第5讲：分压分流分析

李国林

清华大学电子工程系

B班课程内容安排

第一学期：线性	序号	第二学期：非线性
电路定律	1	器件基础
电阻电源	2	二极管
电容电感	3	MOSFET
信号分析	4	BJT
分压分流	5	反相电路
正弦稳态	6	数字门
时频特性	7	放大器
期中复习	8	期中复习
RLC二阶	9	负反馈
二阶时频	10	差分放大
受控源	11	频率特性
网络参量	12	正反馈
典型网络	13	振荡器
作业选讲	14	作业选讲
期末复习	15	期末复习

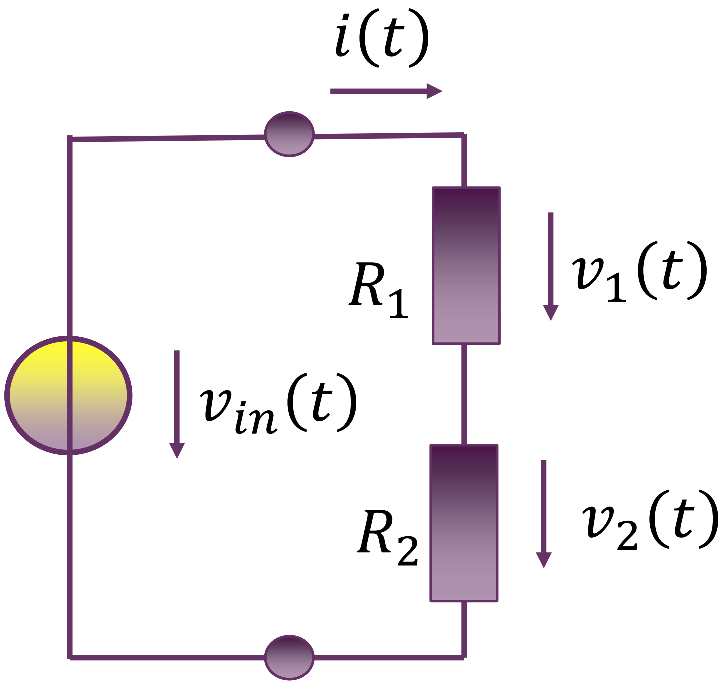
分压分流分析 内容

- 电路的基本问题就是信号与系统问题，就是电信号通过电路系统后有怎样的变化（电路分析），如何设计电路使得信号通过它后有预期的变化（电路设计）
  - 信号分析
  - 电路对信号的影响（处理）
    - 从最简单的分压、分流电路入手

- 串联分压，并联分流：最简单的串并联电路分析
  - 电阻分压电路与分流电路
  - 电容分压电路与分流电路
    - 叠加定理
  - 阻容分压电路与分流电路（RC电路）
    - 阻感电路（RL电路）
  - 阻容感分压电路和分流电路（RLC电路）

一、电阻分压电路

定义本身满足**KCL**方程



电路分析就是列写**KVL**、**KCL**、**GOL**方程，求解方程，对解进行解析的过程

$$v_{in}(t) = v_1(t) + v_2(t)$$ **KVL**方程

$$v_1(t) = i(t)R_1$$ **OL**方程

$$v_2(t) = i(t)R_2$$ **OL**方程

$$\begin{aligned} v_{in}(t) &= v_1(t) + v_2(t) \\ &= i(t)R_1 + i(t)R_2 \\ &= i(t)(R_1 + R_2) \end{aligned}$$

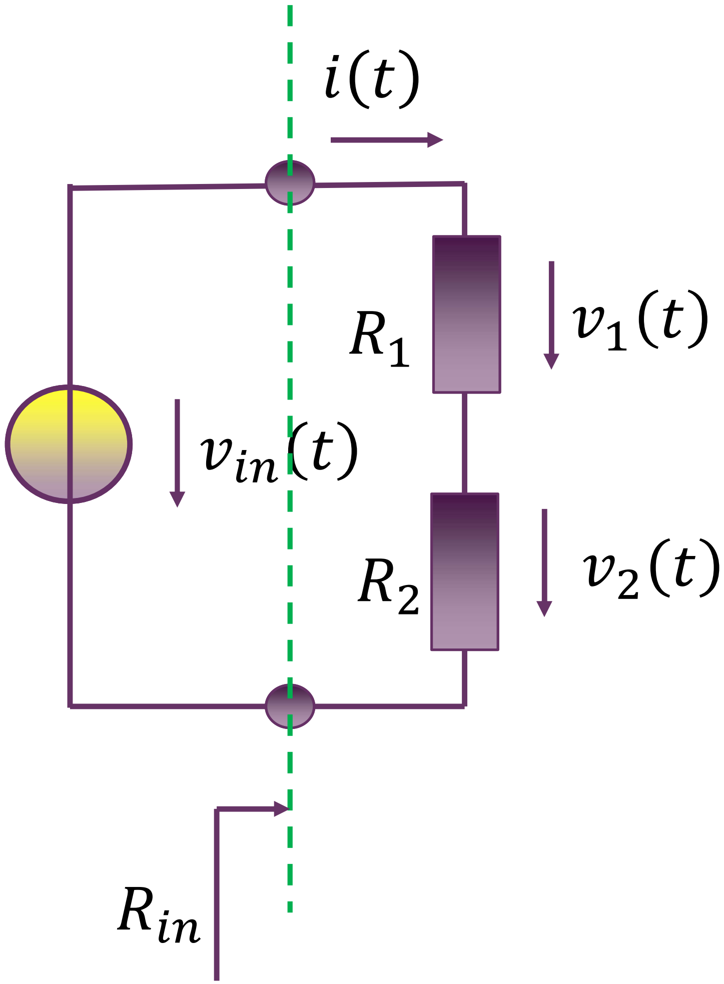
$$i(t) = \frac{v_{in}(t)}{R_1 + R_2}$$

$$v_1(t) = i(t)R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{in}(t)$$

$$v_2(t) = i(t)R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{in}(t)$$

分压系数

用等效电路可简化分析



$$R_{in} = R_1 + R_2$$

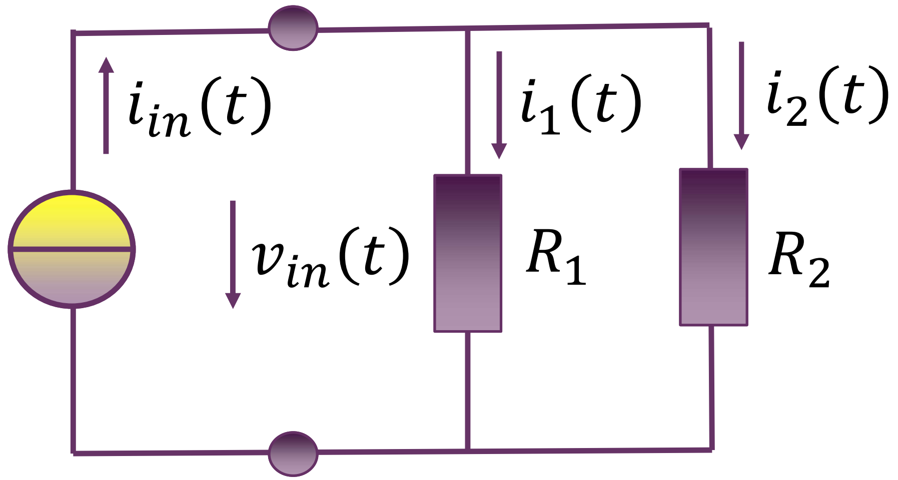
$$i(t) = \frac{v_{in}(t)}{R_{in}} = \frac{v_{in}(t)}{R_1 + R_2}$$

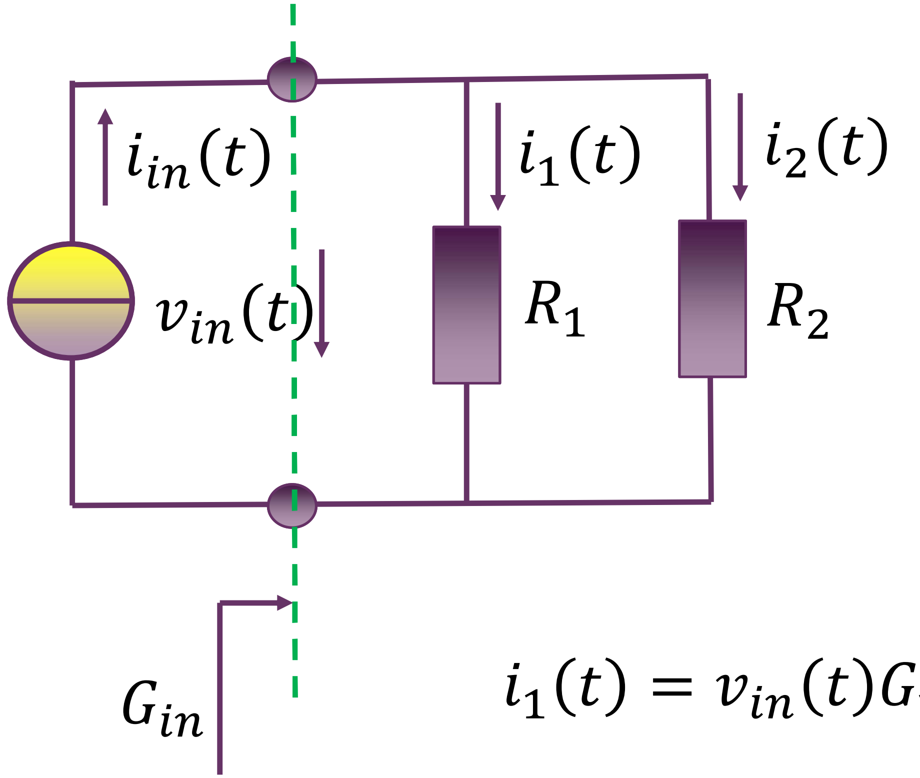
得到这个结论，不必从头开始列**KVL**，**KCL**，**OL**方程，对于简单结构，直接引用之前分析得到的结果即可，这些结果是电路专业人员熟知的，无需更多解释

$$v_1(t) = i(t)R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_{in}(t)$$

$$v_2(t) = i(t)R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{in}(t)$$

电阻分流电路





可以直接引用之前的结论，
并联总电导等于分电导之和

$$G_{in} = G_1 + G_2$$

$$v_{in}(t) = \frac{i_{in}(t)}{G} = \frac{i_{in}(t)}{G_1 + G_2}$$

$$i_1(t) = v_{in}(t)G_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i_{in}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_{in}(t)$$

$$i_2(t) = v_{in}(t)G_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i_{in}(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_{in}(t)$$

分流系数

电阻分压分流小结

这些结论以后可以直接被利用进行电路分析

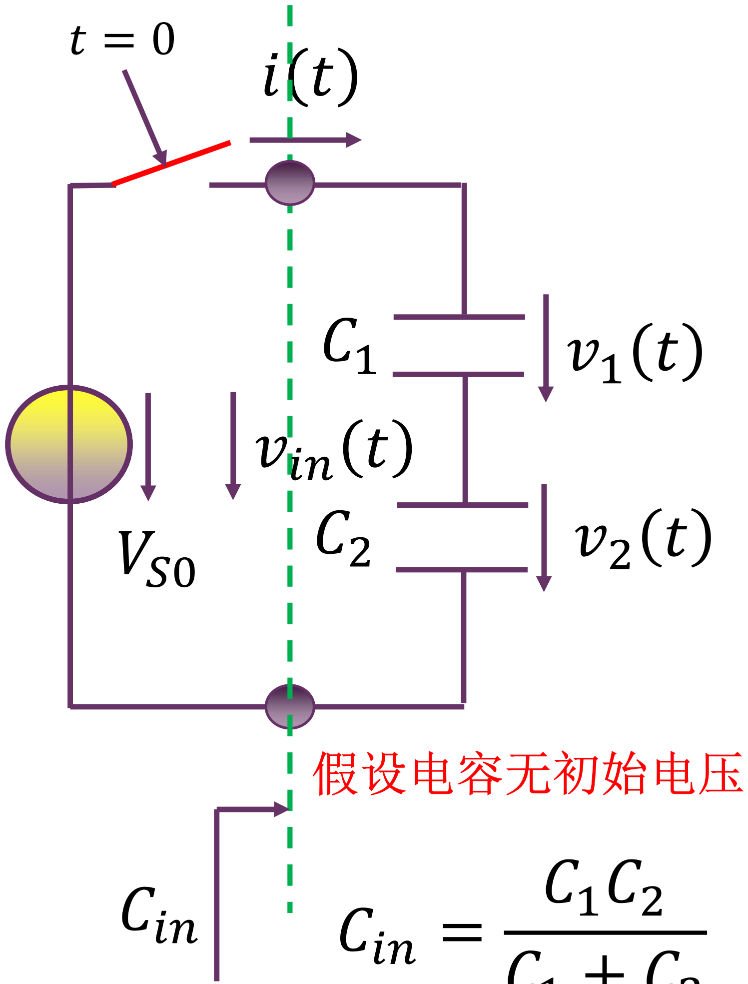
- 串联总电阻等于串联分电阻之和，串联电阻上的分压系数为该电阻阻值比总电阻阻值

$$R_{in}=\sum_{k=1}^{n}R_k \qquad v_m(t)=\gamma_{vm}v_{in}(t) \qquad \gamma_{vm}=\frac{R_m}{R_{in}}=\frac{R_m}{\sum_{k=1}^{n}R_k}$$

- 并联总电导等于并联分电导之和，并联电导上的分流系数为该电导导值比总电导导值

$$G_{in}=\sum_{k=1}^{n}G_k \qquad i_m(t)=\gamma_{im}i_{in}(t) \qquad \gamma_{im}=\frac{G_m}{G_{in}}=\frac{G_m}{\sum_{k=1}^{n}G_k}$$

二、电容分压电路



$$C_{in}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$$

$$v_{in}(t)=V_{S0}\boldsymbol{U(t)}$$

$$i(t)=C_{in}\frac{d}{dt}v_{in}(t)=C_{in}V_{S0}\delta(t)$$

$$v_1(t)=v_1(0^-)+\frac{1}{C_1}\int_{0^-}^{t}i(\tau)d\tau$$

$$=0+\frac{1}{C_1}\int_{0^-}^{t}C_{in}V_{S0}\delta(\tau)d\tau$$

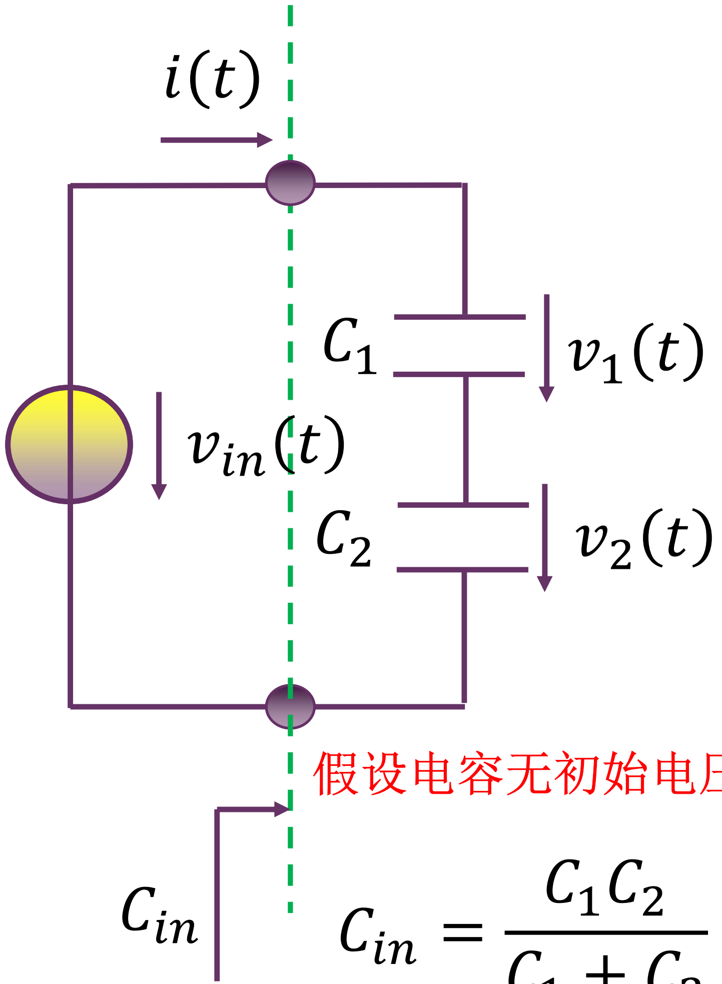
$$=\frac{C_{in}V_{S0}}{C_1}U(t)=\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{S0}U(t)$$

$$=\frac{C_2}{C_1+C_2}v_{in}(t)$$

$$v_2(t)=\cdots=\frac{C_1}{C_1+C_2}v_{in}(t)$$

分压系数

任意输入电压均如此分压



假设电容无初始电压

$$C_{in} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

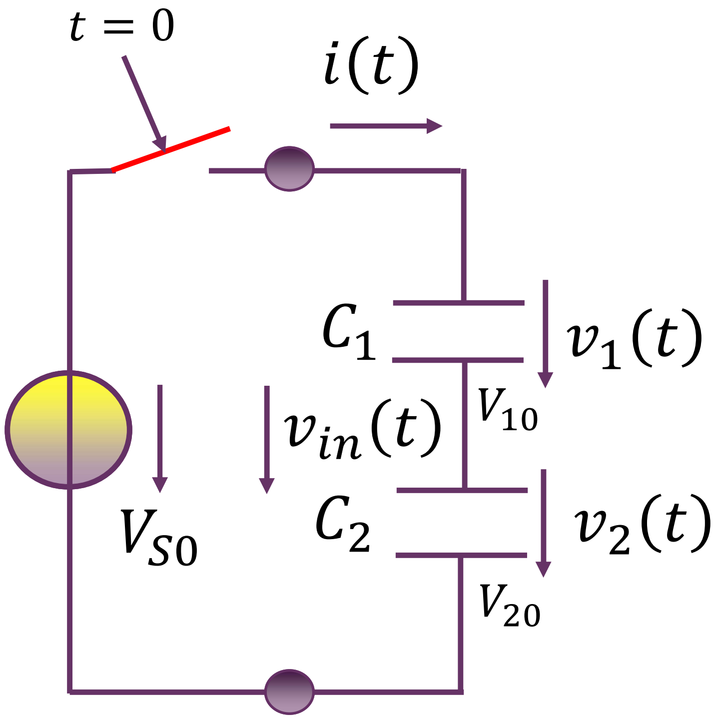
$$i(t) = C_{in} \frac{d}{dt} v_{in}(t)$$

$$\begin{aligned}
v_1(t) &= v_1(0^-) + \frac{1}{C_1}\int_{0^-}^{t} i(\tau)d\tau \\
&= 0 + \frac{1}{C_1}\int_{0^-}^{t} C_{in}\frac{d}{d\tau}v_{in}(\tau)d\tau \\
&= \frac{C_{in}}{C_1}\int_{v_{in}(0^-)}^{v_{in}(t)} dv_{in}(\tau) \\
&= \frac{C_{in}}{C_1} v_{in}(\tau)\Big|_{0^-}^{t} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} v_{in}(t)
\end{aligned}$$

