性

$$H(s) = -g_m R_L \frac{\left(1 - s\frac{C_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s\big(C_{ce}R_L + C_{be}R_S + C_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L)\big) + s^2(C_{be}C_{bc} + C_{bc}C_{ce} + C_{ce}C_{be})R_S R_L}$$

$$\overset{C_{bc}=\infty}{\cong} - g_m R_L \frac{-s\frac{C_{bc}}{g_m}}{sC_{bc}(R_S + R_L + g_m R_S R_L) + s^2(C_{be} + C_{ce})C_{bc}R_S R_L}$$

$$= \frac{R_L}{(R_S + R_L + g_m R_S R_L) + s(C_{be} + C_{ce})R_S R_L} = \frac{1}{(G_S + G_L + g_m) + s(C_{be} + C_{ce})} G_S$$

诺顿电流流过并联阻抗，形成电压

戴维南源转化为诺顿源

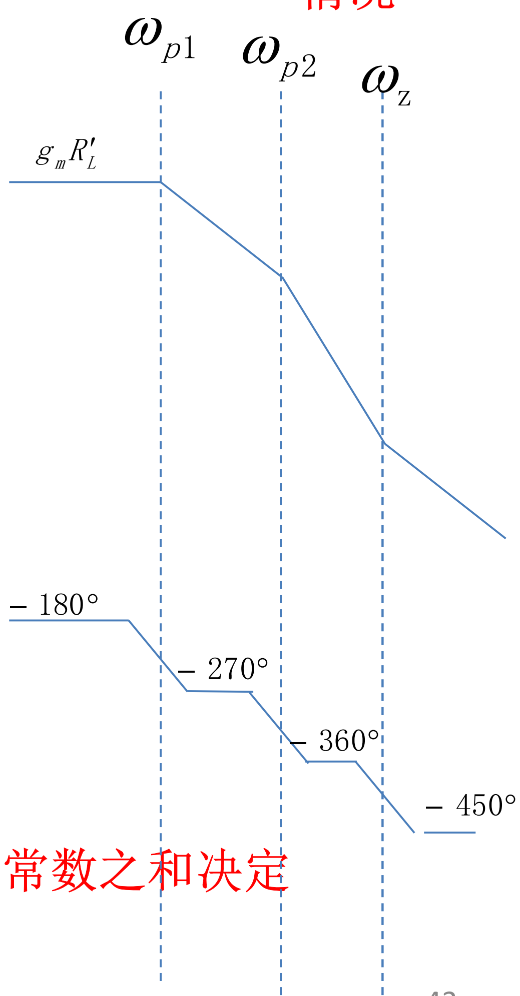
二阶系统的一阶近似分析

$$H(s)=\frac{v_L}{v_S'}=-g_m R_L'\frac{1-\dfrac{sC_{bc}}{g_m}}{1+s\left(C_{be}R_S'+C_{bc}\left(R_S'+R_L'+g_m R_S' R_L'\right)+C_{ce}R_L'\right)+s^2 R_S' R_L'\left(C_{bc}C_{be}+C_{be}C_{ce}+C_{ce}C_{bc}\right)}$$

$$\overset{s=j\omega}{=}-g_m R_L'\frac{1-\dfrac{j\omega}{\omega_z}}{\left(1+\dfrac{j\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1+\dfrac{j\omega}{\omega_{p2}}\right)}\underset{\omega_{p1}<<\omega_{p2}<<\omega_z}{\overset{\omega\text{不是很高时，近似为一阶}}{\approx}}-g_m R_L'\frac{1}{1+\dfrac{j\omega}{\omega_{p1}}}$$

