第3讲：电路元件---电容与电感

李国林

清华大学电子工程系

电路元件 内容

- 基本概念
  - 端口与网络/有源与无源/线性与非线性/时变时不变
- 理想电路元件
  - 电源
  - 电阻
  - 电容
    - 冲激信号与阶跃信号
  - 电感

回顾1：有源与无源

- 具有向端口外提供电能量能力的网络是有源网络，不具该能力的网络为无源网络
  - 电阻是无源的，电源是有源的
  - 有初始电压的电容是有源的，无初始电压的电容是无源的
  - 有初始电流的电感是有源的，无初始电流的电感是无源的
    - 有初值的电容、电感是有源的，源如何体现在等效电路中?
      - 如何用电路语言描述该有源性?

回顾2：电容和电感是对偶元件

- 对偶量互换，描述方程形式不变
  - 知其一，则知其二

	对偶 **duality**		
电压**v**	电场**E**	磁场**H**	电流**i**
电荷**q**	$q = Cv$	$\varphi = Li$	磁通φ
电容**C**	$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dv}{dt}$	$v = \frac{d\varphi}{dt} = L\frac{di}{dt}$	电感**L**
串联			并联
网格/回路			结点

- 下面对电容电感的讨论以电容为主，电感的相关结论由电容表述对偶表述即可
  - 本课程只关注线性时不变电容/电感

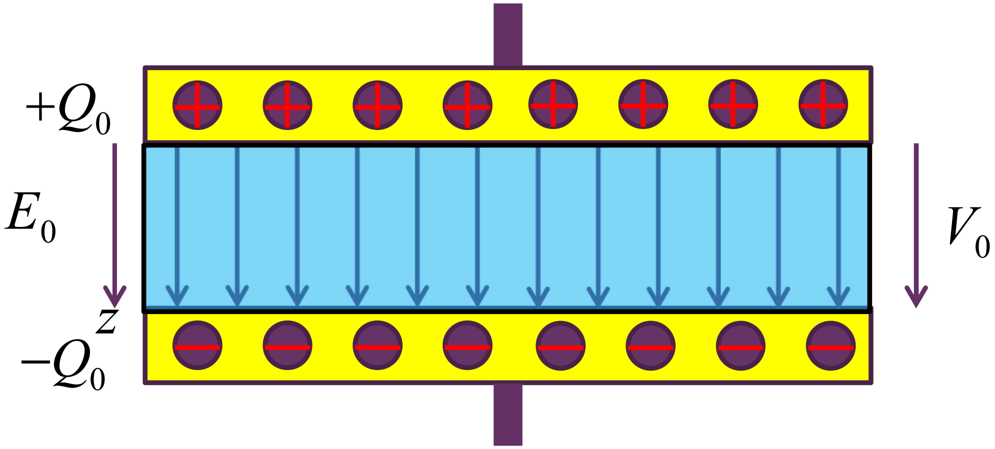
电容

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

- 电容是对导体结构保持自由电荷能力大小的描述 $C=\frac{q}{v}$
  - 自由电荷在导体结点上积累或消散，电荷形成的空间电场随时间发生变化，这种时变电场形成位移电流：电容描述导体结构（结点）电压变化形成位移电流的大小
  - 电容同时也是对导体结构电能存储能力大小的描述
    - 电压变化导致自由电荷积累或流失：吸收或释放电能

$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$E(t)=\frac{1}{2}Cv^2(t)$$



$$C=\frac{Q_0}{V_0}=\frac{\sigma_s S}{E_0 d}=\varepsilon\frac{S}{d}$$

电感

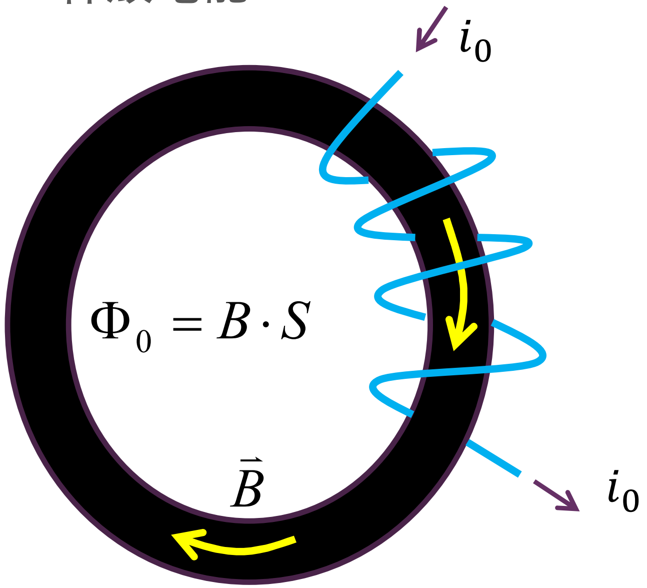
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$L = \frac{\varphi}{i}$$

- 电感是对导线结构流通电流产生与链接磁通能力大小的描述
  - 导线回路有电流流过，电流产生磁场，磁场在导线平面的通量为磁通，因而电流产生磁通。当电流发生变化时，磁通发生变化，时变磁通产生感生电动势，以阻碍电流的变化：电感描述导线结构（回路）电流变化形成感生电动势的大小
  - 电感同时也是对导线结构磁能存储能力大小的描述
    - 电流变化导致磁通积累或流失：吸收电能（以磁通/磁能的形式存储），释放电能

$$v(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$E(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$$



$$L = \frac{N\Phi_0}{i_0} = \frac{NBS}{i_0}$$

$$= \frac{N\left(\mu \frac{N}{p} i_0\right)S}{i_0} = N^2\mu\frac{S}{p}$$

电容和电感

$$C = \varepsilon\frac{S}{d} \qquad L = N^2\mu\frac{S}{p}$$

- 电路中，电容效应和电感效应无所不在
- 构成电路的基材是导体、半导体和绝缘体（介质），电路中的结点都是导体结点，而导体结点总是存在着电荷积累和消散效应，因而电容效应在电路中处处存在
- 电流形成回路在电路中流通以形成某种电路功能，电流回路中总是存在着磁通的积累和消散效应，因而电感效应在电路中也处处存在
- 人们在制作电路器件形成某种电特性（电功能）时，电路器件的结构本身就会形成电容效应和电感效应，如果这些电容效应和电感效应不是设计本身需要的，则称之为寄生效应
  - 频率较低时，寄生的小电容视为开路，寄生的小电感视为短路
  - 频率较高时，即使寄生的电容、电感都很小，其效应却不能忽略不计

一、电容和电感的特性
特性1---记忆性

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\cdot d\tau = V_0 + \frac{1}{C}\int_{0}^{t} i(\tau)\cdot d\tau$$

电容电压依赖于之前所有时间段的电流，它是有记忆的

电容的端口电压是状态变量：下一时刻电容电压是上一时刻电容电压基础上的增量，该增量由电容极板上的电荷增量决定

$$v(t) = Ri(t)$$

电阻则是无记忆元件：当前电压仅由当前电流决定，和以前的电流没有任何关系

$$v(t+\Delta t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t+\Delta t} i(\tau)\cdot d\tau = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\cdot d\tau + \frac{1}{C}\int_{t}^{t+\Delta t} i(\tau)\cdot d\tau$$

$$= v(t) + \frac{\Delta Q}{C} = v(t) + \Delta v$$

状态变量的特征：当前状态由前一时刻状态转移而来，在前一状态基础上变化而来

特性2---连续性

$$v_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)\cdot d\tau$$

$$v_C(t+\Delta t)-v_C(t)=\frac{1}{C}\int_{t}^{t+\Delta t} i_C(\tau)\cdot d\tau$$

如果电流有界，

$$|i_C(\tau)|<I_M,\tau\in[t,t+\Delta t]$$

$$0\le|v_C(t+\Delta t)-v_C(t)|=\left|\frac{1}{C}\int_{t}^{t+\Delta t} i_C(\tau)\cdot d\tau\right|\le\frac{1}{C}\int_{t}^{t+\Delta t}|i_C(\tau)|\cdot d\tau<\frac{1}{C}\int_{t}^{t+\Delta t} I_M\cdot d\tau=\frac{I_M\Delta t}{C}$$

$$\Delta t\to 0 \qquad |v_C(t^+)-v_C(t^-)|=0$$

$$v_C(t^+)=v_C(t^-) \qquad v_C(0^+)=v_C(0^-)$$

则电容两端电压不会发生突变，电容电压是连续变化的

功率与能量

$$i(t)=C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$i(t)=Gv(t)$$

$$P(t)=v(t)\cdot i(t)=v(t)\cdot C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$P(t)=v(t)\cdot i(t)=Gv^2(t)$$

$$E(t)=\int_{-\infty}^{t}P(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}\left(Cv(\tau)\frac{dv(\tau)}{d\tau}\right)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{t}Cv(\tau)dv(\tau)=\frac{1}{2}Cv^2(\tau)\Big|_{-\infty}^{t}$$

$$=\frac{1}{2}Cv^2(t)$$

假设$v(-\infty)=0$

电容储能

$$E(t)=\int_{-\infty}^{t}P(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}Gv^2(\tau)d\tau$$