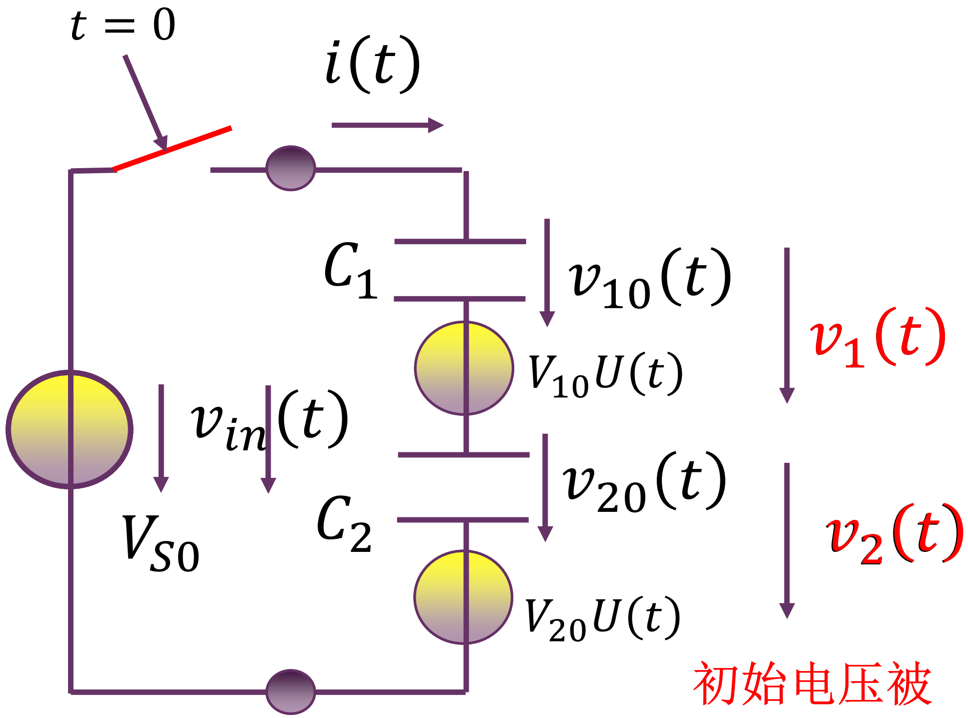
$$v_2(t) = \cdots = \frac{C_1}{C_1 + C_2} v_{in}(t)$$

分压系数

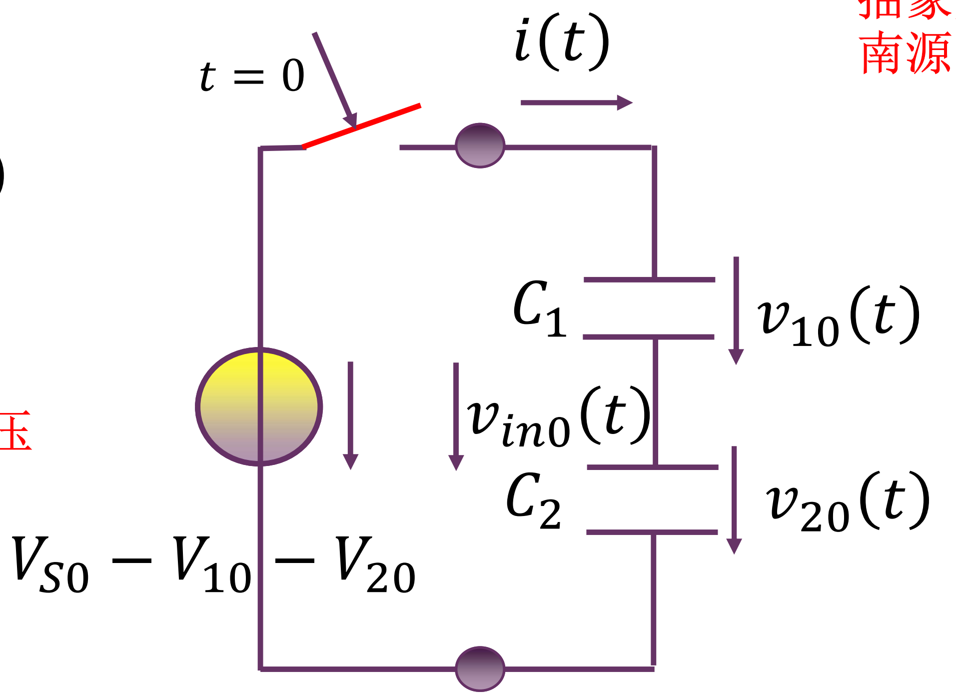
电容有初始电压



假设电容有初始电压



初始电压被抽象为戴维南源电压



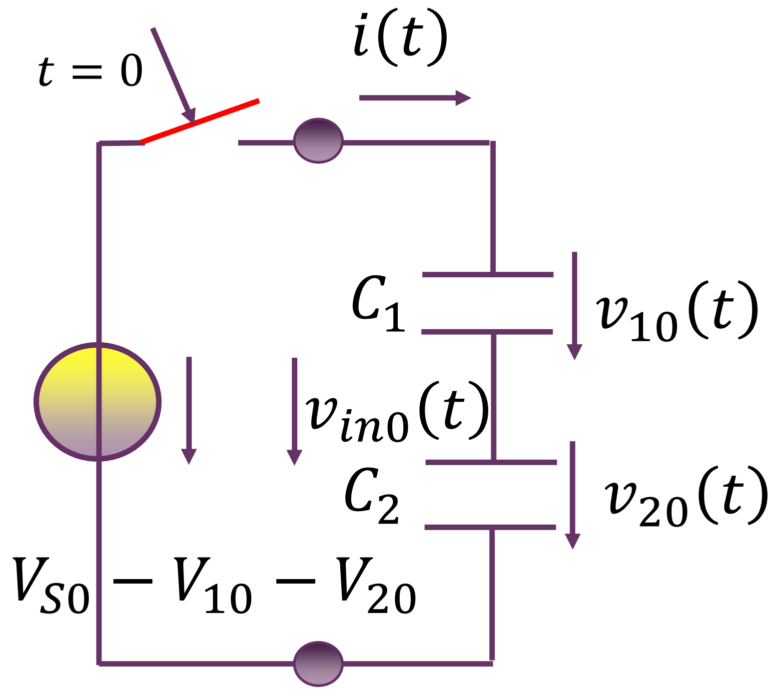
源归并后，转化为无初始电压电容串联分压问题

等效电路分析

$$v_{in0}(t) = (V_{S0} - V_{10} - V_{20})U(t)$$

$$v_{10}(t) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} v_{in0}(t)$$

$$v_{20}(t) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} v_{in0}(t)$$



$$v_1(t) = v_{10}(t) + V_{10}U(t)$$
$$= \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{S0}U(t) + \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_{10}U(t) - \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{20}U(t)$$

$$v_2(t) = v_{20}(t) + V_{20}U(t)$$
$$= \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_{S0}U(t) - \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_{10}U(t) + \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{20}U(t)$$

叠加定理

- 表述1：对于线性电路，如果电路中有多个源同时激励，则总响应为分响应之和
  - 分响应：单独一个源起作用，其他源不起作用
    - 源不起作用，就是将源置零
      - 源置零：恒压源短路处理，恒流源开路处理

$$r = f(e_1, e_2, \dots, e_n) = r_1 + r_2 + \cdots + r_n$$

$$\overset{\text{线性系统叠加性}}{\cong} f(e_1, 0, \dots, 0) + f(0, e_2, \dots, 0) + \cdots + f(0,0, \dots, e_n)$$

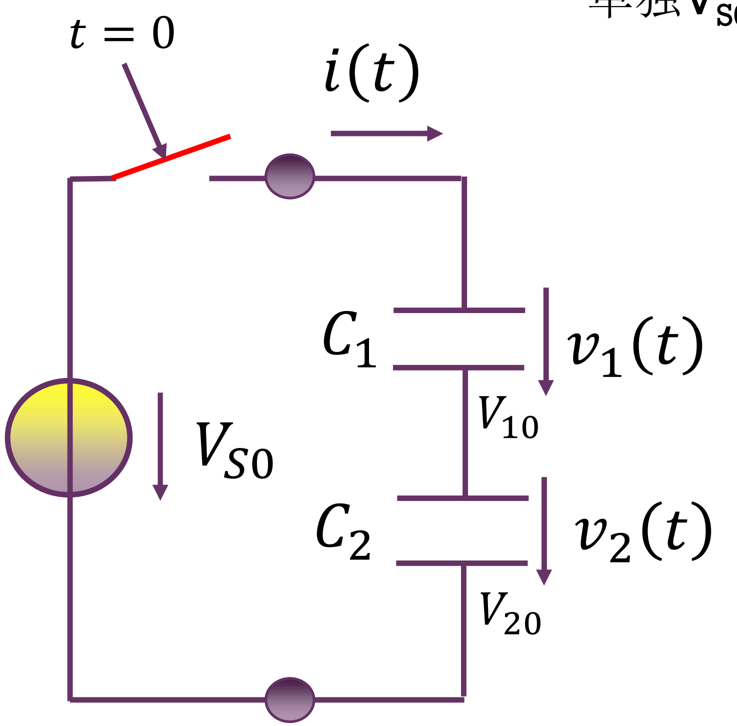
$$\overset{\text{线性系统均匀性}}{\cong} f(1,0, \dots, 0)e_1 + f(0,1, \dots, 0)e_2 + \cdots + f(0,0, \dots, 1)e_n$$

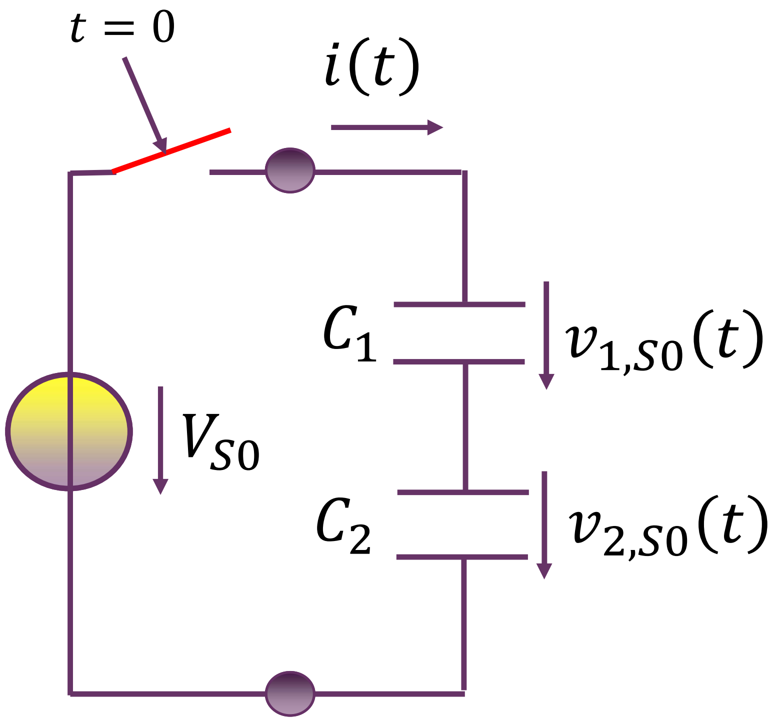
$$= \alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \cdots + \alpha_n e_n$$

- 表述2：对于线性电路，如果电路中有多个源同时激励，则总响应可表述为这些激励源的线性叠加形式

用叠加定理求解

有三个源
单独$\mathbf{V}_{S0}$源起作用



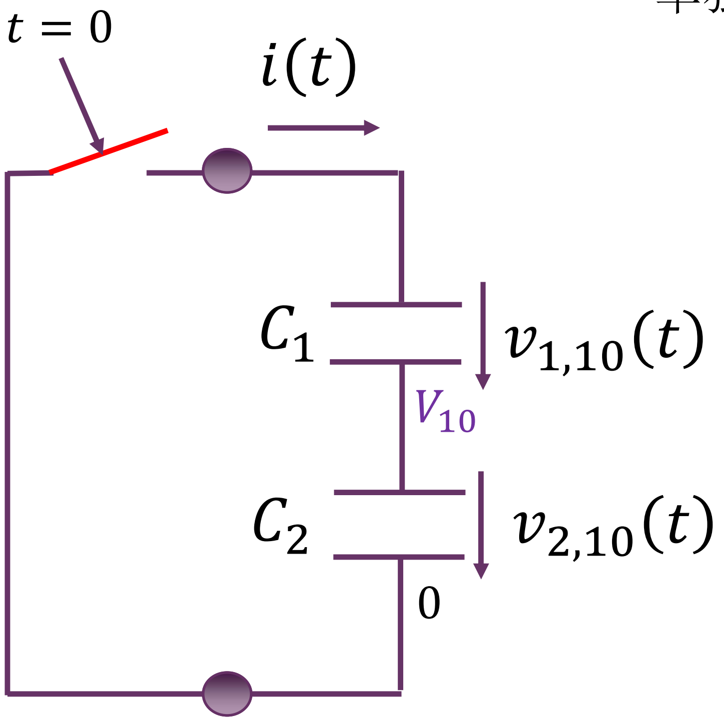


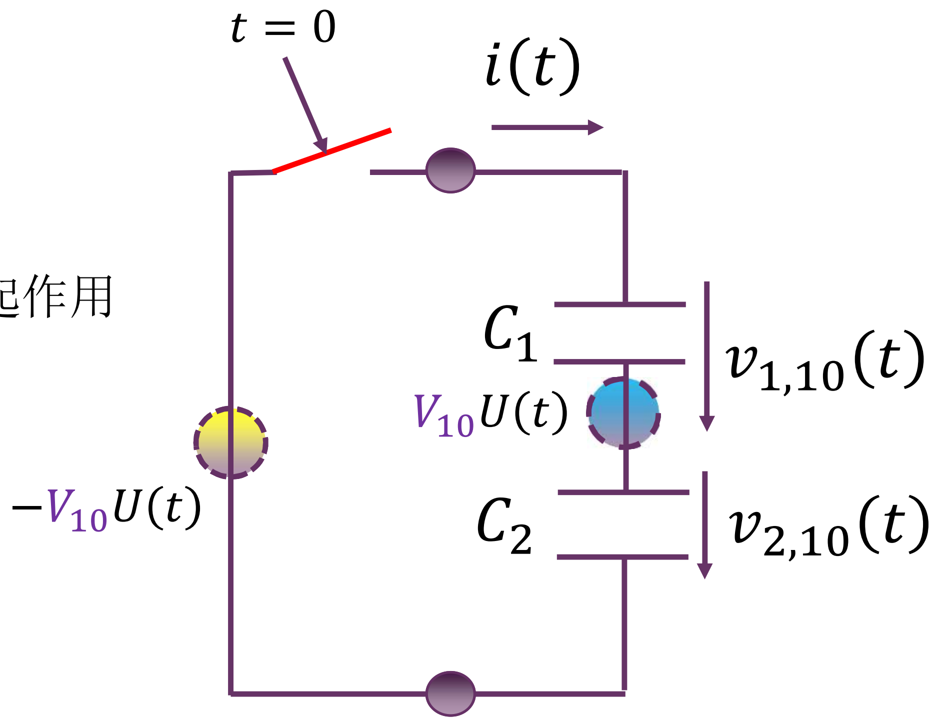
$$v_{1,S0}(t) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} V_{S0} U(t)$$

$$v_{2,S0}(t) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} V_{S0} U(t)$$

用叠加定理求解

有三个源
单独V_{10}源起作用





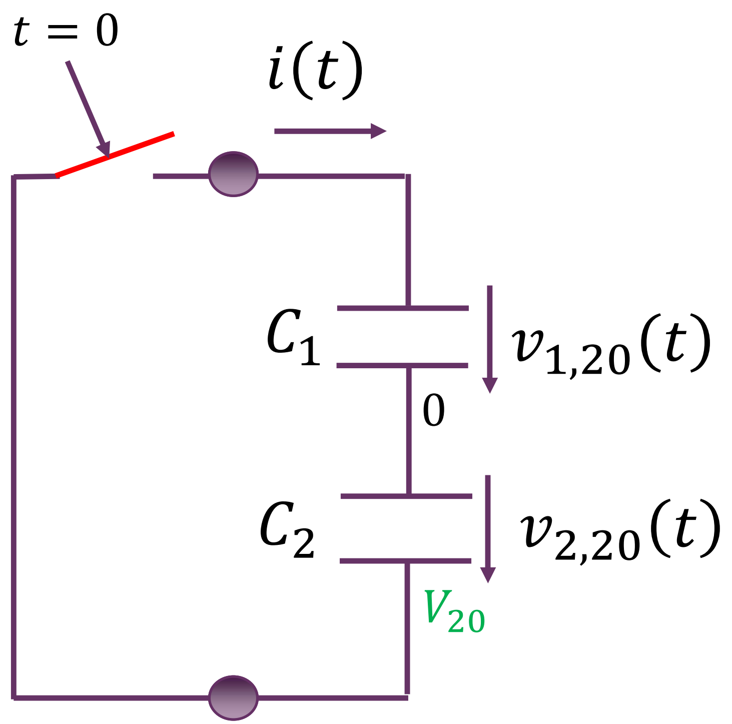
$$v_{1,10}(t) = -\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{10}U(t) + V_{10}U(t)$$
$$= +\frac{C_1}{C_1+C_2}V_{10}U(t)$$

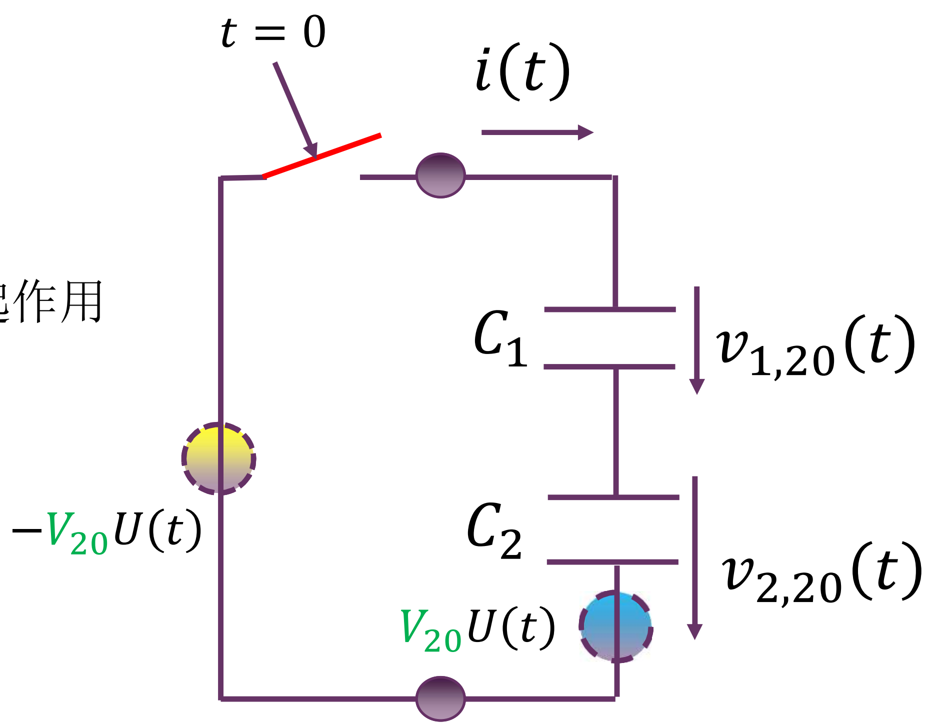
电压相反？

$$v_{2,10}(t) = -\frac{C_1}{C_1+C_2}V_{10}U(t)$$

用叠加定理求解

有三个源
单独V_{20}源起作用



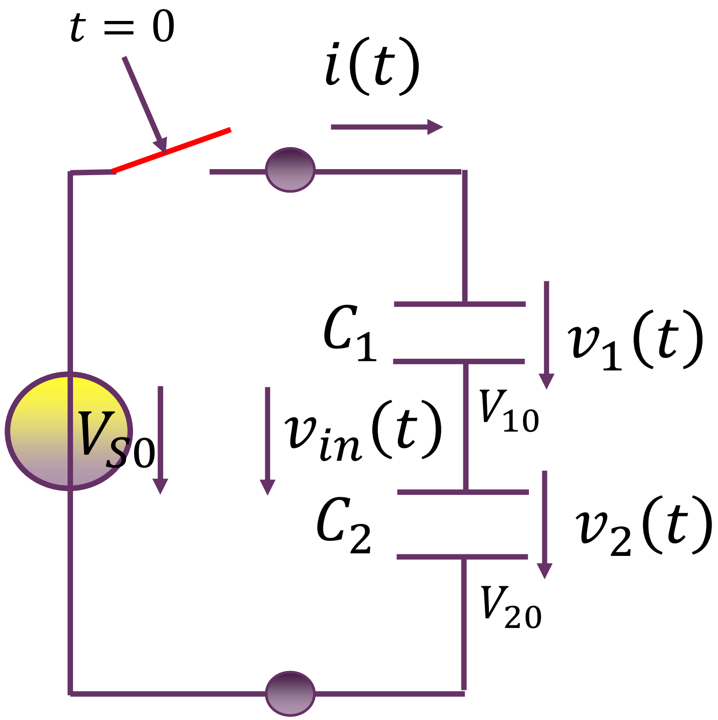


$$v_{1,20}(t)=-\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{20}U(t)$$

$$v_{2,20}(t)=-\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{20}U(t)+V_{20}U(t)$$

$$=+\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{20}U(t)$$

用叠加定理求解



$$v_{1,S0}(t)=\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{S0}U(t)$$

$$v_{2,S0}(t)=\frac{C_1}{C_1+C_2}V_{S0}U(t)$$

$$v_{1,10}(t)=\frac{C_1}{C_1+C_2}V_{10}U(t)$$

$$v_{2,10}(t)=-\frac{C_1}{C_1+C_2}V_{10}U(t)$$

$$v_{1,20}(t)=-\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{20}U(t)$$

$$v_{2,20}(t)=\frac{C_2}{C_1+C_2}V_{20}U(t)$$

$$v_1(t)=v_{1,S0}(t)+v_{1,10}(t)+v_{1,20}(t)$$

$$v_2(t)=v_{2,S0}(t)+v_{2,10}(t)+v_{2,20}(t)$$

小结：无初值电容电感分压分流

- 串联电容可以实现分压功能，分压系数为

$$\gamma_{vCm} = \frac{\frac{1}{C_m}}{\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}} \qquad n = 2 \qquad \gamma_{vC1} = \frac{\frac{1}{C_1}}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\gamma_{vC2} = \frac{\frac{1}{C_2}}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

