电子电路与系统基础(B1)---线性电路---2020秋平

第4讲：信号分析

李国林

清华大学电子工程系

B班课程内容安排

第一学期：线性	序号	第二学期：非线性
电路定律	1	器件基础
电阻电源	2	二极管
电容电感	3	MOSFET
信号分析	4	BJT
分压分流	5	反相电路
正弦稳态	6	数字门
时频特性	7	放大器
期中复习	8	期中复习
RLC二阶	9	负反馈
二阶时频	10	差分放大
受控源	11	频率特性
网络参量	12	正反馈
典型网络	13	振荡器
作业选讲	14	作业选讲
期末复习	15	期末复习

信号分析 内容

- 电路需要解决的基本问题是信号与系统问题
  - 电信号通过电路系统后有怎样的变化？---电路分析
  - 如何设计出一个电路使得信号通过它后有期望的变化？---电路设计
    - 因此同学应对电路分析和设计中出现的常见信号有一个基本的认识

- 复数回顾
- 正弦波信号
- 信号分类
- 信号的时域表述和频域表述
  - 时域波形和频谱结构
- 常见信号的频谱分析
  - 解释电路中出现冲激信号时存在的能量丢失问题

一、复数回顾

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \geq 0:$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

初中：无解

高中：有共轭复根

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm j\sqrt{-\Delta}}{2a}$$

$$j = \sqrt{-1}$$

imaginary unit
虚数单元

复数运算是对实数运算的推广

$$s_1 = A_1 + jB_1$$

$$s_2 = A_2 + jB_2$$

$$s_1 + s_2 = (A_1 + A_2) + j(B_1 + B_2)$$

$$s_1 - s_2 = (A_1 - A_2) + j(B_1 - B_2)$$

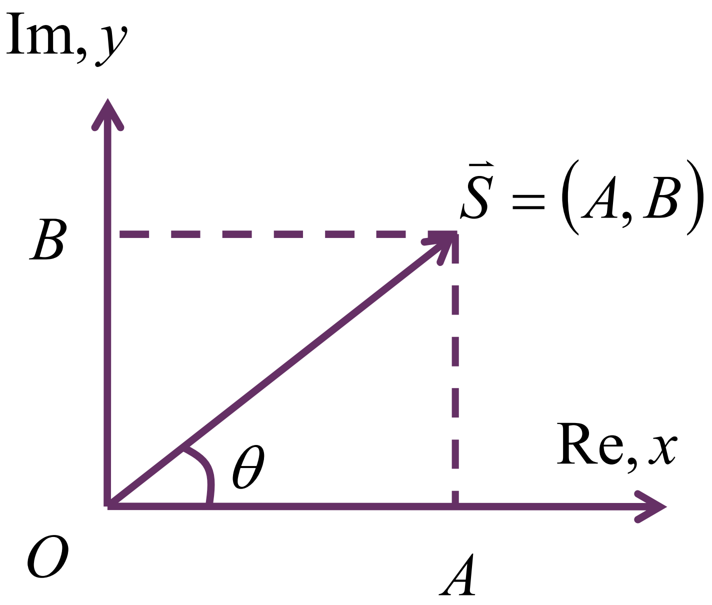
$$s_1 \times s_2 = (A_1 + jB_1) \times (A_2 + jB_2)$$

$$= (A_1A_2 - B_1B_2) + j(A_1B_2 + A_2B_1)$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{s_1 \times s_2^{\ *}}{s_2 \times s_2^{\ *}} = \frac{(A_1 + jB_1)(A_2 - jB_2)}{(A_2 + jB_2)(A_2 - jB_2)}$$

$$= \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{A_2^2 + B_2^2} + j\frac{A_2B_1 - A_1B_2}{A_2^2 + B_2^2}$$

复数的矢量表示：复平面



$$\vec{S} = A\hat{x} + B\hat{y}$$

$\hat{x} \Leftarrow 1$实数单位

$\hat{y} \Leftarrow j$虚数单位

$$S = A + jB$$

$$A_m = |S| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

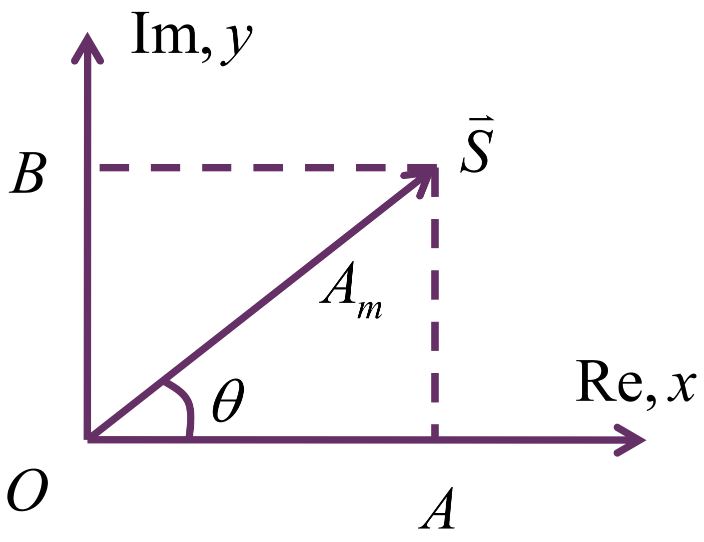
矢量大小
幅度**amplitude**

$$\theta = angle(S) = \arctan\frac{B}{A}$$

矢量方向
相位**phase**

$$\theta = \begin{cases} \arctan\dfrac{B}{A} & A > 0 \\ \arctan\dfrac{B}{A} + \pi & A < 0 \end{cases}$$

幅度与相角



$$S = A + jB$$

$$A = A_m \cos\theta$$

$$B = A_m \sin\theta$$

$$S = A + jB = A_m \cos\theta + jA_m \sin\theta$$

$$= A_m(\cos\theta + j\sin\theta)$$

$$= A_m e^{j\theta}$$

复数的矢量表述

$$S = A_m \angle\theta$$

矢量的
幅度相位描述方法

$$A_m = \sqrt{A^2 + B^2}$$

矢量大小
幅度**amplitude**

$$\theta = \arctan\frac{B}{A}$$

矢量方向
相位**phase**

欧拉公式Euler’s Formula

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$e^{j\theta} = 1 + (j\theta) + \frac{(j\theta)^2}{2!} + \frac{(j\theta)^3}{3!} + \dots$$

$$= 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots$$

$$+ j\left[\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots\right]$$

$$= \cos\theta + j\sin\theta$$

$$j = \sqrt{-1}$$

$$j^2 = -1$$

$$j^3 = -j$$

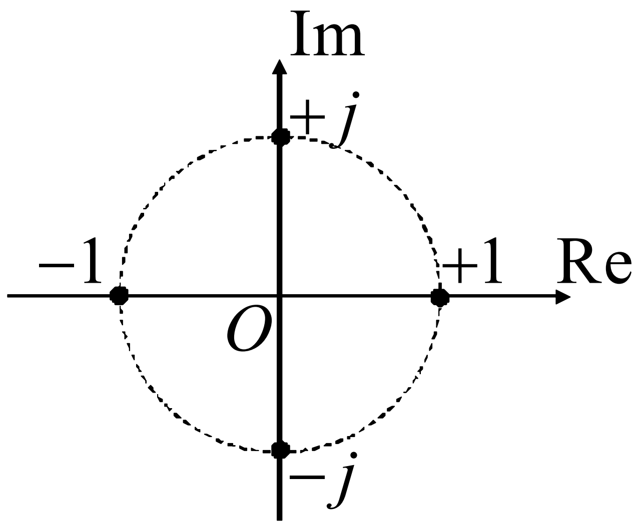
$$j^4 = 1$$

$$j^5 = j$$

$$\dots$$

如何理解j

$$j=\sqrt{-1}$$



$$j^2=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 2}=e^{j\pi}=-1$$

$$j^3=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 3}=e^{j\frac{3\pi}{2}}=-j$$

$$j^4=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 4}=e^{j2\pi}=1$$

$$j^5=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 5}=e^{j\frac{5\pi}{2}}=j$$

-1相对于1，称之为反相，或相移180°

j相对于1，称之为相位超前90°

逆时针旋转为正旋转方向

-j相对于1，称之为相位滞后90°

顺时针旋转为负旋转方向

简单地说，j就是90°相移（旋转）

复数的幅度相角表示利于乘除运算

$$s_1 = A_1 + jB_1 = A_{m1}e^{j\varphi_1}$$

$$s_2 = A_2 + jB_2 = A_{m2}e^{j\varphi_2}$$

$$s = A + jB = A_m e^{j\varphi}$$

$$s^* = A - jB = A_m e^{-j\varphi}$$

$$s_1 \times s_2 = A_{m1}A_{m2}e^{j(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{A_{m1}}{A_{m2}}e^{j(\varphi_1-\varphi_2)}$$

$$s^n = A_m^n e^{jn\varphi}$$

$$s = A_m e^{j\varphi} = A_m e^{j(\varphi+2\pi)} = A_m e^{j(\varphi+4\pi)} = \ldots$$

$$s^{\frac{1}{n}} = A_m^{\frac{1}{n}} e^{j\frac{\varphi}{n}}$$

$$s^{\frac{1}{n}} = A_m^{\frac{1}{n}} e^{j\frac{\varphi+2k\pi}{n}}, k = 0,1,2,\ldots,n-1$$

$$1^{\frac{1}{3}} = 1$$

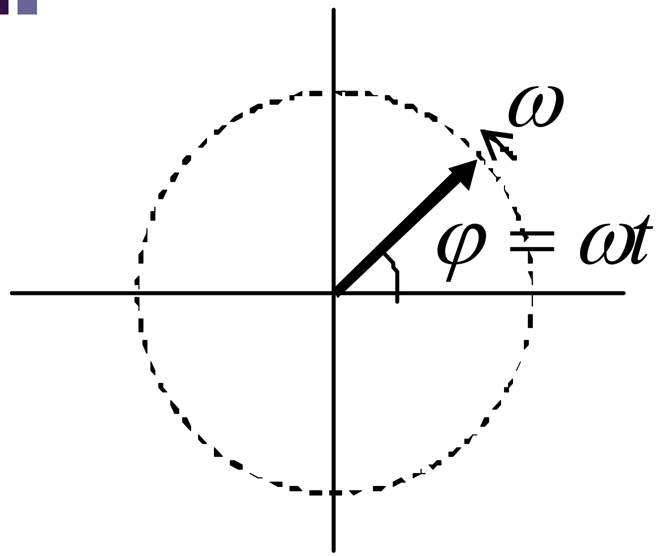
$$1^{\frac{1}{3}} = e^{j\frac{2k\pi}{3}} = 1, e^{j\frac{2\pi}{3}}, e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

二、正弦波信号

- 电路问题是信号与系统问题，而电路系统分析中，很多情况都是以正弦波为激励信号来考察电路系统功能的
  - 电路系统处理的信号均可分解为单频正弦波的叠加（或积分）形式，单频正弦波是这些信号的基信号
    - 对线性系统而言，如果其对单频信号的响应清楚了，根据线性系统的叠加性，系统对实际信号的响应就是诸多单频信号系统响应的叠加
    - 非线性系统也多采用正弦信号作为激励研究其非线性特性
  - 对正弦信号的理解十分的重要，是理解电路功能的一把钥匙

- 2.1 旋转矢量
- 2.2 正弦信号的复数表示

2.1 旋转矢量



$$f=\frac{1}{T}$$

$$\omega=2\pi f$$

$$\varphi=\omega t=2\pi f t=2\pi\frac{t}{T}$$

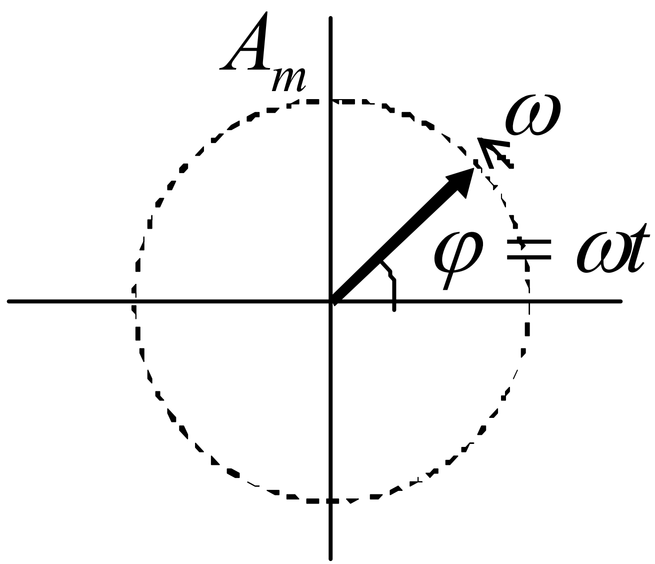
- 一个矢量做匀速旋转运动，假设旋转一周需要的时间为T(s)，则1s时间内可旋转1/T周，称之为频率f，T称为周期（period）
  - T=1s　　f=1Hz
  - T=1ms　　f=1kHz
  - T=2μs　　f=500kHz=0.5MHz
- 每旋转一周，角度增加360°，也就是2π (rad)，从角度看，角度增加的速度为2π/T=2πf，定义其为角速度（angular speed），或者称其为角频率ω
  - T=1s　　f=1Hz　　ω=2π rad/s
  - T=1ms　　f=1kHz　　ω=2000π rad/s
- 假设初始角度为0，那么经过时间t，角度旋转了ωt (rad)
  - T=1s　　f=1Hz　　ω=2π rad/s
  - t=0.25s　　φ=π/2=90°
  - t=0.3s　　φ=0.6π=108°