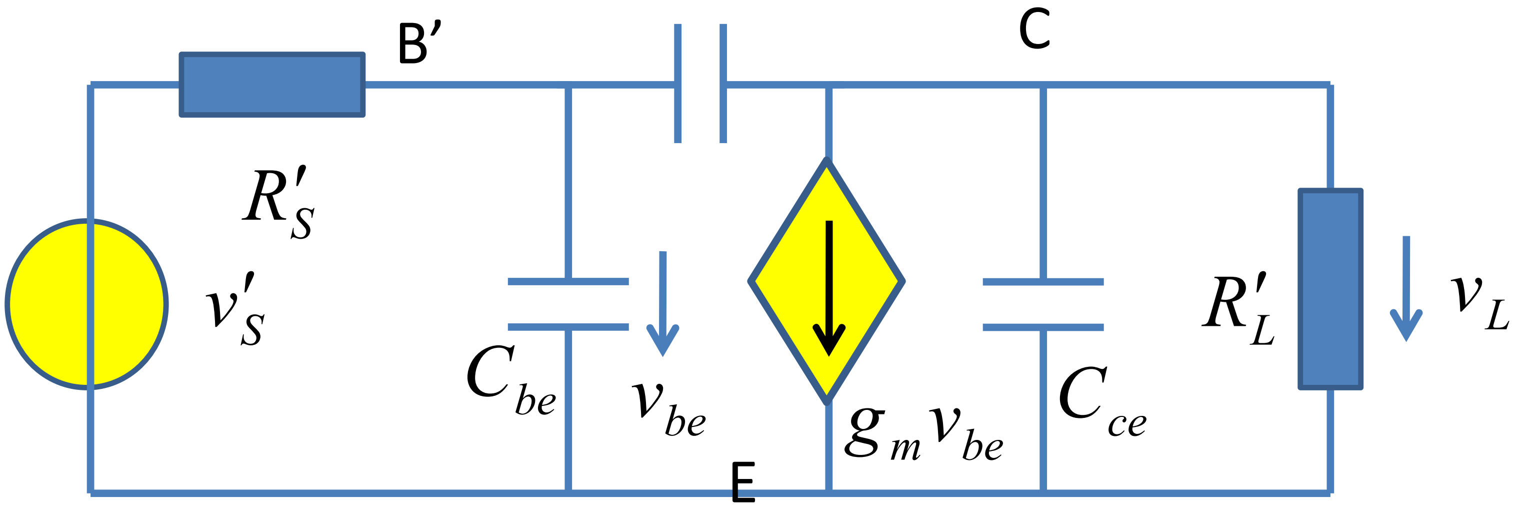
$$\approx -g_m R_L'\frac{1}{1+j\omega\left(C_{be}R_S'+C_{bc}\left(R_S'+R_L'+g_m R_S' R_L'\right)+C_{ce}R_L'\right)}$$

$\omega < \omega_{p2}$ 这是实际应用情况



高端**3dB**频点近似由所有低通电容开路时间常数之和决定

开路时间常数



$$\tau_{be} = C_{be} R'_S = 70pF \times 194\Omega = 13.58ns$$

$$\tau_{bc} = C_{bc}\left(R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L\right)$$
$$= 2p \times \left(194 + 2850 + 41.5 \times 2.85 \times 194\right)$$
$$= 2pF \times 25989\Omega = 51.98ns$$

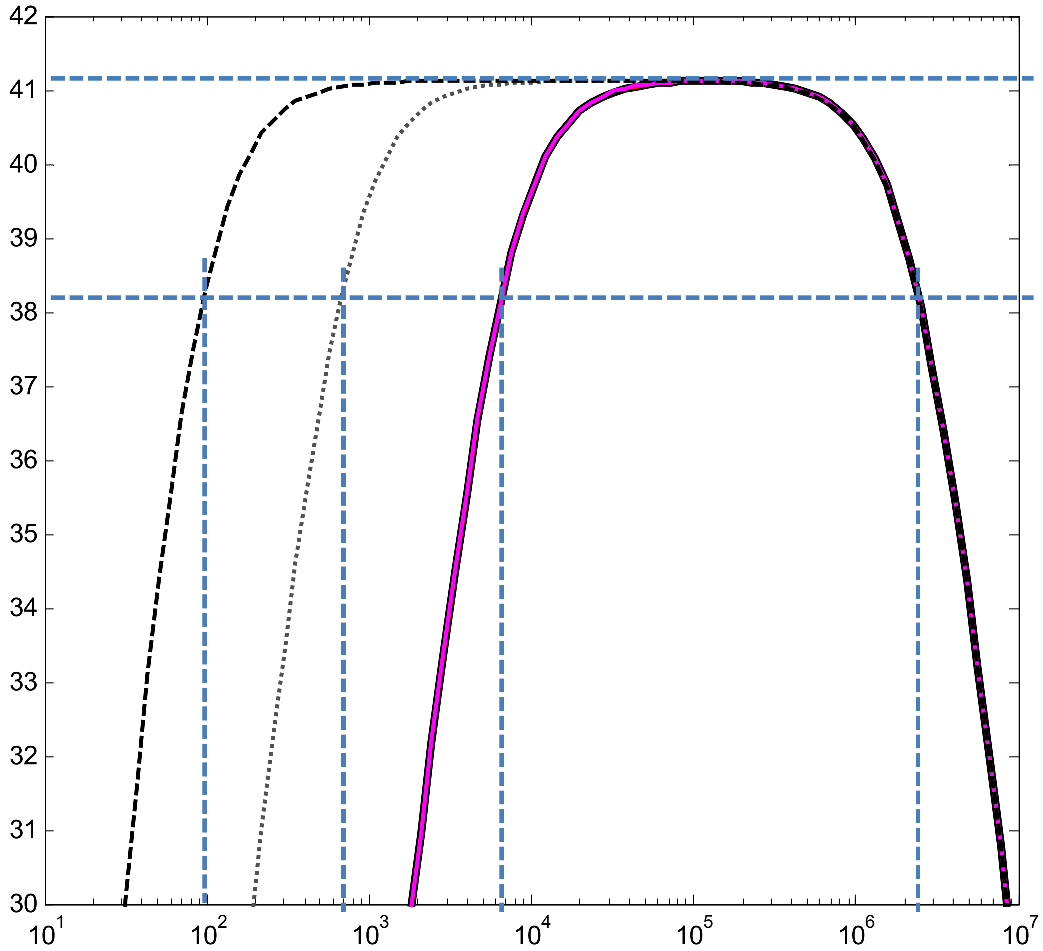
$$\tau_{ce} = C_{ce} R'_L = 0 \qquad \tau = \tau_{be} + \tau_{bc} + \tau_{ce} = 65.56ns$$