电阻耗能

电容吸收的能量可以全部释放出去

$$E_C(t)=\frac{1}{2}Cv^2(t)=\frac{q^2(t)}{2C}$$

电容吸收的电能，以电荷存储的形式存储在电容结构中

$$\Delta E=E_C(t_2)-E_C(t_1)$$

$$t_1\le t\le t_2$$

$$=\frac{1}{2}Cv^2(t_2)-\frac{1}{2}Cv^2(t_1)$$

$$=\frac{1}{2}C\left(v^2(t_2)-v^2(t_1)\right)$$

$$\overset{v(t_2)=0}{=}-\frac{1}{2}Cv^2(t_1)=-E_C(t_1)$$

电容吸收的（存储的）能量，可以在下一个时间段完全释放出来---电容本身不消耗能量，电容是无损的

$$E_G(t)=G\int_{-\infty}^{t}v^2(\tau)d\tau$$

$$\Delta E=E_G(t_2)-E_G(t_1)$$

$$=G\int_{-\infty}^{t_2}v^2(\tau)d\tau-G\int_{-\infty}^{t_1}v^2(\tau)d\tau$$

$$=G\int_{t_1}^{t_2}v^2(\tau)d\tau>0$$

电阻不具向端口外提供电能的能力，电阻一直在吸收电能量，电阻吸收的电能以热能/光能/电磁辐射能/机械能或其他能量形式耗散到周围空间了，因而电阻是有损的

特性3---无损性

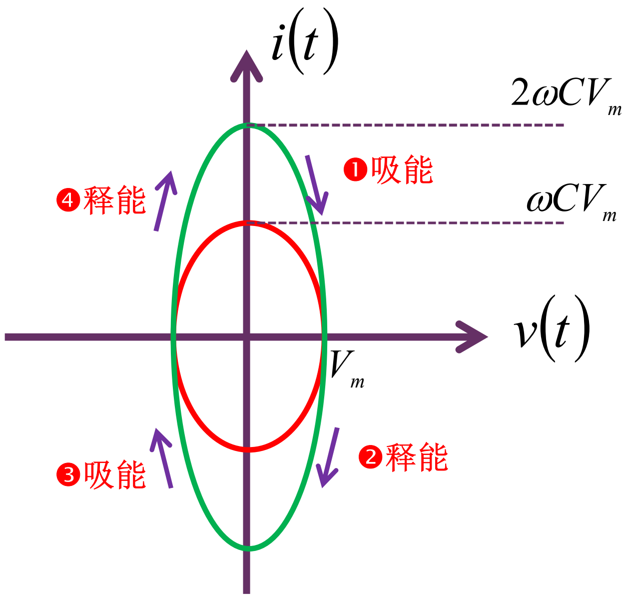
$$i(t)=C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t)=V_m\sin\omega t$$

$$i(t)=Gv(t)$$

$$i(t)=\omega CV_m\cos\omega t$$

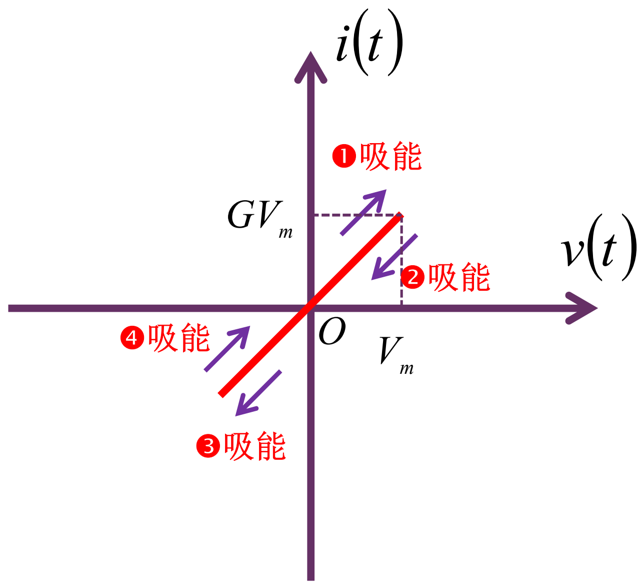
$$i(t)=GV_m\sin\omega t$$



吸能、释能；
释能=吸能：无损

不同频率，
不同伏安
运行轨迹，
和信号形
式相关

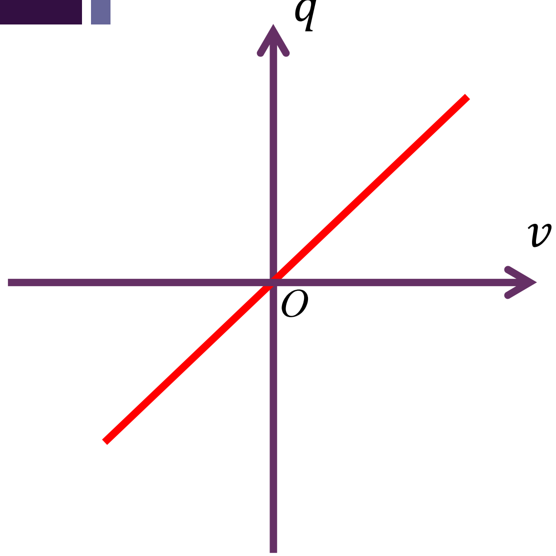
不能用伏
安**iv**特性
描述电容**C**，
用**qv**特性
描述电容



用伏
安**iv**
特性
描述
电阻
R，
就是
一条
直线

任意频率，都在一条特性曲线上
始终在一三象限：一直吸能，耗能

电容特性描述



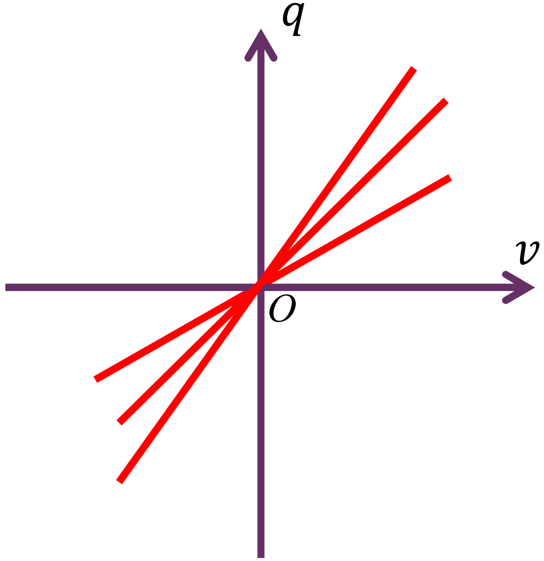
线性时不变电容

$$q(t) = Cv(t)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$= C\frac{dv(t)}{dt}$$