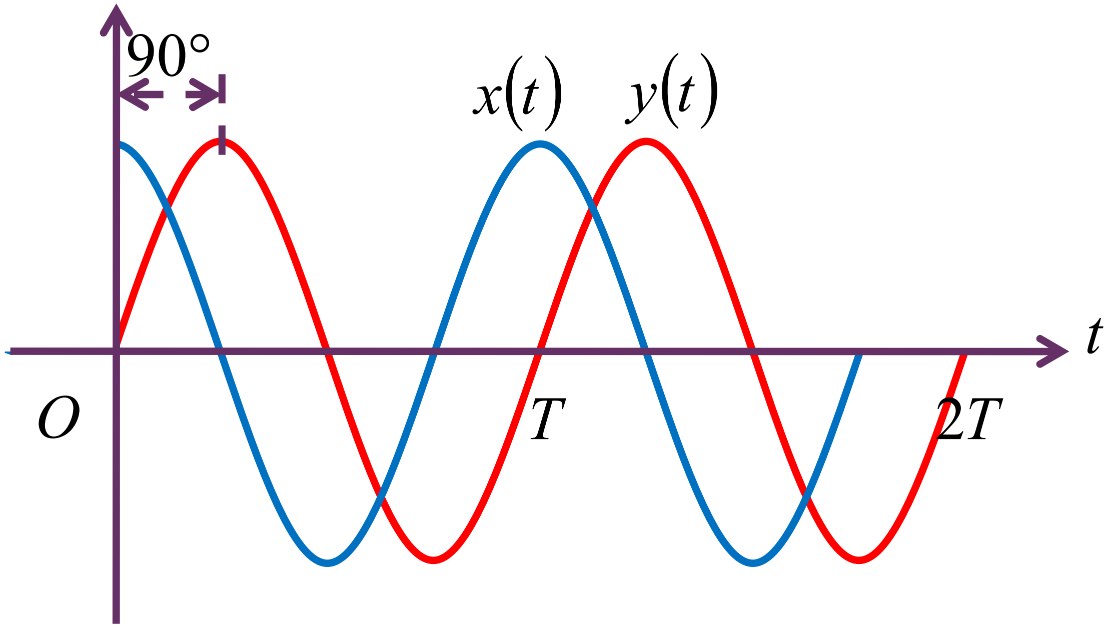
正弦信号的复数表述

- 旋转矢量在x轴上的投影为余弦信号，在y轴上的投影为正弦信号
- 正弦信号可以用旋转矢量替代表述
  - 复数表述

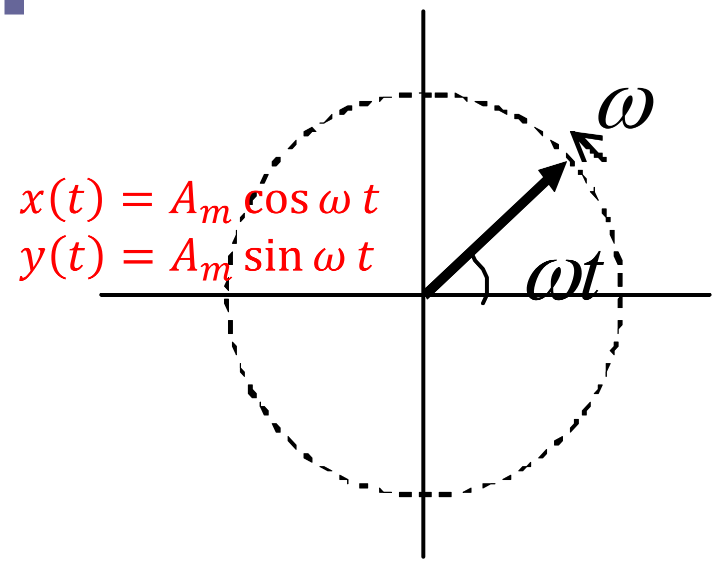
$$s(t)=x(t)+jy(t)$$
$$=A_m\cos\omega t+jA_m\sin\omega t$$
$$=A_m e^{j\omega t}$$

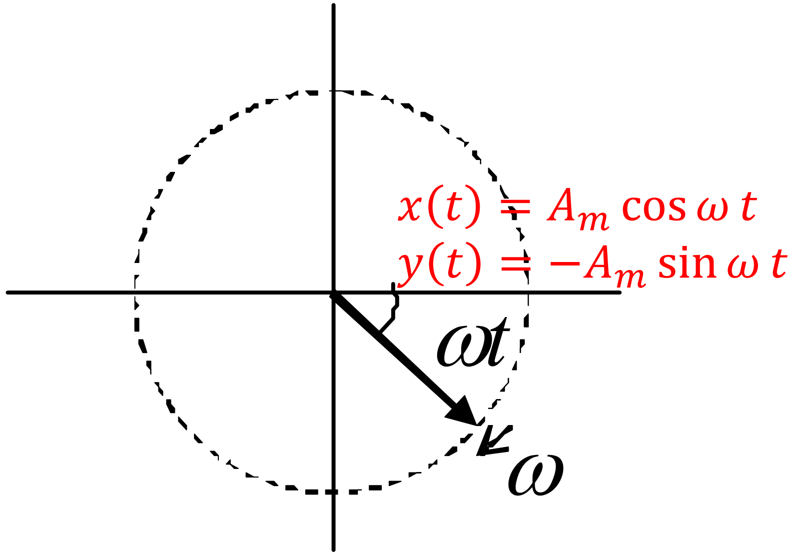
$$x(t)=A_m\cos\varphi=A_m\cos\omega t$$
$$y(t)=A_m\sin\varphi=A_m\sin\omega t$$





正频率和负频率





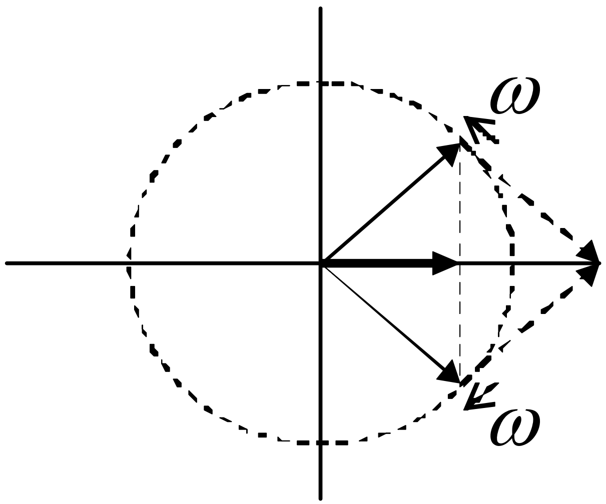
$$\vec{s}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$$
$$s(t) = x(t) + jy(t)$$
$$= A_m \cos \omega t + jA_m \sin \omega t$$
$$= A_m e^{j\omega t} = s_+$$

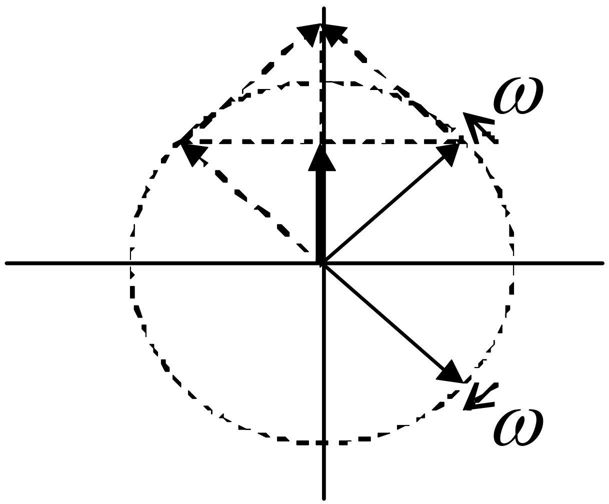
逆时针旋转矢量可视为正频率矢量

$$\vec{s}(t) = x(t)\hat{x} + y(t)\hat{y}$$
$$s(t) = x(t) + jy(t)$$
$$= A_m \cos \omega t - jA_m \sin \omega t$$
$$= A_m \cos(-\omega t) + jA_m \sin(-\omega t)$$
$$= A_m e^{-j\omega t} = s_-$$

顺时针旋转矢量可视为负频率矢量

正弦信号可分解为正频率和负频率矢量





$$\cos\omega t=\frac{1}{2}\left(e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}\right)$$

$$j\sin\omega t=\frac{1}{2}\left(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}\right)$$

正弦信号可分解为正频率分量和负频率分量

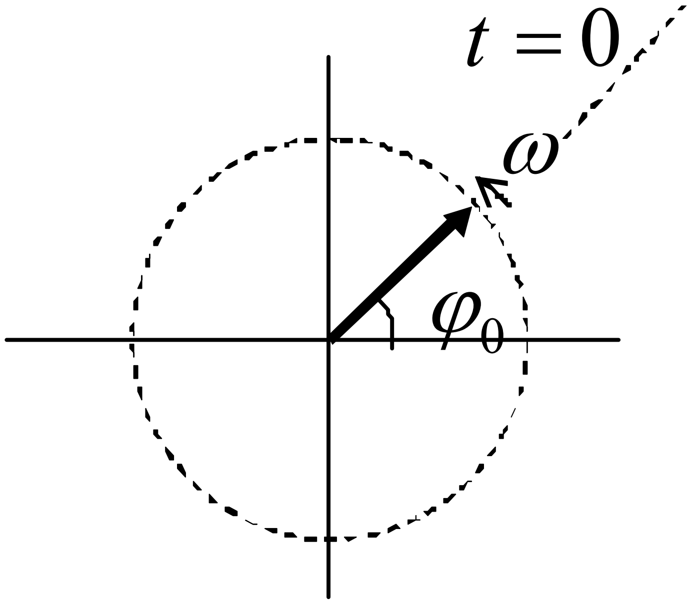
$$\sin\omega t=\frac{1}{2j}\left(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}\right)$$

$$\cos\omega t=\frac{1}{2}e^{j\omega t}+\frac{1}{2}e^{-j\omega t}$$

$$\sin\omega t=\frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{2}}e^{j\omega t}+\frac{1}{2}e^{+j\frac{\pi}{2}}e^{-j\omega t}$$

初始相位

$$\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$$



$$s(t) = x(t) + jy(t)$$

$$= A_m \cos\varphi(t) + jA_m \sin\varphi(t)$$

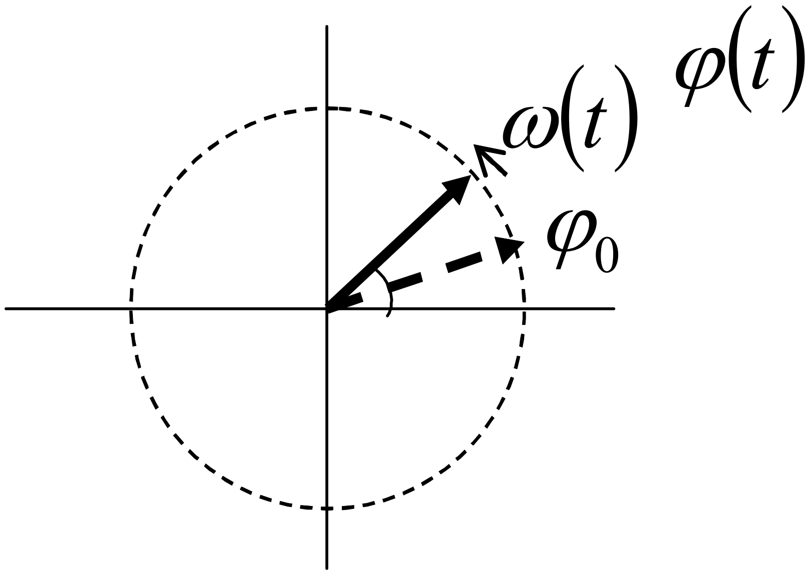
$$= A_m e^{j\varphi(t)} = A_m e^{j(\omega t + \varphi_0)}$$

$$= \left(A_m e^{j\varphi_0}\right) e^{j\omega t}$$

描述正弦信号的三要素：幅度$\mathbf{A_m}$，频率ω，初始相位$\boldsymbol{\varphi_0}$

$$x(t) = A_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

频率和相位 vs 速度和距离



$$x(t)=A_m\cos\varphi(t)$$

$$\varphi(t)=\int_0^t\omega(\tau)\cdot d\tau+\varphi_0$$

角度是角速度的积分

$$\omega(t)=\frac{d\varphi(t)}{dt}$$

角速度是角度对时间的微分

$$\omega(t)=\omega_0\quad\Leftrightarrow\quad\varphi(t)=\int_0^t\omega(\tau)\cdot d\tau+\varphi_0=\omega_0 t+\varphi_0$$