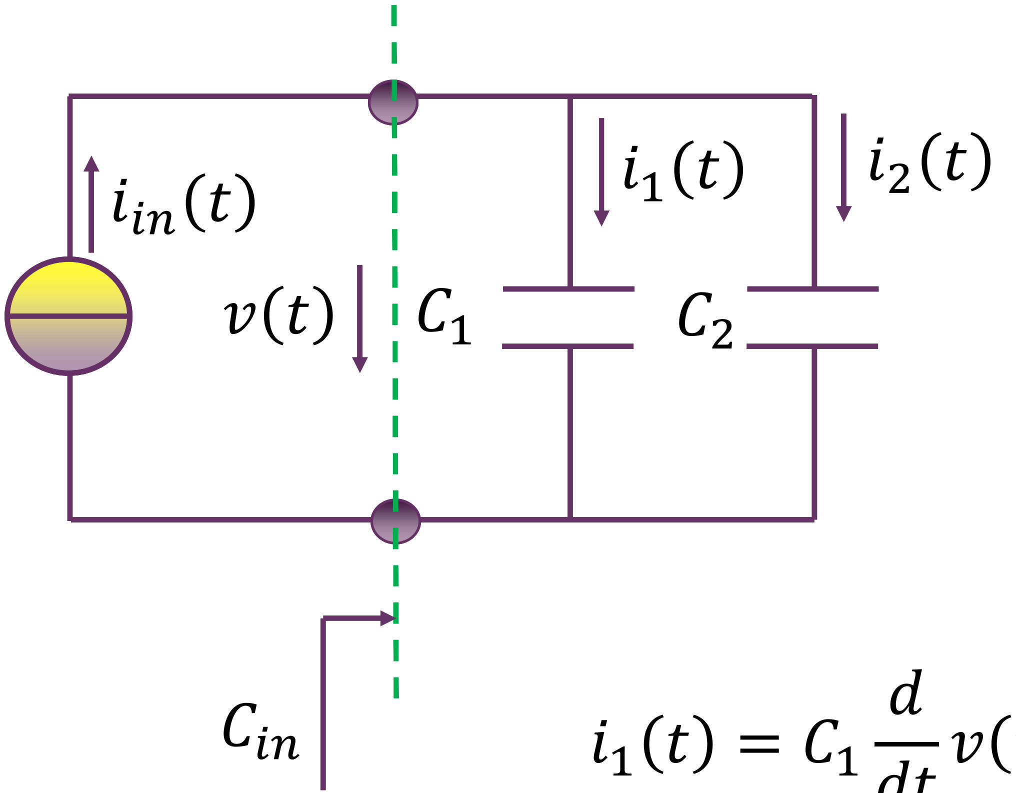
- 对偶地，并联电感可以实现分流功能，分流系数为

$$\gamma_{iLm} = \frac{\frac{1}{L_m}}{\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{L_k}} \qquad n = 2 \qquad \gamma_{iL1} = \frac{\frac{1}{L_1}}{\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}} = \frac{L_2}{L_1 + L_2}$$

$$\gamma_{iL2} = \frac{\frac{1}{L_2}}{\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}} = \frac{L_1}{L_1 + L_2}$$

有初值电容电感的分压分流：把初值等效为源，变换为无初值电容电感的分压分流问题，用叠加定理处理

电容分流电路



$$C_{in} = C_1 + C_2$$

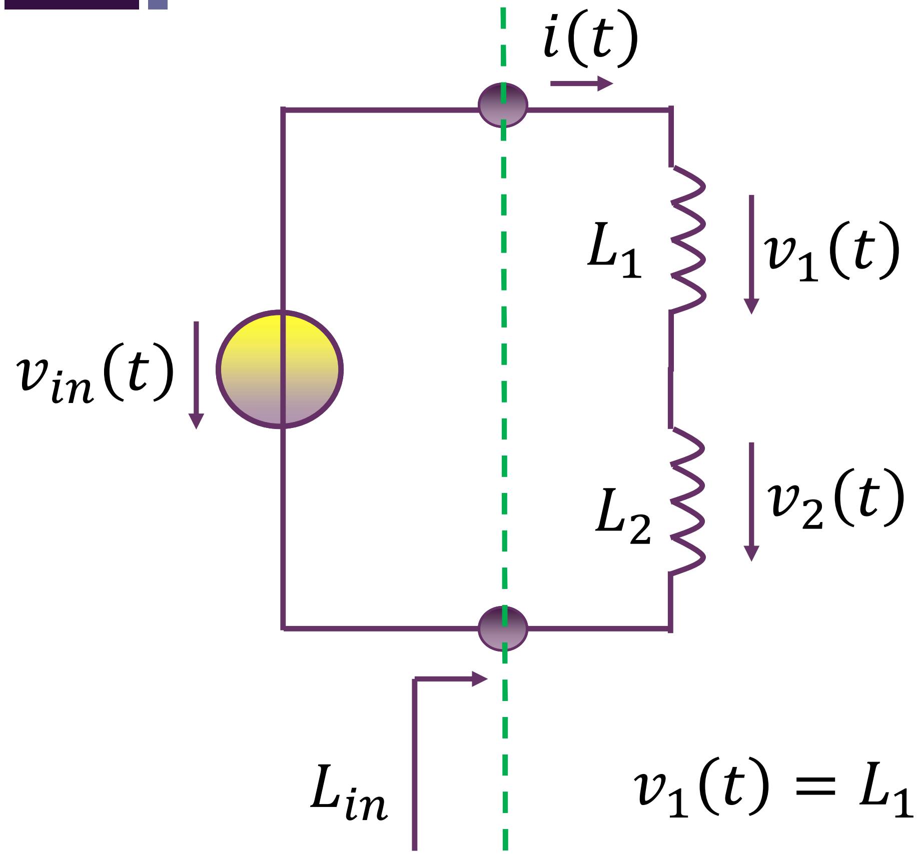
$$v(t) = \frac{1}{C_{in}} \int_{-\infty}^{t} i_{in}(\tau) d\tau$$

$$i_1(t) = C_1 \frac{d}{dt} v(t) = \frac{C_1}{C_{in}} i_{in}(t) = \frac{C_1}{C_1 + C_2} i_{in}(t)$$

$$i_2(t) = C_2 \frac{d}{dt} v(t) = \frac{C_2}{C_{in}} i_{in}(t) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} i_{in}(t)$$

分流系数

对偶电路：电感分压电路



$$L_{in} = L_1 + L_2$$

$$i(t) = \frac{1}{L_{in}} \int_{-\infty}^{t} v_{in}(\tau) d\tau$$

$$v_1(t) = L_1 \frac{d}{dt} i(t) = \frac{L_1}{L_{in}} v_{in}(t) = \frac{L_1}{L_1 + L_2} v_{in}(t)$$

$$v_2(t) = L_2 \frac{d}{dt} i(t) = \frac{L_2}{L_{in}} v_{in}(t) = \frac{L_2}{L_1 + L_2} v_{in}(t)$$

分压系数

小结

- 并联电容可以实现分流功能，分流系数为

$$\gamma_{iCm}=\frac{C_m}{\sum_{k=1}^{n} C_k}$$

$$n=2$$

$$\gamma_{iC1}=\frac{C_1}{C_1+C_2}$$

$$\gamma_{iC2}=\frac{C_2}{C_1+C_2}$$

- 对偶地，串联电感可以实现分压功能，分压系数为

$$\gamma_{vLm}=\frac{L_m}{\sum_{k=1}^{n} L_k}$$

$$n=2$$

$$\gamma_{vL1}=\frac{L_1}{L_1+L_2}$$

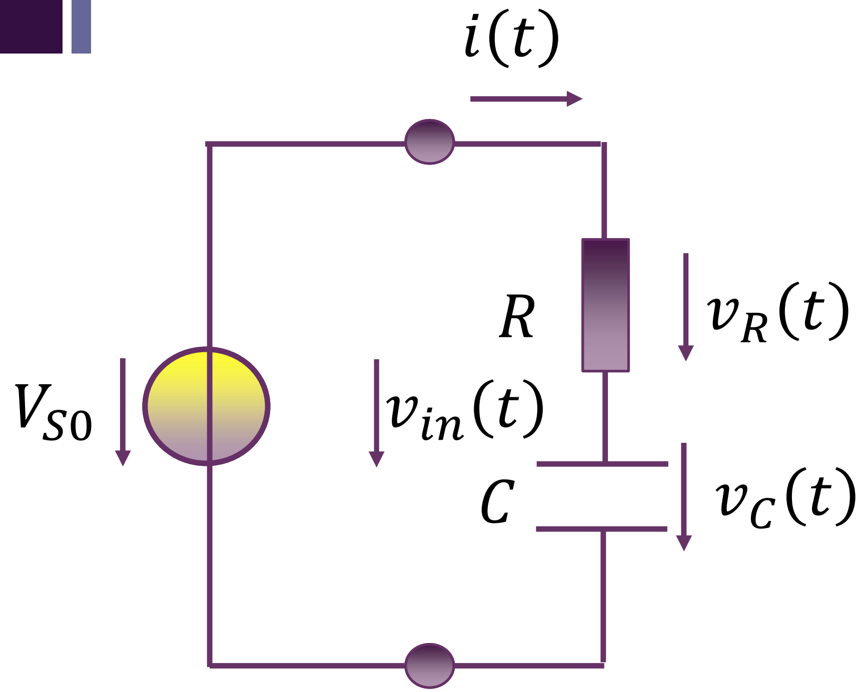
$$\gamma_{vL2}=\frac{L_2}{L_1+L_2}$$

三、阻容分压电路

- 纯阻、纯容、纯感串并联电路的分压分流关系（分压系数、分流系数）和激励信号形态无关，但RC、RL、RLC混合器件串并联电路的分压分流关系和激励信号形态（和时间）有关

- RC分压电路
  - 直流激励
  - 阶跃激励
  - 正弦激励
  - 冲激激励
  - 方波激励

RC串联电路：直流电压源激励



$$v_{in}(t) = V_{S0}$$

$$v_R(t) = V_{R0}$$

$$v_c(t) = V_{C0} = V_{S0} - V_{R0}$$

直流激励只能是直流响应！

$$i(t) = i_c(t) = C\frac{d}{dt}v_C(t) = 0$$

直流情况下，电容相当于开路！

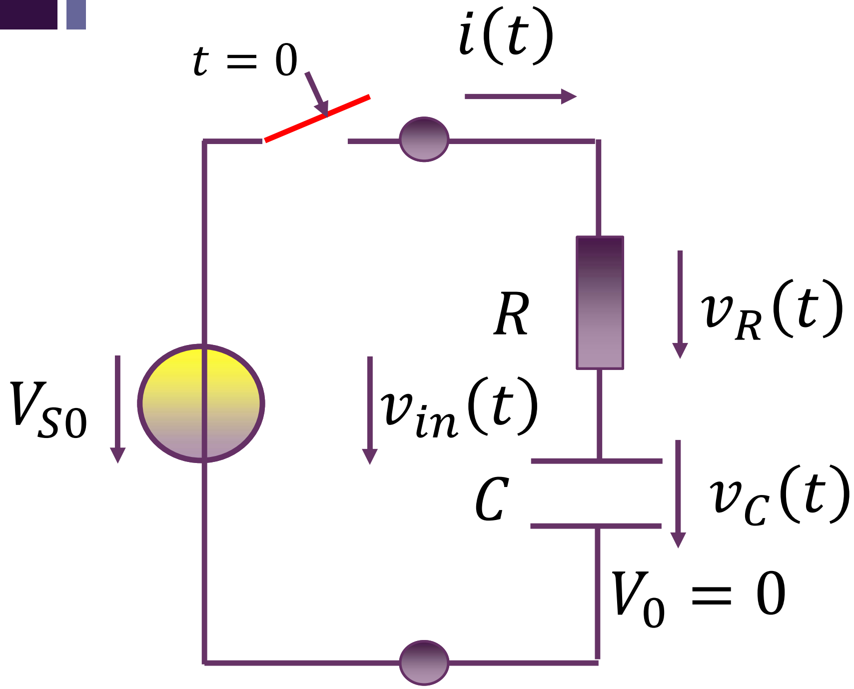
$$v_R(t) = i_R(t)R = i(t)R = 0$$

$$v_C(t) = v_{in}(t) - v_R(t) = V_{S0}$$

电阻分压为**0**，电容（直流开路）获得了全部的直流分压

由于**RC**是线性时不变元件，不会产生新的频率分量，因此当直流激励时，电路中就只有一个直流（零频）分量。直流信号可理解为是在$t = -\infty$时加载的，经过无穷长时间后，电容初始电压（另一个源，叠加定理）的作用已经消失（指数衰减为**0**了），因而直流分析不考虑初值问题

RC串联电路：阶跃电压源激励



$$v_{in}(t)=V_{S0}U(t)$$

$$v_{in}(t)=v_R(t)+v_C(t)$$
$$=Ri(t)+\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\lambda)d\lambda \qquad (t\geq 0)$$

串联回路只有一个电流，以电流为中间变量是适当的

$$i(t)+\frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} i(\lambda)d\lambda=\frac{V_{S0}}{R}U(t)$$

$$\frac{d}{dt}i(t)+\frac{1}{RC}i(t)=\frac{V_{S0}}{R}\delta(t)$$

$$\frac{d}{dt}i(t)+\frac{1}{\tau}i(t)=\frac{V_{S0}}{R}\delta(t)$$

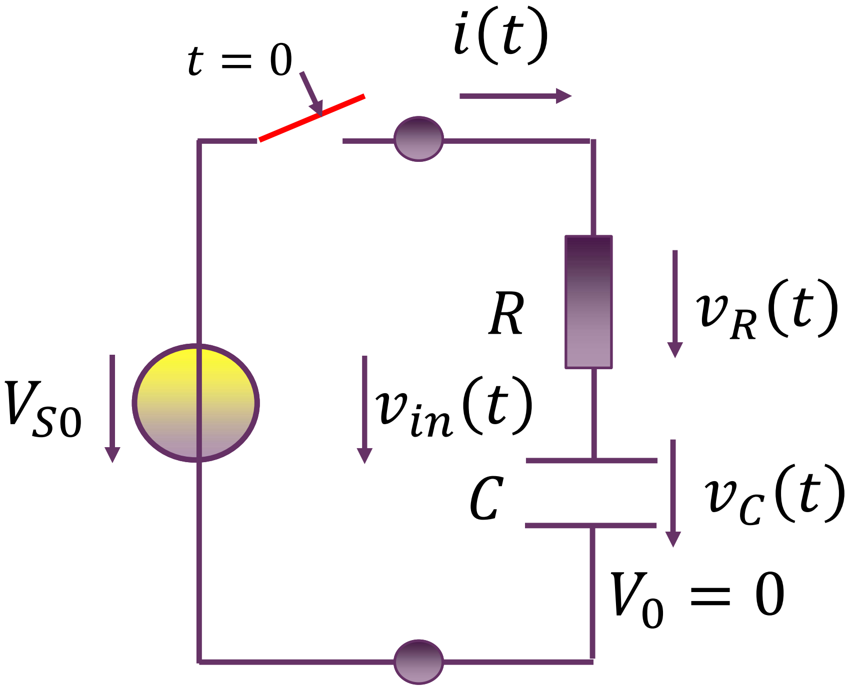
$\tau=RC$ 时间常数

由于是线性电路，根据叠加定理，电阻分压和电容分压由两个源共同决定，第一个源为外加激励源$\boldsymbol{v_S(t)=V_{S0}}$，第二个源为电容初始电压$\boldsymbol{V_0}$的等效源，为了简单起见，首先假设$\boldsymbol{V_0=0}$，只考虑外加激励源单独作用的分压关系

微分方程求解

串联回路，只有一个回路电流，以电流为变量列方程，求解后可通过**GOL**获得串联支路电压

$$\frac{d}{dt}i(t)+\frac{1}{\tau}i(t)=\frac{V_{S0}}{R}\delta(t)$$



$$e^{\frac{t}{\tau}}\frac{d}{dt}i(t)+\frac{1}{\tau}e^{\frac{t}{\tau}}i(t)=\frac{V_{S0}}{R}e^{\frac{t}{\tau}}\delta(t)$$

$$e^{\frac{t}{\tau}}\frac{d}{dt}i(t)+i(t)\frac{d}{dt}e^{\frac{t}{\tau}}=\frac{V_{S0}}{R}e^{\frac{t}{\tau}}\delta(t)$$

$$\frac{d}{dt}\left(e^{\frac{t}{\tau}}i(t)\right)=\frac{V_{S0}}{R}e^{\frac{t}{\tau}}\delta(t)$$

$$e^{\frac{t}{\tau}}i(t)=\int_{-\infty}^{t}\frac{V_{S0}}{R}e^{\frac{\lambda}{\tau}}\delta(\lambda)d\lambda=\frac{V_{S0}}{R}U(t)$$

$$i(t)=\frac{V_{S0}}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)$$

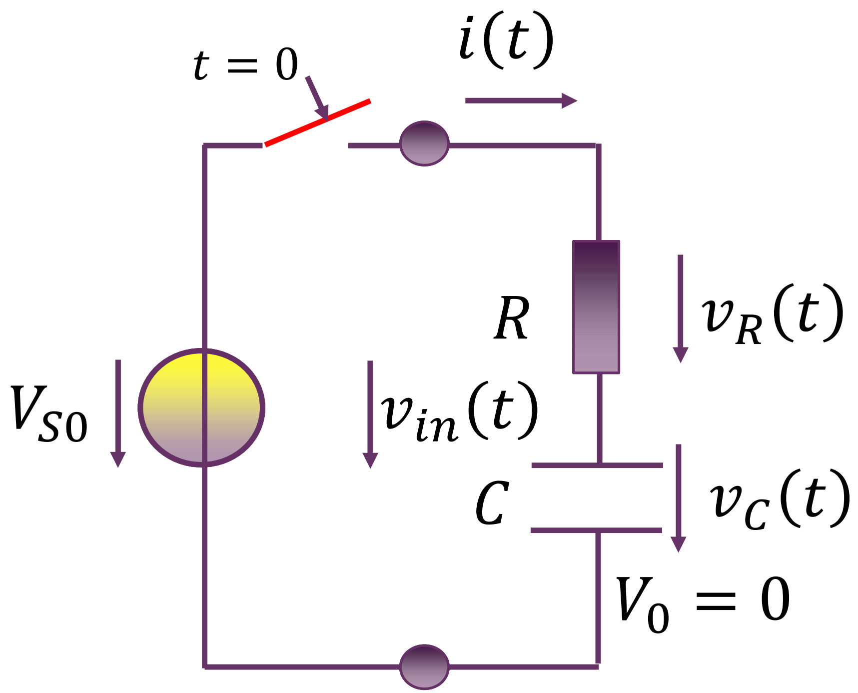
$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t)dt$$