$$\frac{dq}{dv} = C$$



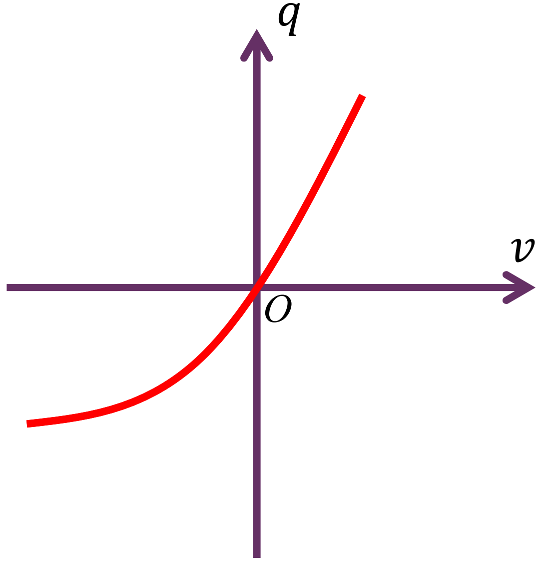
线性时变电容

$$q(t) = C(t)v(t)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d\big(C(t)v(t)\big)}{dt}$$

$$= C(t)\frac{dv(t)}{dt} + v(t)\frac{dC(t)}{dt}$$

$$\frac{dq}{dv} = C(t)$$



非线性时不变电容

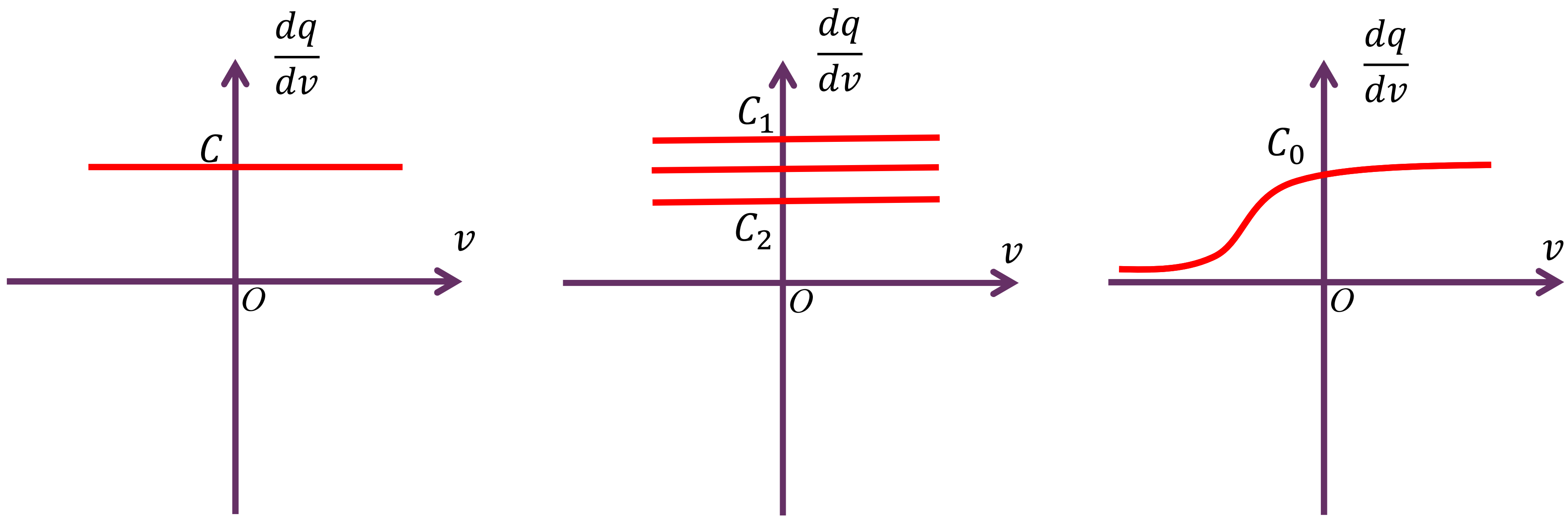
$$q(t) = q\big(v(t)\big)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$= \frac{dq}{dv}\cdot\frac{dv(t)}{dt}$$

微分电容

微分电容



线性时不变电容

容值是常量，故而线性时不变

线性时变电容

容值不随端口电压改变，故而线性

容值随时间变化和端口电压无关，故而时变

非线性时不变电容

容值变化由端口电压决定，故而非线性

电容和电感的三个基本特性

- 电容端口电压是状态变量：电容电压依赖于之前所有时间段的电流，它是有记忆的
  - 电感端口电流是状态变量：电感电流依赖于之前所有时间段的电压，它是有记忆的

$$v(t)=V_0+\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\cdot d\tau \qquad i(t)=I_0+\frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)\cdot d\tau$$

- 如果端口电流有界，则电容电压不能突变，电容电压是连续的
  - 如果端口电压有界，则电感电流不能突变，电感电流是连续的

$$v_C(t^+)=v_C(t^-) \qquad i_L(t^+)=i_L(t^-)$$

- 电容可吸收电能，以电荷存储形式存储为电能，该电能可全部释放，它自身不损耗能量（无损）
  - 电感可吸收电能，以磁通形态存储为磁能，该磁能可以全部释放，它自身不损耗能量（无损）

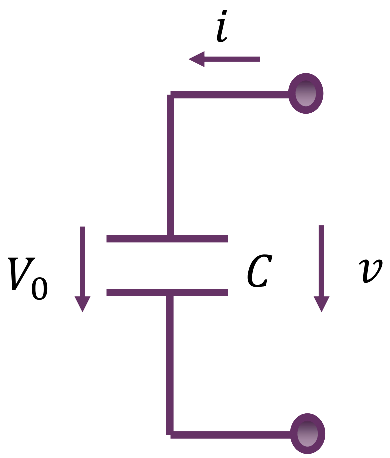
$$E_C(t)=\frac{1}{2}Cv^2(t)=\frac{q^2(t)}{2C} \qquad E_L(t)=\frac{1}{2}Li^2(t)=\frac{\varphi^2(t)}{2L}$$

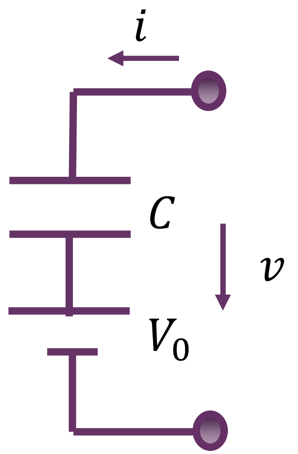
二、电容初始电压的源等效

- 电容具有初始电压，电容则可向外释放电能，因而具有初始电压的电容是有源的，其有源性如何体现?