三、信号分类

- 确定性信号与随机信号

- 周期信号和非周期信号
  - 周期信号

$$f(t) = f(t + nT) \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

    - 满足上式的最小T，称为周期

  - 非周期信号

信号分类

- 连续时间信号，离散时间信号
  - 连续时间信号：时间是连续的（不可数）

$$-\infty < t < +\infty$$

$$f(t)$$

$$t \geq 0$$

$$t_1 < t < t_2$$

  - 离散时间信号：时间是离散的（可数）

$$f(n), n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\ldots, f(-3), f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2), f(3), \ldots$$

信号分类

- 模拟信号，数字信号
  - 模拟信号：时间连续，幅度连续

$$f(t)=\sin(2\pi t) \qquad t \geq 0$$

  - 抽样信号：时间离散，幅度连续

$$f(n\cdot 0.05)=\sin(2\pi n\cdot 0.05) \qquad \Delta T = 0.05 \quad n = 0,1,2,\ldots$$

  - 数字信号：时间离散，幅度离散

$$f(0)=0.000$$
$$f(1)=0.309_{01699\ldots}$$
$$f(2)=0.587_{78525\ldots}$$
$$f(3)=0.809_{01699\ldots}$$

所谓离散，就是可数

电路中的数字信号指二进制**01**表述的有限位数的信号

四、信号的时域和频域表述

- 傅立叶变换（Fourier Transform），可以将时域（Time Domain）信号变换到频域（Frequency Domain）中处理
  - 傅立叶逆变换可将频域信号变换到时域
    - 傅立叶变换关系下，时域和频域等同：包含的信息等同

$$f(t) \overset{\text{傅立叶变换}}{\Rightarrow} F(j\omega)$$

$$f(t) \overset{\text{傅立叶逆变换}}{\Leftarrow} F(j\omega)$$

傅立叶变换的物理意义

信号的频域表述
频谱结构

信号的时域表述
时域波形

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

V/Hz
电压密度

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

V
信号单位

$$f(t)=f(t+nT)$$

$$\omega_0=2\pi\frac{1}{T}$$

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}F_n e^{jn\omega_0 t}$$

F_n:傅立叶级数

$$=\sum_{n=0}^{+\infty}c_n\cos(n\omega_0 t+\varphi_n)$$

傅立叶变换在本学期数学课上讲，这里只给结论，同学这里认可下述结论即可：

时域信号可以表述为单频正弦信号的叠加（积分）
周期信号可以分解为正弦信号的叠加

单频旋转矢量的傅立叶变换*本页超纲，不做要求

$f(t) = A_m e^{j\omega_0 t}$　　$\boldsymbol{\omega_0}$频点位置的单频分量　　V

$$F(j\omega) = \mathcal{F}\big(f(t)\big) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} A_m e^{j\omega_0 t} \cdot e^{-j\omega t}dt = A_m \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega-\omega_0)t}dt$$

$$= \begin{cases} 0 & \omega \neq \omega_0 \\ A_m \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j0t}dt & \omega = \omega_0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \omega \neq \omega_0 \\ 2\pi A_m \delta & \omega = \omega_0 \end{cases}$$

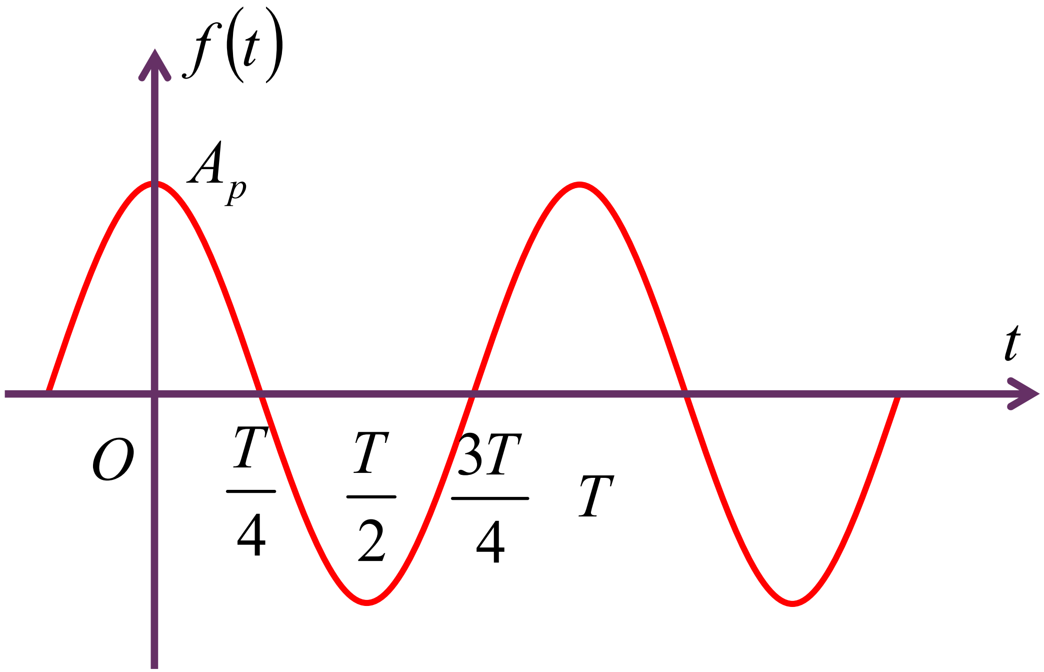
$= 2\pi A_m \delta(\omega - \omega_0)$　　$\boldsymbol{\omega_0}$频点位置的单频分量　　V/(rad/s)

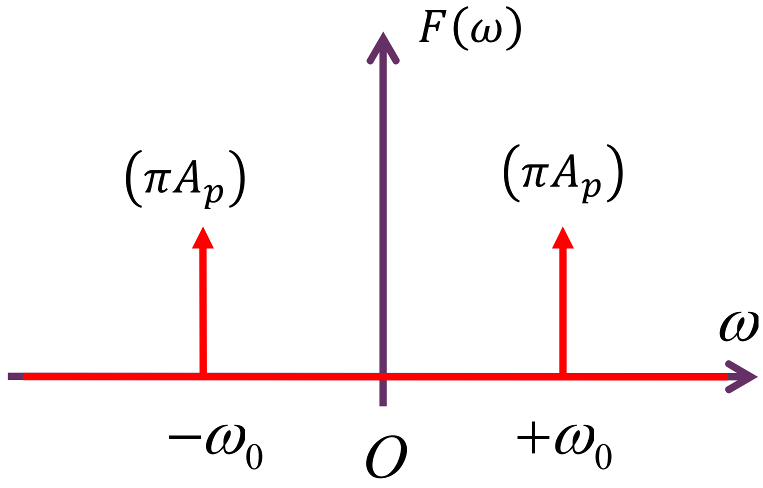
$= A_m \delta(f - f_0)$　　$\boldsymbol{f_0}$频点位置的单频分量　　V/Hz

余弦函数的频谱结构

$$f(t) = A_p \cos\omega_0 t = 0.5A_p\left(e^{-j\omega_0 t} + e^{j\omega_0 t}\right)$$

$$= F_{-1}\cdot e^{-j\omega_0 t} + F_{+1}\cdot e^{j\omega_0 t}$$





$$T = \frac{1}{f_0} \qquad \omega_0 = 2\pi f_0 \qquad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

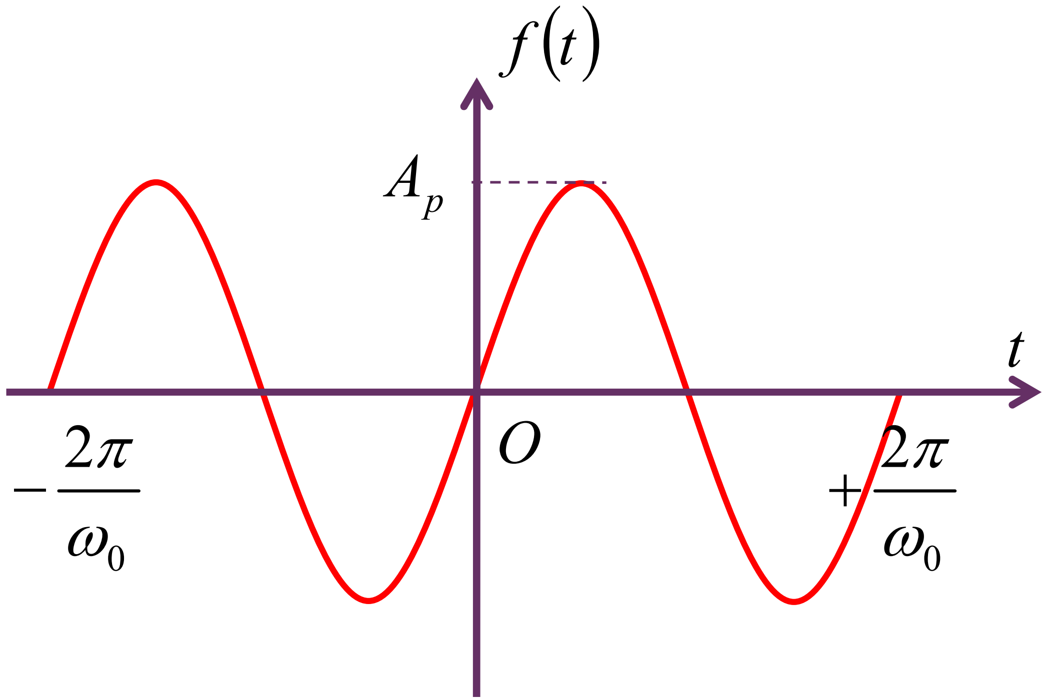
$$\mathcal{F}(f(t)) = F(j\omega) = \boldsymbol{F(\omega)} e^{j\varphi_F(\omega)}$$

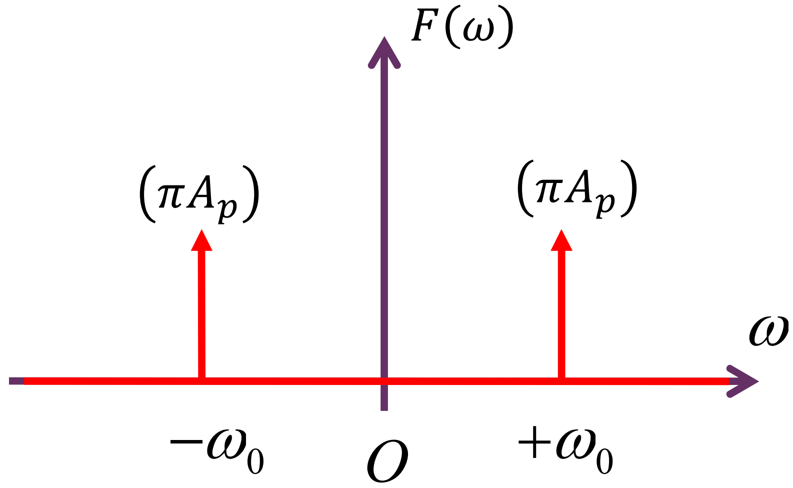
正弦函数的频谱结构

$$f(t) = A_p \sin \omega_0 t = -0.5 jA_p \left(e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}\right)$$

$$= 0.5 A_p e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-j\omega_0 t} + 0.5 A_p e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega_0 t}$$

$$= F_{-1} \cdot e^{-j\omega_0 t} + F_{+1} \cdot e^{j\omega_0 t}$$





$$\mathcal{F}(f(t)) = F(j\omega) = \boldsymbol{F(\omega)} e^{j\varphi_F(\omega)}$$

