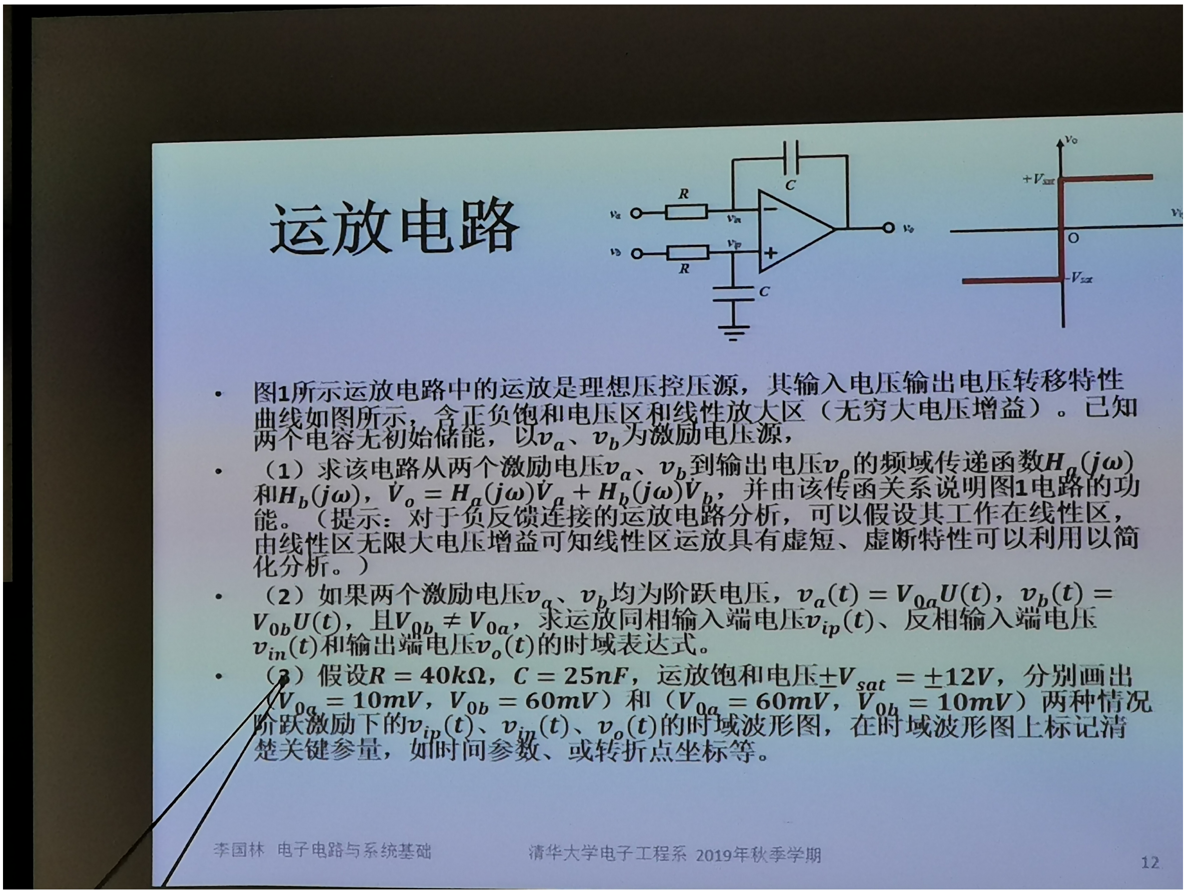
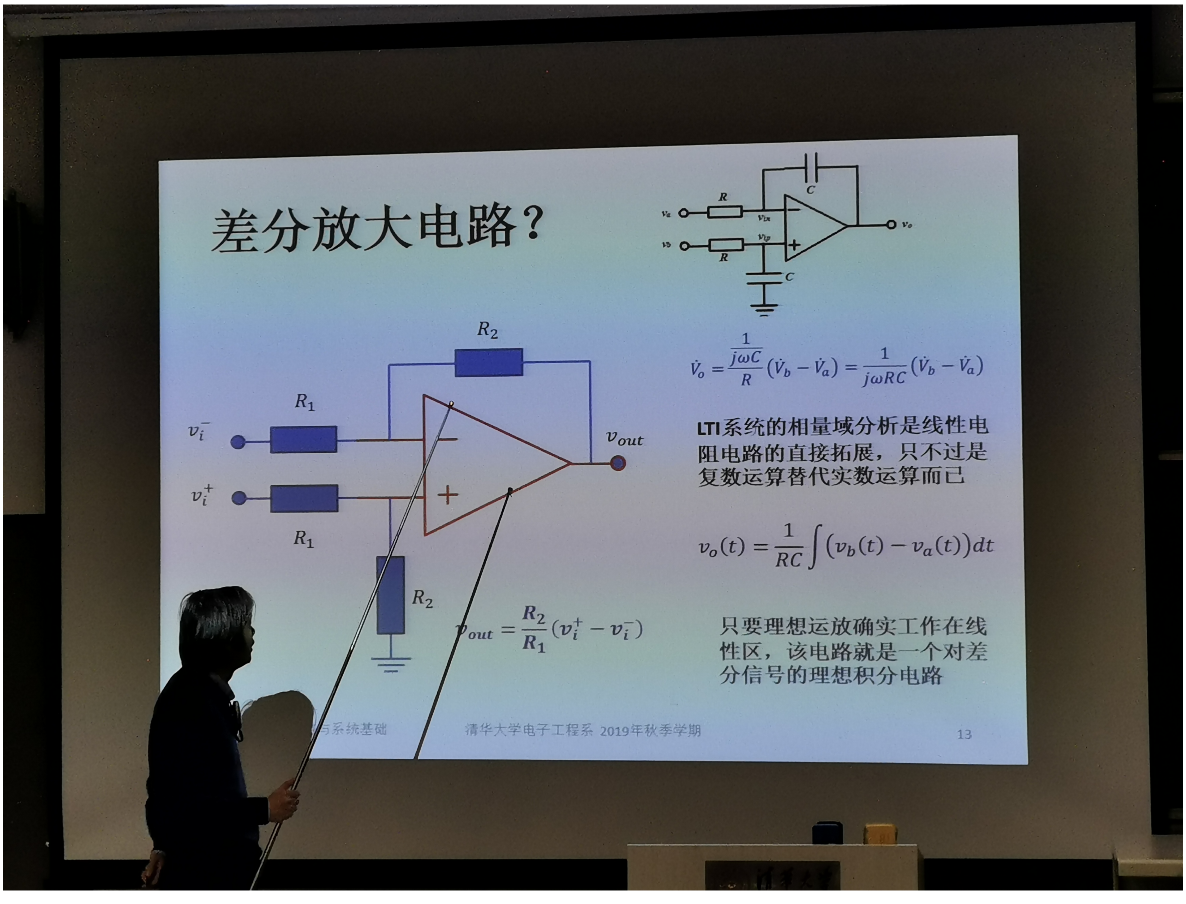


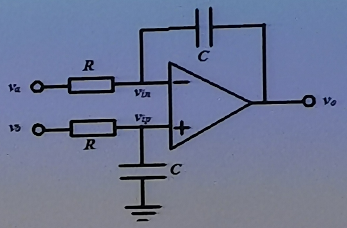
运放电路
v_a
v_b
R
C
v_{in}
v_{ip}
v_o
$+V_{sat}$
$-V_{sat}$
O
图1所示运放电路中的运放是理想压控压源，其输入电压输出电压转移特性曲线如图所示，含正负饱和电压区和线性放大区（无穷大电压增益）。已知两个电容无初始储能，以v_a、v_b为激励电压源，
（1）求该电路从两个激励电压v_a、v_b到输出电压v_o的频域传递函数$H_a(j\omega)$和$H_b(j\omega)$，$\dot{V}_o = H_a(j\omega)\dot{V}_a + H_b(j\omega)\dot{V}_b$，并由该传函关系说明图1电路的功能。（提示：对于负反馈连接的运放电路分析，可以假设其工作在线性区，由线性区无限大电压增益可知线性区运放具有虚短、虚断特性可以利用以简化分析。）
（2）如果两个激励电压v_a、v_b均为阶跃电压，$v_a(t) = V_{0a}U(t)$，$v_b(t) = V_{0b}U(t)$，且$V_{0b} \neq V_{0a}$，求运放同相输入端电压$v_{ip}(t)$、反相输入端电压$v_{in}(t)$和输出端电压$v_o(t)$的时域表达式。
（3）假设$R = 40k\Omega$，$C = 25nF$，运放饱和电压$\pm V_{sat} = \pm 12V$，分别画出（$V_{0a} = 10mV$，$V_{0b} = 60mV$）和（$V_{0a} = 60mV$，$V_{0b} = 10mV$）两种情况阶跃激励下的$v_{ip}(t)$、$v_{in}(t)$、$v_o(t)$的时域波形图，在时域波形图上标记清楚关键参量，如时间参数、或转折点坐标等。
李国林 电子电路与系统基础
清华大学电子工程系 2019年秋季学期
12