本课程只考察时不变的线性电容和线性电感的性质及其应用

$$v(t)=V_0+\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\cdot d\tau$$





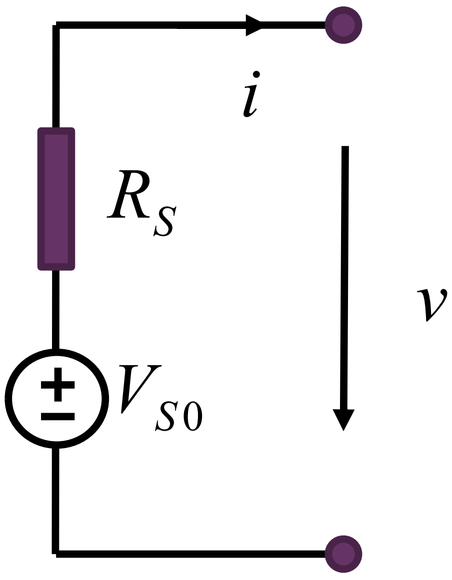
电容初始电压的有源性体现在和电容串联的恒压源上

$t>0$等效电路

V_0和$t>0$后的电流无关

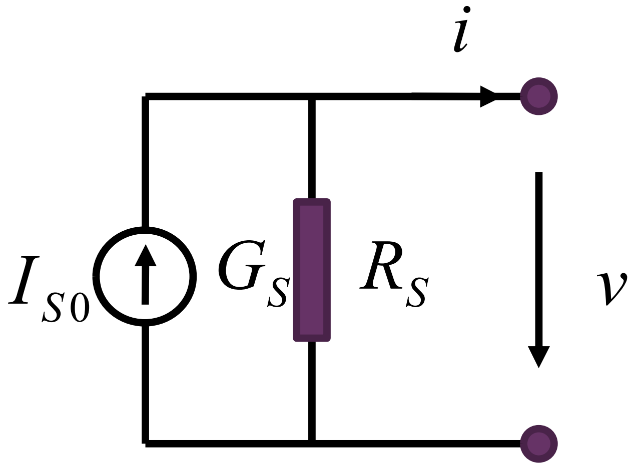
$t\le 0$的所有行为在t>0后的后果都体现现在初始电压V_0上

戴维南等效和诺顿等效

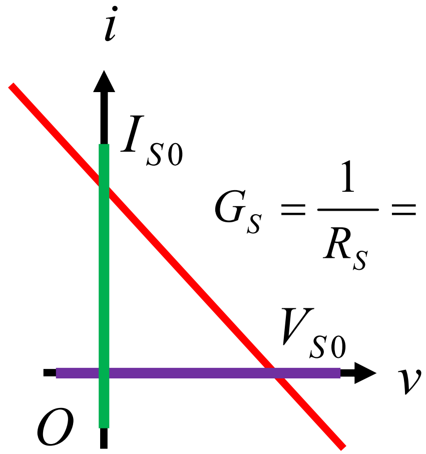


$$R_S=\frac{V_{S0}}{I_{S0}}$$

$$V_{S0}=R_SI_{S0} \qquad I_{S0}=\frac{V_{S0}}{R_S}$$



$$v=V_{S0}-i\cdot R_S$$



$$G_S=\frac{1}{R_S}=\frac{I_{S0}}{V_{S0}}$$

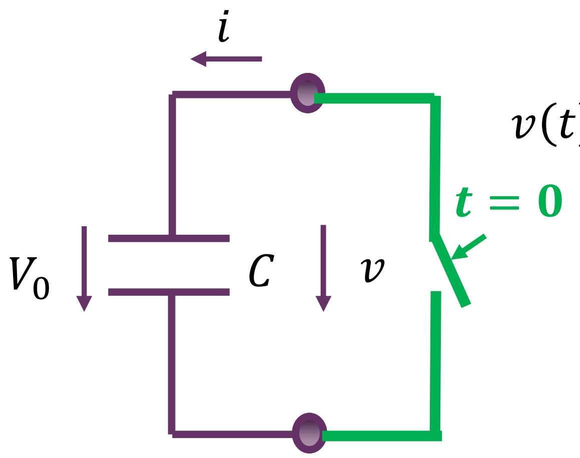
$$i=I_{S0}-v\cdot G_S$$

戴维南等效
Thevenin equivalent
流控形式等效电路

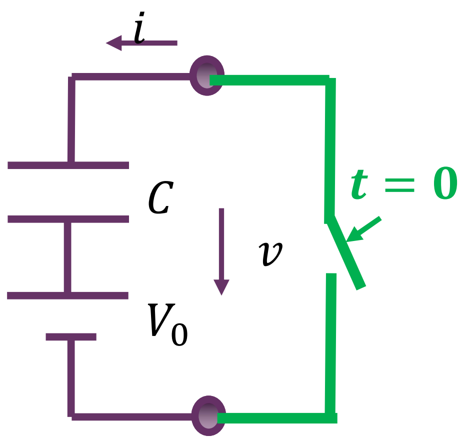
诺顿等效
Norton equivalent
压控形式等效电路

戴维南源电压为端口开路电压，诺顿源电流为端口短路电流

有初始电压的电容的诺顿等效?



$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\cdot d\tau$$



一短路，电容电压由$\mathbf{V_0}$电压强制跳变为**0**电压

一短路，电容电压由**0**电压强制跳变为**-$\mathbf{V_0}$**电压

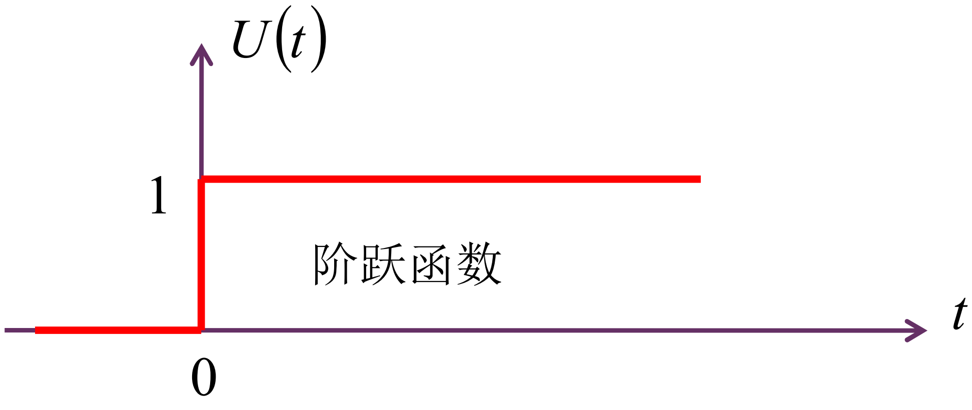
$$\boldsymbol{i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}}$$

$$\boldsymbol{v_C(t) = \begin{cases} V_0 & t < 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases}}$$

$$\boldsymbol{v_{Ce}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ -V_0 & t > 0 \end{cases}}$$

出现了向下跳的跳变函数以及对跳变函数的微分（无穷大值？）

单位阶跃函数

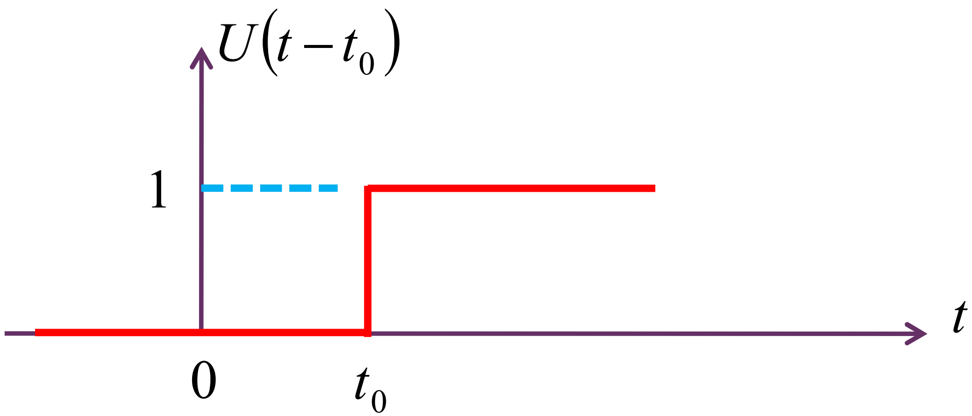


$$U(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}$$

$$U(t)=0.5 \qquad t=0$$

$$U(t)=1 \qquad t=0$$

?