五、常见信号的频谱结构

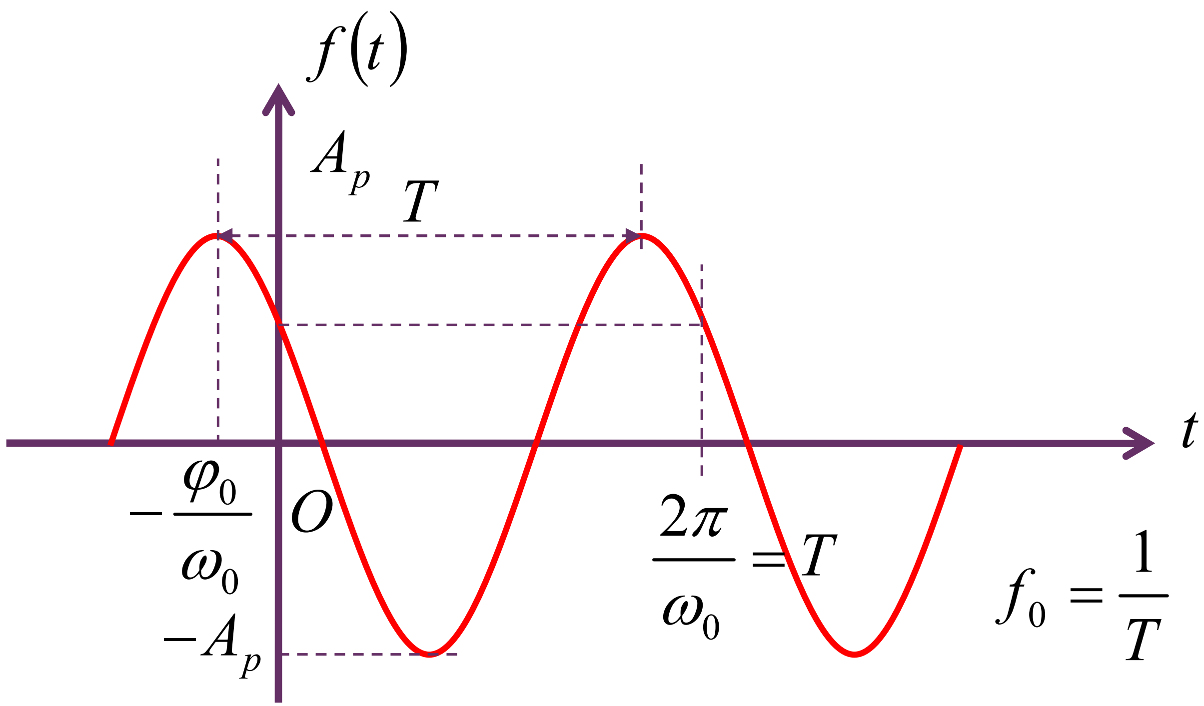
- 5.1 正弦信号
- 5.2 直流信号、交流信号
- 5.3 方波信号
- 5.4 阶跃信号
- 5.5 冲激信号
  - 电路中冲激电压/电流产生时，有电能丢失现象，电能到底丢失到哪里去了?
- 5.6 噪声信号
- 5.7 语音信号（实际信号）

5.1 正弦信号

- 正弦函数表述的信号和余弦函数表述的信号在相位上仅差90°相移，被统称为正弦信号
  - 并且多以余弦函数表述为准

$$f(t)=A_p\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$$

幅度　　频率　相位

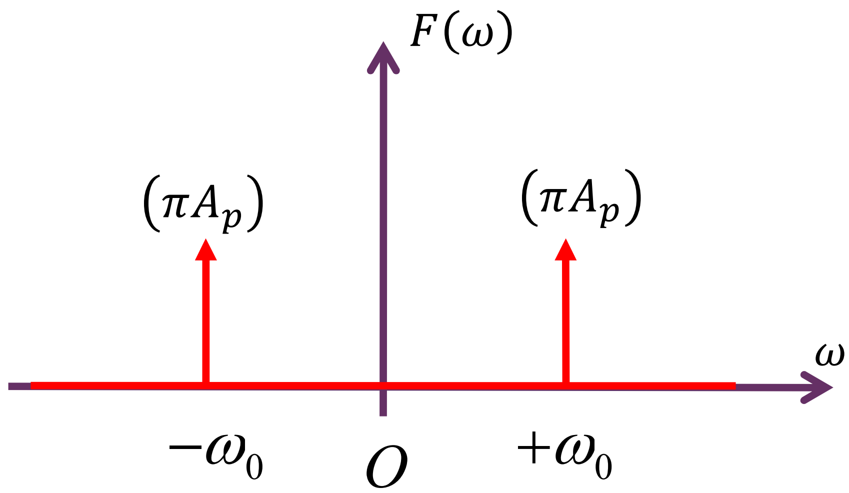


$$\omega_0 T=2\pi$$

$$f_0=\frac{1}{T}$$

频谱结构

$$f(t) = A_p \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$
$$= 0.5A_p e^{-j\varphi_0} e^{-j\omega_0 t} + 0.5A_p e^{j\varphi_0} e^{j\omega_0 t}$$
$$= F_{-1} \cdot e^{-j\omega_0 t} + F_{+1} \cdot e^{j\omega_0 t}$$



$$\mathcal{F}(f(t)) = F(j\omega) = \boldsymbol{F(\omega)} e^{j\boldsymbol{\varphi_F(\omega)}}$$

有效值

rms: root mean square
均方根值

由功率折算的有效幅度值
相同幅度的直流具有相同功率

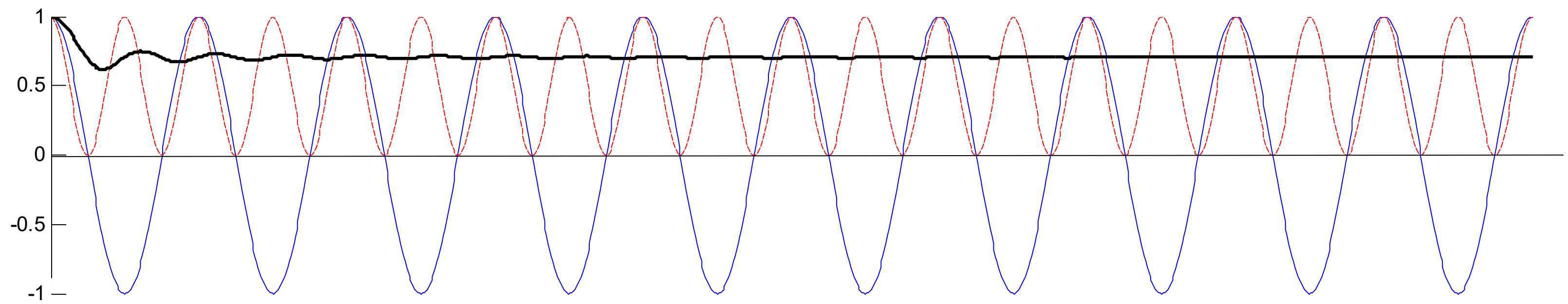
$$f(t) = A_p \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$f^2(t) = A_p^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = A_p^2 \frac{1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_0)}{2}$$

$$\overline{f^2(t)} = \frac{A_p^2}{2}$$

$$\sqrt{\overline{f^2(t)}} = \frac{A_p}{\sqrt{2}} = A_{rms} = 0.707 A_p$$

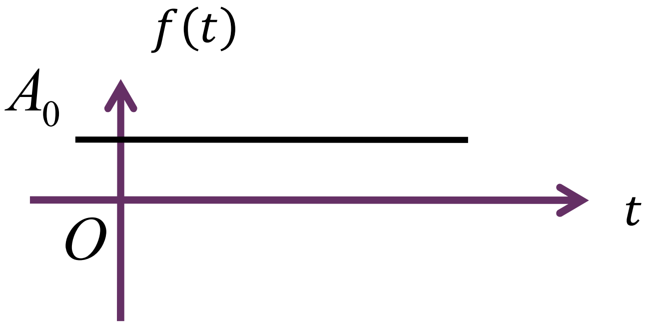
功率只和幅度有关，和相位无关

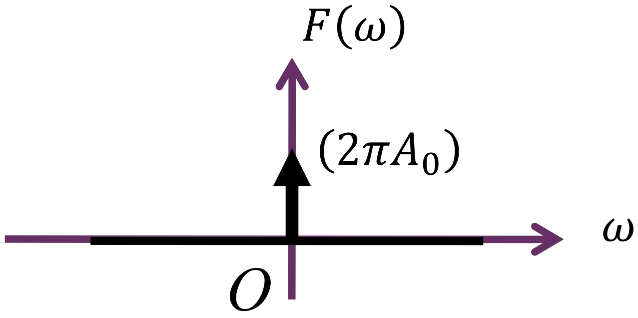


5.2 直流信号

- 如果信号幅度和时间无关，是一个常量，则为直流信号
  - Direct Current: DC
- 直流信号可视为正弦信号频率趋于零的极限情况，直流信号的频谱在零频上

$$f(t) = A_0 = A_0 e^{j\cdot 0\cdot t}$$





交流信号

- 平均值为零的信号，称为交流信号
  - Alternate Current: AC
    - Alternate：轮流的，交替的

- 任何一个信号均可分为直流分量与交流分量之和

$$f(t)=f_{DC}+f_{AC}(t)$$

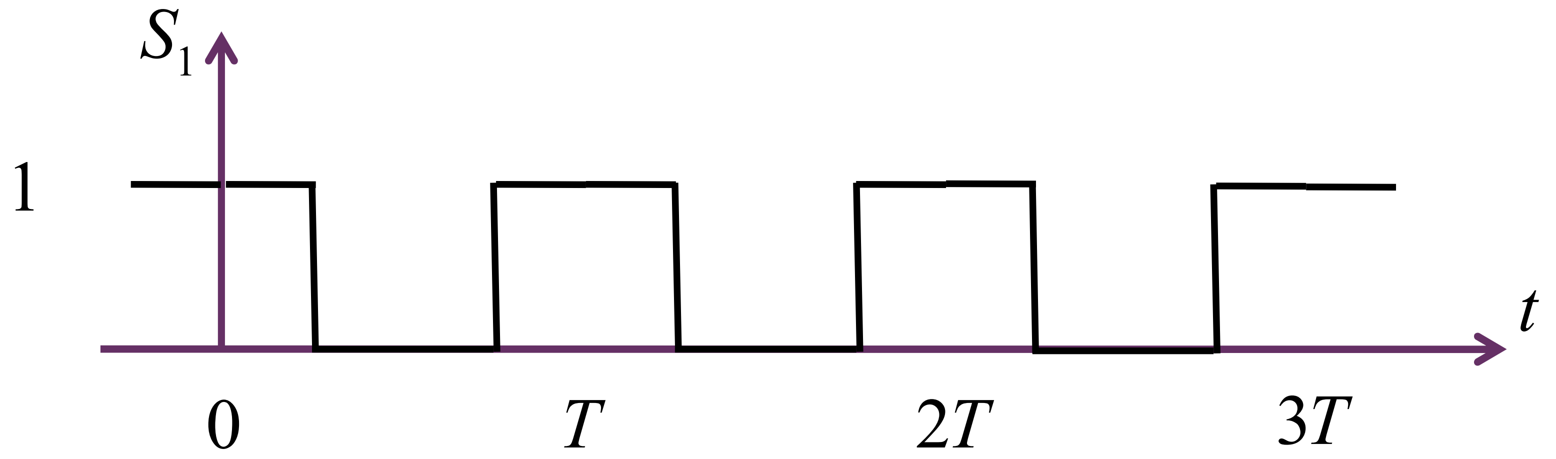
$$f_{DC}=\overline{f(t)}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}}f(t)dt$$