差分放大电路？
R
C
v_a
v_b
v_{in}
v_{ip}
v_o
R_2
R_1
v_i^-
v_i^+
v_{out}
$\dot{V}_o = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R}(\dot{V}_b - \dot{V}_a) = \frac{1}{j\omega RC}(\dot{V}_b - \dot{V}_a)$
LTI系统的相量域分析是线性电阻电路的直接拓展，只不过是复数运算替代实数运算而已
$v_o(t) = \frac{1}{RC}\int(v_b(t) - v_a(t))dt$
$v_{out} = \frac{R_2}{R_1}(v_i^+ - v_i^-)$
只要理想运放确实工作在线性区，该电路就是一个对差分信号的理想积分电路
清华大学电子工程系 2019年秋季学期
13

输出斜升

（1）求该电路从两个激励电压v_a、v_b到输出电压v_o的频域传递函数$H_a(j\omega)$和$H_b(j\omega)$，$\dot V_o = H_a(j\omega)\dot V_a + H_b(j\omega)\dot V_b$，并由该传函关系说明图1电路的功能。



由于运放是负反馈连接，可利用理想运放的虚短、虚断特性进行分析，

同相输入端虚断

$$\dot V_{ip} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot V_b = \frac{1}{1+j\omega RC}\dot V_b$$

+1分

虚短 $\dot V_{in} = \dot V_{ip}$ +1分

反相输入端虚断

$$\frac{\dot V_a - \dot V_{in}}{R} = j\omega C(\dot V_{in} - \dot V_o)$$

+1分

$$\dot V_o = \dot V_{in} - \frac{\dot V_a - \dot V_{in}}{j\omega RC} = \frac{j\omega RC+1}{j\omega RC}\dot V_{in} - \frac{\dot V_a}{j\omega RC}$$

$$= \frac{j\omega RC+1}{j\omega RC}\frac{1}{1+j\omega RC}\dot V_b - \frac{\dot V_a}{j\omega RC}$$

$$= \frac{1}{j\omega RC}\dot V_b - \frac{\dot V_a}{j\omega RC} = -\frac{1}{j\omega RC}\dot V_a + \frac{1}{j\omega RC}\dot V_b$$

+1分

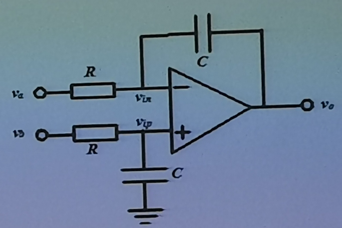
$$H_a(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC} \qquad H_b(j\omega) = +\frac{1}{j\omega RC}$$

由此传递函数可知，该电路实现的是对差分输入的积分电路功能 +1分

$$v_o(t) = \frac{1}{RC}\int\left(v_b(t) - v_a(t)\right)dt$$

第一问共5分

如果两个激励电压v_a、v_b均为阶跃电压，$v_a(t) = V_{0a}U(t)$，$v_b(t) = V_{0b}U(t)$，且$V_{0b} \neq V_{0a}$，求运放同相输入端电压$v_{ip}(t)$、反相输入端电压$v_{in}(t)$和输出端电压$v_o(t)$的时域表达式



如果两个输入均为阶跃信号，由于输出为输入的积分，显然输出将为斜升信号

$$v_o(t) = \frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t}\left(v_b(t) - v_a(t)\right)dt$$

$$= \frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t}(V_{0b} - V_{0a})U(t)dt = \frac{(V_{0b} - V_{0a})}{RC}\int_{-\infty}^{t}U(t)dt$$

$$= (V_{0b} - V_{0a})\frac{t}{RC}U(t)$$

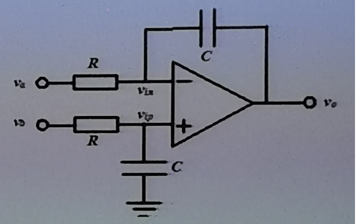
+2分

由已知条件$V_{0b} \neq V_{0a}$可知，输出电压必将会升至饱和电压，其用时为

$$T = \frac{V_{sat}}{|V_{0b} - V_{0a}|}RC$$

+1分

之后，输出将维持在饱和电压之上，运放工作在饱和区，于是有如下输出表达式



$$v_o(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ (V_{0b} - V_{0a})\dfrac{t}{\tau} & 0 \le t \le T \\ sgn(V_{0b} - V_{0a}) \cdot V_{sat} & t \ge T \end{cases}$$