$$f_{h,3dB} = \frac{1}{2\pi\tau} = 2.43MHz$$

$$f_{l,3dB} \approx f_{0B} + f_{0C} + f_{0E}$$
$$= 6659Hz, 700Hz, 120Hz$$

放大器带宽一阶估算

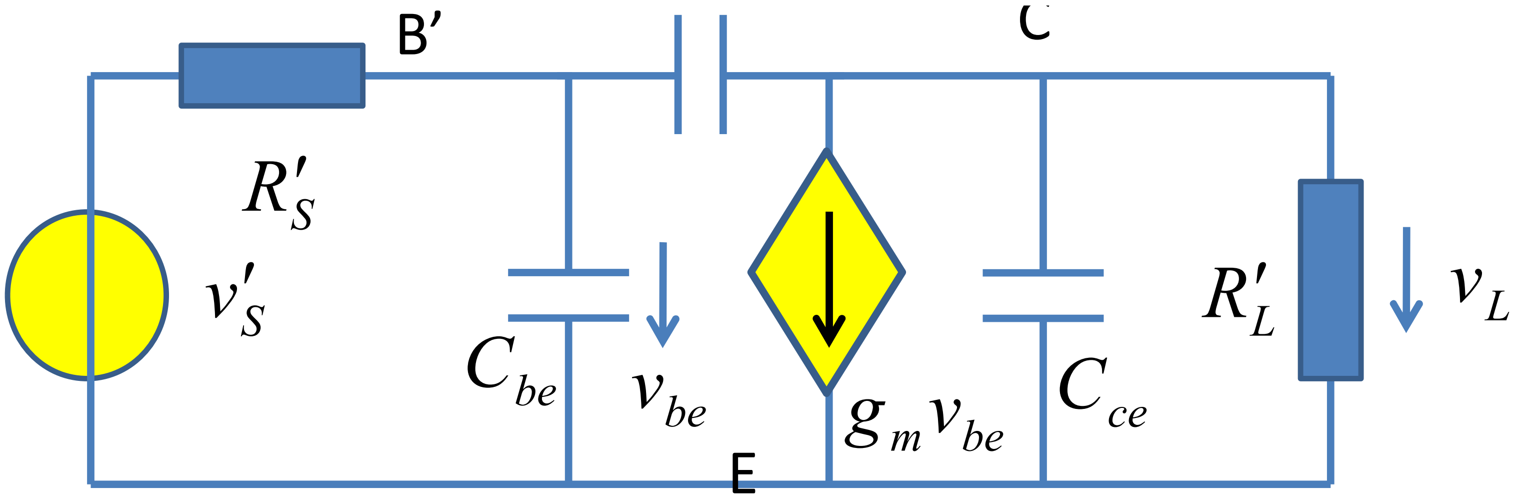
低端3dB频点由高通电容（耦合电容、旁路电容）决定：计算单个电容的短路时间常数，获得每个电容的低端3dB频点，求和获得总的低端3dB频点



$$f_{h,3dB} = \frac{1}{2\pi\tau} = 2.43MHz$$

高端3dB频点由低通电容（晶体管寄生电容）决定：计算单个电容的开路时间常数，求和获得总的高端3dB频点对应时间常数

如何把高阶低通当成一阶低通处理？



$$H(j\omega) = \cdots$$

$$\approx A_0 \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_2} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_3}$$

非真正传递函数，纯粹一个估计

$$\approx A_0 \frac{1}{1 + j\omega(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) + (j\omega)^2(\dots) + (j\omega)^3(\dots)}$$