$$f_{AC}(t)=f(t)-\overline{f(t)}$$

如果是周期信号，只需在一个周期内求平均即可

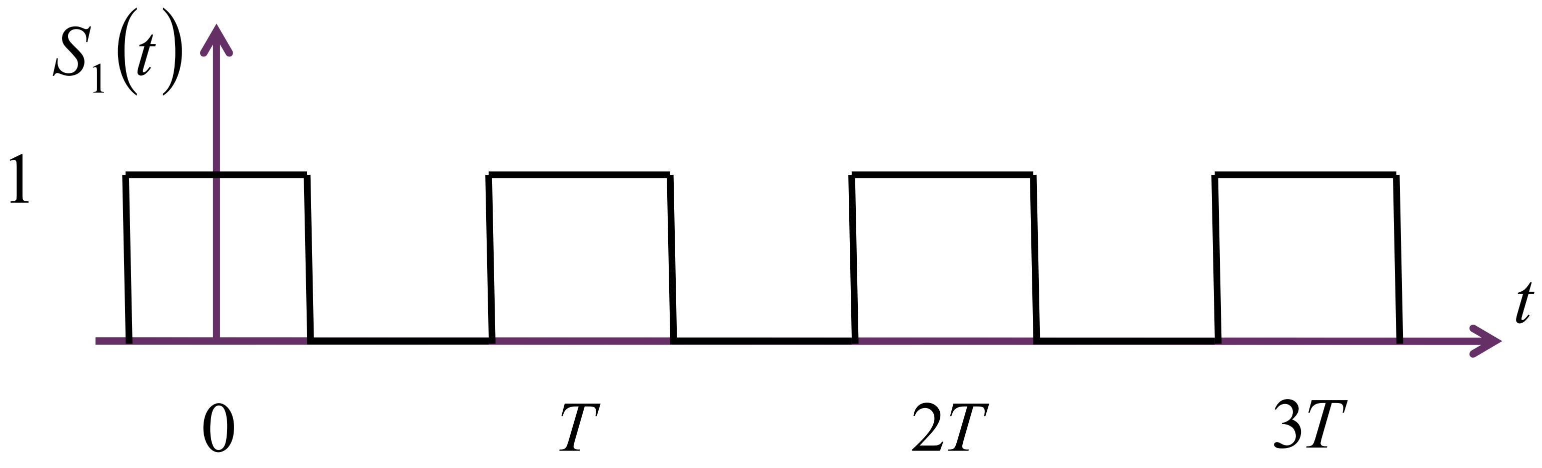
$$\overline{f_{AC}(t)}=\overline{f(t)-\overline{f(t)}}=\overline{f(t)}-\overline{f(t)}=0$$

5.3 方波信号：开关信号



$$S_1(t)=\begin{cases}1 & t\in\left[kT-\dfrac{T}{4},kT+\dfrac{T}{4}\right]\\ 0 & t\in\left[kT+\dfrac{T}{4},kT+\dfrac{3T}{4}\right]\end{cases}\qquad k=0,\pm1,\pm2,\dots$$

傅立叶级数展开



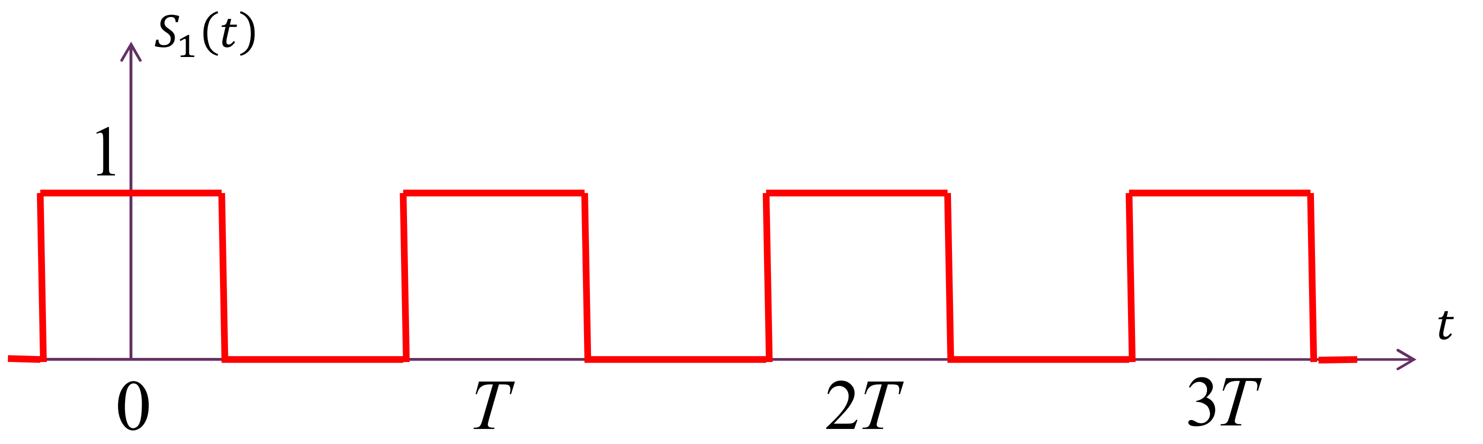
$$S_1(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\cos\omega_0 t-\frac{2}{3\pi}\cos 3\omega_0 t+\frac{2}{5\pi}\cos 5\omega_0 t-\dots$$

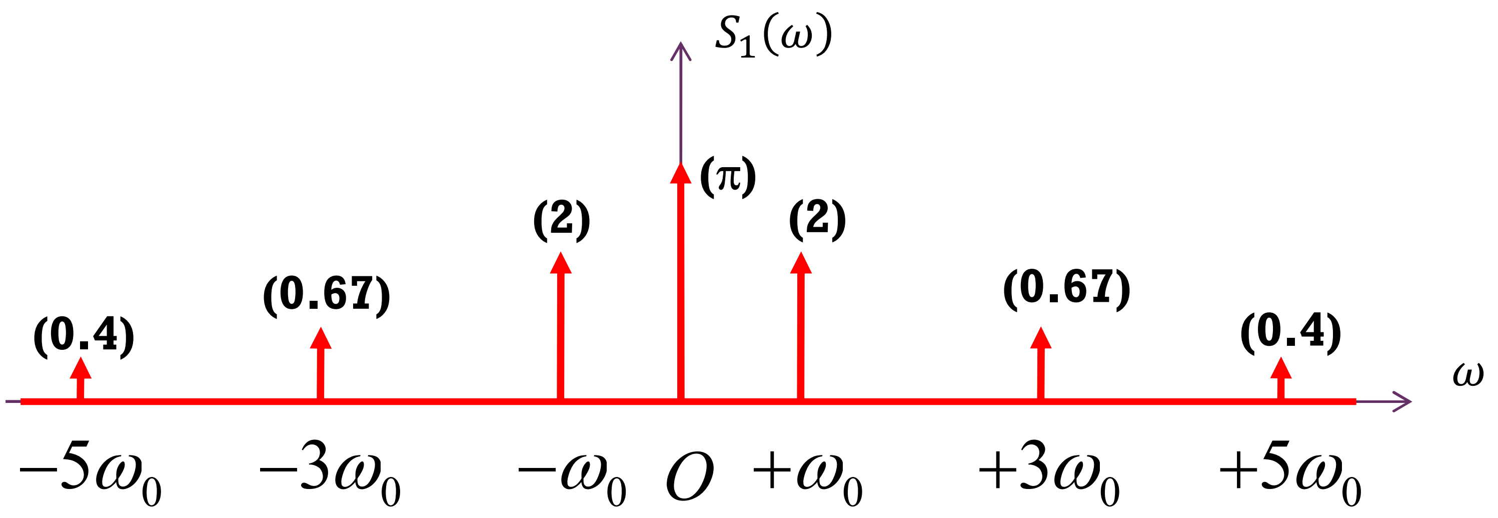
直流分量　　基波分量　　三次谐波分量　　五次谐波分量

0/1方波信号中包含直流分量，基波分量，奇次谐波分量（三次、五次、七次、**…**）

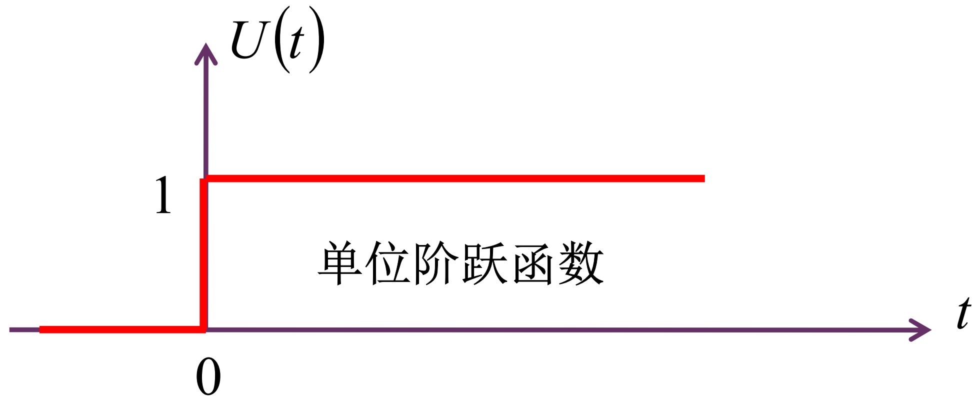
频谱结构

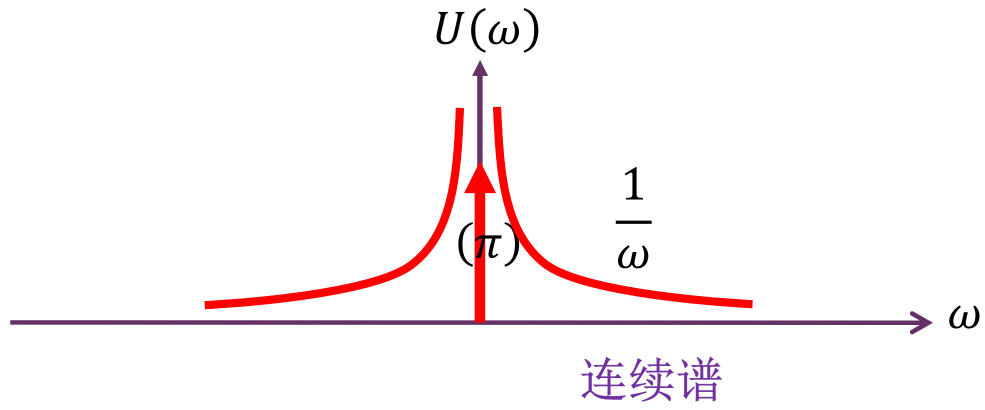
$$S_1(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\cos\omega_0 t-\frac{2}{3\pi}\cos 3\omega_0 t+\frac{2}{5\pi}\cos 5\omega_0 t-\ldots$$



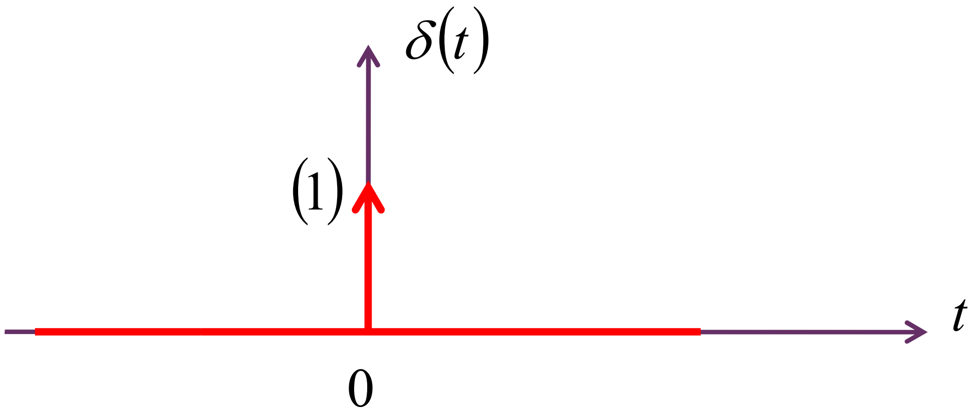


5.4 单位阶跃信号

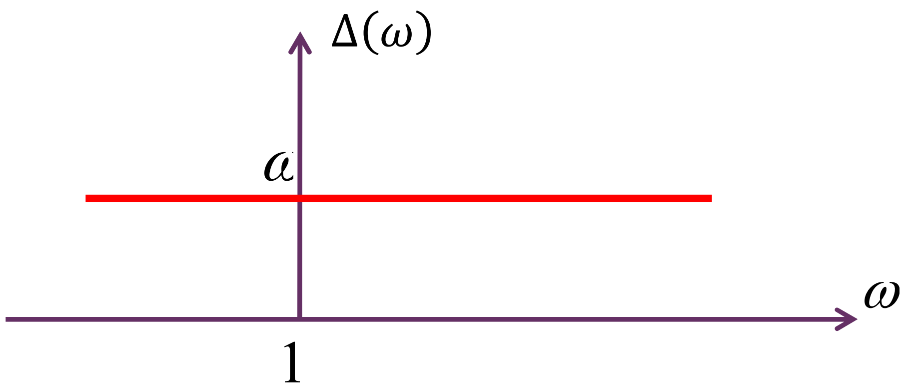




5.5 单位冲激信号



$$\Delta(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, e^{-j\omega \cdot 0} dt = e^{-j\omega \cdot 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, dt = 1$$