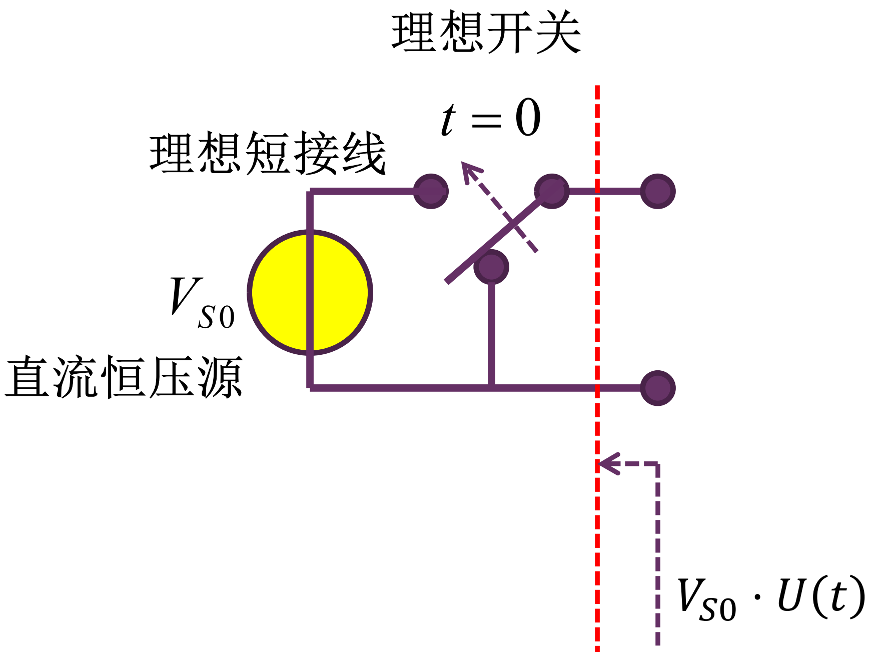


$$t-t_0<0$$

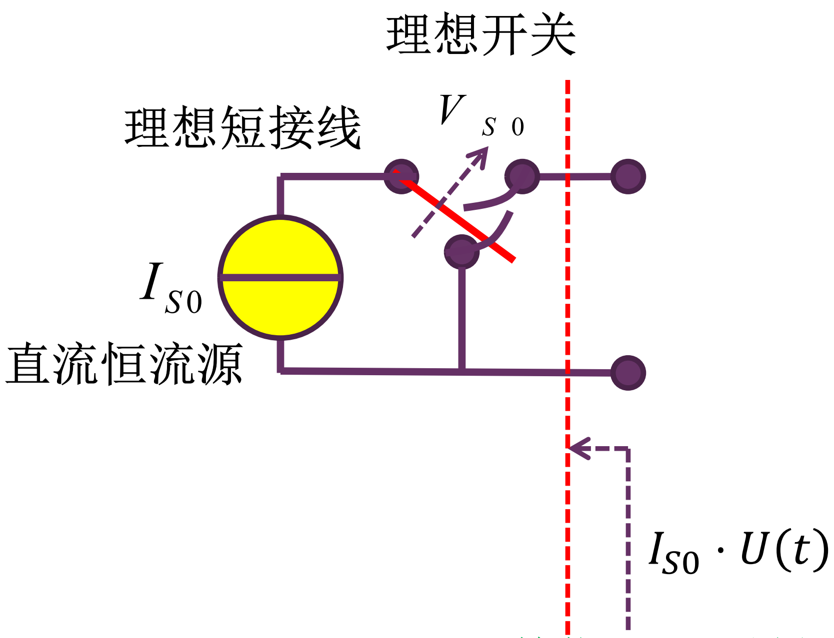
$$U(t-t_0)=\begin{cases}0 & t<t_0\\ 1 & t>t_0\end{cases}$$

$$t-t_0>0$$

阶跃信号源的电路实现

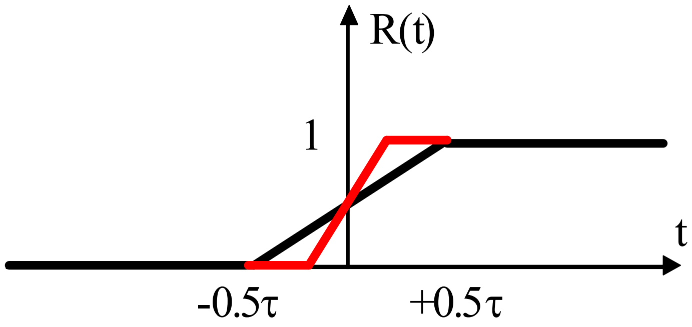


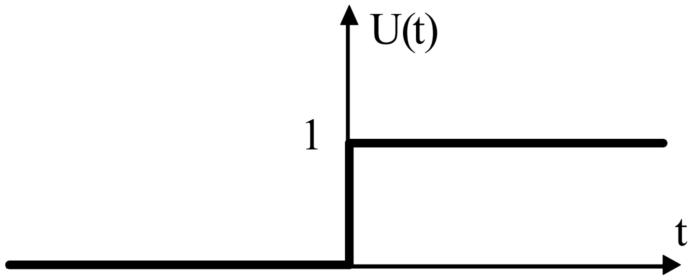
单位：**V**　量纲：**1**

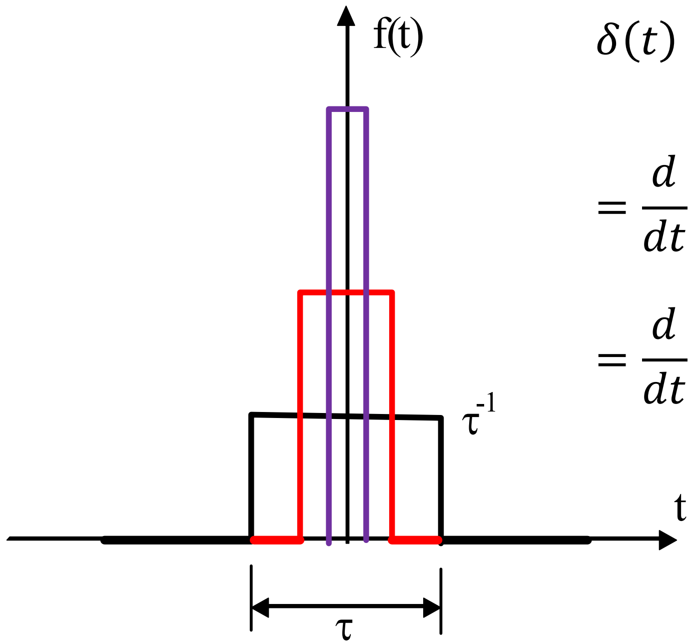


单位：**A**　量纲：**1**

单位冲激函数



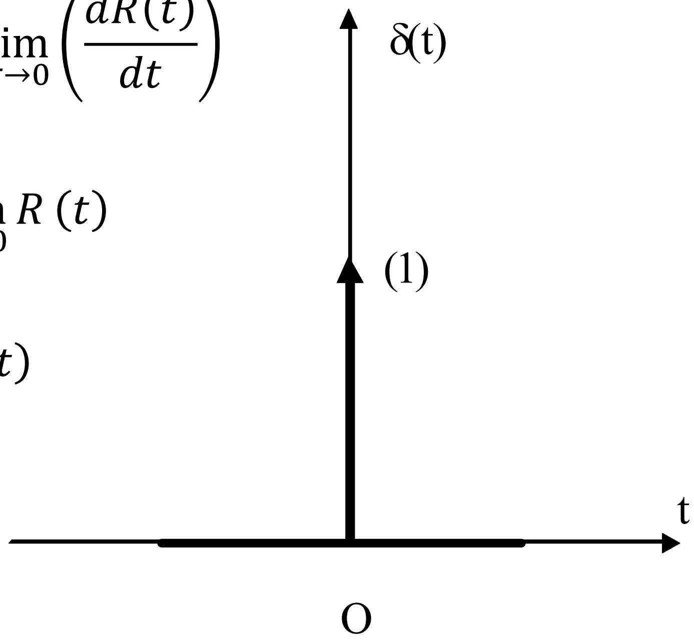




$$\delta(t) = \lim_{\tau\to 0}\left(\frac{dR(t)}{dt}\right)$$

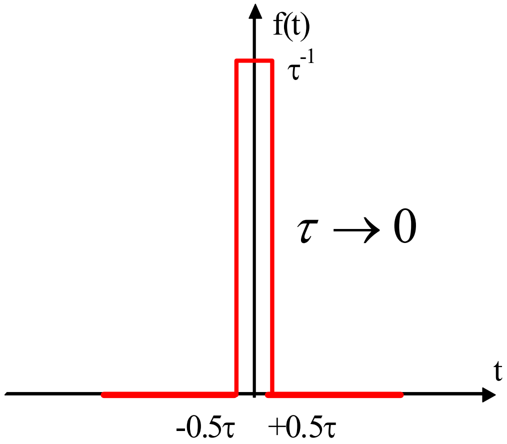
$$= \frac{d}{dt}\lim_{\tau\to 0} R\,(t)$$