$$\boldsymbol{v_a(t) = V_{0a}U(t)}$$
$$\boldsymbol{v_b(t) = V_{0b}U(t)}$$

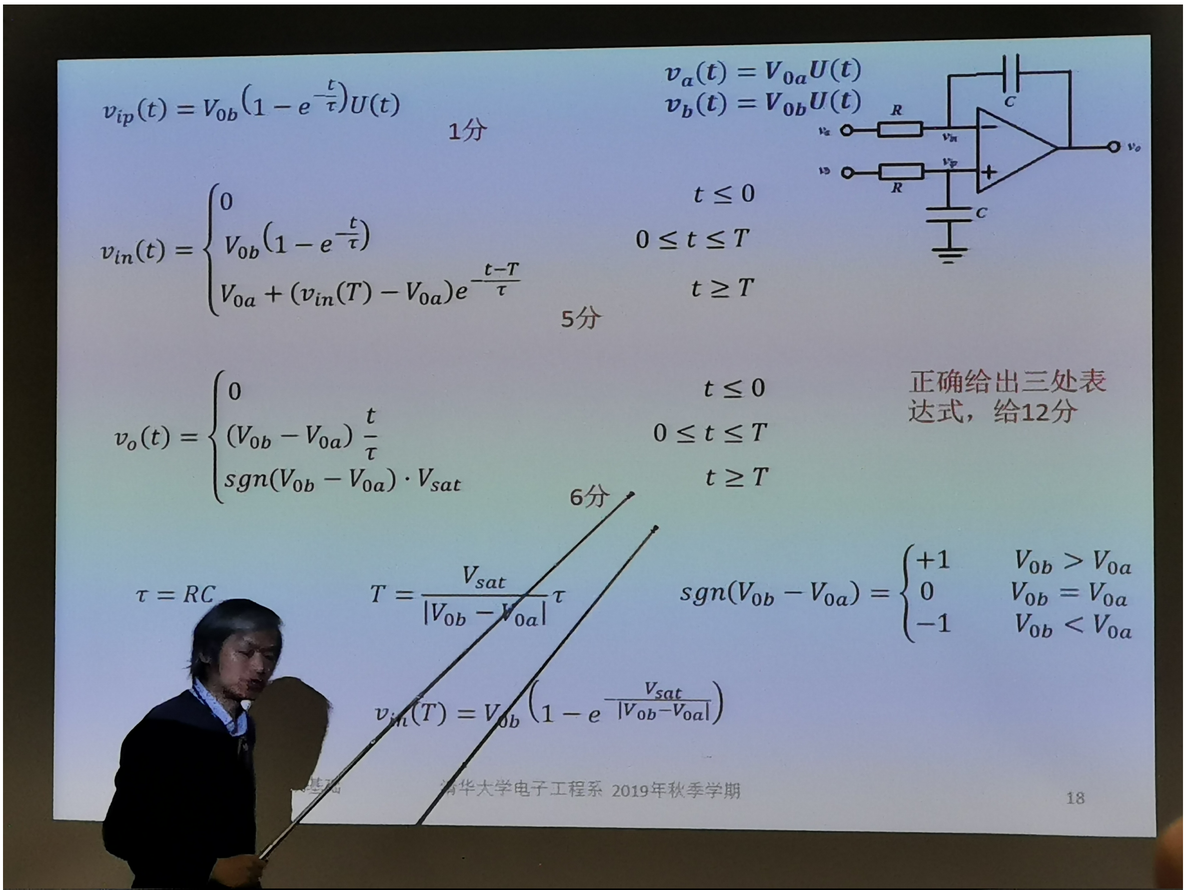
其中 $\tau = RC$

$$T = \frac{V_{sat}}{|V_{0b} - V_{0a}|}\tau$$

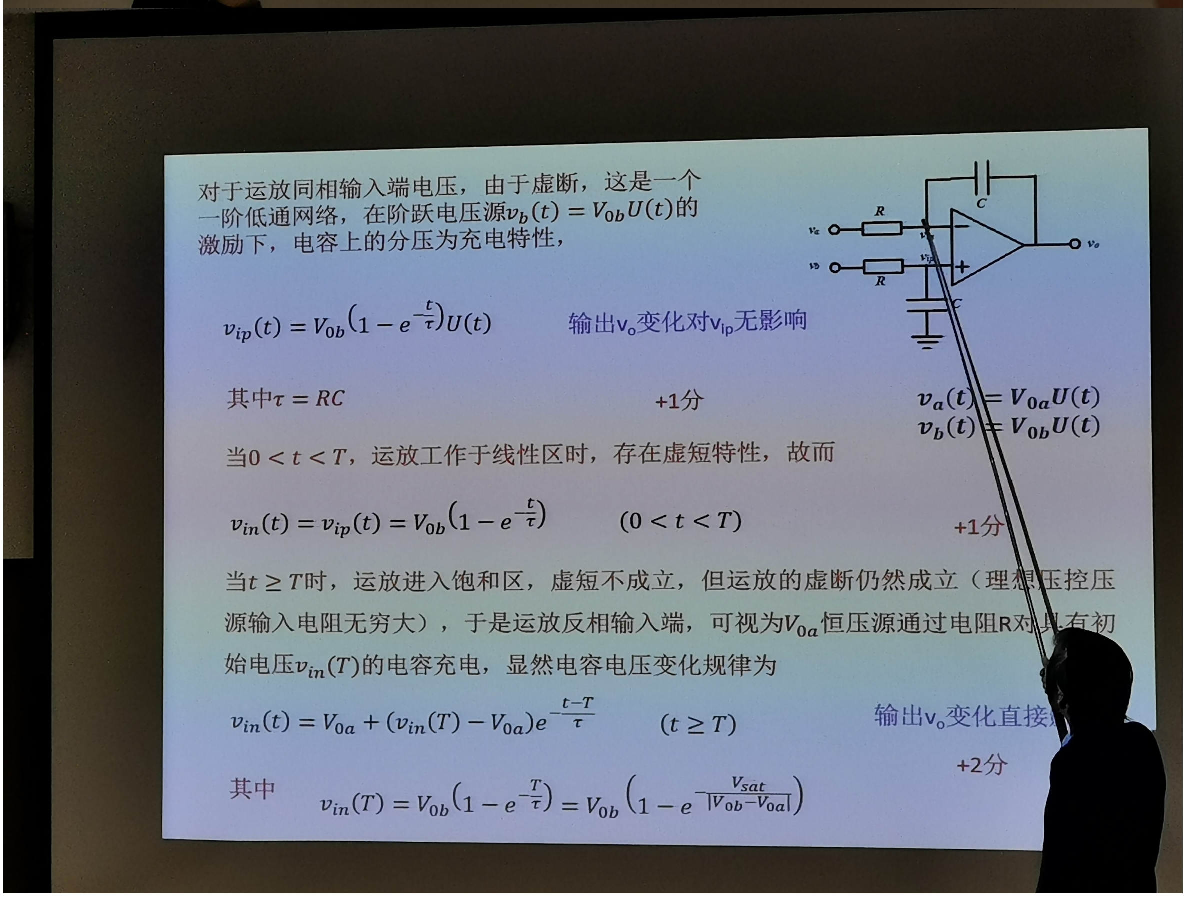
+3分

$$sgn(V_{0b} - V_{0a}) = \begin{cases} +1 & V_{0b} > V_{0a} \\ 0 & V_{0b} = V_{0a} \\ -1 & V_{0b} < V_{0a} \end{cases}$$