关注转折频点附近前的低频端通带

$$\approx A_0 \frac{1}{1 + j\omega(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} \approx A_0 \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{\omega_0}}$$

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}$$

$$f_{h,3dB} = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx \frac{1}{2\pi(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}$$

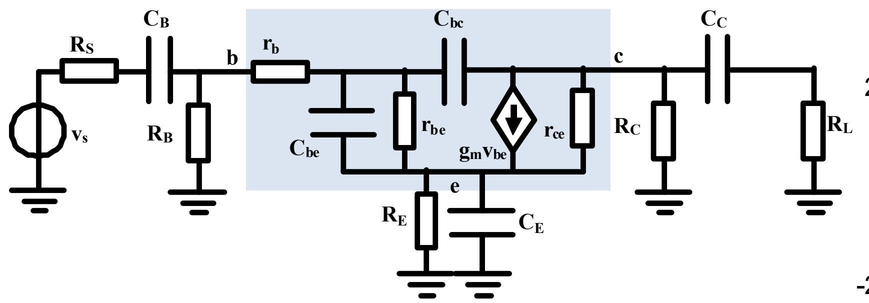
晶体管放大器带宽的估算

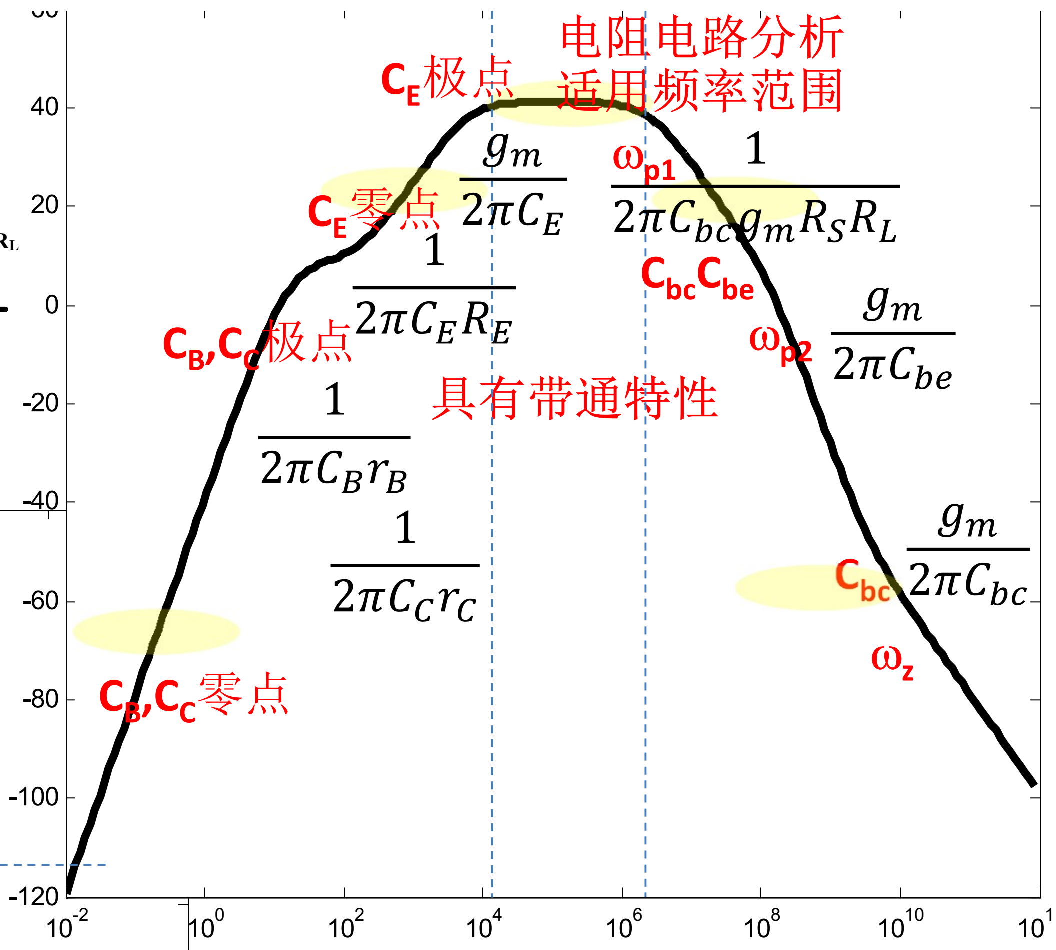
- 晶体管放大器电路中的电容很多，是高阶动态系统
  - 由于这些电容的影响力相差较大，从而对低端3dB频点和高端3dB频点估算时，均可用一阶系统近似
- 低端3dB频点由高通电容（耦合电容、旁路电容）决定
  - 估算低端3dB频点时，小的寄生电容低频开路处理
  - 计算每个高通电容的短路时间常数，对应截止频点，低端3dB频点近似是所有截止频点之和