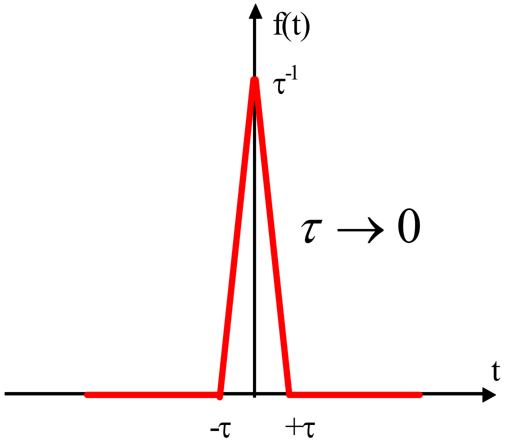
$$= \frac{d}{dt}U(t)$$

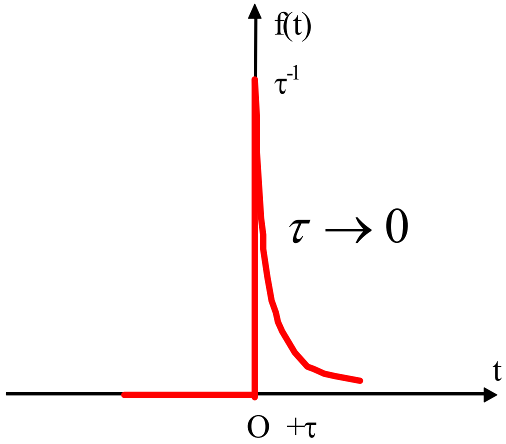


面积为1，宽度为0：单位冲激

$$\tau \to 0 \quad \Rightarrow \quad \delta(t)=\begin{cases}\dfrac{\text{面积}1}{\text{宽度}0} & t=0\\ 0 & t\neq 0\end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1 & \text{面积为}\mathbf{1}\\ & \text{宽度为}\mathbf{0}\\ \delta(t)=0 \quad (t\neq 0)\end{cases}$$





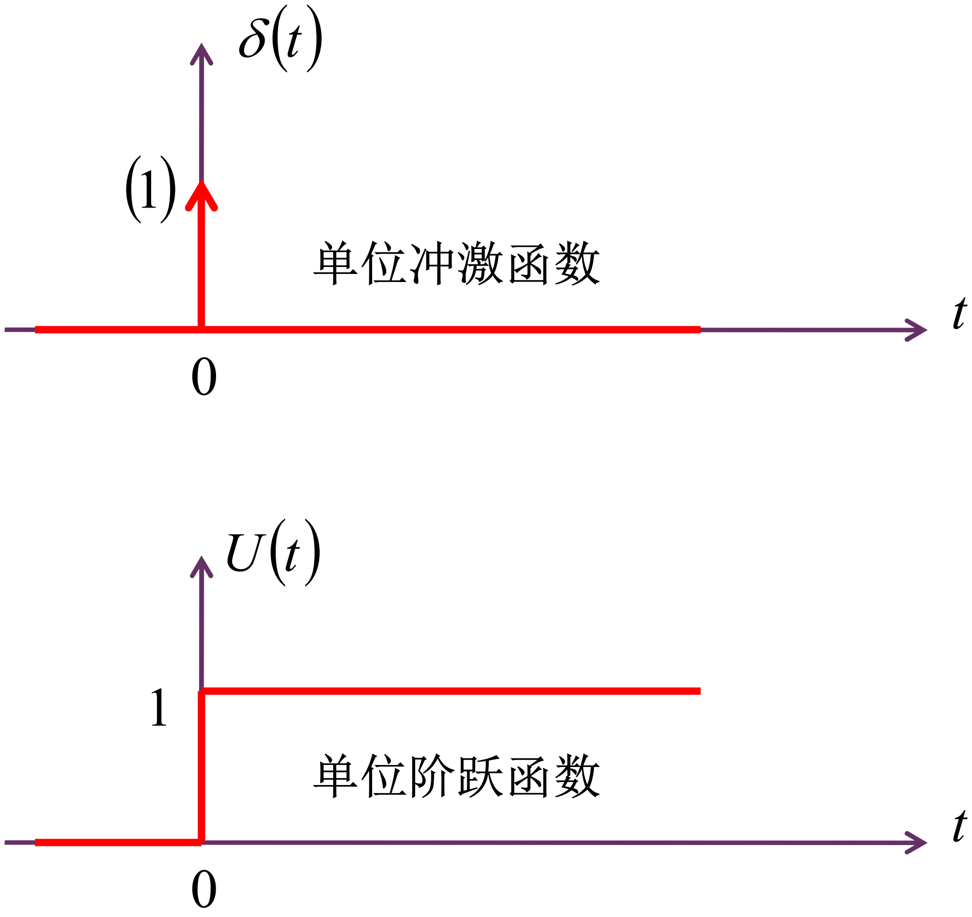


$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{\tau} & +\dfrac{\tau}{2}>t>-\dfrac{\tau}{2}\\ 0 & \text{其他}t\end{cases}$$

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{\tau-t}{\tau^2} & +\tau\geq t\geq 0\\ \dfrac{\tau+t}{\tau^2} & 0\geq t\geq -\tau\\ 0 & \text{其他}t\end{cases}$$

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \dfrac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} & t\geq 0\end{cases}$$

单位冲激和单位阶跃

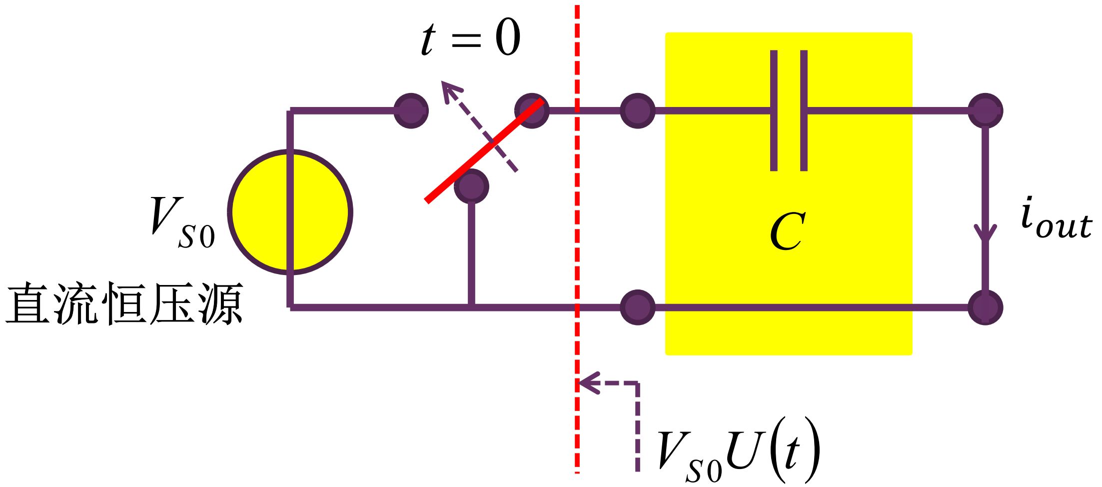


$$\frac{d}{dt}U(t)=\delta(t)$$

量纲：1　　量纲：1/s

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=U(t)$$

冲激信号在电路中的抽象

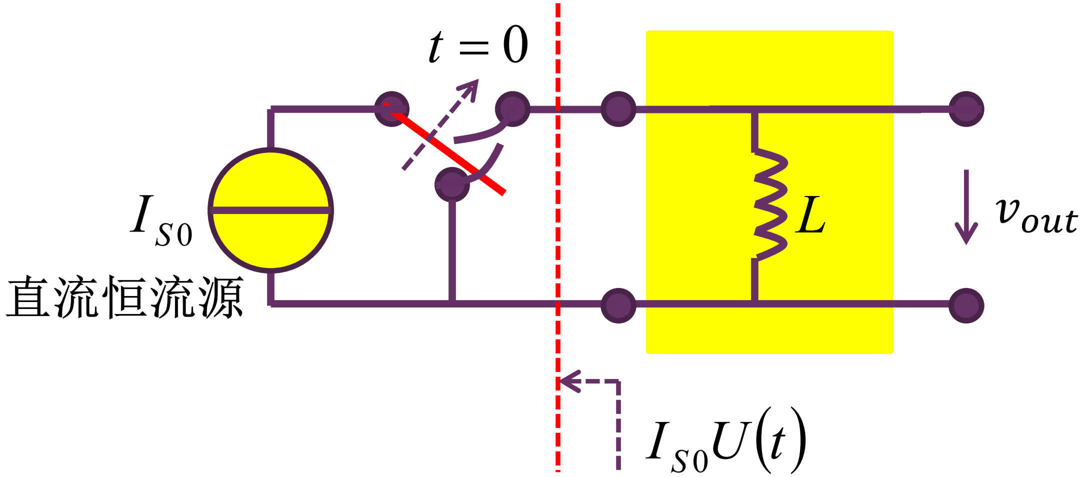


$$q(t)=CV_{S0}U(t)$$

$$i_{out}(t)=\frac{dq(t)}{dt}$$

$$=CV_{S0}\frac{dU(t)}{dt}=CV_{S0}\delta(t)$$

C 1/s



$$\varphi(t)=LI_{S0}U(t)$$

$$v_{out}(t)=\frac{d\varphi(t)}{dt}$$

$$=LI_{S0}\frac{dU(t)}{dt}=LI_{S0}\delta(t)$$

Wb 1/s

状态跳变的可能性

- 如果充电电流有界，则电容电压随时间是连续变化的
  - 当存在冲激电流时，电容电压则会出现跳变

$$v_C(t_0{}^+) - v_C(t_0{}^-) = \frac{1}{C}\int_{t_0{}^-}^{t_0{}^+} i_C(\tau)\cdot d\tau = V_0U(t-t_0)_{t=t_0{}^+} = V_0$$