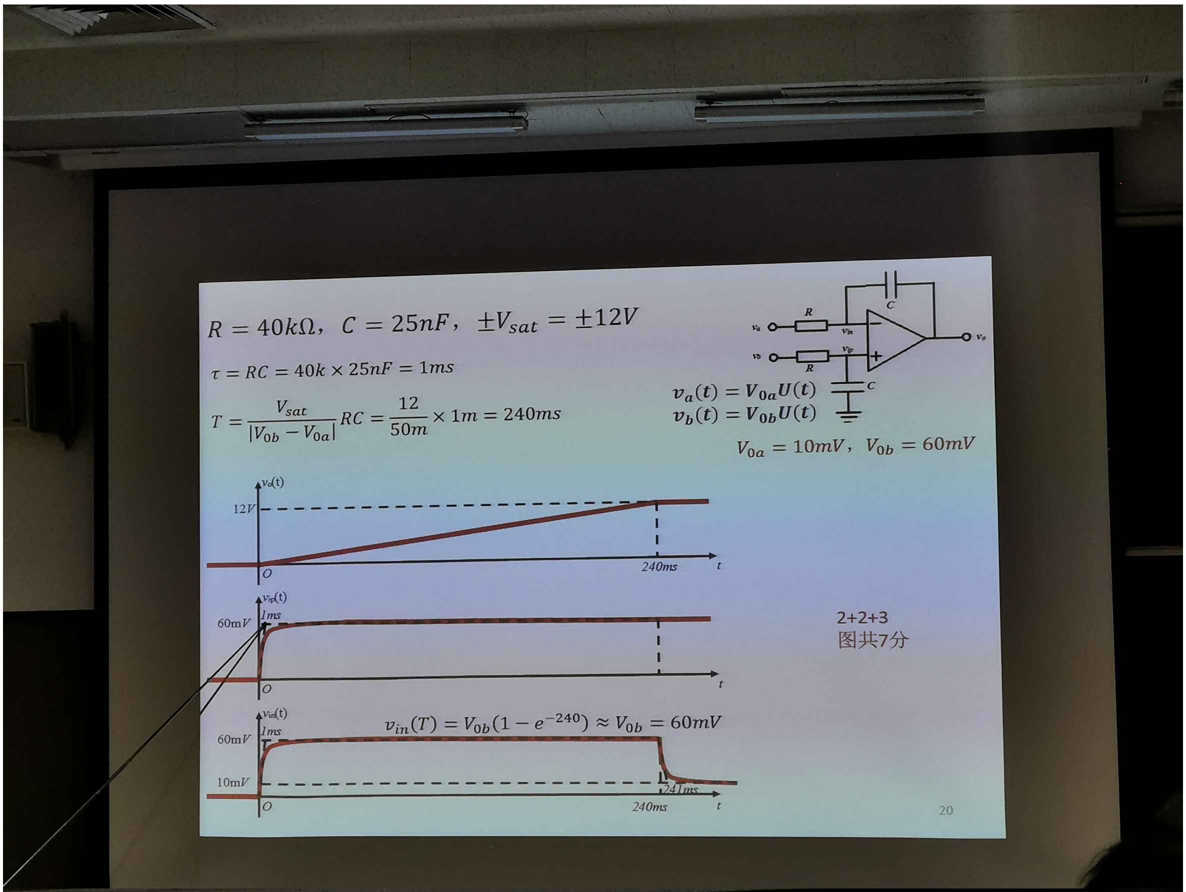
正确给出$v_o(t)$三个区段的表达式，且时间分区正确，至此可给6分

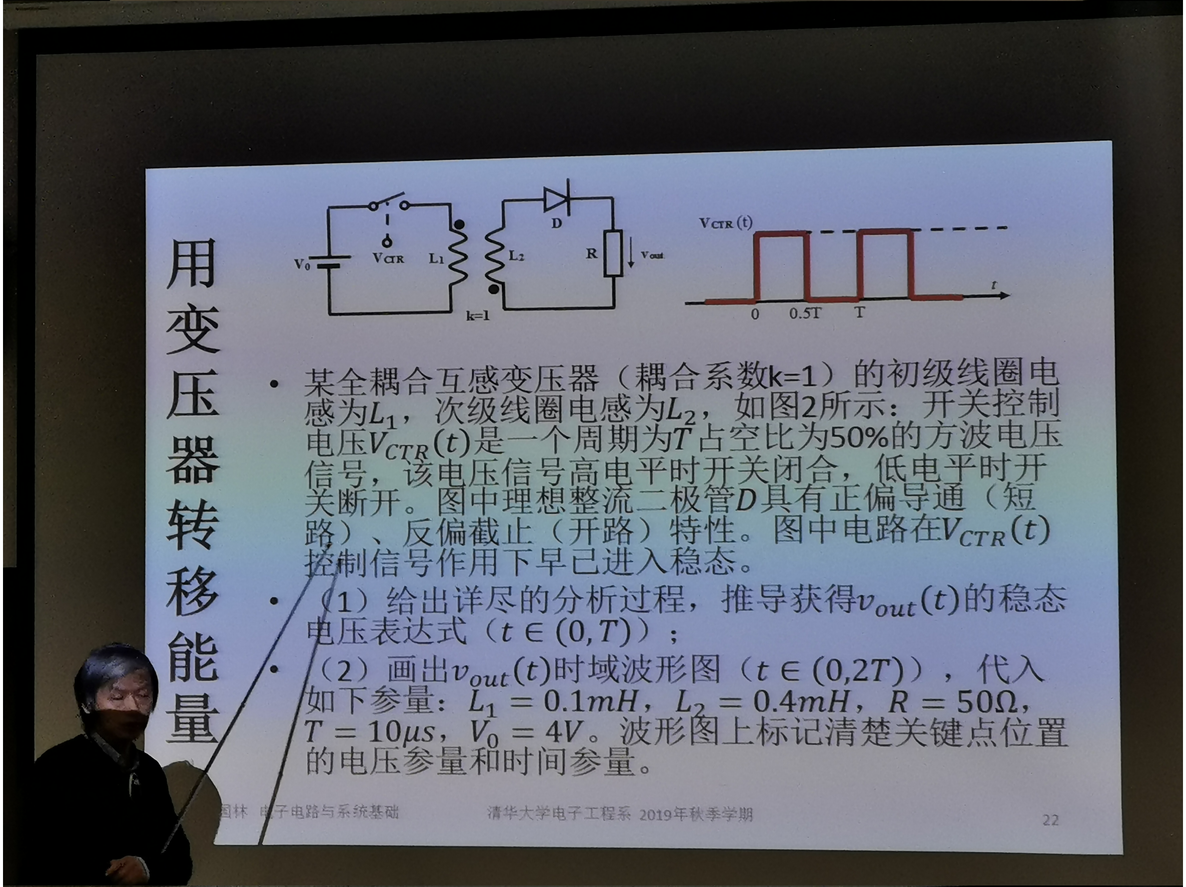


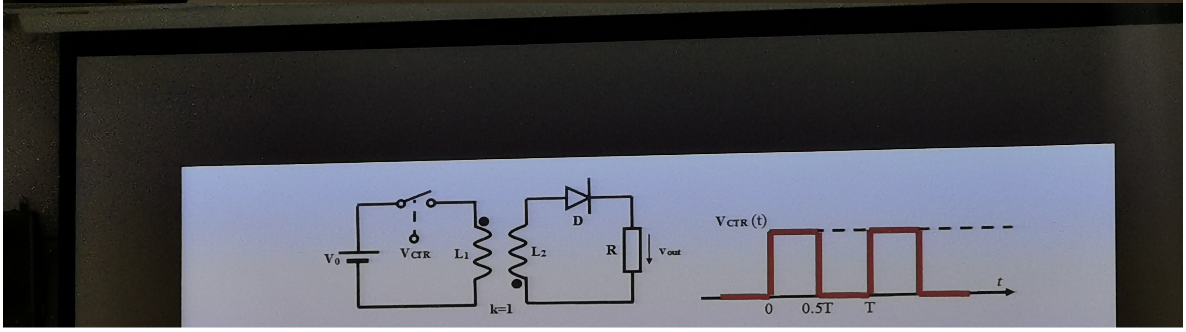
$v_a(t) = V_{0a}U(t)$
$v_b(t) = V_{0b}U(t)$
$v_{ip}(t) = V_{0b}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)$
1分
$v_{in}(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ V_{0b}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) & 0 \le t \le T \\ V_{0a} + (v_{in}(T) - V_{0a})e^{-\frac{t-T}{\tau}} & t \ge T \end{cases}$
5分
$v_o(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ (V_{0b} - V_{0a})\frac{t}{\tau} & 0 \le t \le T \\ sgn(V_{0b} - V_{0a}) \cdot V_{sat} & t \ge T \end{cases}$
6分
正确给出三处表达式，给12分
$\tau = RC$
$T = \frac{V_{sat}}{|V_{0b} - V_{0a}|}\tau$
$sgn(V_{0b} - V_{0a}) = \begin{cases} +1 & V_{0b} > V_{0a} \\ 0 & V_{0b} = V_{0a} \\ -1 & V_{0b} < V_{0a} \end{cases}$
$v_{in}(T) = V_{0b}\left(1 - e^{-\frac{V_{sat}}{|V_{0b}-V_{0a}|}}\right)$
华大学电子工程系 2019年秋季学期
18

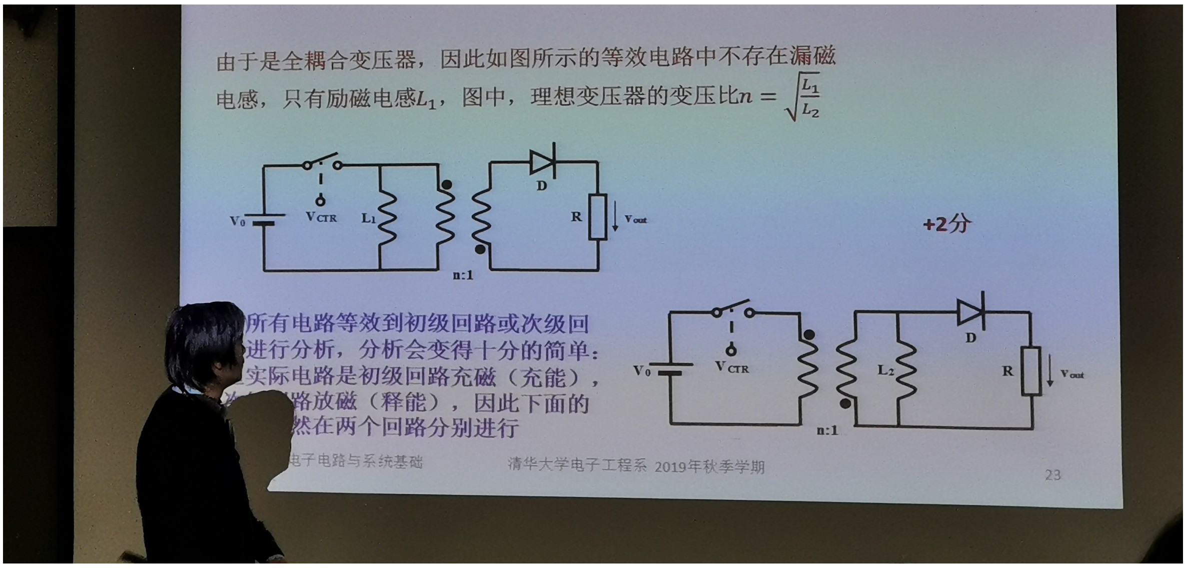


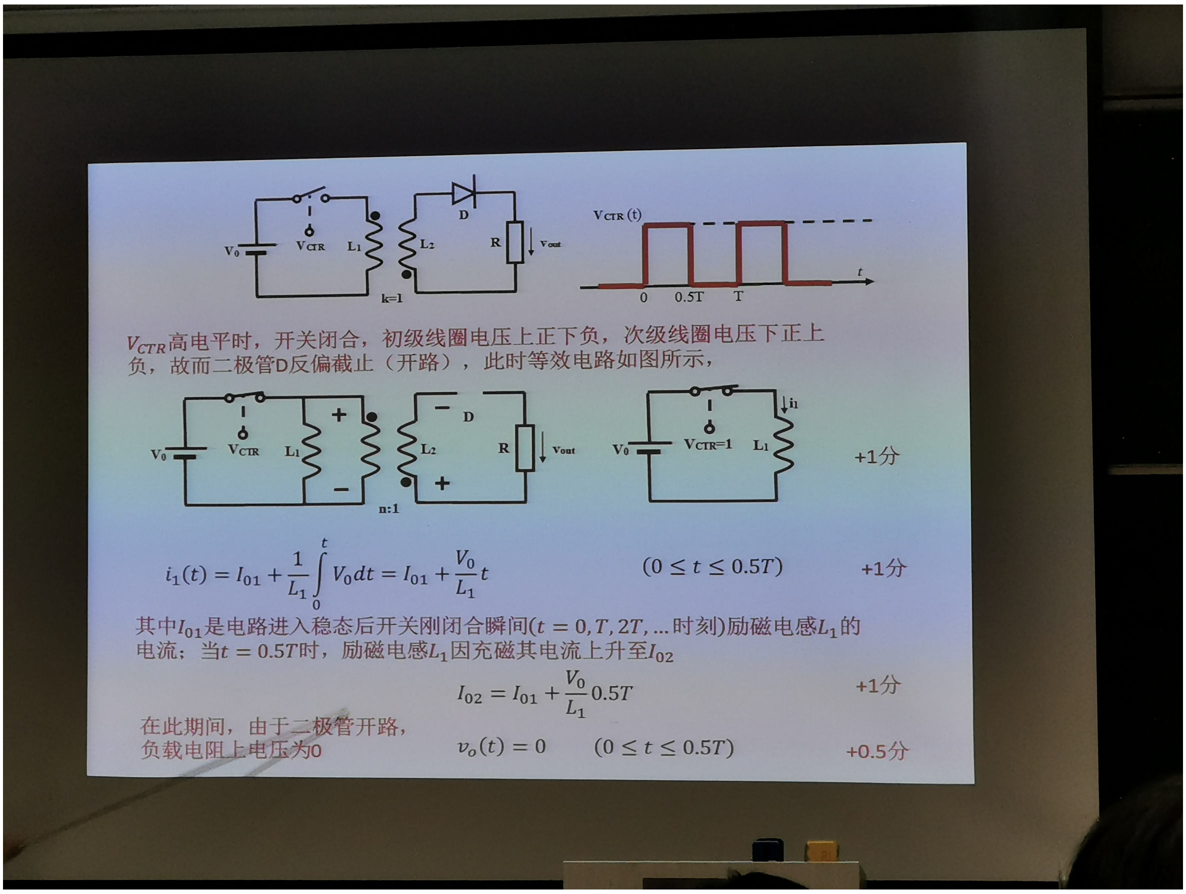
对于运放同相输入端电压，由于虚断，这是一个一阶低通网络，在阶跃电压源$v_b(t) = V_{0b}U(t)$的激励下，电容上的分压为充电特性，
$v_{ip}(t) = V_{0b}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)$
输出v_o变化对v_{ip}无影响
其中$\tau = RC$
+1分
$v_a(t) = V_{0a}U(t)$
$v_b(t) = V_{0b}U(t)$
当$0 < t < T$，运放工作于线性区时，存在虚短特性，故而
$v_{in}(t) = v_{ip}(t) = V_{0b}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ $(0 < t < T)$
+1分
当$t \ge T$时，运放进入饱和区，虚短不成立，但运放的虚断仍然成立（理想压控压源输入电阻无穷大），于是运放反相输入端，可视为V_{0a}恒压源通过电阻R对具有初始电压$v_{in}(T)$的电容充电，显然电容电压变化规律为
$v_{in}(t) = V_{0a} + (v_{in}(T) - V_{0a})e^{-\frac{t-T}{\tau}}$ $(t \ge T)$
输出v_o变化直接
+2分
其中 $v_{in}(T) = V_{0b}\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}\right) = V_{0b}\left(1 - e^{-\frac{V_{sat}}{|V_{0b}-V_{0a}|}}\right)$