$$=f(0)\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=f(0)$$

冲激函数的取样特性

RC电路的特征函数：指数衰减函数

零状态响应



$$i(t)=\frac{V_{S0}}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)$$

$$v_R(t)=i(t)R=V_{S0}e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)$$

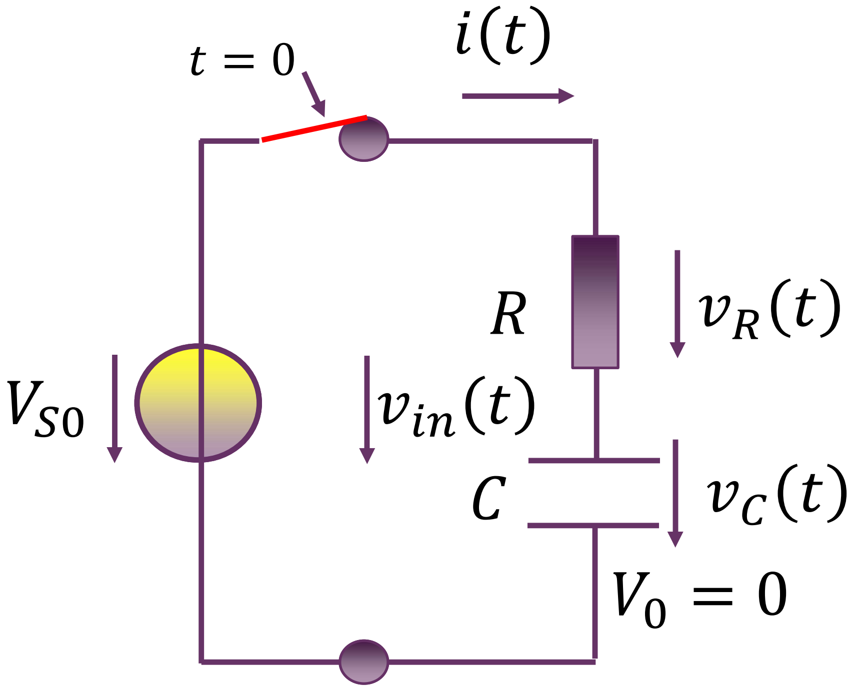
$$v_c(t)=v_{in}(t)-v_R(t)$$

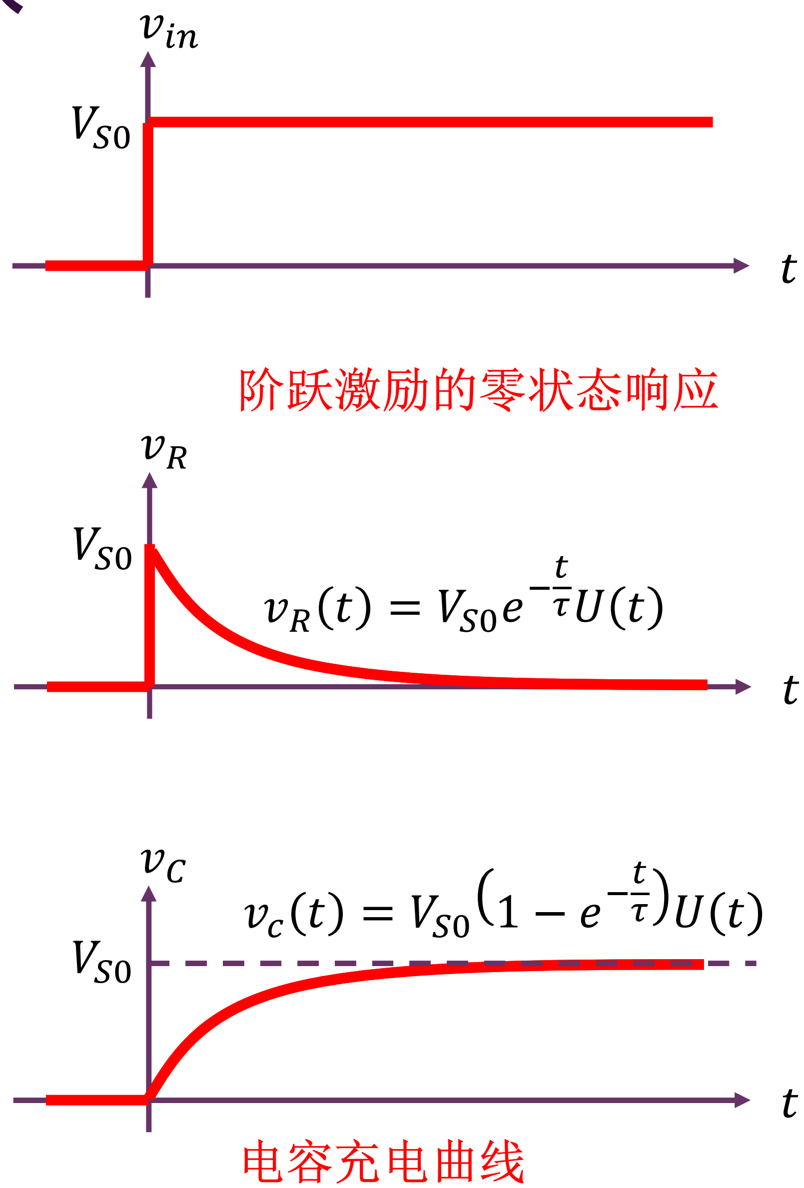
$$=V_{S0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)$$

$V_0=0$，电容初始状态为0时的分析，称此时的响应为零状态响应

RC分压是时间的函数

故称之为动态电路





为何起始电阻获得全部分压，
而终了电容获得全部分压？

电容的信号特性

直流开路，高频短路

$$i_C(t)=C\frac{d}{dt}v_C(t)\overset{v_C(t)=V_0}{\triangleq}0$$

电容直流开路　　　　对偶：电感直流短路

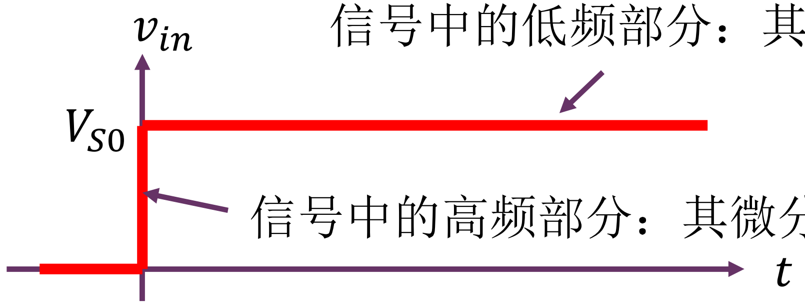
$$v_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\tau)d\tau\overset{i_C(t)=I_0\cos\omega t}{\triangleq}\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}I_0\cos\omega\tau d\tau=\frac{I_0}{\omega C}\sin\omega t\overset{\omega\to\infty}{\triangleq}0$$

电容高频短路　　　　对偶：电感高频开路

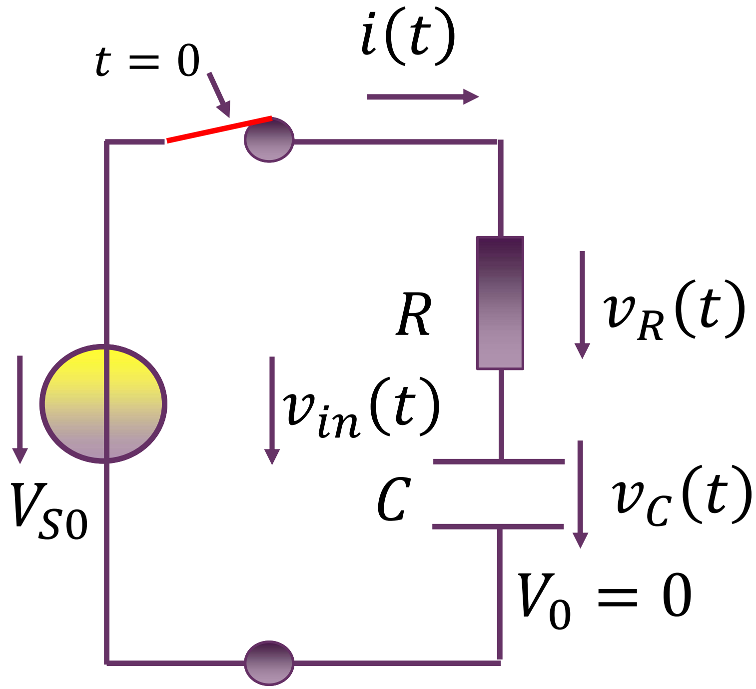
$$\frac{d}{dt}\sin\omega t=\omega\cos\omega t$$

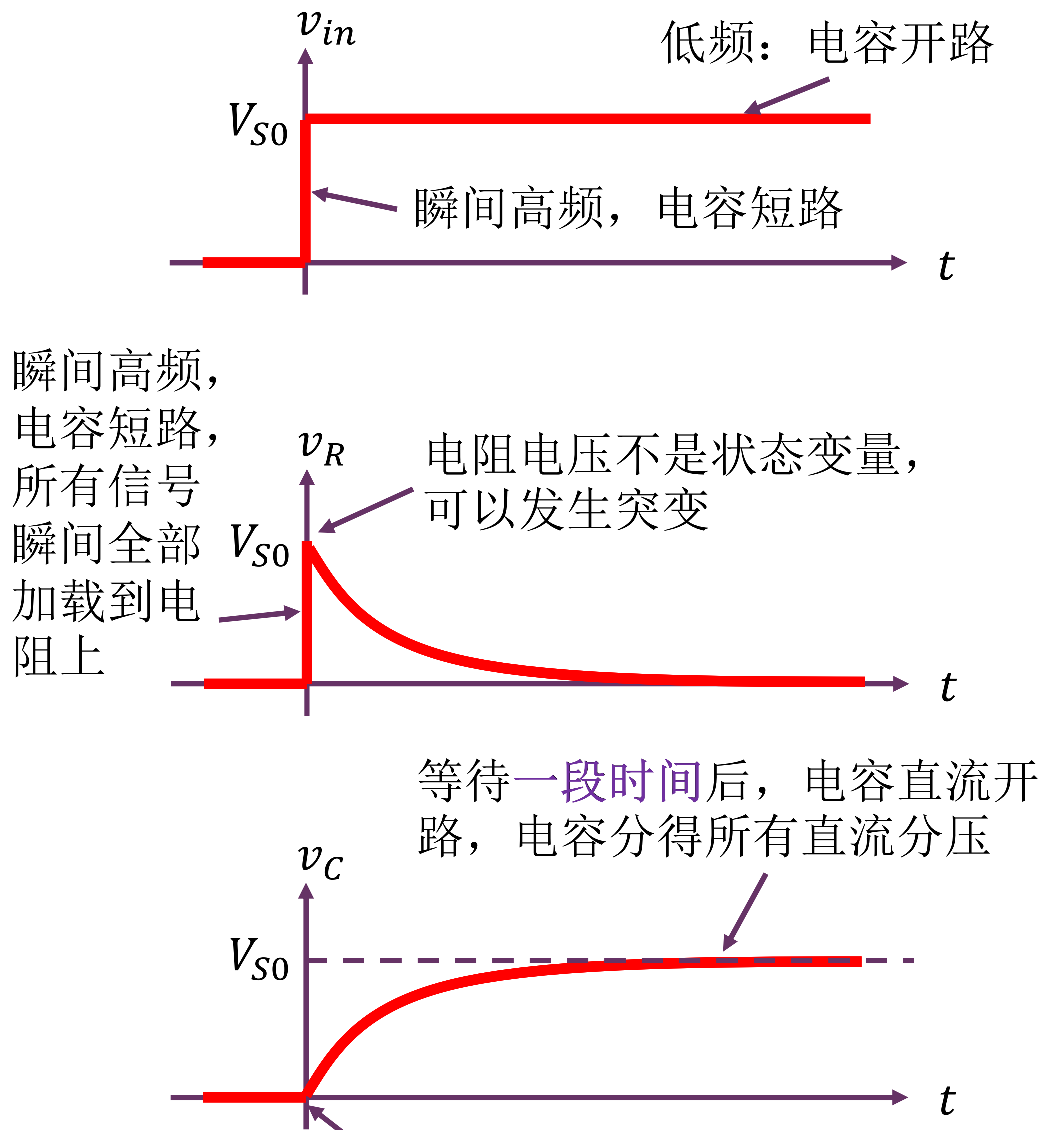
信号的微分值和频率成正比

微分值很大代表着高频
微分值很小代表着低频



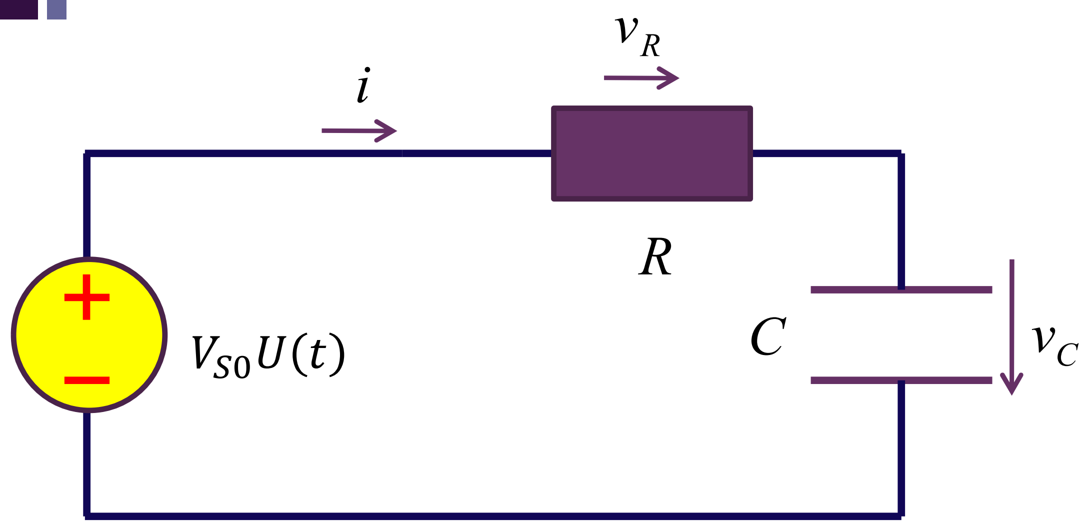
从阶跃响应看高通和低通



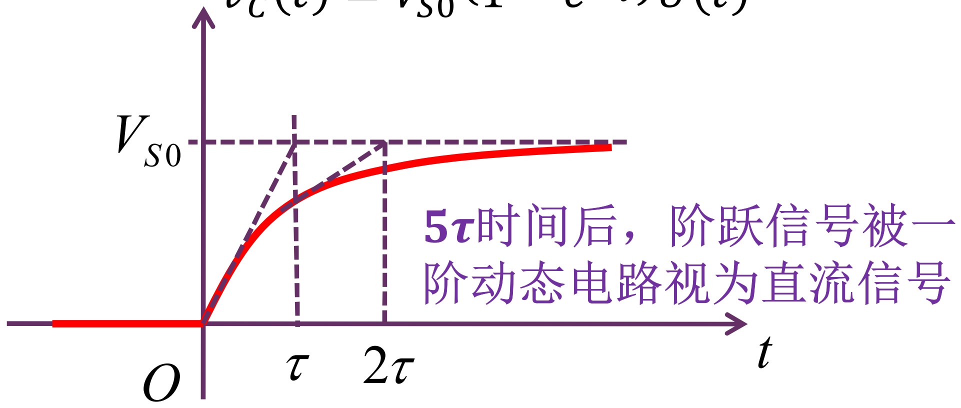


电容电压不能突变，保持连续变化，
这是状态变量的特征

电容充电曲线



$$v_C(t) = V_{S0}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)$$



$$\tau = RC$$

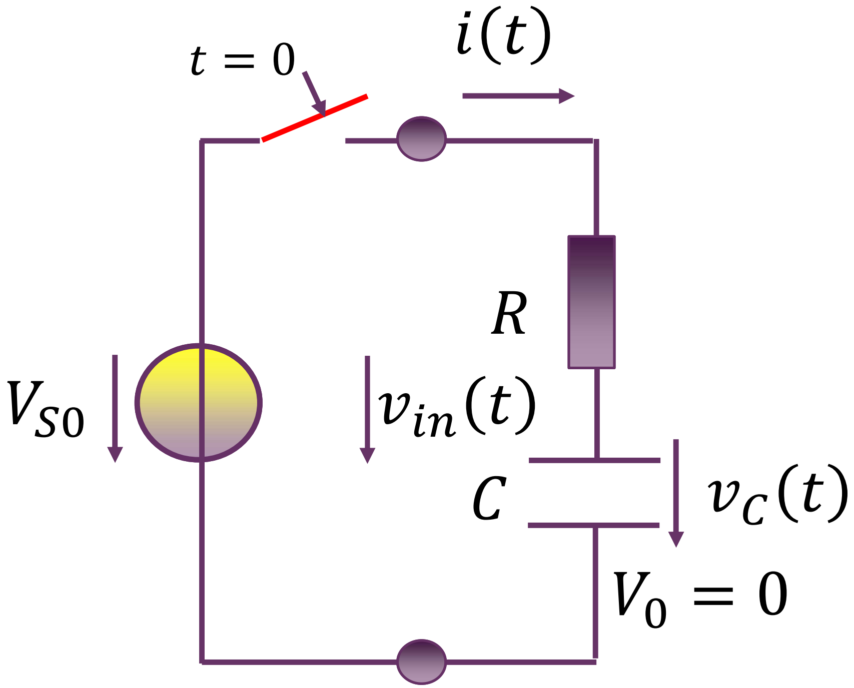
时间常数

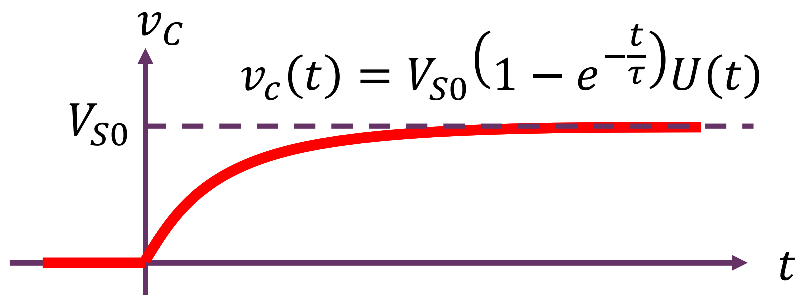
t	v_C/V_{S0}
0	0
τ	0.632
2τ	0.865
3τ	0.950
4τ	0.982
5τ	0.993
…	…
∞	1

工程上认为：**5τ**时间后，电容充电结束，进入稳态

电容充电曲线的解读

$$v_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(t)dt=\frac{1}{C}\int_{0}^{t} i_C(t)dt$$