电磁场可抽象为电路

$$v_{AB}=\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$i=\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}$$

$$d_{AB}<<\lambda$$

基尔霍夫定律

$$\sum_k i_k=0$$

KCL

$$\sum_k v_k=0$$

KVL

$v=v_S$
$i=i_S$

电源

欧姆定律

$i=Gv$

电阻

$$\vec{J}=\sigma\vec{E}$$

$$\nabla\cdot\vec{D}=\rho_S$$

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_S+\sigma\vec{E}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\qquad \varepsilon\vec{E}$$

$$i=C\frac{dv}{dt}$$

电容

麦克斯韦方程

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\qquad \mu\vec{H}$$

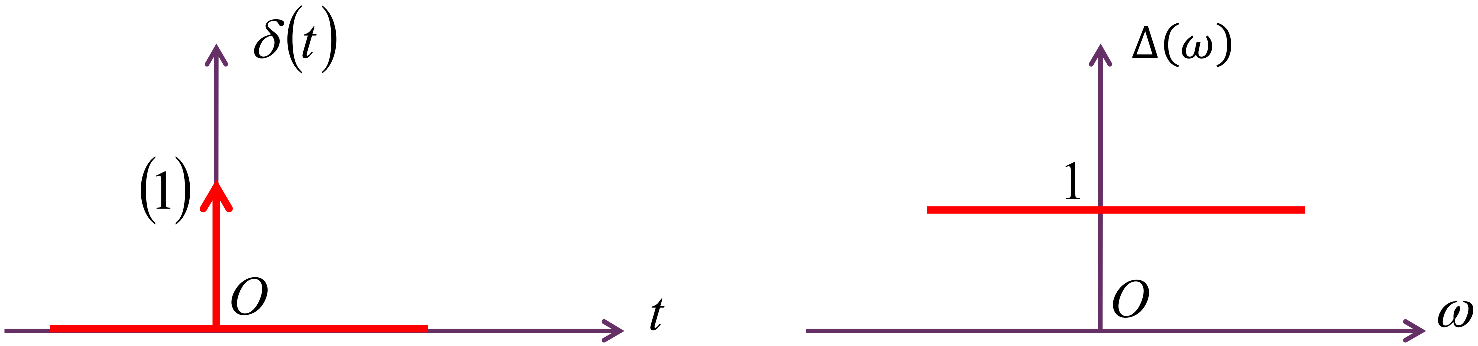
$$\nabla\cdot\vec{B}=0$$

$$v=L\frac{d}{dt}i$$

电感

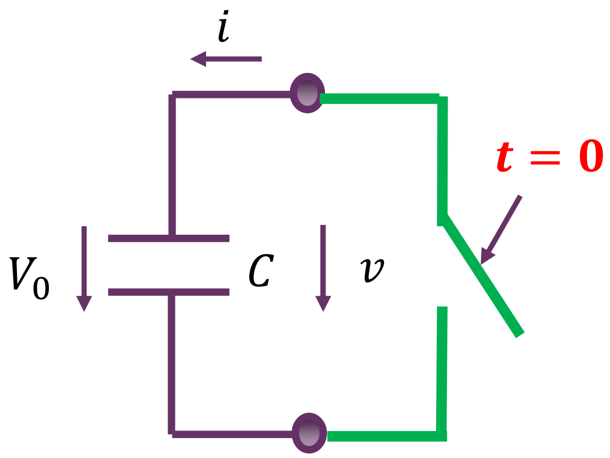
广义欧姆定律

冲激信号产生意味着电磁辐射发生



只有满足准静态条件$\boldsymbol{d_{AB} << \lambda}$，电磁场问题方可抽象为电路问题。对于冲激信号，其频谱覆盖全频带且所有频率分量幅值相同，因而电路中不可能存在这种信号。当数学上抽象出冲激信号时，在电路中则表现为电磁辐射，原因是此时电路尺寸大于或可比拟高频信号的波长，此时电路已经无法将电磁波束缚在电路导体、介质周围空间，电路变成开放结构（天线），以电磁辐射形式将能量释放到周围空间。

有初始电压的电容短路



$$v_C(0^-) = V_0 \qquad E_C(0^-) = \frac{1}{2}CV_0^2$$

$$v_C(0^+) = 0 \qquad E_C(0^+) = 0$$

$$i_c(t) = C\frac{d}{d}v_C(t) = -CV_0\delta(t)$$

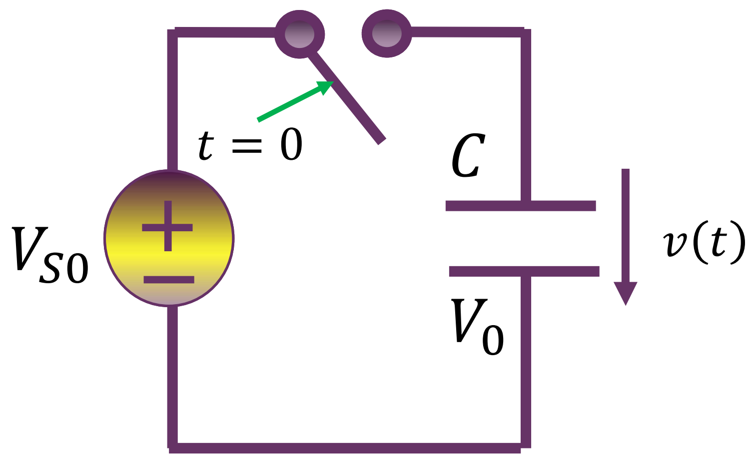
$Q = CV_0$的电荷被瞬间释放

$$\Delta E = E_C(0^+) - E_C(0^-) = -\frac{1}{2}CV_0^2$$

电容储能$\frac{1}{2}CV_0^2$以电磁辐射形式被瞬间释放

冲激信号的产生意味着电磁辐射的发生

直流恒压源对接电容



$$v(t) = \begin{cases} V_0 & t < 0 \\ V_{S0} & t > 0 \end{cases}$$

$$= V_0 + (V_{S0} - V_0)U(t)$$

$$i(t) = C\frac{d}{dt}v(t) = C(V_{S0} - V_0)\delta(t)$$

电压源向外提供的电荷量为

$$\Delta q = \int_{0^-}^{0^+} i(t)\,dt = C(V_{S0} - V_0)$$

电压源**t=0**瞬间以恒压V_{S0}向外提供$C(V_{S0} - V_0)$的电荷量，电源对外做功

$$W_S = C(V_{S0} - V_0)V_{S0}$$

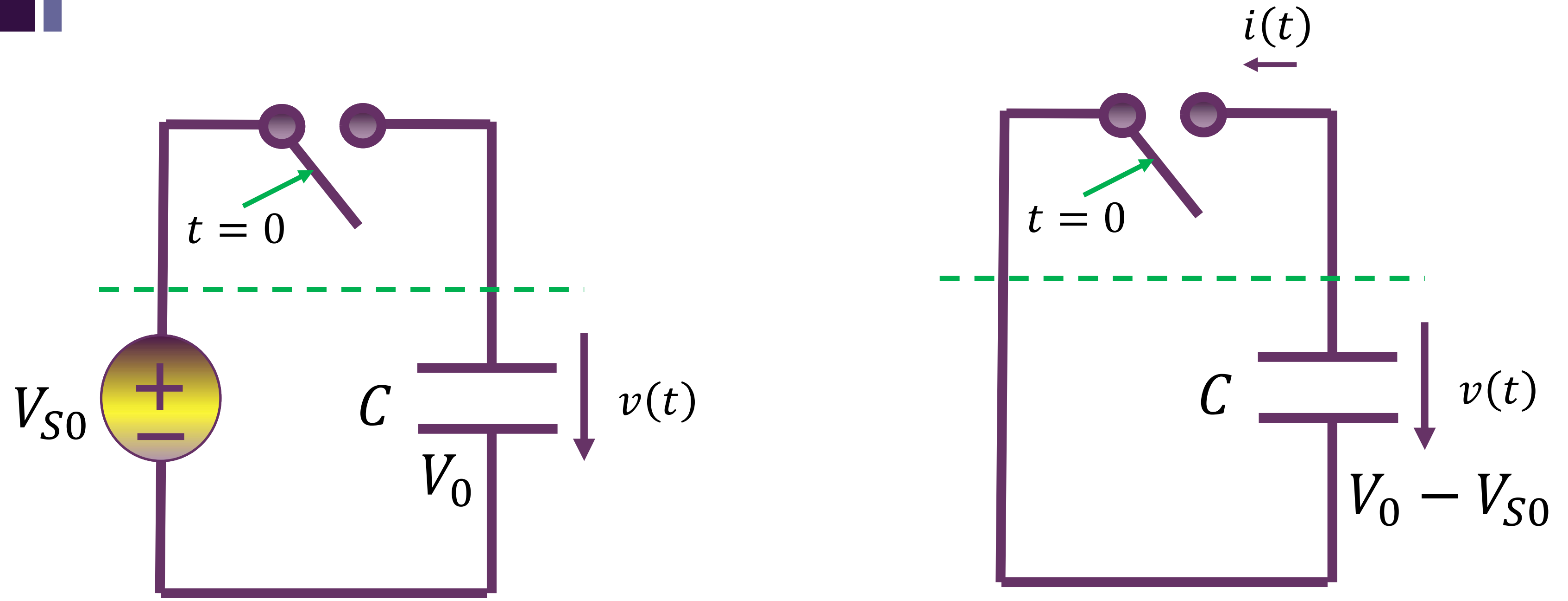
而电容储能增加量为

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}CV_{S0}^2 - \frac{1}{2}CV_0^2$$

$$\Delta E = W_S - \Delta E_C = \frac{1}{2}C(V_{S0} - V_0)^2$$

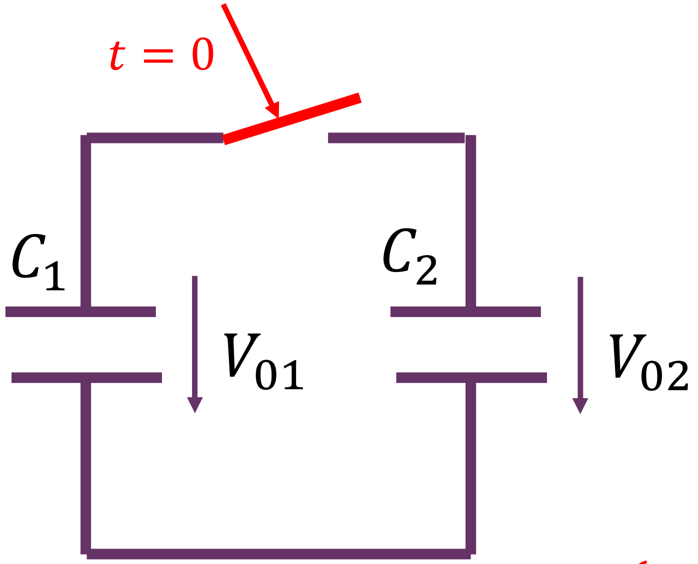
能量丢到了哪里去了？丢失的能量以电磁辐射的形式耗散到周围空间去了！

等效电路角度看能量丢失



从虚线端口（开关对接端口）看，是一个具有$\boldsymbol{V_0-V_{S0}}$初始电压容值为$\boldsymbol{C}$的电容被开关短路，显然该等效电路将在开关闭合瞬间释放$\boldsymbol{C(V_0-V_{S0})}$的电荷，因而产生$\boldsymbol{i(t)=C(V_0-V_{S0})\delta(t)}$的冲激电流，以电磁辐射形式将等效电容的储能$\boldsymbol{\frac{1}{2}C(V_{S0}-V_0)^2}$全部释放出去