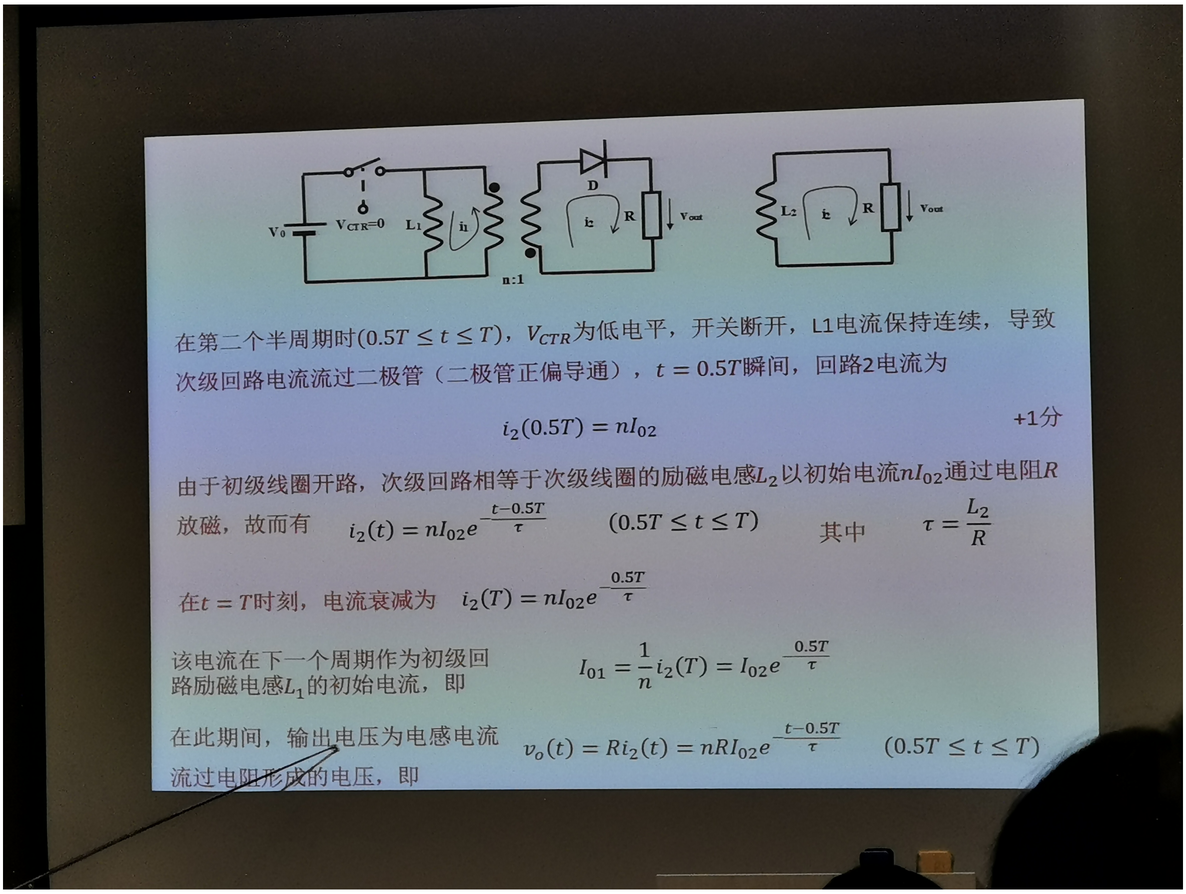

$R = 40k\Omega$，$C = 25nF$，$\pm V_{sat} = \pm 12V$
$\tau = RC = 40k \times 25nF = 1ms$
$T = \frac{V_{sat}}{|V_{0b} - V_{0a}|}RC = \frac{12}{50m} \times 1m = 240ms$
$v_a(t) = V_{0a}U(t)$
$v_b(t) = V_{0b}U(t)$
$V_{0a} = 10mV$，$V_{0b} = 60mV$
12V
240ms
60mV
1ms
$v_{in}(T) = V_{0b}(1 - e^{-240}) \approx V_{0b} = 60mV$
10mV
241ms
2+2+3
图共7分
20


用变压器转移能量
V_0
V_{CTR}
L_1
L_2
D
R
v_{out}
k=1
$V_{CTR}(t)$
0 0.5T T
某全耦合互感变压器（耦合系数k=1）的初级线圈电感为L_1，次级线圈电感为L_2，如图2所示：开关控制电压$V_{CTR}(t)$是一个周期为T占空比为50%的方波电压信号，该电压信号高电平时开关闭合，低电平时开关断开。图中理想整流二极管D具有正偏导通（短路）、反偏截止（开路）特性。图中电路在$V_{CTR}(t)$控制信号作用下早已进入稳态。
（1）给出详尽的分析过程，推导获得$v_{out}(t)$的稳态电压表达式（$t \in (0,T)$）；
（2）画出$v_{out}(t)$时域波形图（$t \in (0,2T)$），代入如下参量：$L_1 = 0.1mH$，$L_2 = 0.4mH$，$R = 50\Omega$，$T = 10\mu s$，$V_0 = 4V$。波形图上标记清楚关键点位置的电压参量和时间参量。
电子电路与系统基础
清华大学电子工程系 2019年秋季学期
22