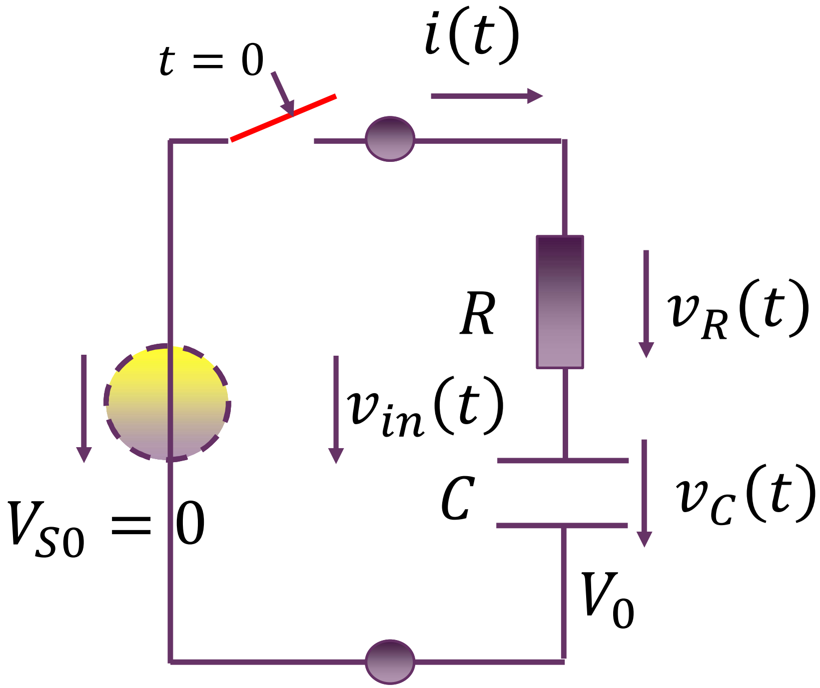


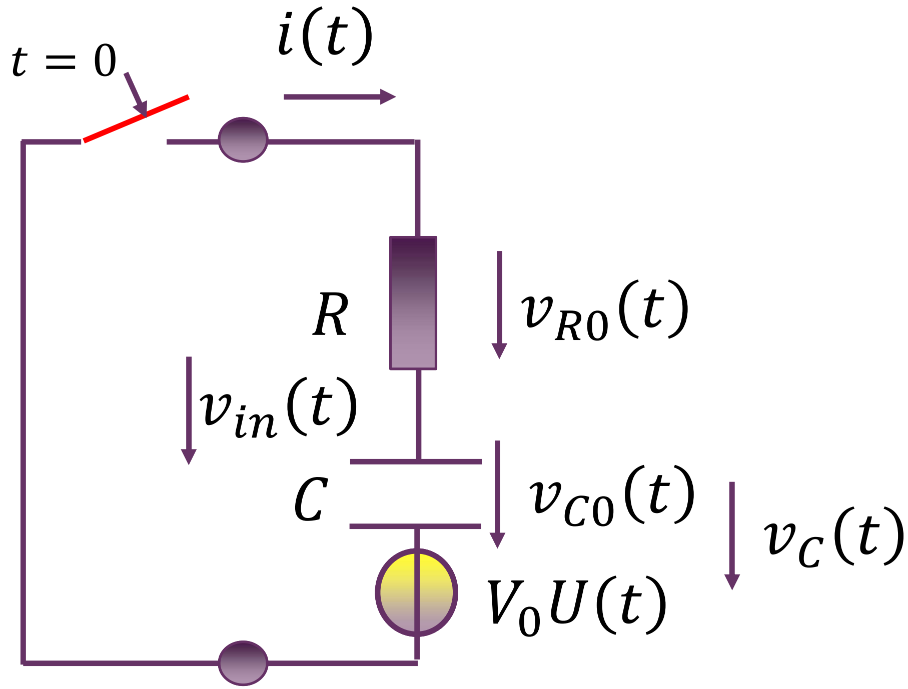


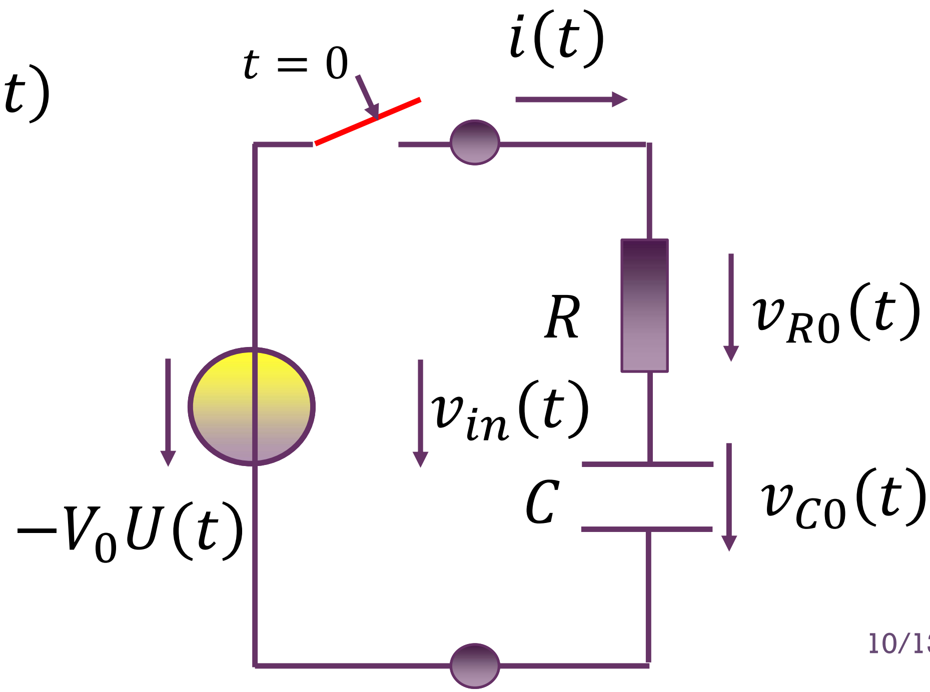
$$v_c(t)=V_{S0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)$$

电容电压不能突变，电容电压瞬间为**0**，电容瞬间阻抗为零（电容高频短路），回路初始电流为$\mathbf{V_{S0}/R}$，该电流对电容充电，短时内电容电压线性上升，导致回路电流降低，充电电流减小，充电速率（斜率）下降，电容电压最终呈现出指数衰减的上升规律：当电容电压等于输入电压时，回路电流为零，不再对电容充电，电容电压稳定在输入电压上：**5**$\boldsymbol{\tau}$时间后，阶跃信号可理解为看不到跳变了，只看到直流，电容直流开路，全部直流电压加载/分压到电容上

零输入响应


$t=0$
$i(t)$
R
$v_R(t)$
$v_{in}(t)$
C
$v_C(t)$
$V_{S0}=0$
V_0


$t=0$
$i(t)$
R
$v_{R0}(t)$
$v_{in}(t)$
C
$v_{C0}(t)$
$v_C(t)$
$V_0U(t)$

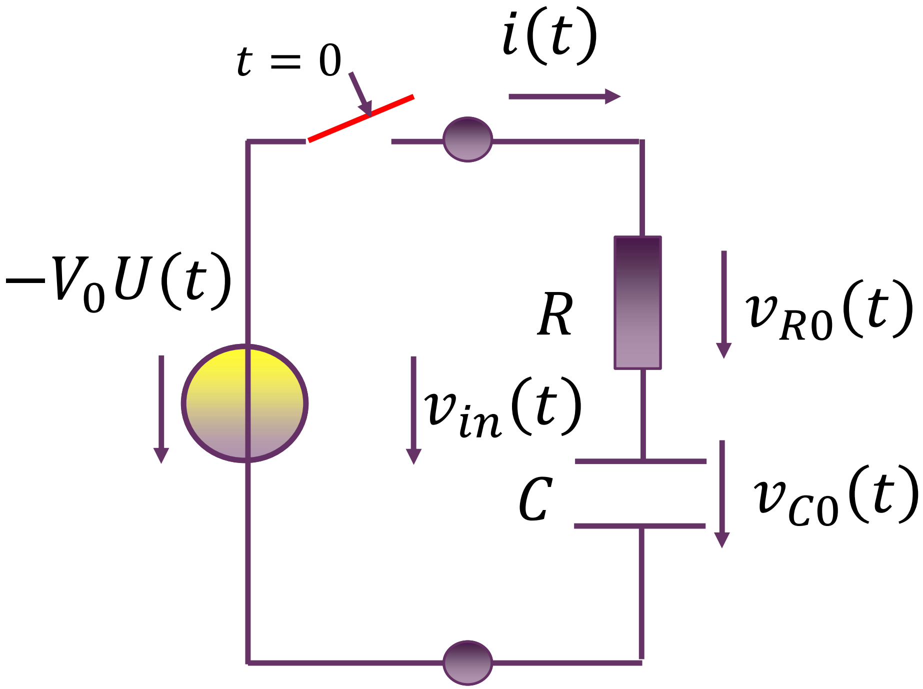

$t=0$
$i(t)$
R
$v_{R0}(t)$
$v_{in}(t)$
C
$v_{C0}(t)$
$-V_0U(t)$

等效电路分析

$$v_{in}(t) = -V_0 U(t)$$

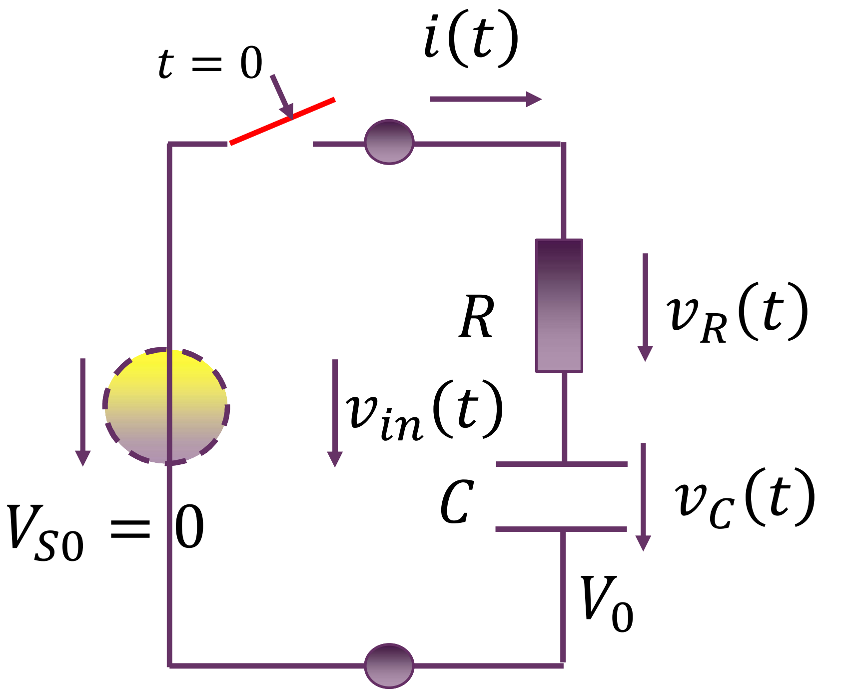
$$v_{R0}(t) = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} U(t)$$

$$v_{C0}(t) = -V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) U(t)$$



$$v_C(t) = v_{C0}(t) + V_0 U(t)$$

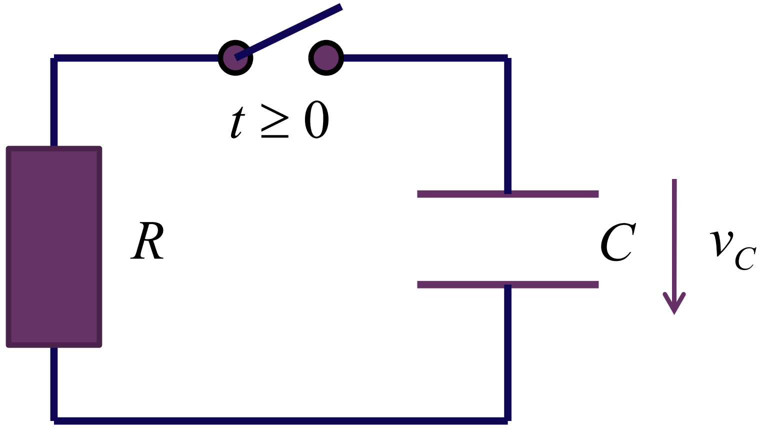
$$= +V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} U(t)$$



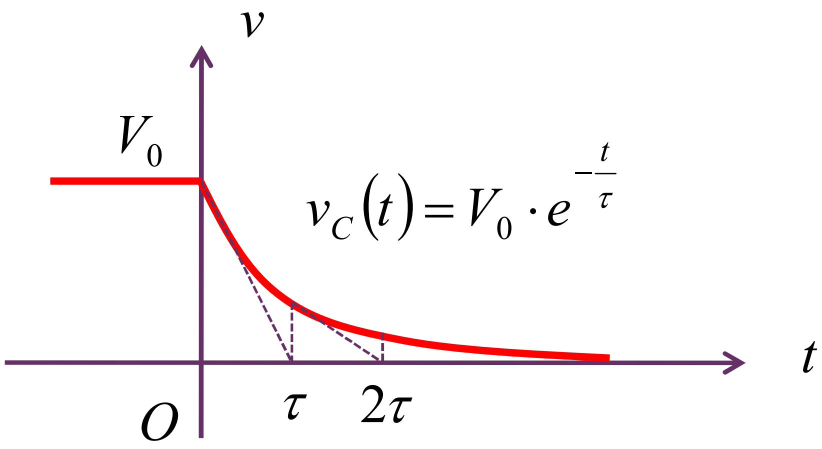
零输入响应：电容放电

$\tau = RC$

时间常数

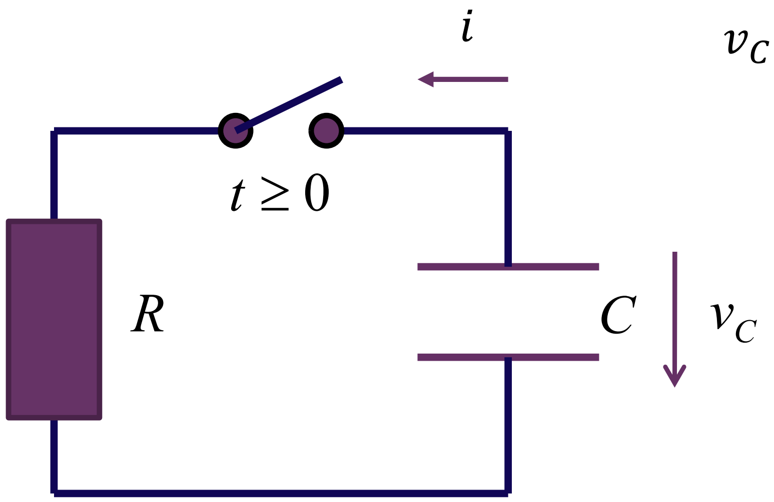


t	v_C/V_0
0	1
τ	0.368
2τ	0.135
3τ	0.050
4τ	0.018
5τ	0.007
…	…
∞	0



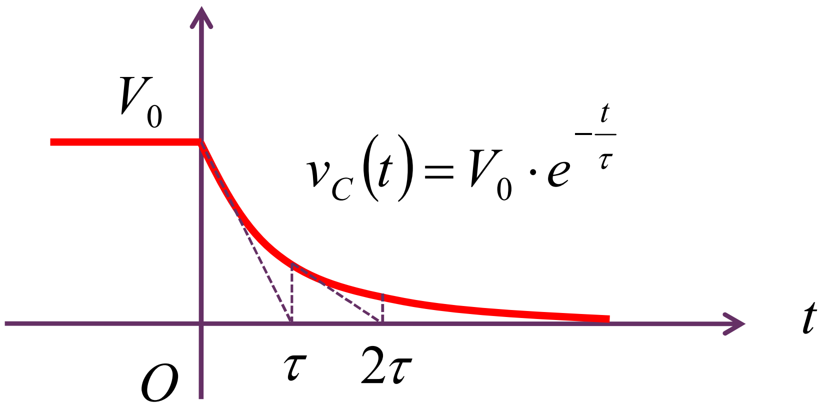
工程上一般认为5τ后，电容电压趋于稳态值

放电曲线解读



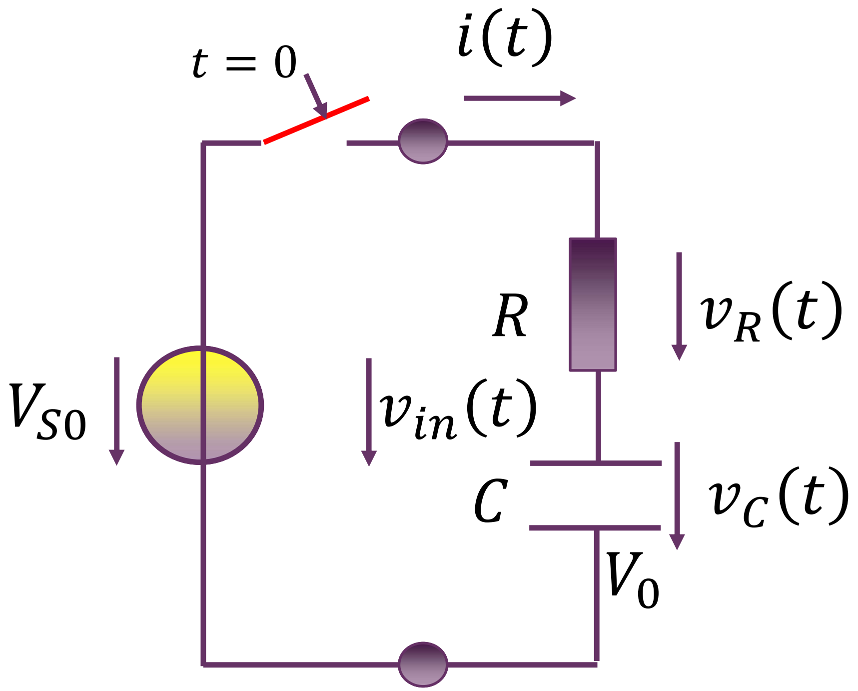
$$v_C(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(t)dt = V_0 + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i_C(t)dt$$

$$i_C(t) = -i(t)$$



开关闭合瞬间，电容电压全部加载到电阻上，形成放电电流**V_0/R**，该电流对电容放电，短时内电容电压线性下降，导致加载到电阻上的电压随之下降，放电电流降低，放电速率（斜率）下降，最终呈现出指数衰减规律：当电容电压下降为零时，放电电流为零，电容不再放电

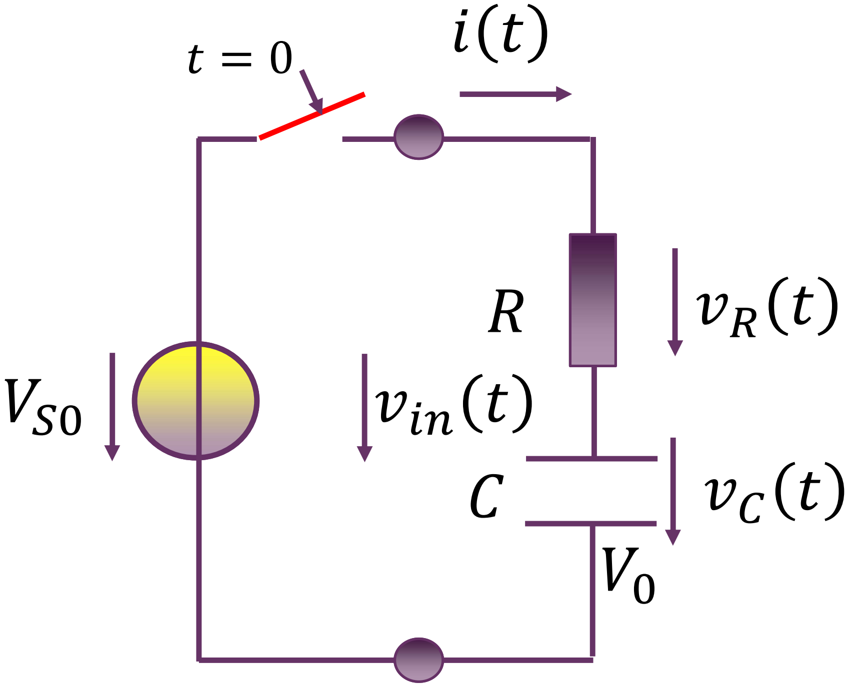
全响应=零状态响应+零输入响应



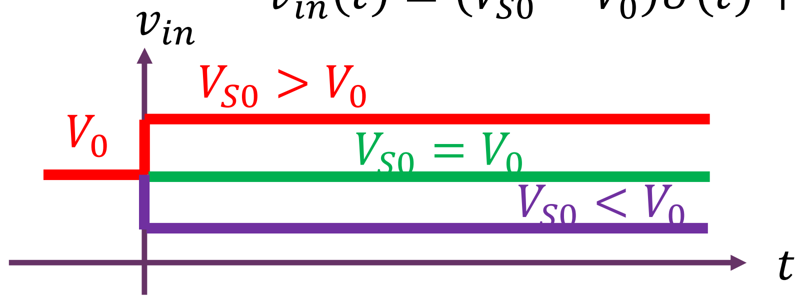
由于是线性电路，根据叠加定理，总响应等于分响应之和，因此全响应等于零状态响应和零输入响应之和