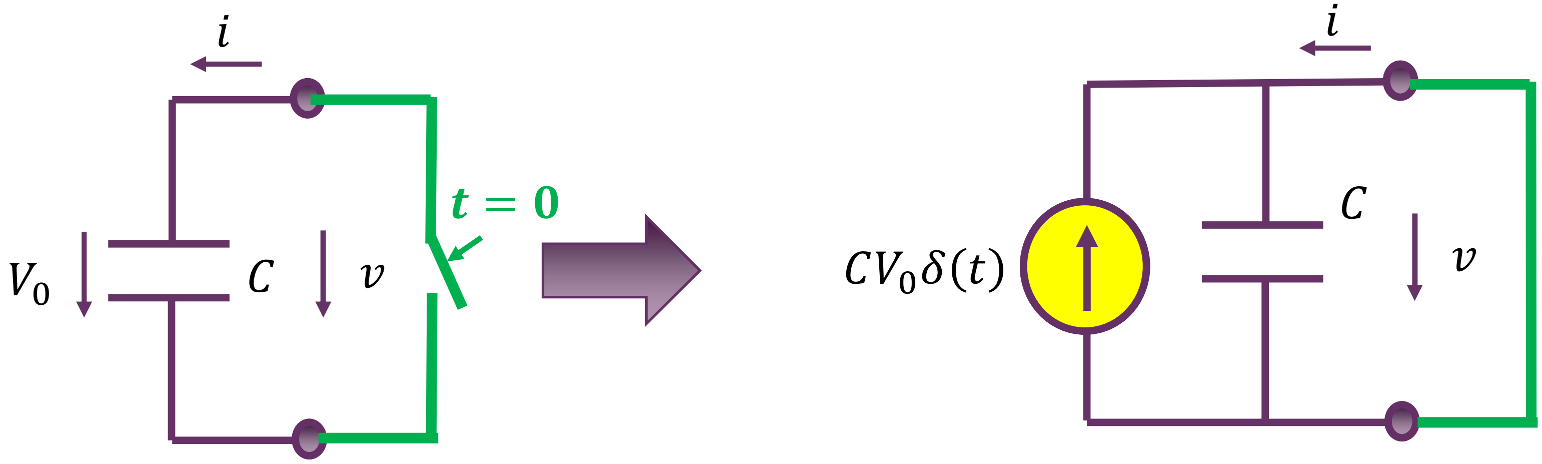
$$i_C(t) = CV_0\cdot\delta(t-t_0)$$

- 如果充磁电压有界，则电感电流随时间是连续变化的
  - 当存在冲激电压时，电感电流则会出现跳变

$$i_L(t_0{}^+) - i_L(t_0{}^-) = \frac{1}{L}\int_{t_0{}^-}^{t_0{}^+} v_L(\tau)\cdot d\tau = I_0U(t-t_0)_{t=t_0{}^+} = I_0$$

$$v_L(t) = LI_0\cdot\delta(t-t_0)$$

有初始电压的电容的诺顿等效电路

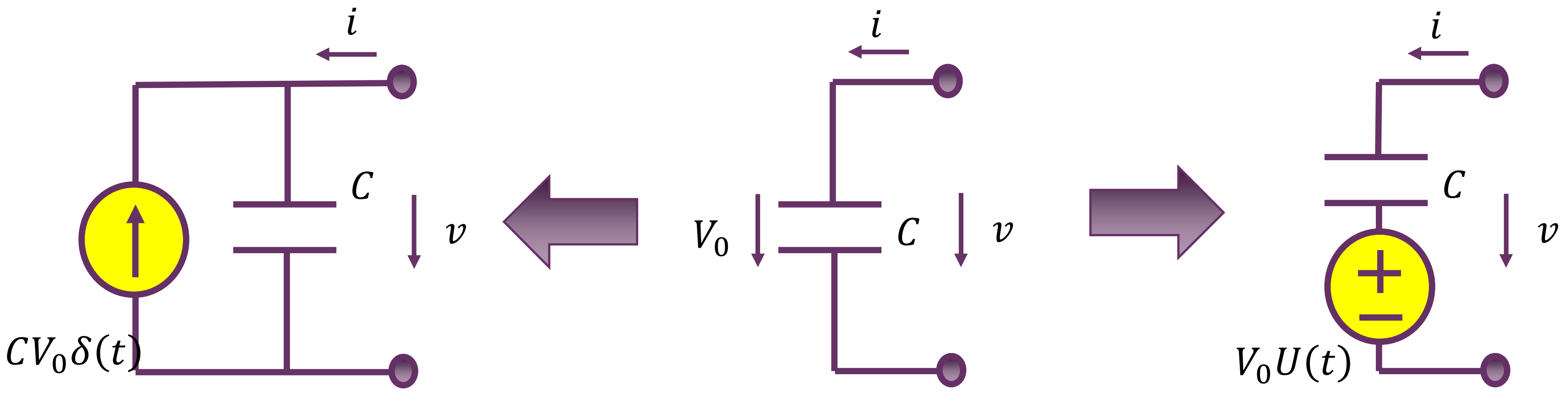


$$v_C(t) = \begin{cases} V_0 & t < 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases} = V_0\big(1 - U(t)\big)$$

端口短路电流为 $$i(t) = C\frac{d}{dt}v_C(t) = -CV_0\delta(t)$$

具有初始电压的电容的等效电路

一旦考虑初始电压，就有起始时间点的限制：$t \geq 0$



$$\boldsymbol{i(t) = C\frac{d}{dt}v(t)}$$ 未考虑初始电压元件约束 $$\boldsymbol{v(t) = V_0 + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\cdot d\tau \qquad t \geq 0}$$

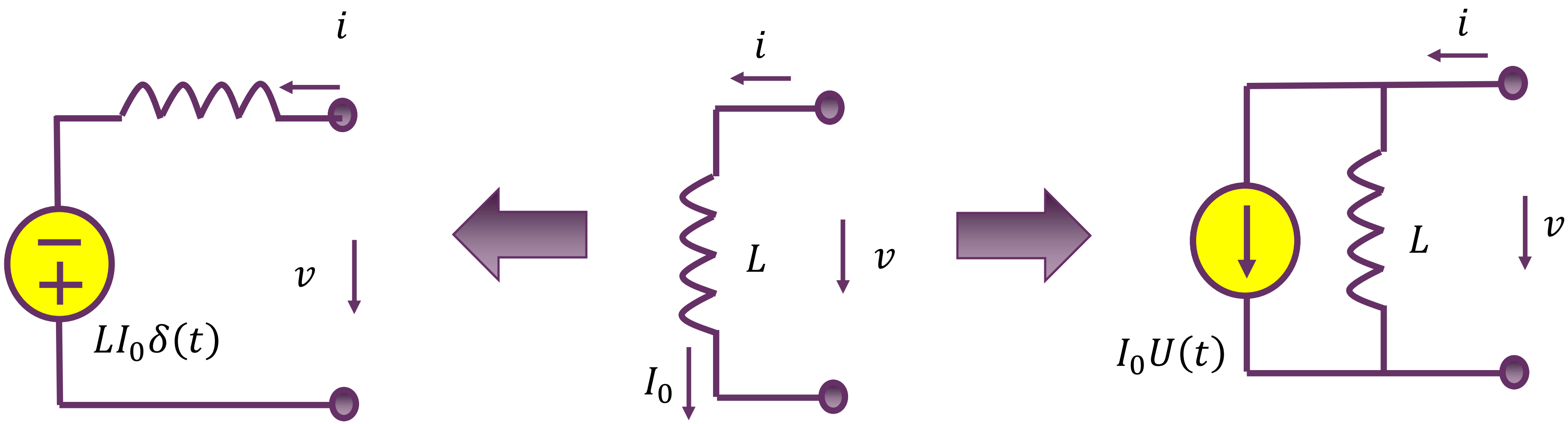
$$\boldsymbol{i(t) = -CV_0\delta(t) + C\frac{d}{dt}v(t)}$$

$$\boldsymbol{v(t) = V_0U(t) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\cdot d\tau}$$