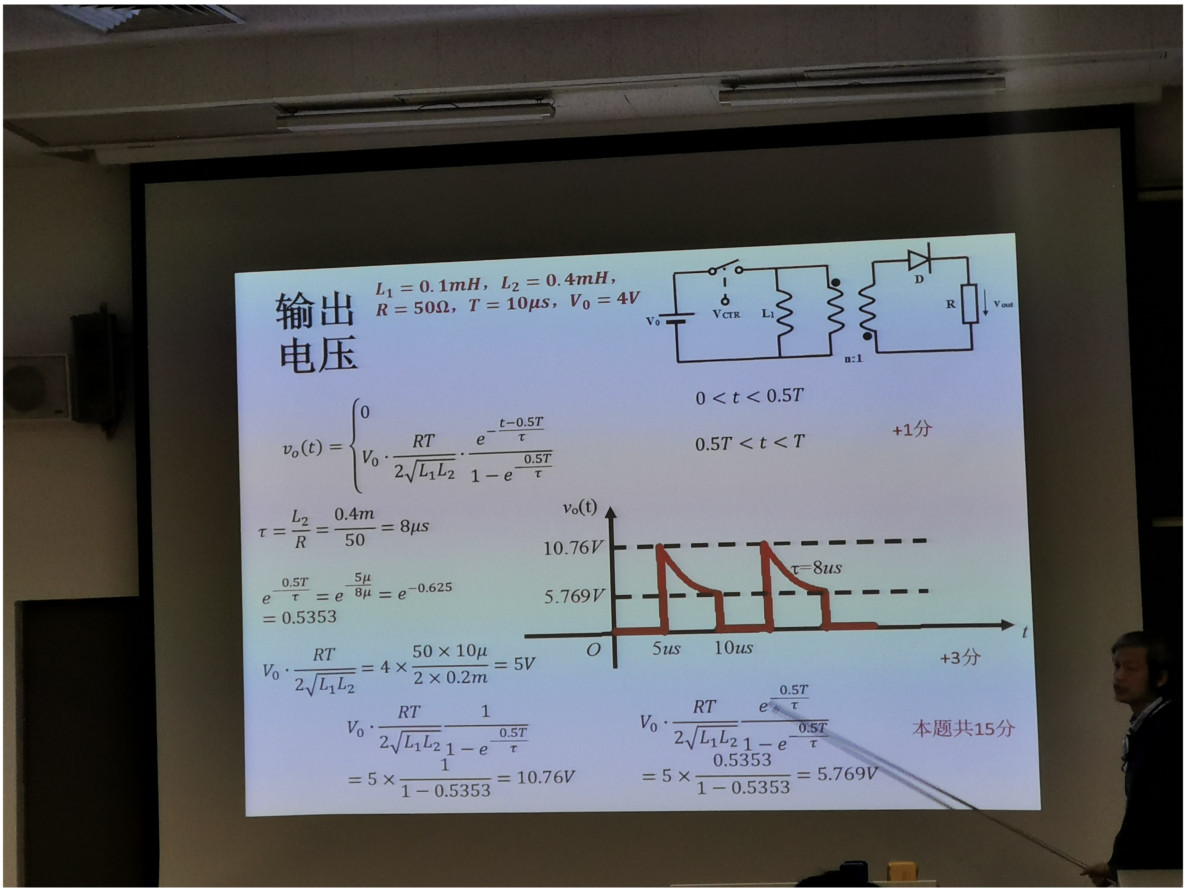

V_0
V_{CTR}
L_1
L_2
D
R
v_{out}
k=1
$V_{CTR}(t)$
0 0.5T T


由于是全耦合变压器，因此如图所示的等效电路中不存在漏磁
电感，只有励磁电感L_1，图中，理想变压器的变压比$n=\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$
V_0
V_{CTR}
L_1
D
R
V_{out}
n:1
+2分
所有电路等效到初级回路或次级回
进行分析，分析会变得十分的简单：
实际电路是初级回路充磁（充能），
路放磁（释能），因此下面的
然在两个回路分别进行
V_0
V_{CTR}
L_2
D
R
V_{out}
n:1
电子电路与系统基础
清华大学电子工程系 2019年秋季学期
23

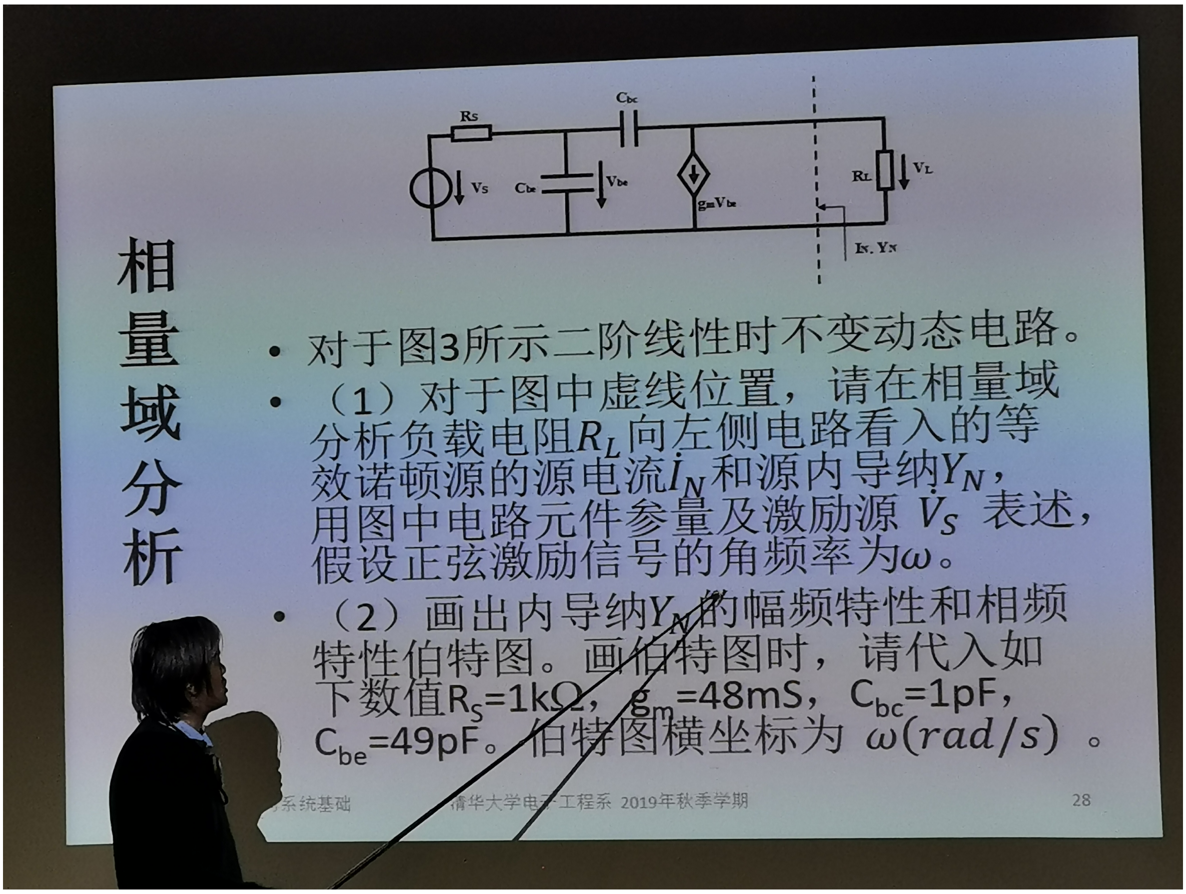

V_0
V_{CTR}
L_1
L_2
D
R
V_{out}
k=1
$V_{CTR}(t)$
t
0
0.5T
T
V_{CTR}高电平时，开关闭合，初级线圈电压上正下负，次级线圈电压下正上
负，故而二极管D反偏截止（开路），此时等效电路如图所示，
V_0
V_{CTR}
L_1
+
−
−
+
L_2
D
R
V_{out}
n:1
V_0
$V_{CTR}=1$
L_1
i_1
+1分
$i_1(t)=I_{01}+\frac{1}{L_1}\int_0^t V_0 dt=I_{01}+\frac{V_0}{L_1}t \qquad (0\le t\le 0.5T)$
+1分
其中I_{01}是电路进入稳态后开关刚闭合瞬间($t=0,T,2T,\dots$时刻)励磁电感L_1的
电流；当$t=0.5T$时，励磁电感L_1因充磁其电流上升至I_{02}
$I_{02}=I_{01}+\frac{V_0}{L_1}0.5T$
+1分
在此期间，由于二极管开路，
负载电阻上电压为0
$v_o(t)=0 \qquad (0\le t\le 0.5T)$
+0.5分



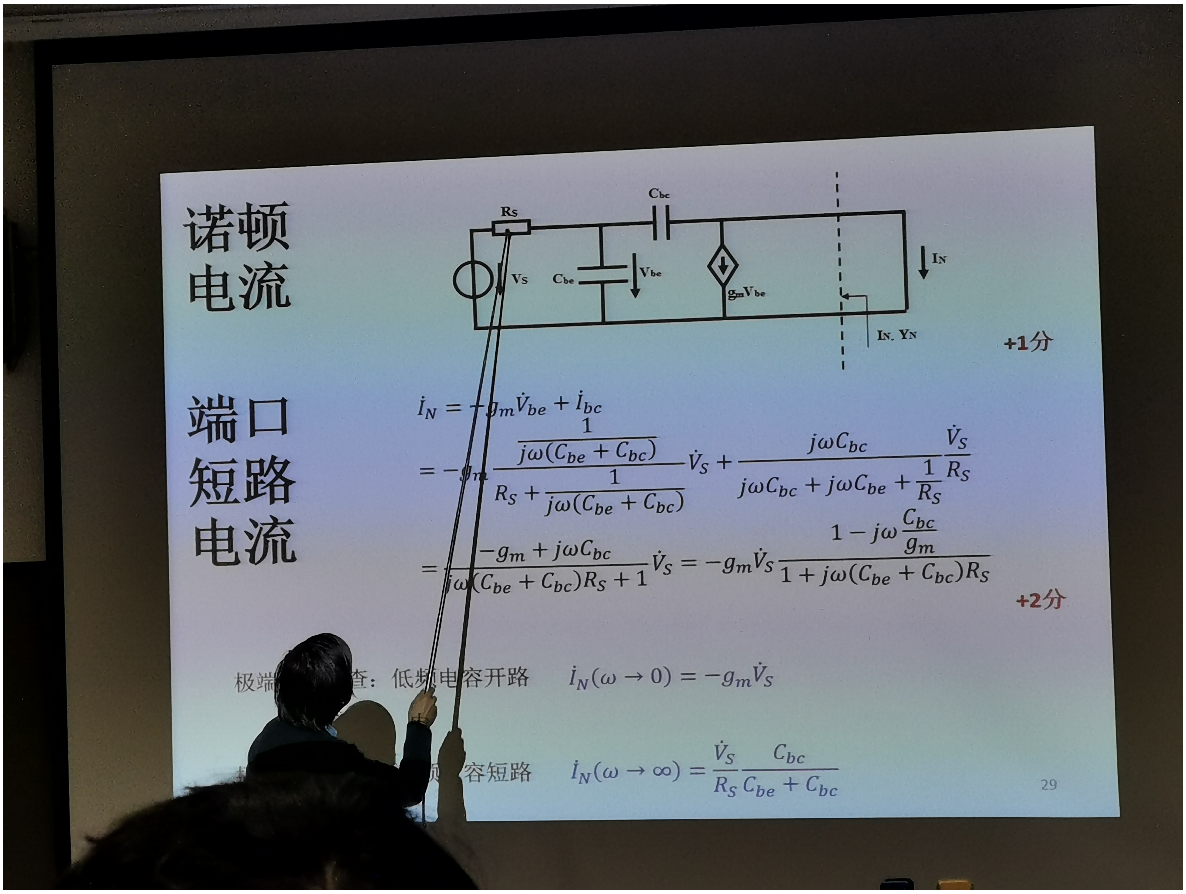
V_0
$V_{CTR}=0$
L_1
i_1
n:1
D
i_2
R
V_{out}
L_2
i_2
R
V_{out}
在第二个半周期时$(0.5T \le t \le T)$，V_{CTR}为低电平，开关断开，L1电流保持连续，导致
次级回路电流流过二极管（二极管正偏导通），$t = 0.5T$瞬间，回路2电流为
$i_2(0.5T) = nI_{02}$
+1分
由于初级线圈开路，次级回路相等于次级线圈的励磁电感L_2以初始电流nI_{02}通过电阻R
放磁，故而有 $i_2(t) = nI_{02}e^{-\frac{t-0.5T}{\tau}}$ $(0.5T \le t \le T)$ 其中 $\tau = \frac{L_2}{R}$
在$t = T$时刻，电流衰减为 $i_2(T) = nI_{02}e^{-\frac{0.5T}{\tau}}$
该电流在下一个周期作为初级回路励磁电感L_1的初始电流，即 $I_{01} = \frac{1}{n}i_2(T) = I_{02}e^{-\frac{0.5T}{\tau}}$
在此期间，输出电压为电感电流流过电阻形成的电压，即 $v_o(t) = Ri_2(t) = nRI_{02}e^{-\frac{t-0.5T}{\tau}}$ $(0.5T \le t \le T)$