$t \ge 0$	$t < 0$
$v_{R,ZSR}(t) = V_{S0} e^{-\frac{t}{\tau}} U(t)$ $v_{C,ZSR}(t) = V_{S0}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) U(t)$	
$v_{R,ZIR}(t) = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} U(t)$ $v_{C,ZIR}(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} U(t)$	
$v_R(t) = v_{R,ZSR}(t) + v_{R,ZIR}(t) = (V_{S0} - V_0) e^{-\frac{t}{\tau}} U(t)$	$v_R(t) = 0$
$v_C(t) = v_{C,ZSR}(t) + v_{C,ZIR}(t) = V_{S0}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) U(t) + V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} U(t)$	$v_C(t) = V_0$

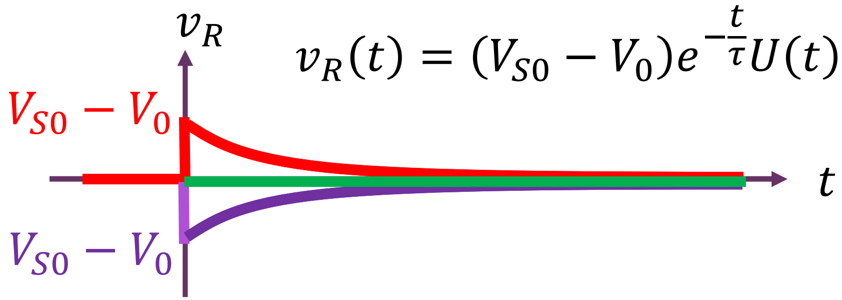
全响应曲线



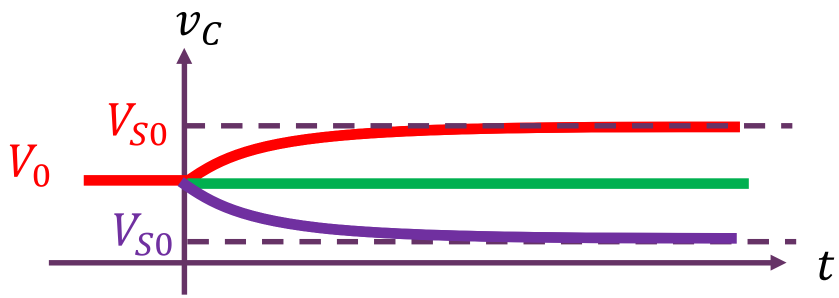
$$v_{in}(t)=(V_{S0}-V_0)U(t)+V_0$$



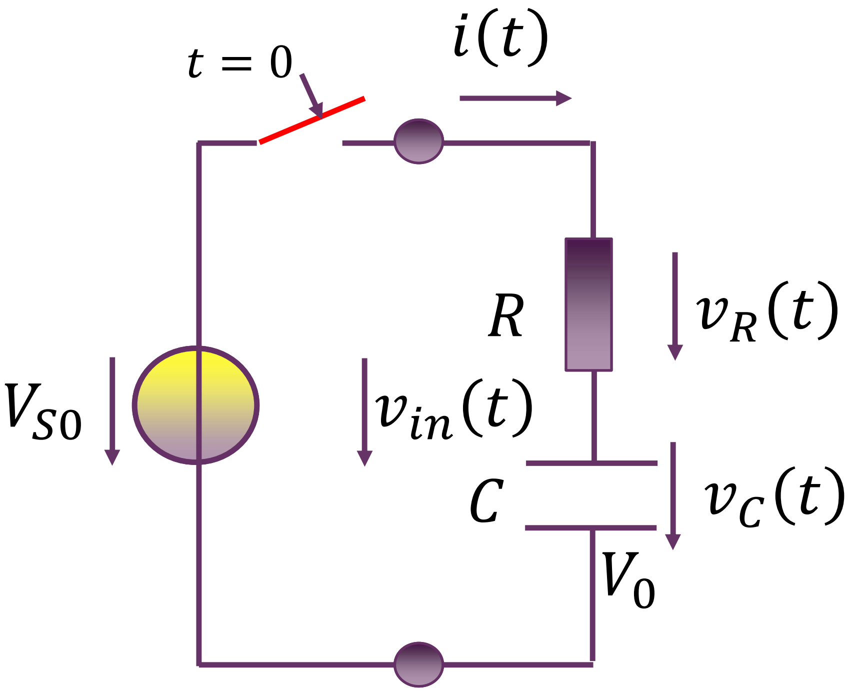
$$v_R(t)=(V_{S0}-V_0)e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)$$

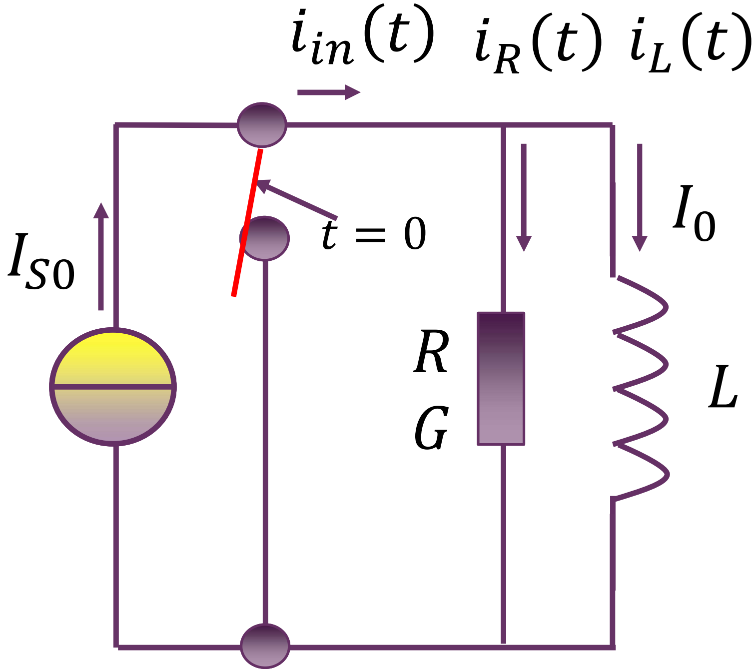


$$v_C(t)=(V_{S0}-V_0)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)+V_0$$



对偶电路





$$v_R(t)=(V_{S0}-V_0)e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)$$

$$v_C(t)=(V_{S0}-V_0)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)+V_0$$

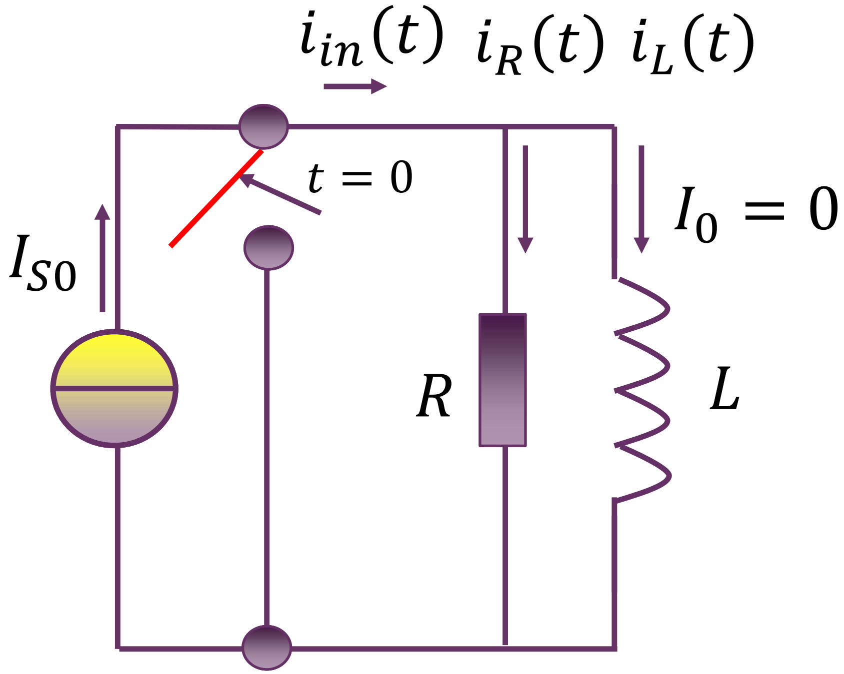
$$\tau=RC$$

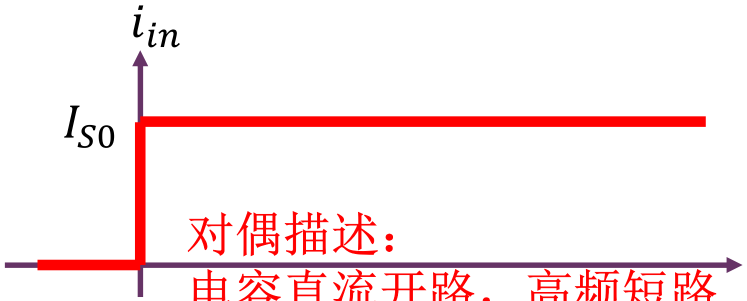
$$i_R(t)=(I_{S0}-I_0)e^{-\frac{t}{\tau}}U(t)$$

$$i_L(t)=(I_{S0}-I_0)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)+I_0$$

$$\tau=GL$$

零状态响应：电感充磁 $i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_L(t)dt=\frac{1}{L}\int_{0}^{t} v_L(t)dt$

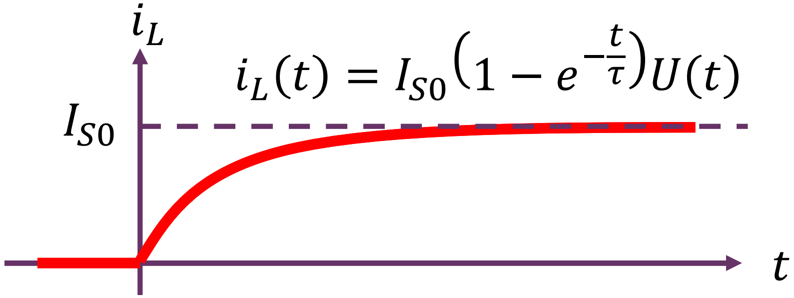




对偶描述：

电容直流开路，高频短路

电感直流短路，高频开路

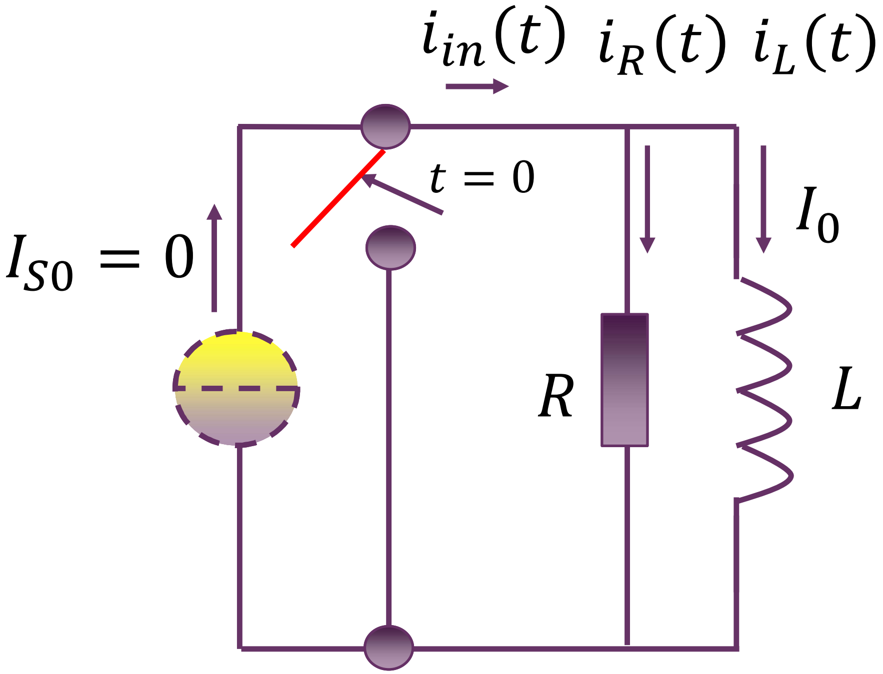


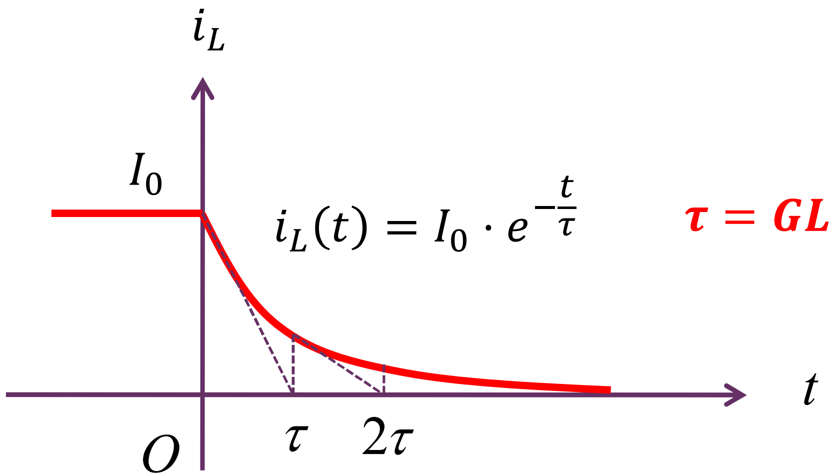
$i_L(t)=I_{S0}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)U(t)$

电感电流不能突变，电感电流瞬间为**0**，电感瞬间阻抗为无穷（电感高频开路），结点初始电压为$\mathbf{I_{S0}R}$，该电压对电感充磁，短时内电感电流线性上升，导致电阻分流变小，结点电压下降，充磁电压下降，充磁速率（斜率）下降，电感电流最终呈现出指数衰减的上升规律：当电感电流等于输入电流时，电阻分流为**0**，电阻电压即结点电压为零，不再对电感充磁，电感电流稳定在输入电流上：**5τ**时间后，阶跃信号可理解为看不到跳变了，只看到直流，电感直流短路，全部直流电电流加载/分流到电感上

零输入响应：电感放磁

$$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}v_L(t)dt=I_0+\frac{1}{L}\int_{0}^{t}v_L(t)dt$$





$\boldsymbol{\tau=GL}$

开关断开瞬间，电感电流全部加载到电阻上，形成放磁电压**-I$_0$R**，该电压对电感放磁，短时内电感电流线性下降，导致加载到电阻上的电流随之下降，放磁电压降低，放磁速率（斜率）下降，最终呈现出指数衰减规律：当电感电流下降为零时，放磁电压为零，电感不再放磁

小结

- 电容具有直流开路，高频短路的信号特性；对偶地，电感具有直流短路，高频开路的信号特性

- 对于一阶RC电路或一阶RL电路，描述电路的特征参量为时间常数τ
  - $\tau = RC; \quad \tau = GL$

- RC分压电路：直流激励时，电容开路，获得所有直流分压，电阻分压为0；阶跃信号$V_{S0}U(t)$激励时，电容瞬间短路$(t=0)$，所有电压V_{S0}全部加载电阻上，等待足够长时间（$t>5\tau$）后，电容直流开路，所有电压V_{S0}全部加载电容上，因此电容电压存在一个由0变化到V_{S0}、电阻电压存在一个由 V_{S0} 变化到0的变化过程，这个变化过程呈现指数衰减规律，指数衰减的时间常数为τ

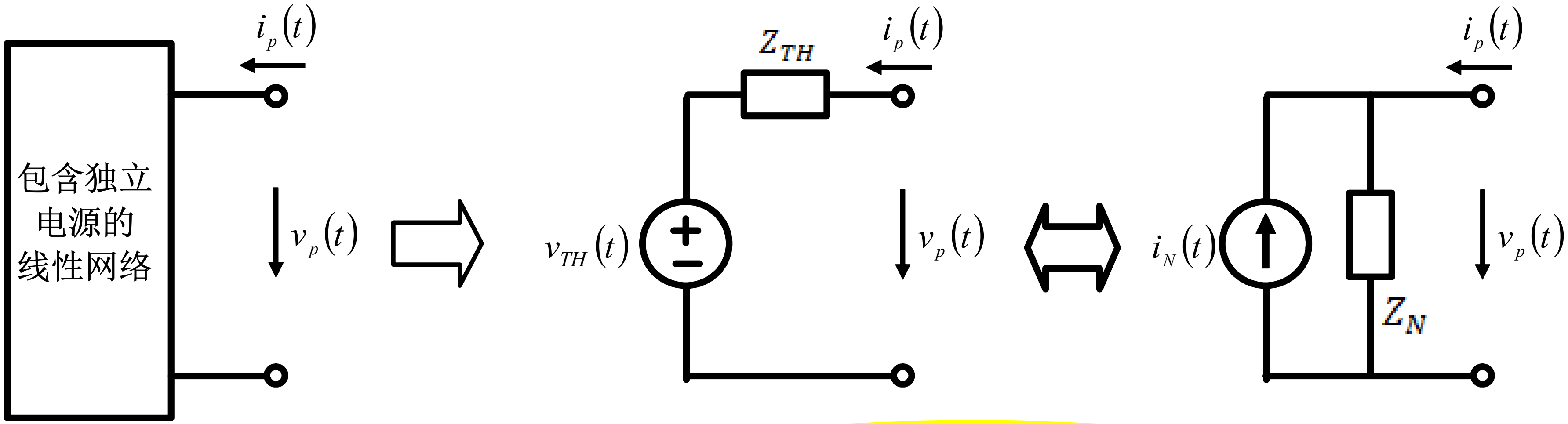
- 当电容或电感有初值时，这些初值就是电路内蕴的源。由于RC、RL电路为线性电路，根据叠加定理，电路总响应为零状态响应和零输入响应之和
  - 对于一阶RC电路，零状态响应为电容充电过程，零输入响应为电容放电过程

电路定理补充讨论及习题选讲

- 电路定理是为了使得电路分析变得更加简单

- 叠加定理
  - 针对线性电路
- 戴维南-诺顿定理
  - 针对线性电路
- 替代定理
  - 线性电路非线性电路均可应用

戴维南-诺顿定理

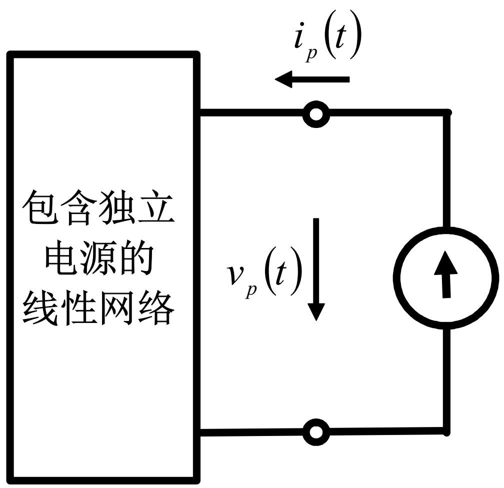


$Z_{TH} = Z_N \qquad v_{TH} = Z_N i_N$

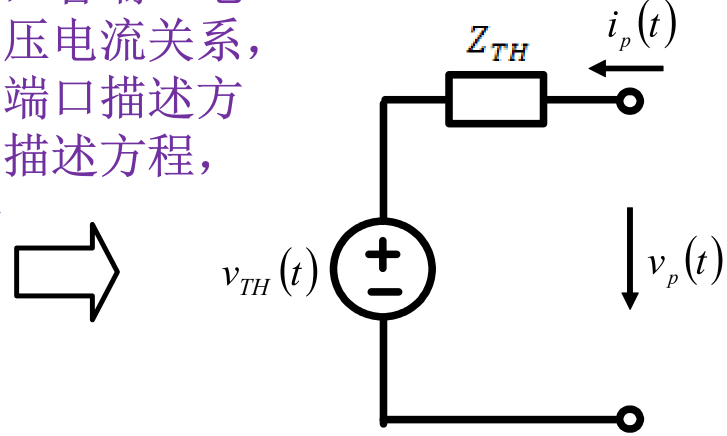
- **戴维南定理Thevenin's Theorem**：一个包含独立电源的单端口线性网络，其端口等效电路可表述为一个恒压源和一个阻抗的串联，源电压为端口开路电压，串联阻抗为线性网络内所有独立电源置零时的端口等效阻抗
- **诺顿定理Norton's Theorem**：一个包含独立电源的单端口线性网络，其端口等效电路可表述为一个恒流源和一个阻抗的并联，源电流为端口短路电流，并联阻抗为线性网络内所有独立电源置零时的端口等效电阻。