两个具有初始电压的电容对接



$$v_2(0^+) = v_1(0^+) = \frac{C_1V_{01} + C_2V_{02}}{C_1 + C_2}$$

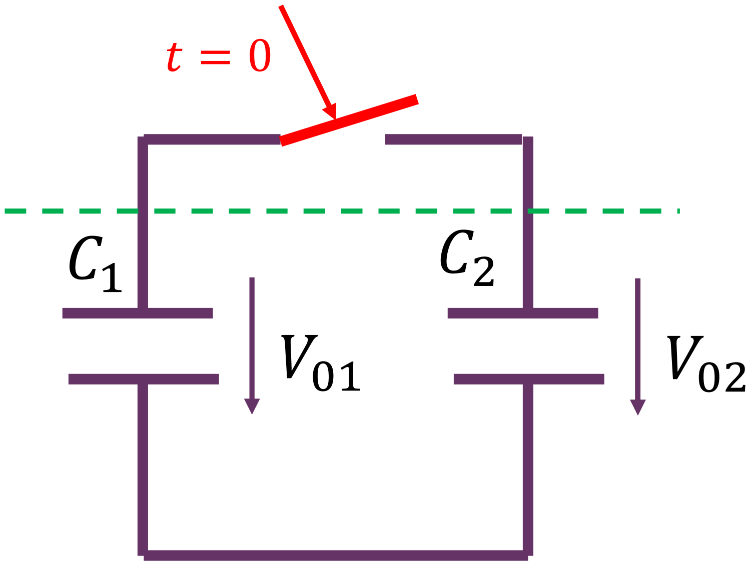
$$E(0^-) = \frac{1}{2}C_1V_{10}^2 + \frac{1}{2}C_2V_{20}^2$$

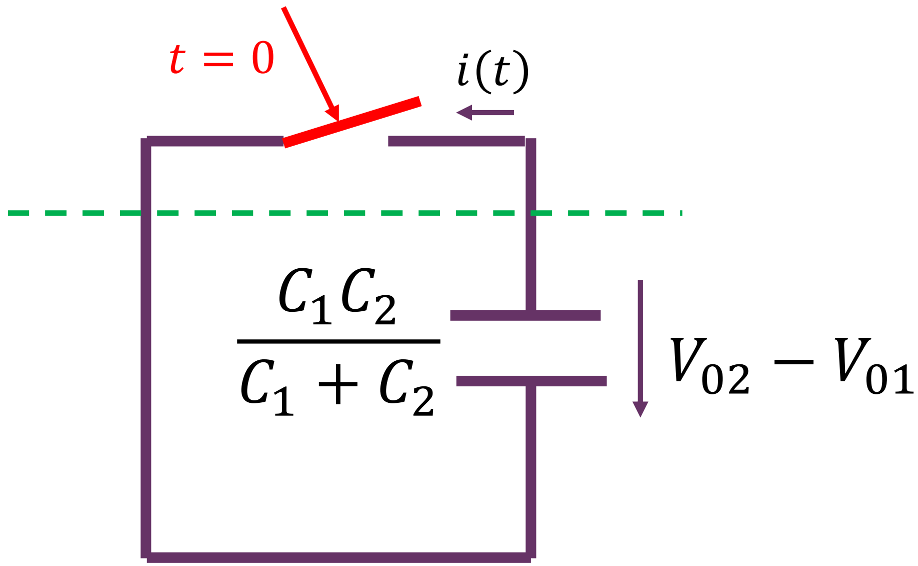
$$E(0^+) = \frac{1}{2}C_1v_1^2(0^+) + \frac{1}{2}C_2v_2^2(0^+)$$

$$= \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{C_1V_{01} + C_2V_{02}}{C_1 + C_2}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{(C_1V_{01} + C_2V_{02})^2}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta E = E(0^+) - E(0^-) = -\frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}(V_{10} - V_{20})^2 < 0$$

等效电路解读





从虚线端口（开关对接端口）看，是一个具有$V_0=V_{02}-V_{01}$初始电压容值为$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$的电容被开关短路，显然该等效电路将在开关闭合瞬间释放$CV_0=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_{02}-V_{01})$的电荷，因而产生$i(t)=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_{02}-V_{01})\delta(t)$的冲激电流，以电磁辐射形式将等效电容的储能$\frac{1}{2}CV_0^2=\frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_{02}-V_{01})^2$全部释放出去

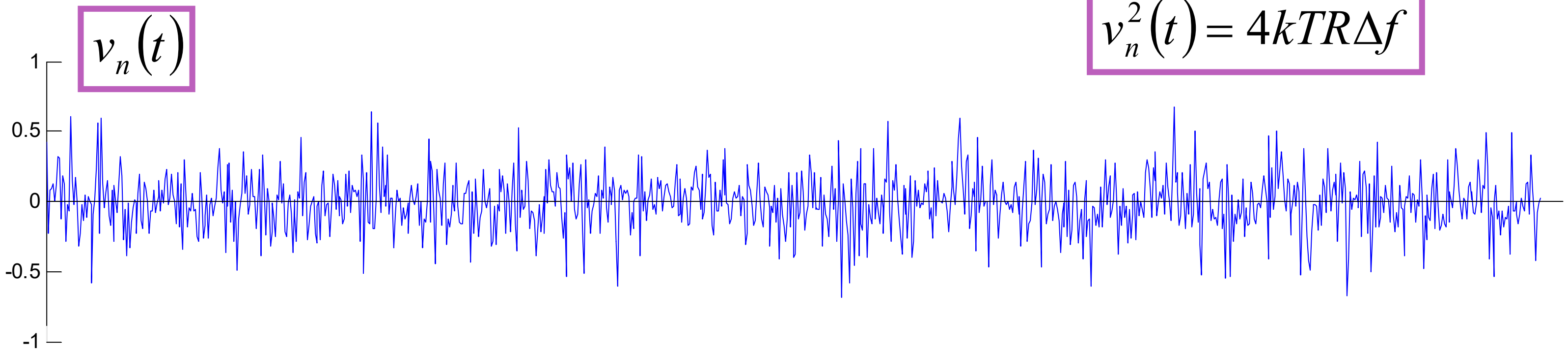
5.6 噪声信号

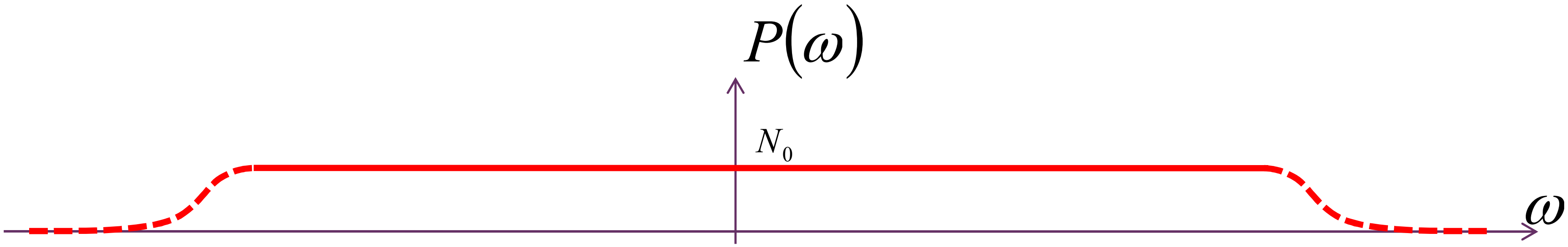
$$k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$$

$$T = 273 + °C$$

- 电阻热噪声属白噪声，其功率谱为常数

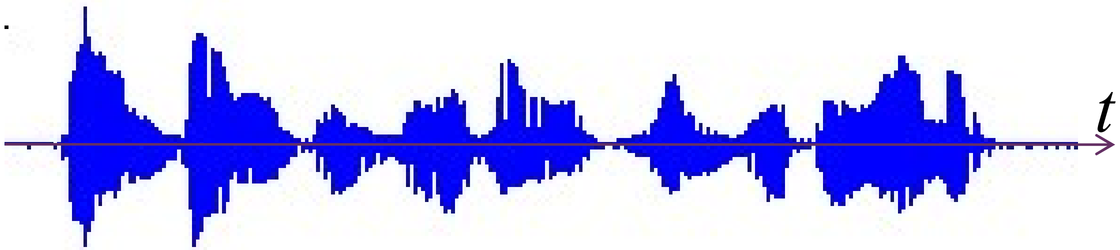
$$\boxed{\overline{v_n^2(t)} = 4kTR\Delta f}$$



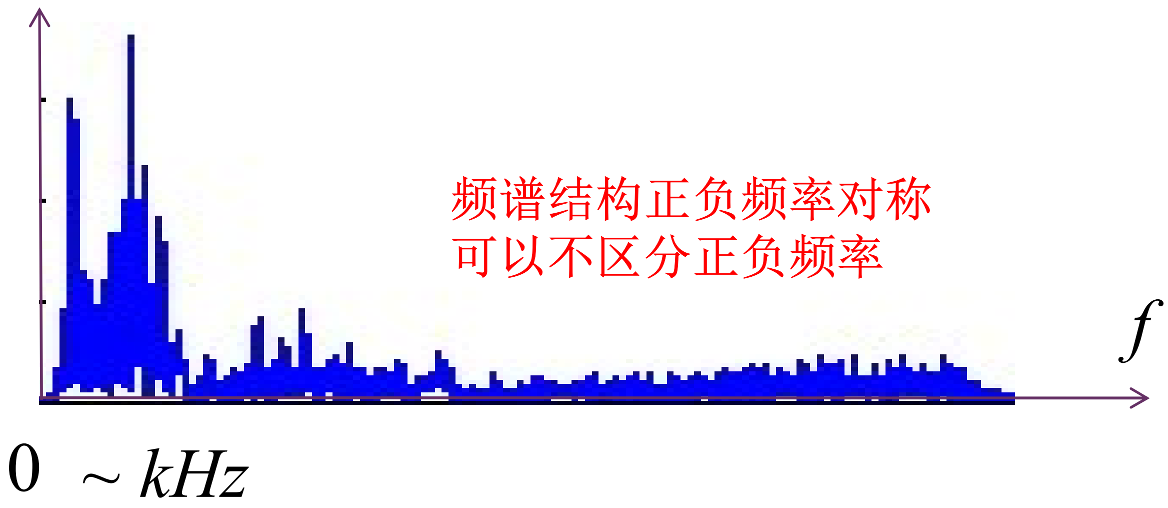


5.7 语音信号

- 对于确定性信号，由于可以预测其大小，因而可以认为它不含有新的信息

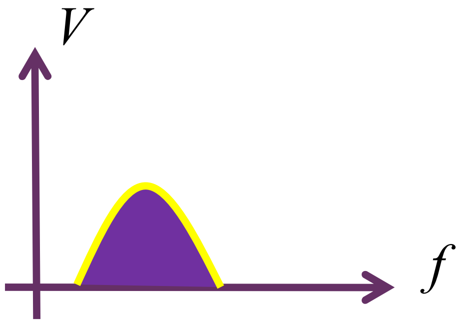


- 实际含有信息的信号往往都是随机的，如语音信号



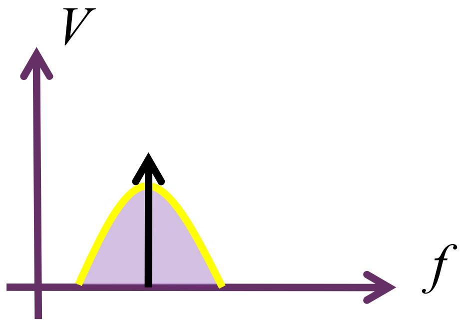
电路中的信号简化

- 实际包含信息的信号是随机信号，其功率谱基本上都是连续谱
- 为了分析简单，我们往往取连续谱中的一个或两个谱线作为研究对象，用确定性的正弦信号替代非确定的随机信号，分析其被电路系统处理后的信号变化情况，然后将对正弦信号的分析结果推广到随机信号上去



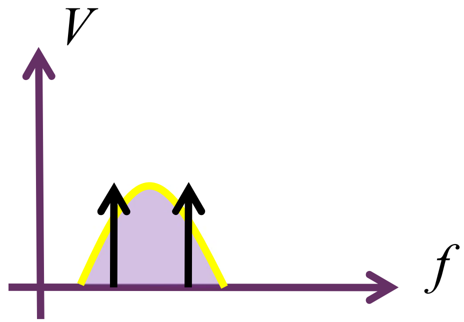
实际信号

$$v_{in}(t)$$



单音假设

$$v_{in}(t)=V_{im}\cos\omega t$$



双音假设

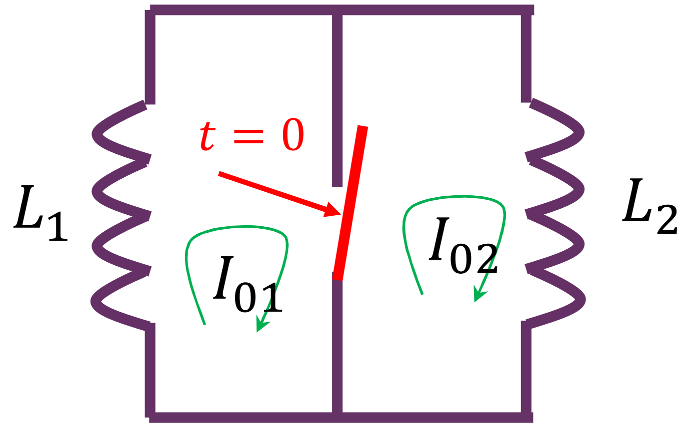
$$v_{in}(t)=V_{im1}\cos\omega_1 t+V_{im2}\cos\omega_2 t$$