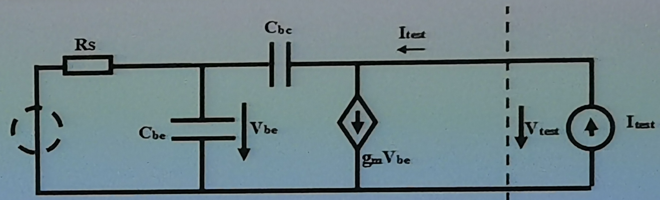


输出电压
$L_1 = 0.1mH$，$L_2 = 0.4mH$，
$R = 50\Omega$，$T = 10\mu s$，$V_0 = 4V$
V_0
V_{CTR}
L_1
n:1
D
R
V_{out}
$v_o(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < 0.5T \\ V_0 \cdot \frac{RT}{2\sqrt{L_1L_2}} \cdot \frac{e^{-\frac{t-0.5T}{\tau}}}{1-e^{-\frac{0.5T}{\tau}}} & 0.5T < t < T \end{cases}$
+1分
$\tau = \frac{L_2}{R} = \frac{0.4m}{50} = 8\mu s$
$e^{-\frac{0.5T}{\tau}} = e^{-\frac{5\mu}{8\mu}} = e^{-0.625}$
$= 0.5353$
$V_0 \cdot \frac{RT}{2\sqrt{L_1L_2}} = 4 \times \frac{50 \times 10\mu}{2 \times 0.2m} = 5V$
$v_o(t)$
10.76V
5.769V
τ=8us
O
5us
10us
t
+3分
$V_0 \cdot \frac{RT}{2\sqrt{L_1L_2}} \frac{1}{1-e^{-\frac{0.5T}{\tau}}}$
$= 5 \times \frac{1}{1-0.5353} = 10.76V$
$V_0 \cdot \frac{RT}{2\sqrt{L_1L_2}} \frac{e^{-\frac{0.5T}{\tau}}}{1-e^{-\frac{0.5T}{\tau}}}$
$= 5 \times \frac{0.5353}{1-0.5353} = 5.769V$
本题共15分


相量域分析
对于图3所示二阶线性时不变动态电路。
（1）对于图中虚线位置，请在相量域分析负载电阻R_L向左侧电路看入的等效诺顿源的源电流$\dot{I}_N$和源内导纳Y_N，用图中电路元件参量及激励源 $\dot{V}_S$ 表述，假设正弦激励信号的角频率为ω。
（2）画出内导纳Y_N的幅频特性和相频特性伯特图。画伯特图时，请代入如下数值R_S=1kΩ，g_m=48mS，C_{bc}=1pF，C_{be}=49pF。伯特图横坐标为 $\omega(rad/s)$ 。
清华大学电子工程系 2019年秋季学期
28

x


诺顿电流
端口短路电流
+1分
$\dot{I}_N = -g_m\dot{V}_{be} + \dot{I}_{bc}$
$= -g_m \frac{\frac{1}{j\omega(C_{be}+C_{bc})}}{R_S + \frac{1}{j\omega(C_{be}+C_{bc})}}\dot{V}_S + \frac{j\omega C_{bc}}{j\omega C_{bc} + j\omega C_{be} + \frac{1}{R_S}}\frac{\dot{V}_S}{R_S}$
$= \frac{-g_m + j\omega C_{bc}}{j\omega(C_{be}+C_{bc})R_S + 1}\dot{V}_S = -g_m\dot{V}_S\frac{1 - j\omega\frac{C_{bc}}{g_m}}{1 + j\omega(C_{be}+C_{bc})R_S}$
+2分
低频电容开路 $\dot{I}_N(\omega \to 0) = -g_m\dot{V}_S$
容短路 $\dot{I}_N(\omega \to \infty) = \frac{\dot{V}_S}{R_S}\frac{C_{bc}}{C_{be}+C_{bc}}$
29



诺顿内阻

加流求压

+1分

$$\dot{V}_{be} = (\dot{I}_{test} - g_m \dot{V}_{be})\left(\frac{R_S}{1+j\omega C_{be}R_S}\right)$$

$$\left(1+g_m\left(\frac{R_S}{1+j\omega C_{be}R_S}\right)\right)\dot{V}_{be} = \dot{I}_{test}\left(\frac{R_S}{1+j\omega C_{be}R_S}\right)$$

$$\dot{V}_{be} = \dot{I}_{test}\frac{R_S}{1+g_mR_S+j\omega C_{be}R_S}$$

$$\dot{V}_{test} = (\dot{I}_{test} - g_m\dot{V}_{be})\left(\frac{1}{j\omega C_{bc}}+\frac{R_S}{1+j\omega C_{be}R_S}\right)$$

$$= \left(\dot{I}_{test} - g_m \dot{I}_{test}\frac{R_S}{1+g_mR_S+j\omega C_{be}R_S}\right)\left(\frac{1}{j\omega C_{bc}}+\frac{R_S}{1+j\omega C_{be}R_S}\right)$$

诺顿内导

$$Z_N = \frac{\dot{V}_{test}}{\dot{I}_{test}} = \left(1-\frac{g_mR_S}{1+g_mR_S+j\omega C_{be}R_S}\right)\left(\frac{1}{j\omega C_{bc}}+\frac{R_S}{1+j\omega C_{be}R_S}\right)$$

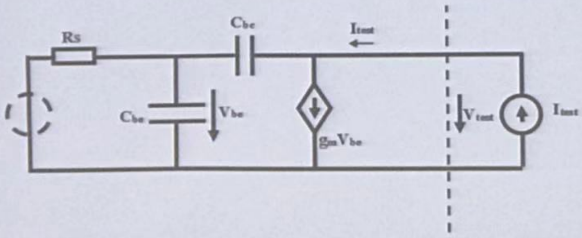
$$= \left(\frac{1+j\omega C_{be}R_S}{1+g_mR_S+j\omega C_{be}R_S}\right)\left(\frac{1+j\omega(C_{be}+C_{bc})R_S}{j\omega C_{bc}(1+j\omega C_{be}R_S)}\right)$$

