第6卷第4期　　纺 织 基 础 科 学 学 报　　Vol. 6, No. 4
1993年12月　　JOURNAL OF TEXTILE BASIC SCIENCES　　December, 1993

教学研究

二阶线性电路三要素分析法

林秀松*

摘要　求出电路的三个独立极值电阻，作为二阶线性电路的三要素，就可直写出二阶线性电路的齐次表达式，获得电路的阻尼系数和固有频率。从而避免了繁琐复杂的运算，使得二阶电路的动态分析简化。

关键词　二阶电路、三要素、极值电阻、阻尼系数、固有频率

中图分类号　TM 1

类似一阶线性电路的三要素分析法，可以建立二阶线性电路分析法，这样可以避开繁琐复杂的运算，获得电路的动态响应。

二阶电路一般含有两个储能元件，对任一变量 F(电压或电流)的齐次运动方程可写成

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}F + 2\alpha\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F + \omega^2 F = 0, \tag{1}$$

式中 α 和 ω 分别为电路的阻尼系数和谐振频率。

仿照一阶电路的方法，将跟两个储能元件相联接的其它部分，看成一个纯电阻二端口网络，端口接储能元件，图 1 为 LC 二阶电路。根据端口网络理论可列出各变量方程组[1]，整理合并后，图 1 电路的齐次运动方程为

$$LC\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}F + LC\left(\frac{A}{C}+\frac{B}{L}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F + KF = 0. \tag{2}$$

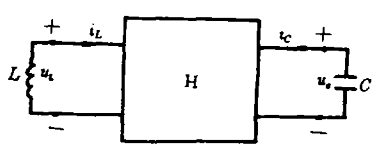

图 1　LC 二阶电路

对双电容或双电感的二阶电路也可得出类似公式，只要把储能元件的符号作相应的改动就可以了。式中系数 A、B、K 随电路类型、结构不同而不同。本文的主要目的是寻求决定系数 A、B、K 的要素。仍以图 1 电路为例，当 $L\to\infty$ 时，积分(2)式得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F + \frac{A}{C}F = P. \tag{3}$$

此时电路由于电感开路而转化为一阶 RC 电路。它的通式为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F + \frac{1}{RC}F = P^{[1]}. \tag{4}$$

比较(3)、(4)两式得

$$A = 1/R = 1/R_{L(\infty)}, \tag{5}$$

$R_{L(\infty)}$ 是电感开路时电容两端的等值电阻，称为 L 无穷值电阻。

* 安阳大学电气工程系，455000，安阳市殷二路．男，55 岁，副教授
收稿日期：1992－12－24

当 $C\to\infty$ 时，积分(2)式得 $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F+\frac{B}{L}F=P \tag{6}$$
此时电路由于电容短路而转化为一阶 RL 电路，它的通式为
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F+\frac{R}{L}F=P^{[1]}. \tag{7}$$
比较(6)、(7)两式得 $$B=R=R_{C(\infty)}. \tag{8}$$
$R_{C(\infty)}$ 是电路中电容短路时电感两端的等值电阻，称为 C 无穷值电阻。

当 $C\to 0$ 时，(2) 式变为 $\frac{d}{dt}F+\frac{K}{AL}F=0$，与(7) 式比较得 $R=K/A=R_{C(0)}$，于是
$$K=R_{o(0)}/R_{L(\infty)}. \tag{9}$$
$R_{C(0)}$ 是电路中电容开路时电感两端的等值电阻，称为 C 零值电阻。

当 $L\to 0$ 时，(2) 式变为 $\frac{d}{dt}F+\frac{K}{BC}F=0$，与(4) 式比较得 $R=B/K=R_{L(0)}$，于是
$$K=R_{C(\infty)}/R_{L(0)}. \tag{10}$$
$R_{L(0)}$ 是电路中电感短路时电容两端的等值电阻，称为 L 零值电阻。

由(9)式和(10)式可得 $$R_{L(0)}\cdot R_{C(0)}=R_{L(\infty)}\cdot R_{C(\infty)}. \tag{11}$$
上式说明这四个极值电阻只有三个是独立的，其中任意三个极值电阻称为二阶电路的三要素。

极值电阻由戴维宁定理容易算出，于是二阶电路运动方程的建立，阻尼系数、固有频率的求解也就简单了。对 LC 二阶电路，由前面各式整理后可得

运动方程 $$LC\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}F+LC\left(\frac{1}{CR_{L(\infty)}}+\frac{R_{C(\infty)}}{L}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F+\frac{R_{C(0)}}{R_{L(\infty)}}F=0,$$

阻尼系数 $$\alpha=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{CR_{L(\infty)}}+\frac{R_{C(\infty)}}{L}\right),$$

谐振频率 $$\omega=\sqrt{\frac{R_{C(0)}}{LCR_{L(\infty)}}},$$

固有频率 $$\omega_0=-\alpha\pm\sqrt{\alpha^2-\omega_0{}^2}=-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{CR_{L(\infty)}}+\frac{R_{C(\infty)}}{L}\right)\pm\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{CR_{L(\infty)}}+\frac{R_{C(\infty)}}{L}\right)^2-\frac{R_{C(0)}}{LCR_{L(\infty)}}}.$$

同理，对双电容和双电感二阶电路可建立类似的齐次运动方程
$$C_1C_2\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}F+C_1C_2\left(\frac{1}{C_1R_{C_2(\infty)}}+\frac{1}{C_2R_{C_1(\infty)}}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F+\frac{F}{R_{C_1(o)}R_{C_2(\infty)}}=0,$$
$$L_1L_2\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}F+L_1L_2\left(\frac{R_{L_2(\infty)}}{L_1}+\frac{R_{L_1(\infty)}}{L_2}\right)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F+R_{L_2(\infty)}R_{L_1(0)}F=0.$$

上述分析指二阶电路零输入响应。如果电路有外加激励，则得出的运动方程将是非齐次的，求解比较困难，但由三要素求出的特征根(即电路的固有频率)仍有助于电路的动态分析[2]。

参考文献

1　沙玉钧. 线性电路分析. 北京：高等教育出版社，1987：421～429

2　李瀚荪. 电路分析基础(中册). 第二版，北京：高等教育出版社，1985：422～465