作业1/2 复数的幅度相位表述

- 1、将下列复数的实部虚部表述形式转化为幅度相位表述形式
  - 1+j
  - 1-j
  - -1+j
  - -1-j
  - A+jB，A>0
  - A+jB，A<0
  - A-jB，A>0
  - A-jB，A<0
- 2、已知两个复数分别为$S_1=6\angle 50°$，$S_2=3\angle 30°$，请给出它们加减乘除后复数解的幅度相位表述

作业3 能量丢失分析：等效电路法简单

- 分析电感能量丢失
  - 1.求开关断开前后电感储能变化，说明丢失能量大小
  - 2.用等效电路法一步求出能量丢失（转化为电磁辐射）



作业4 滤波分析

- 滤波器为线性时不变系统，输入单频正弦信号，输出必然是同频的单频正弦信号，只不过幅度和相位有可能发生变化，即
  - 输入$v_i(t) = V_{im}\cos(\omega t + \varphi_i)$，输出$v_o(t) = V_{om}\cos(\omega t + \varphi_o) = A(\omega)V_{im}\cos\big(\omega t + \varphi_i + \varphi(\omega)\big)$

- 将输入输出正弦波表述为旋转矢量形式，问题分析将大大简化
  - 输入$\vec{v}_i(t) = V_{im}e^{j\varphi_i}e^{j\omega t}$，输出$\vec{v}_o(t) = V_{om}e^{j\varphi_o}e^{j\omega t} = A(\omega)V_{im}e^{j\varphi_i}e^{j\varphi(\omega)}e^{j\omega t} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \cdot V_{im}e^{j\varphi_i}e^{j\omega t} = H(j\omega)\vec{v}_i(t)$

- 称$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$为滤波器的传递函数，理想低通滤波器通带内幅频特性为常值，相频特性为负斜率直线；通带外信号完全滤除
  - 通带：$A(\omega) = 1$，$\varphi(\omega) = -\omega\tau$，$\tau = 100\mu s$，$|\omega| < 2\pi f_c$，$f_c = 6kHz$
  - 阻带：$A(\omega) = 0$，其他频率

- 如是，通带内信号将无失真通过，通带外信号全部被滤除。将周期为1ms的方波电压接到上述理想低通滤波器输入端，写出输入信号在通带内的信号，滤波器输出端信号，说明滤波器输出信号是输入通带内信号的无失真传输：$v_o(t) = v_{i,passband}(t-\tau)$
  - $v_i(t) = 5S_1(t)$，$S_1(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\cos\omega_0 t - \frac{2}{3\pi}\cos 3\omega_0 t + \frac{2}{5\pi}\cos 5\omega_0 t - \ldots$
  - $v_{i,passband}(t) = ?$
  - $v_o(t) = ?$ （利用线性系统的叠加性）

作业5 调幅波和调频波的波形理解（选作）

- 调幅就是将低频信号$v_b(t)$线性负荷到正弦波的幅度上，调频则是将低频信号$v_b(t)$线性负荷到正弦波的频率上，请画出如下调幅波和调频波的波形

$$v_{AM} = V_0\left(1 + k_{AM} v_b(t)\right)\cos(\omega_c t)$$

$$v_{FM} = V_0 \cos\left(\omega_c t + k_{FM}\int_0^t v_b(t)dt\right)$$

  - 为了画图方便，假设

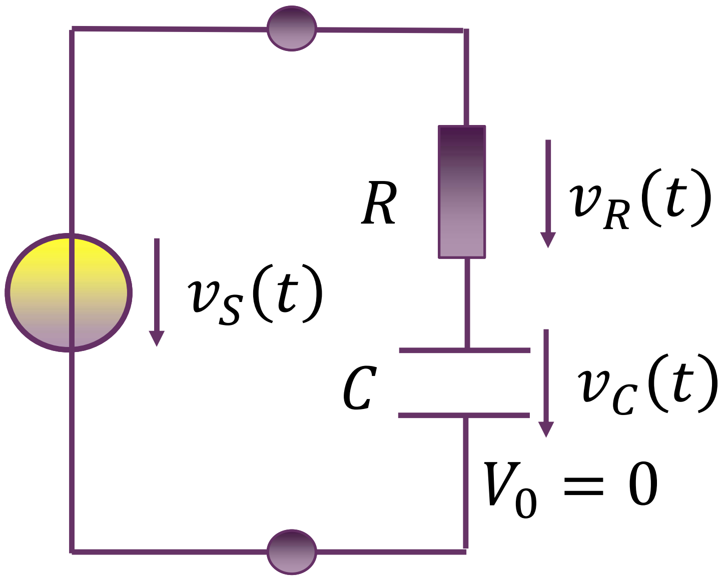
$$v_b(t) = \cos\Omega t \qquad \Omega = 2\pi F \qquad F = 1kHz$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \qquad f_c = 10kHz$$

$$k_{AM} = 0.5 \qquad k_{FM} = 4\pi \times 10^3$$

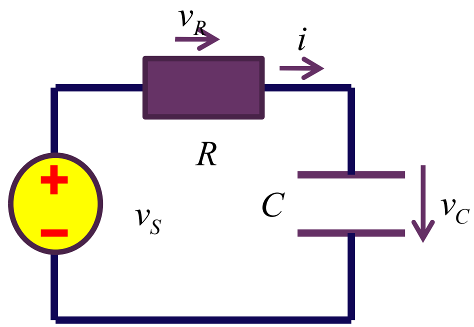
- 请尽快学会使用matlab帮助你做图，可以手工画图

CAD：用FFT分析信号频谱



- 图中电压源为0-5V之间变化的方波电压源，设定其周期为T=1ms
- 假设电阻R=1kΩ
- 改变电容C，使得$\boldsymbol{\tau = RC = \alpha T}$,其中$\boldsymbol{\alpha = 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1000}$，观察电阻和电容的分压$\boldsymbol{v_R(t)}$，$\boldsymbol{v_C(t)}$时域波形
- 当波形稳定后，对稳定波形$\boldsymbol{v_S(t)}$、$\boldsymbol{v_R(t)}$、$\boldsymbol{v_C(t)}$进行FFT变换，观察其频谱结构，说明电阻分压$\boldsymbol{v_R(t)}$是$\boldsymbol{v_S(t)}$中的高频分量，$\boldsymbol{v_C(t)}$是$\boldsymbol{v_S(t)}$中的低频分量，考察时间常数$\boldsymbol{\tau}$对应频率$\boldsymbol{f_0 = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{1}{2\pi RC}}$在其中的作用：低频和高频的分界频点？

虚拟仪器测试

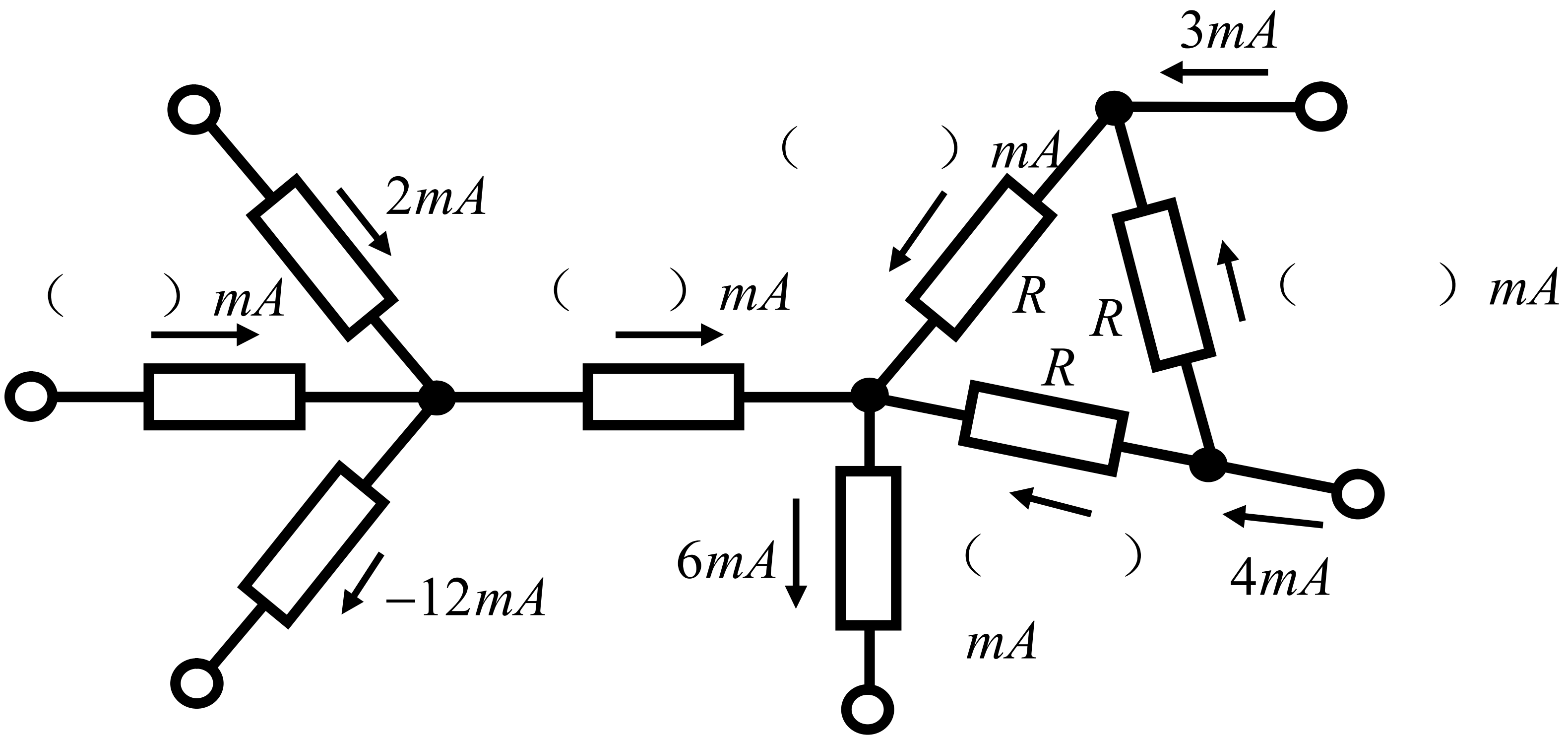


方波电压源

- 方波信号源
- 改变方波周期，使得其周期从远远大于RC时间常数到远远小于时间常数，观察电容电源，电阻电压波形，并给出分析
  - 大电容
    - 电容电压取平均（直流）（对直流开路）
    - 电阻电压取交流（耦合电容高频短路）
  - 小电容
    - 电容电压削高频（寄生低通滤波）
    - 电阻电压尖脉冲（寄生耦合）

作业选讲
作业1.1：基尔霍夫定律和欧姆定律

- 基尔霍夫定律和欧姆定律是电路基本定律，在任何电路中，这两个定律都是始终成立的。请利用基尔霍夫定律和欧姆定律，分析图中空中电流数值大小



作业选讲
作业2.1 有效值

- 一个正弦波电压源与1kΩ电阻对接，电压源的源电压为
  - $v_s(t) = V_0 + 10\sin(\omega t)$ (V)
  - 其中，V_0为直流偏置电压。
  - 1）绘制电源输出瞬时功率p(t)的波形示意图
    - 可以利用matlab画，可以手工画示意图
  - 2）确定电源输出的平均功率及其对应的电压有效值，两种情况：$V_0=0$和$V_0=10V$
  - 3）假设用方波发生器替换该电源。方波信号峰峰值为20V，平均值$V_0=0$，确定此时电源输出的平均功率及其电压有效值
  - 4）进一步，如果方波电源峰峰值为20V， 平均值$V_0=10V$ ，确定此时电源输出的平均功率及其电压有效值
  - 5）使用dB数表述2、3、4问中求得的功率分别为多少dBm

本节课内容在教材中的章节对应

- P943-946: A3 复数
- P946-948: A4 旋转矢量与正弦信号
- P949-952: A5 信号的傅里叶分析
- P953-962: A6 信号分类和典型信号
- P687-688: 9.2.3-6 冲激抽象是对能量快速释放的数学抽象