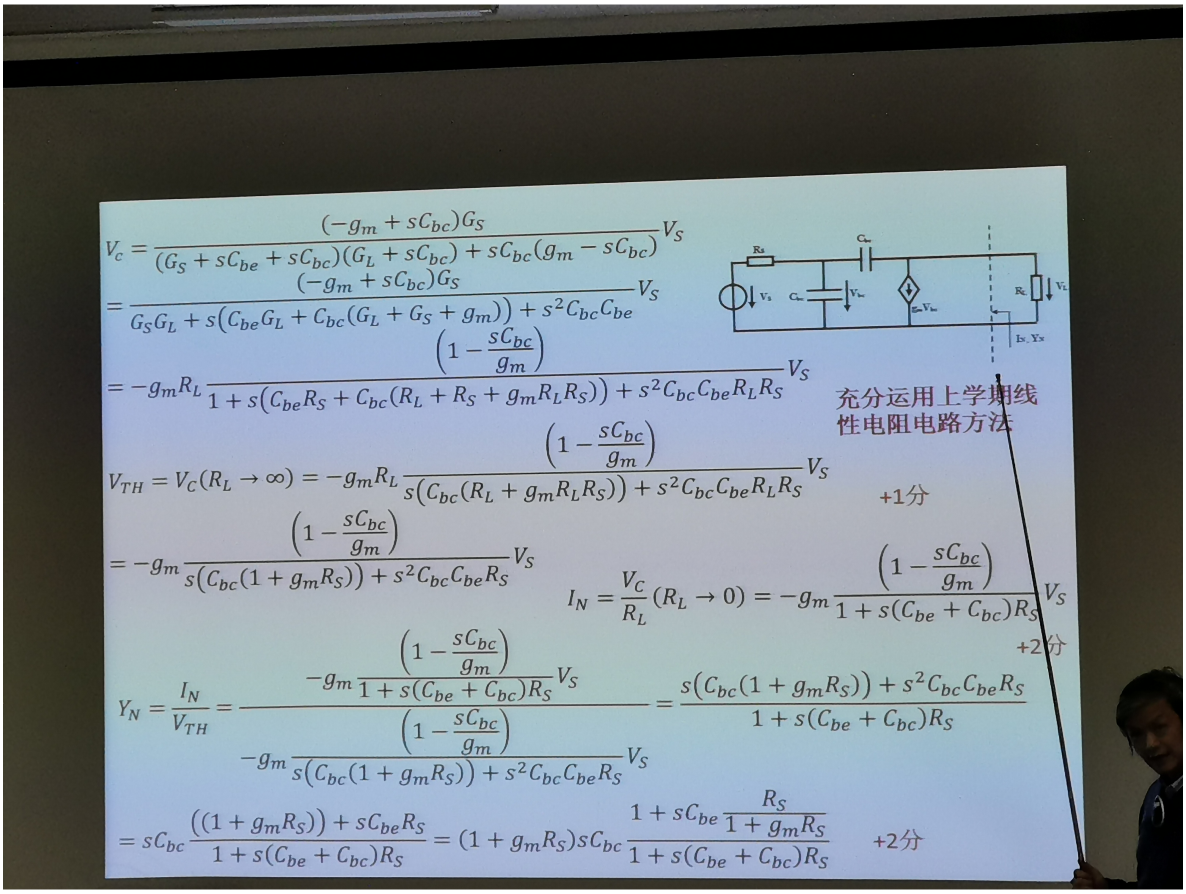
$$= \frac{1}{1+g_mR_S}\frac{1+j\omega(C_{be}+C_{bc})R_S}{j\omega C_{bc}\left(1+j\omega C_{be}\frac{R_S}{1+g_mR_S}\right)}$$

+3分

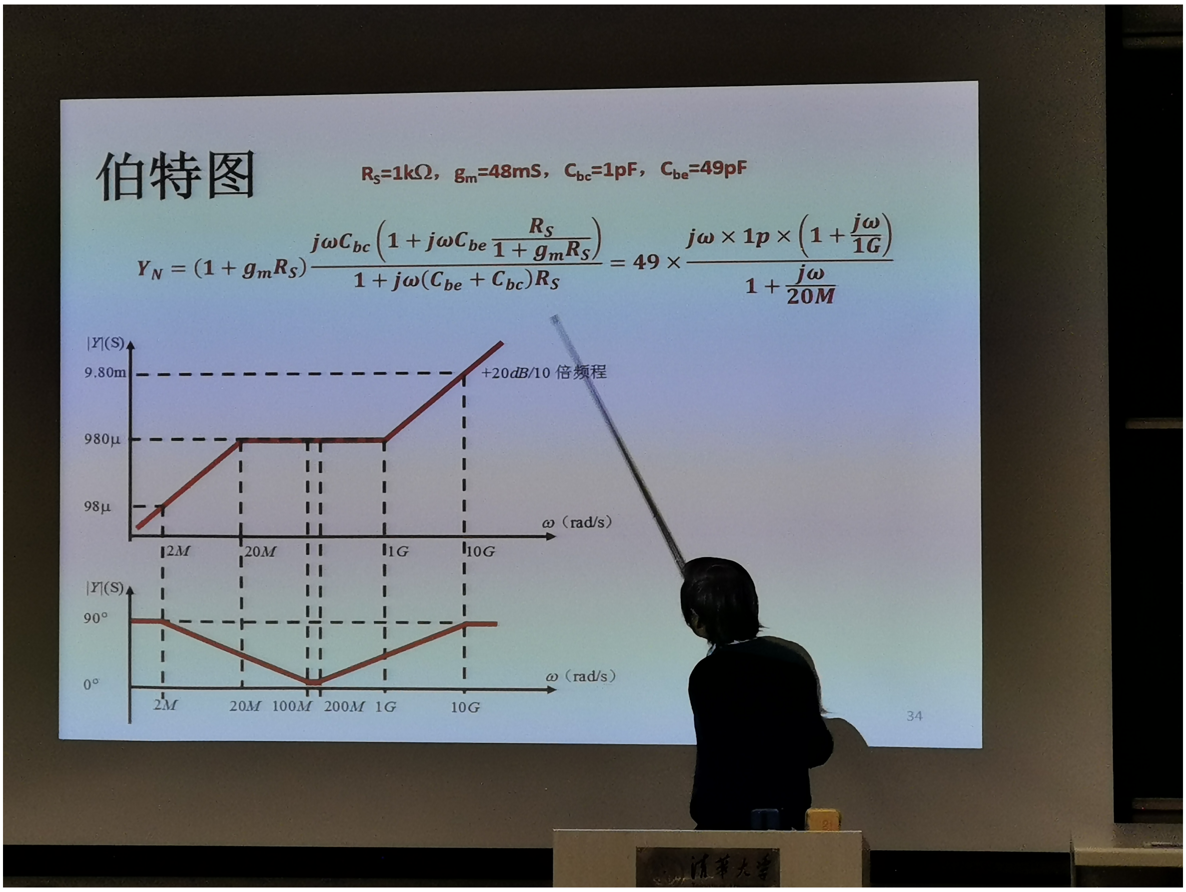
$$Y_N = Z_N^{-1} = (1+g_mR_S)\frac{j\omega C_{bc}\left(1+j\omega C_{be}\frac{R_S}{1+g_mR_S}\right)}{1+j\omega(C_{be}+C_{bc})R_S}$$

第一问共7分





$V_c = \dfrac{(-g_m + sC_{bc})G_S}{(G_S + sC_{be} + sC_{bc})(G_L + sC_{bc}) + sC_{bc}(g_m - sC_{bc})} V_S$
$= \dfrac{(-g_m + sC_{bc})G_S}{G_S G_L + s\big(C_{be}G_L + C_{bc}(G_L + G_S + g_m)\big) + s^2 C_{bc}C_{be}} V_S$
$= -g_m R_L \dfrac{\left(1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s\big(C_{be}R_S + C_{bc}(R_L + R_S + g_m R_L R_S)\big) + s^2 C_{bc}C_{be}R_L R_S} V_S$
充分运用上学期线性电阻电路方法
$V_{TH} = V_C(R_L \to \infty) = -g_m R_L \dfrac{\left(1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}\right)}{s\big(C_{bc}(R_L + g_m R_L R_S)\big) + s^2 C_{bc}C_{be}R_L R_S} V_S$
+1分
$= -g_m \dfrac{\left(1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}\right)}{s\big(C_{bc}(1 + g_m R_S)\big) + s^2 C_{bc}C_{be}R_S} V_S$
$I_N = \dfrac{V_C}{R_L}(R_L \to 0) = -g_m \dfrac{\left(1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s(C_{be} + C_{bc})R_S} V_S$
+2分
$Y_N = \dfrac{I_N}{V_{TH}} = \dfrac{-g_m \dfrac{\left(1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}\right)}{1 + s(C_{be} + C_{bc})R_S} V_S}{-g_m \dfrac{\left(1 - \frac{sC_{bc}}{g_m}\right)}{s\big(C_{bc}(1 + g_m R_S)\big) + s^2 C_{bc}C_{be}R_S} V_S} = \dfrac{s\big(C_{bc}(1 + g_m R_S)\big) + s^2 C_{bc}C_{be}R_S}{1 + s(C_{be} + C_{bc})R_S}$
$= sC_{bc}\dfrac{\big((1 + g_m R_S)\big) + sC_{be}R_S}{1 + s(C_{be} + C_{bc})R_S} = (1 + g_m R_S)sC_{bc}\dfrac{1 + sC_{be}\frac{R_S}{1 + g_m R_S}}{1 + s(C_{be} + C_{bc})R_S}$
+2分



伯特图
R_S=1kΩ，g_m=48mS，C_{bc}=1pF，C_{be}=49pF
$Y_N = (1 + g_m R_S)\dfrac{j\omega C_{bc}\left(1 + j\omega C_{be}\frac{R_S}{1 + g_m R_S}\right)}{1 + j\omega(C_{be} + C_{bc})R_S} = 49 \times \dfrac{j\omega \times 1p \times \left(1 + \frac{j\omega}{1G}\right)}{1 + \frac{j\omega}{20M}}$
|Y|(S)
9.80m
980μ
98μ
+20dB/10 倍频程
ω（rad/s）
2M
20M
1G
10G
|Y|(S)
90°
0°
ω（rad/s）
2M
20M
100M
200M
1G
10G
34
清華大學