独立源置零：独立电压源短路，独立电流源开路

戴维南定理的证明



加测试电流，看端口电压，分析电压电流关系，该关系就是端口描述方程，由端口描述方程，给等效电路



根据叠加定理 $v_p(t) = \alpha i_p(t) + \beta_1 s_1(t) + \beta_2 s_2(t) + \cdots = Z_{TH} i_p(t) + v_{TH}(t)$

$$v_{TH}(t) = v_p(t)\Big|_{i_p(t)=0}$$

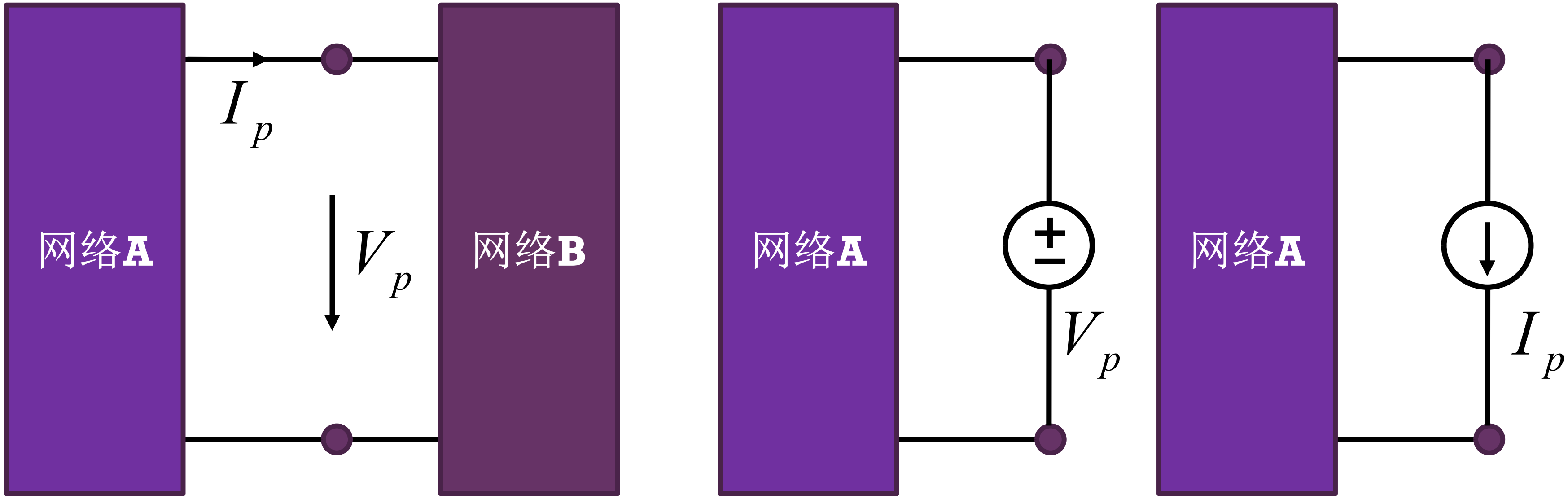
戴维南源电压为端口开路电压

$$Z_{TH} = z(v_p, i_p)\Big|_{v_{TH}=0}$$

戴维南源内阻为内部独立源不起作用（恒压源短路，恒流源开路）时端口看入阻抗（端口电压端口电流关系）

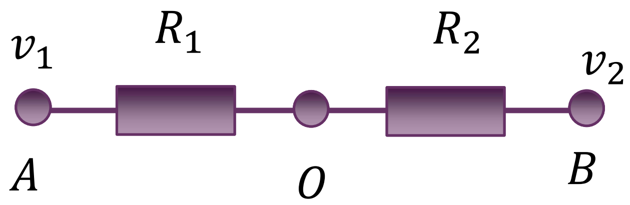
替代定理：不仅适用于线性系统

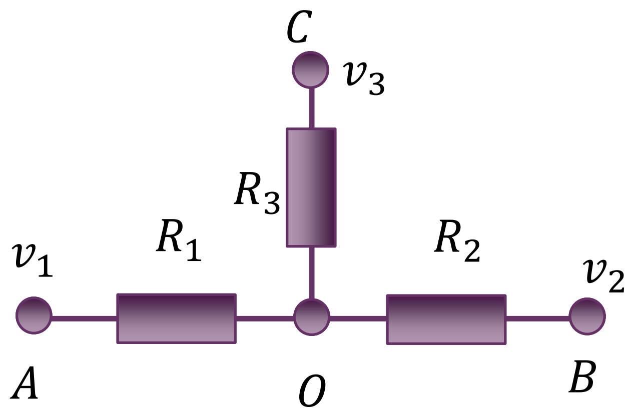
- 如果一个电路网络可分割为两个单端口网络的对接关系，假设该端口的端口电压V_p或端口电流I_p通过某种方式已经确知，则可以用理想恒压源$V_s=V_p$，或理想恒流源$I_s=I_p$替代任意一个单端口网络，而另一个单端口网络内部的电压、电流均维持不变
  - 假设两个单端口网络之间除了该对接端口的连接关系外，没有其他作用关系



作业1.2：基尔霍夫定律和欧姆定律

- 电路分析就是利用电路基本定律（基尔霍夫定律和欧姆定律）列写电路方程、求解电路方程、对方程的解进行解析的过程，请分析如下两个电路的功能。

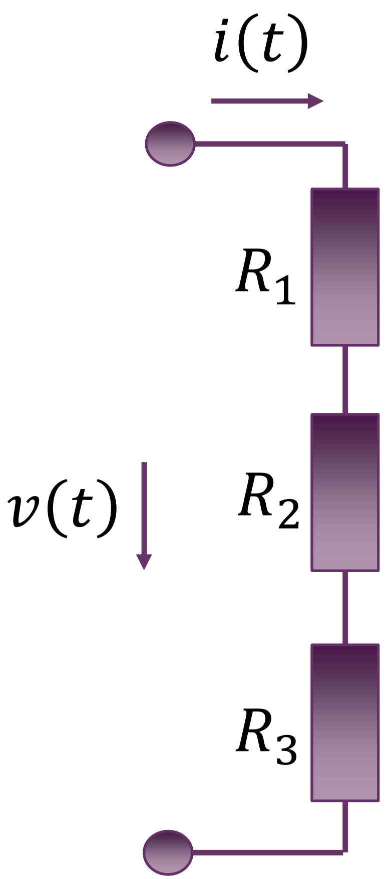


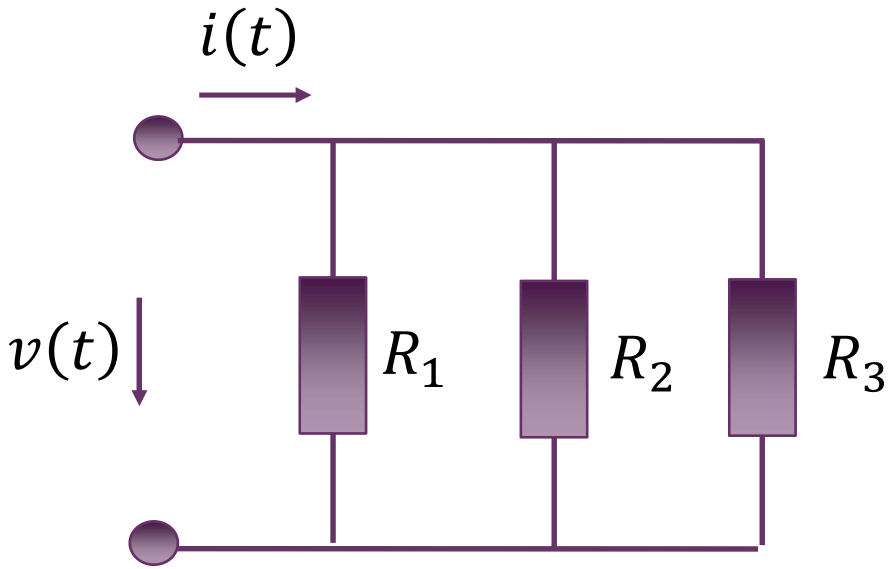


已知结点**A**的电压为v_1，结点**B**的电压为v_2，求结点**O**的电压，由电压表达式说明该电路可能具有什么功能？

更进一步，假设结点**A**的电压为v_1，结点**B**的电压为v_2，结点**C**的电压为v_3，由结点**O**的电压表达式说明该电路可能具有什么功能？

本讲作业
作业1 电阻串并联

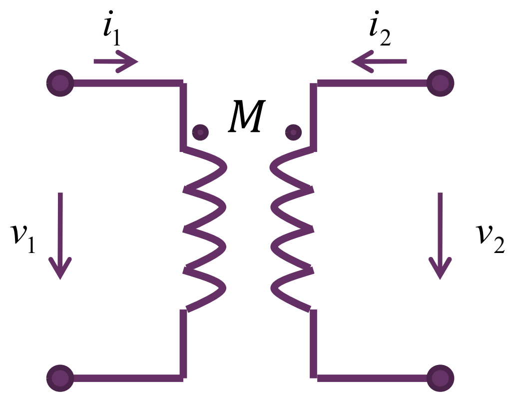




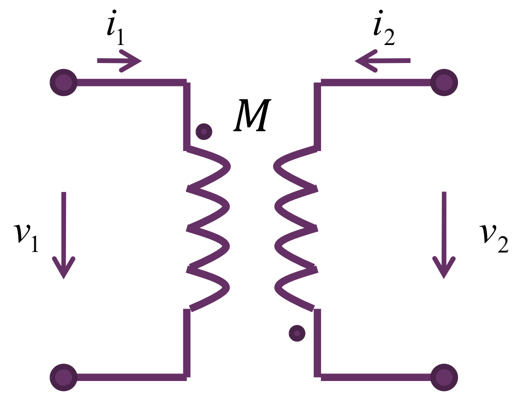
- 通过在端口加理想电压源或理想电流源，获得端口电压电流关系，通过列写电路方程，说明：
  - 1/串联总电阻等于分电阻之和，并联总电导等于分电导之和
  - 2/串联电阻分压系数为串联支路电阻与总电阻之比，并联电阻分流系数为并联支路电导与总电导之比

作业2：有互感的电感分压系数

- 复习上学期第13讲互感变压器：当两个具有互感的电感电流（参考方向）都是从同名端进入或流出时，互感为正值；当两个具有互感的电感电流一个从同名端进入一个从同名端出来，互感为负值。

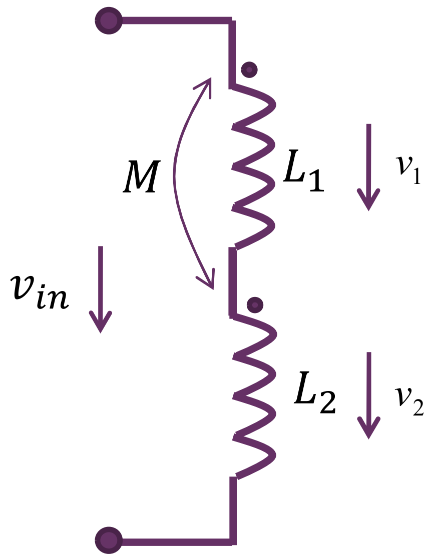


$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$



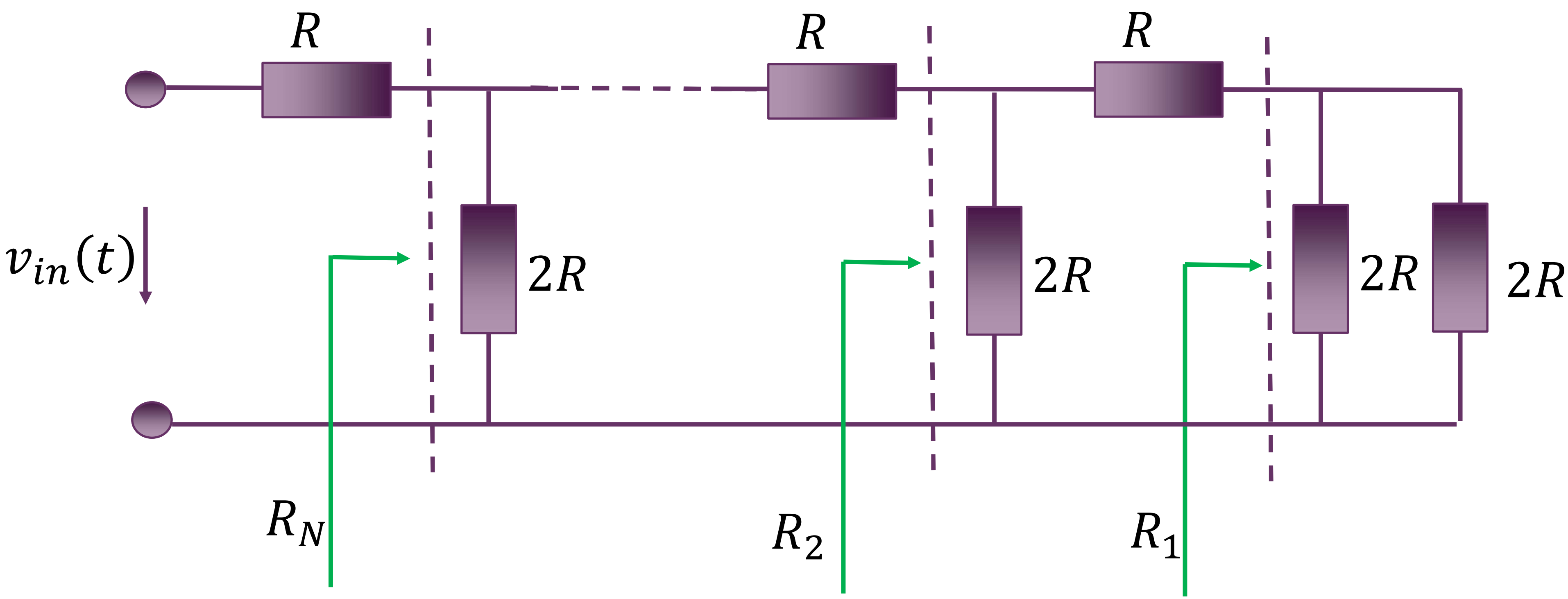
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & -M \\ -M & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

- 对于图示具有互感的串联电感，求其分压系数



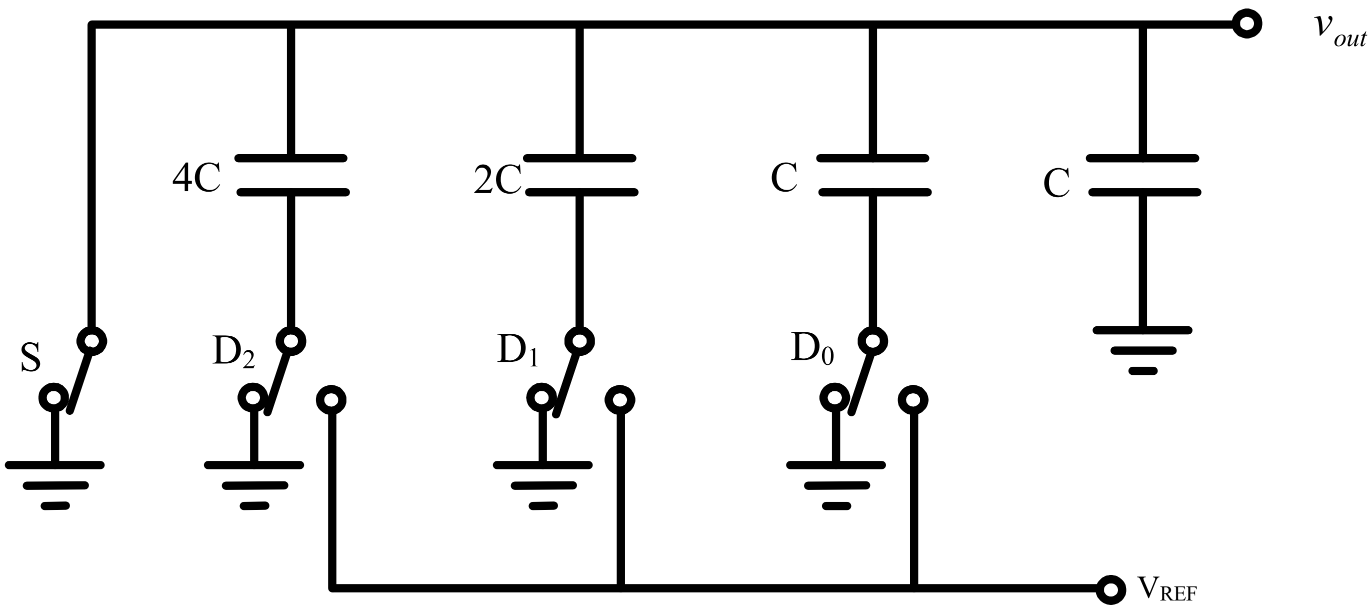
作业3 R-2R梯形电阻网络分析

- 分别计算从三个端口向右看入等效的电阻R_1,R_2,R_N。 假设输入v_{in}是峰值为V_p的正弦波，最右边电阻上消耗的平均功率为多少？(用R,N和V_p表示)



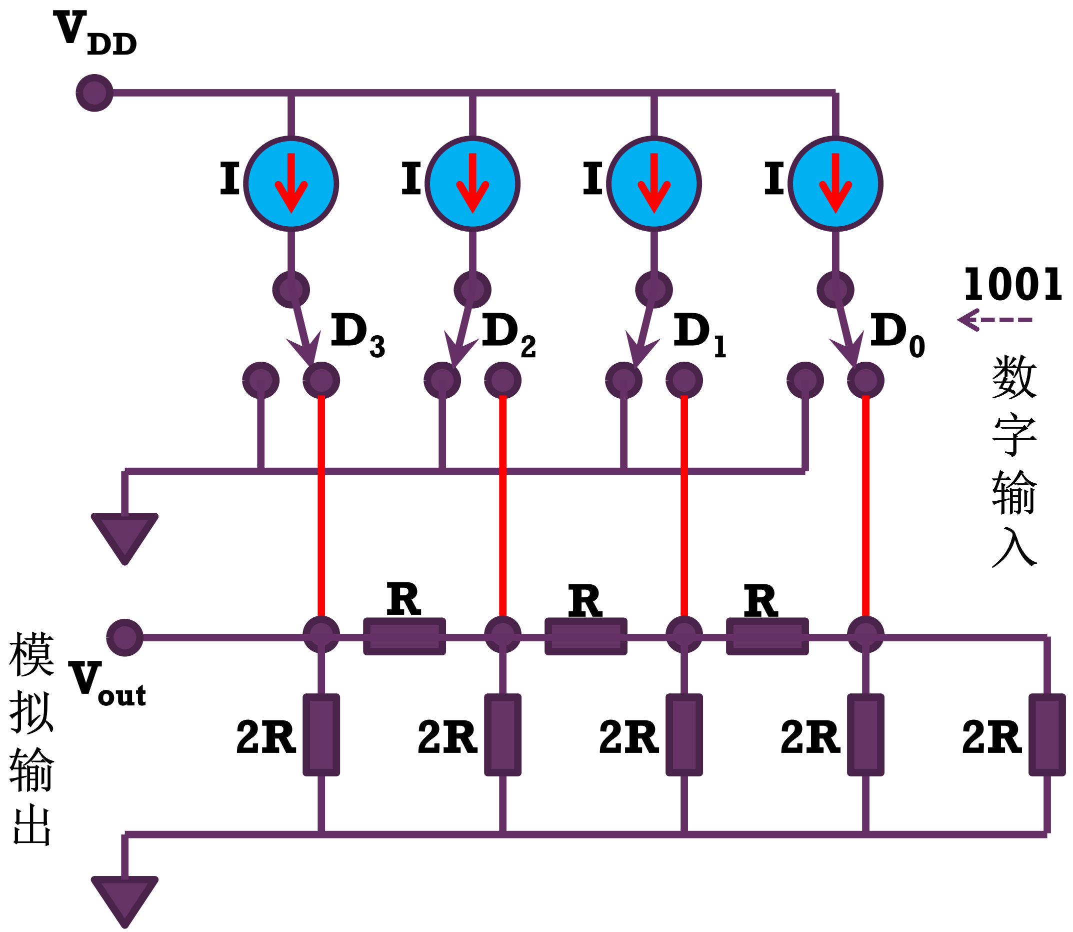
作业4 纯电容网络做数模转换

- 如图所示电路，可以完成加权电容DAC功能，请证明它可完成了3bit的DA转换功能
  - $v_{out} = V_0(2^2 D_2 + 2^1 D_1 + 2^0 D_0)$
- 该电路工作顺序为：在复位相，所有开关全部接到地上，如图所示。在采样相，开关S断开，开关D_0到D_2则依数字输入而定，如果输入D_i=1，相应开关则拨向V_{REF}恒压源，如果D_i=0，相应开关则仍然保持和地连通。