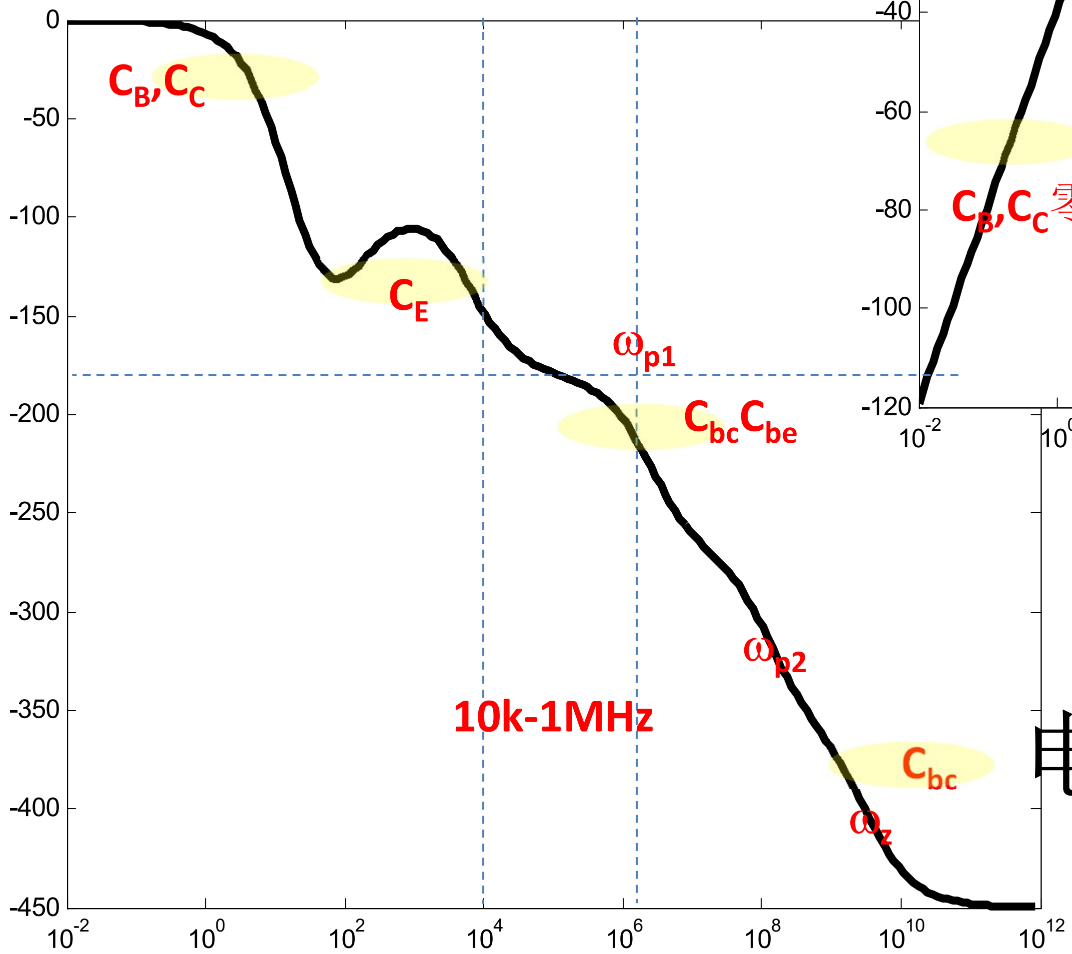
$$f_{l,3dB} \approx f_{0B} + f_{0C} + f_{0E} = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{C_B R_{BS}} + \frac{1}{C_C R_{CS}} + \frac{1}{C_E R_{ES}} \right]$$

- 高端3dB频点由低通电容（晶体管寄生电容）决定
  - 估算高端3dB频点时，大的耦合电容、旁路电路高频短路处理
  - 计算每个低通电容的开路时间常数，求和获得总时间常数，对应截止频率近似为高端3dB频点

$$f_{h,3dB} \approx \frac{1}{2\pi\left(\tau_{be} + \tau_{bc} + \tau_{ce}\right)} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{C_{be} R'_S + C_{bc}\left(R'_S + R'_L + g_m R'_S R'_L\right) + C_{ce} R'_L}$$







到底是哪个电容在起作用?
形成如是幅频特性和相频特性？

电容形成的频率特性