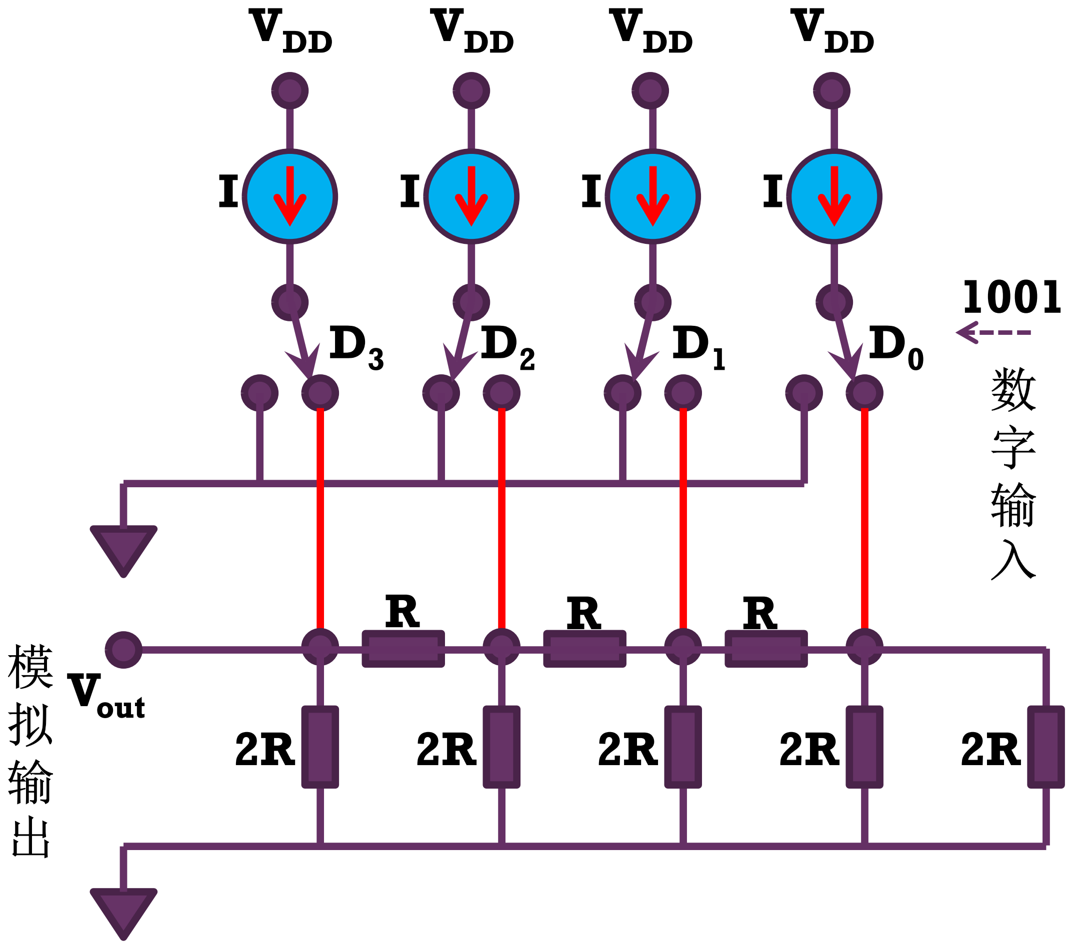
作业5 电路定理的应用

- 请分析确认该电路具有DAC功能?
  - 充分利用电路定理进行电路化简



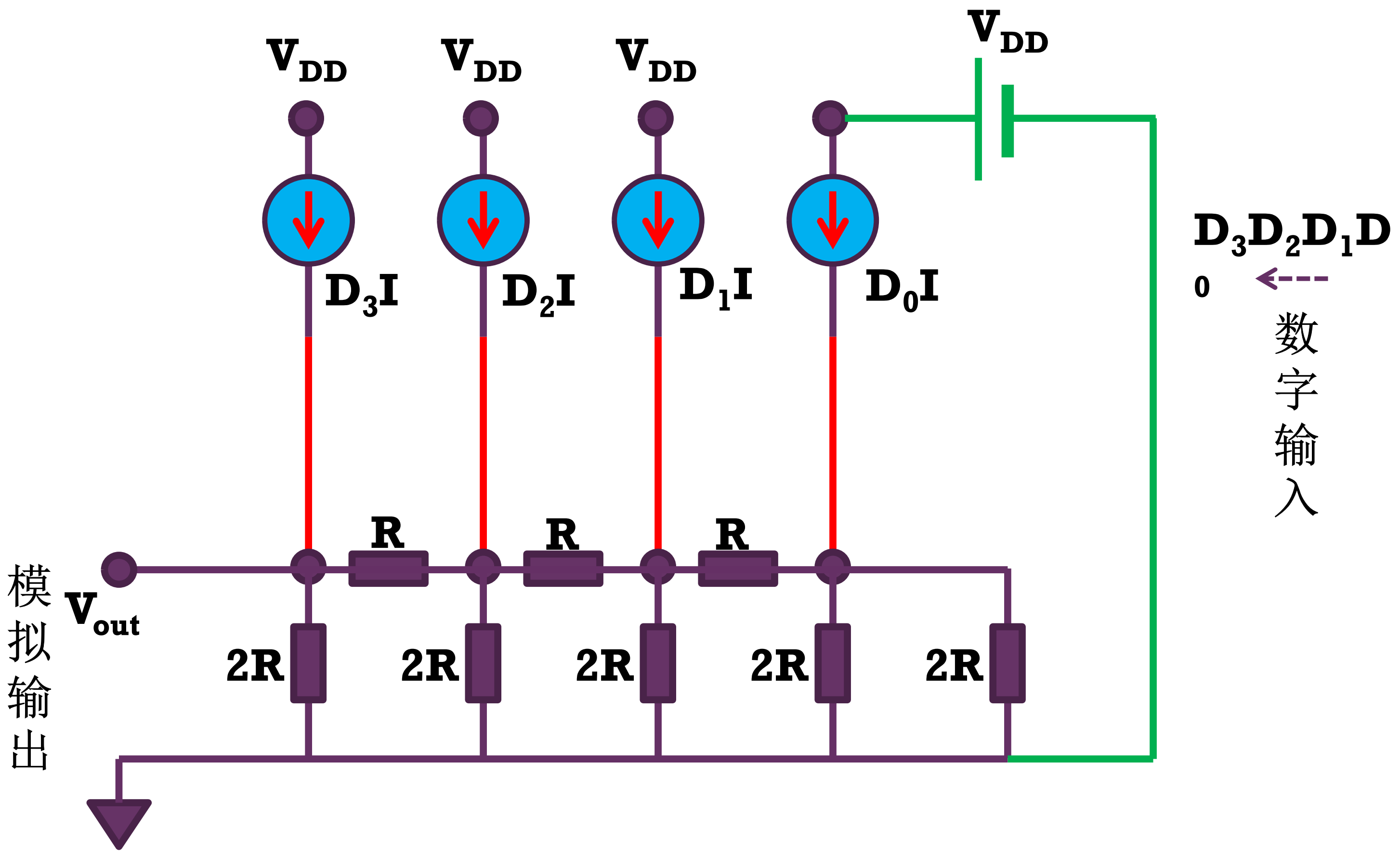
解题思路

第一步：电压源分离，替代定理



解题思路

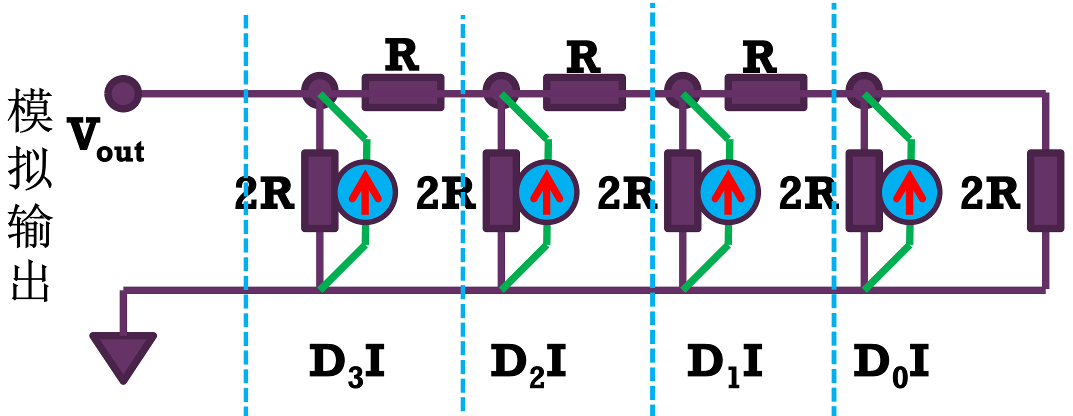
第二步：源等效



V_DD
V_DD
V_DD
V_DD
D_3I
D_2I
D_1I
D_0I
D_3D_2D_1D
0
数字输入
R
R
R
2R
2R
2R
2R
2R
模拟输出
V_out

解题思路

第三步：戴维南-诺顿等效：R-2R梯形网络实现二进制加权



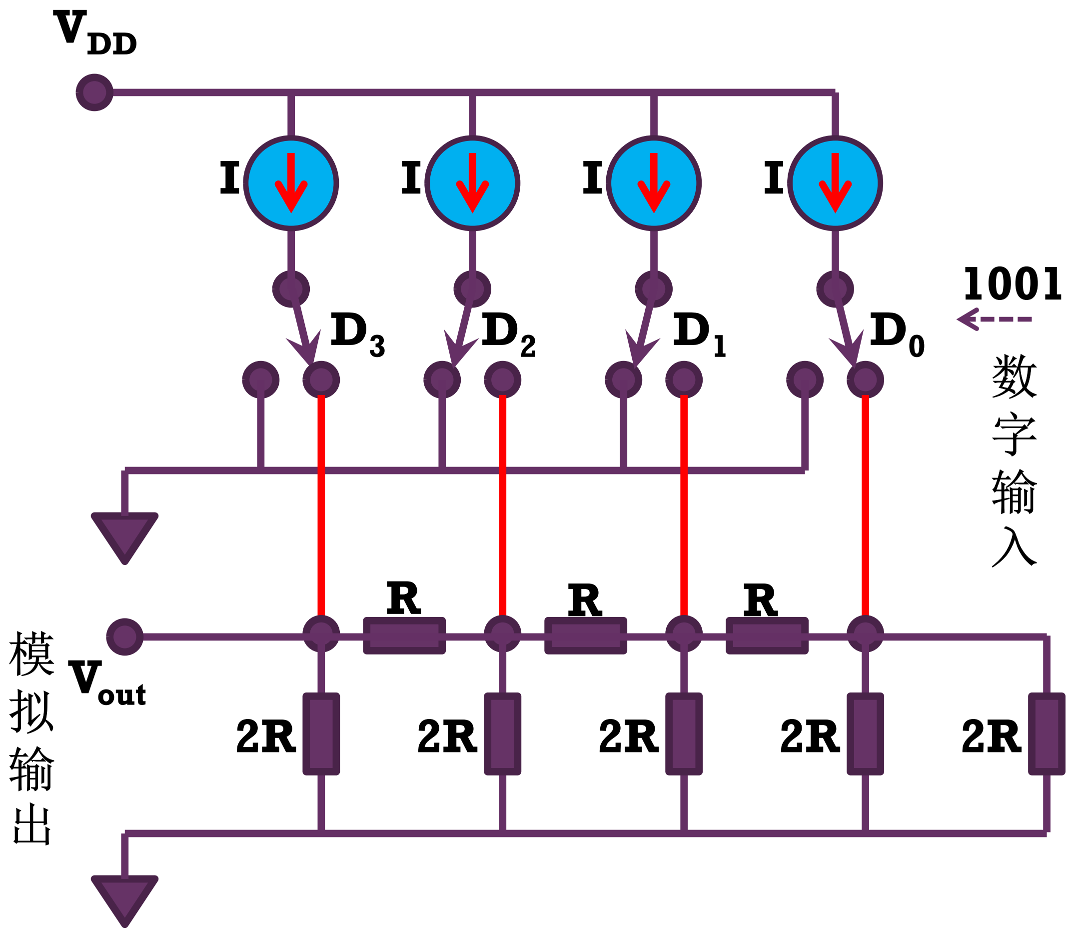
$$R_N = R$$

$$i_N = D_0 I$$

$$R_N = R$$

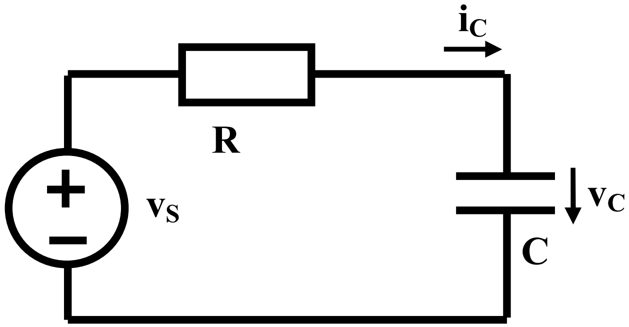
$$i_N = D_1 I + \frac{1}{2} D_0 I$$

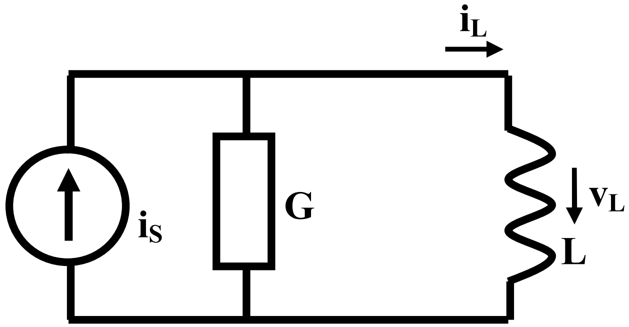
为何是这种结构？可物理实现的结构！



作业6 RL电路分析

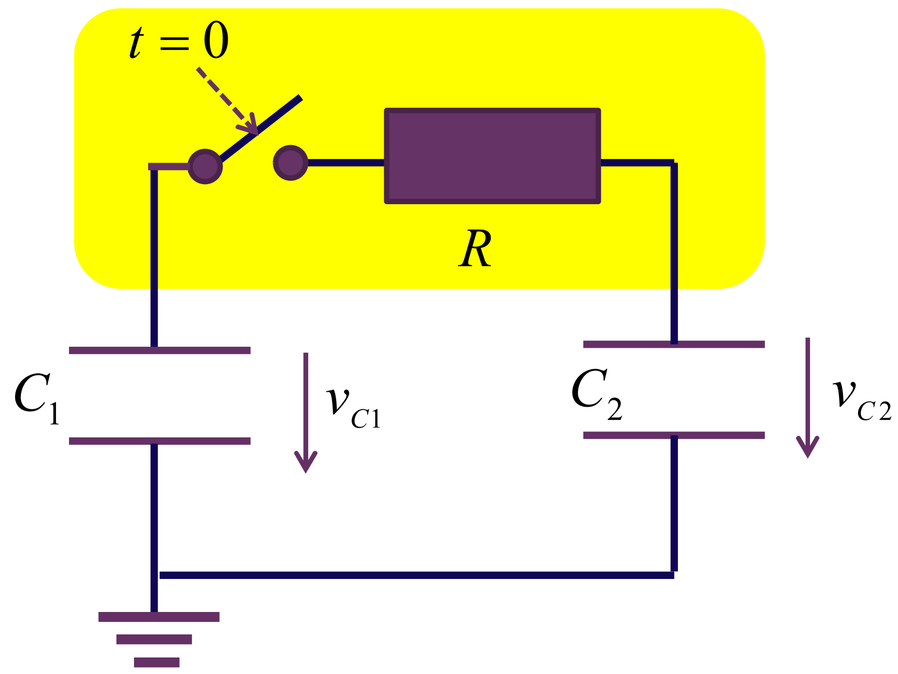
- 图右所示的RL电路是图左RC电路的对偶电路，仿照RC电路的分析过程，分析获得RL电路电感电流和电感电压
  - 假设$i_s(t) = I_{S0}U(t), i_L(0) = I_0$
  - 验证两个电路为对偶电路，分析结果可对偶置换





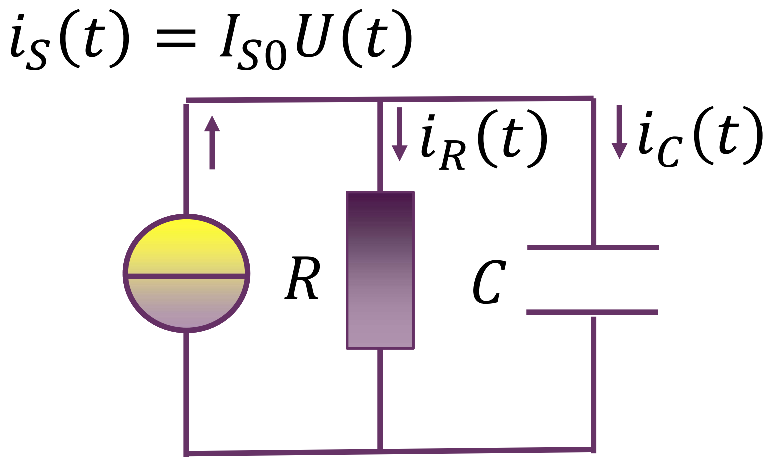
作业7 电容重分配真实情况

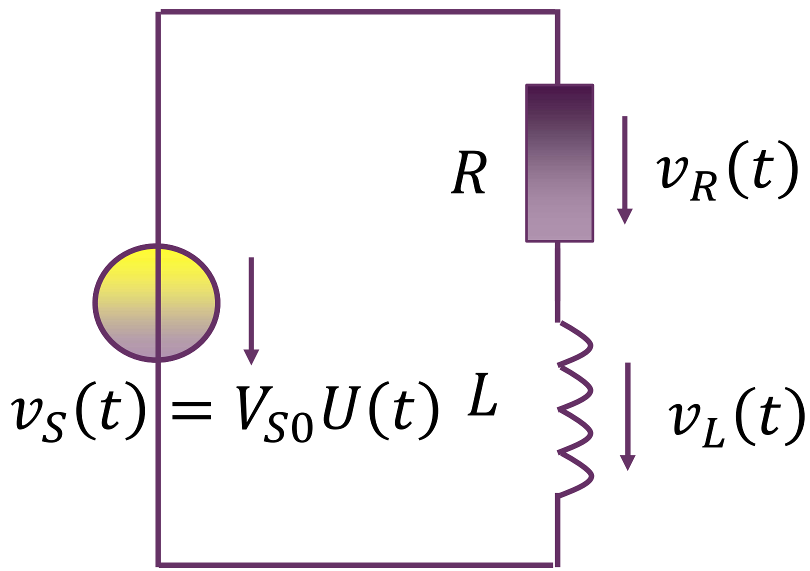
- 真实开关都是存在导通电阻的，因此真实开关的电路模型可以建模为理想开关和导通电阻的串联，请分析如图所示的开关闭合后，两个电容电压随时间的变化情况，分析这个过程中能量转换情况
  - 假设开关闭合前，电容C_1的初始电压为V_0，电容C_2的初始电压为0



CAD：RC分流分析

- 主课研究了RC分压电路（及其对偶RL分流电路），请仿照课程研究过程研究RC分流电路（及其对偶RL分压电路），并最终通过仿真验证你的研究成果
- 通过对时域波形的解读，说明电阻分流属源电流中的高频分量还是低频分量？电容分流属源电流中的高频分量还是低频分量？
  - 说明电阻分压属源电压中的高频分量还是低频分量？电感分压属源电压中的高频分量还是低频分量？





本节课内容在教材中的章节对应

- P189-190: 电阻分压分流分析
- P662-670: RC分压分析