考虑初始电压的元件约束，仅$\boldsymbol{t \geq 0}$成立

具有初始电流的电感的等效电路

一旦考虑初始电压，就有起始时间点的限制：$t \geq 0$



$$v(t) = L\frac{d}{dt}i(t)$$

未考虑初始电流元件约束

$$v(t) = -LI_0\delta(t) + L\frac{d}{dt}i(t)$$

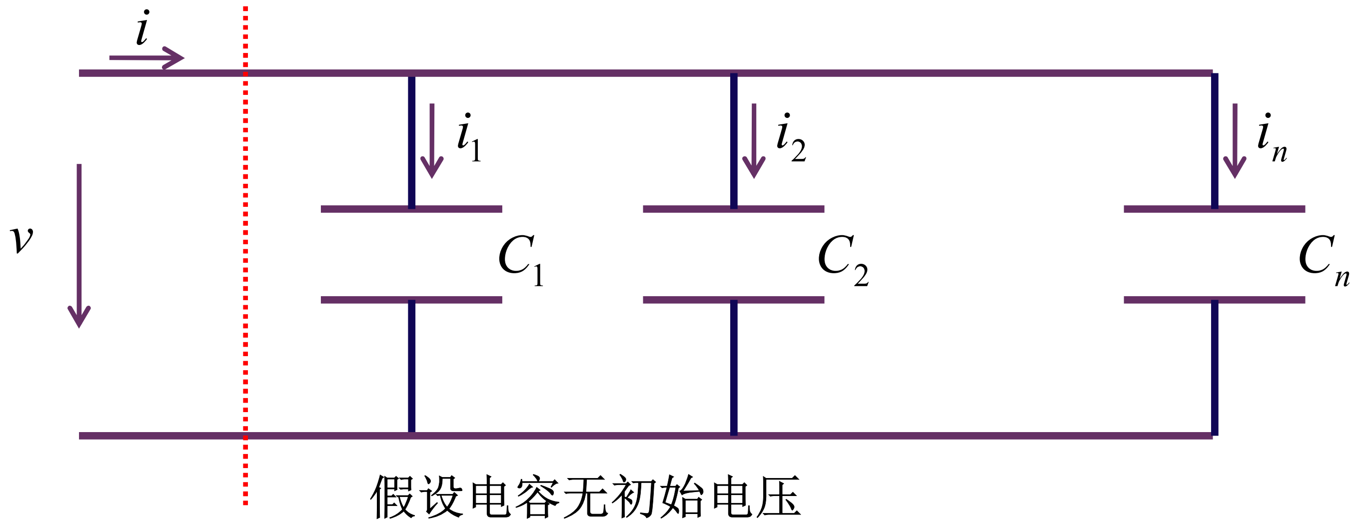
考虑初始电流的元件约束，仅$t \geq 0$成立

$$i(t) = I_0 + \frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)\cdot d\tau \qquad t \geq 0$$

$$i(t) = I_0U(t) + \frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)\cdot d\tau$$

三、电容/电感串并联

电容并联

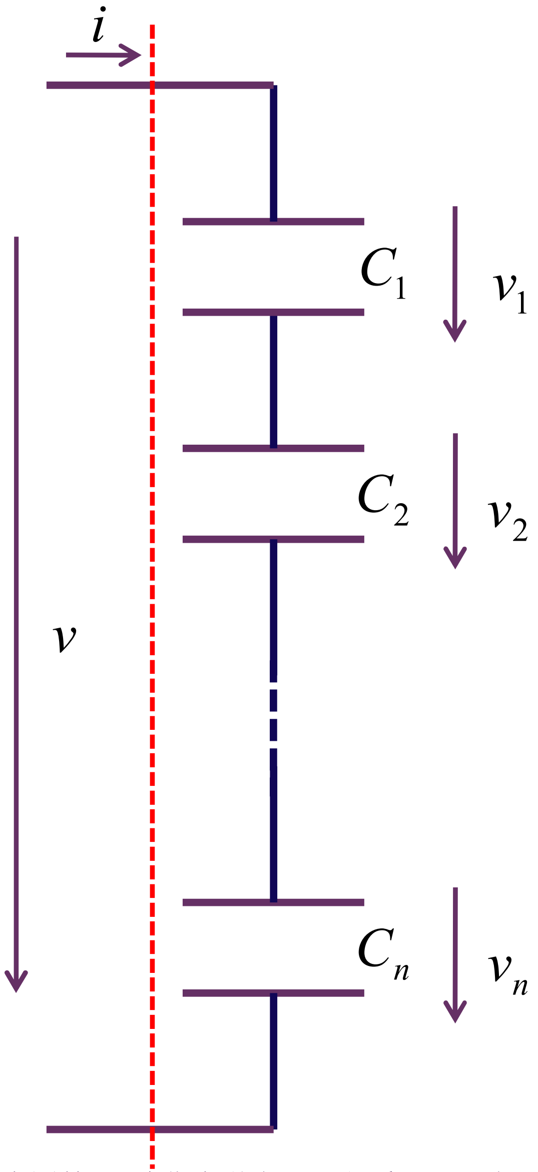


假设电容无初始电压

$$i = \sum_{k=1}^{n} i_k = \sum_{k=1}^{n}\left(C_k \cdot \frac{dv}{dt}\right) = \left(\sum_{k=1}^{n} C_k\right) \cdot \frac{dv}{dt} = C \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$C = \sum_{k=1}^{n} C_k$$

电容串联



假设电容无初始电压

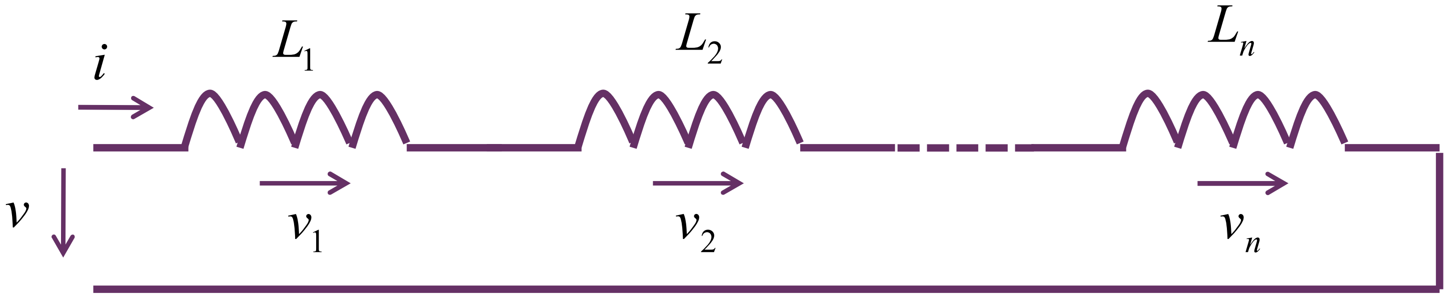
$$v=\sum_{k=1}^{n} v_k=\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k} \cdot \int_0^t i dt$$
$$=\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}\right) \cdot \int_0^t i dt$$
$$=\frac{1}{C} \cdot \int_0^t i dt$$

$$\frac{1}{C}=\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$$

电容和电导的串并联公式形式一致

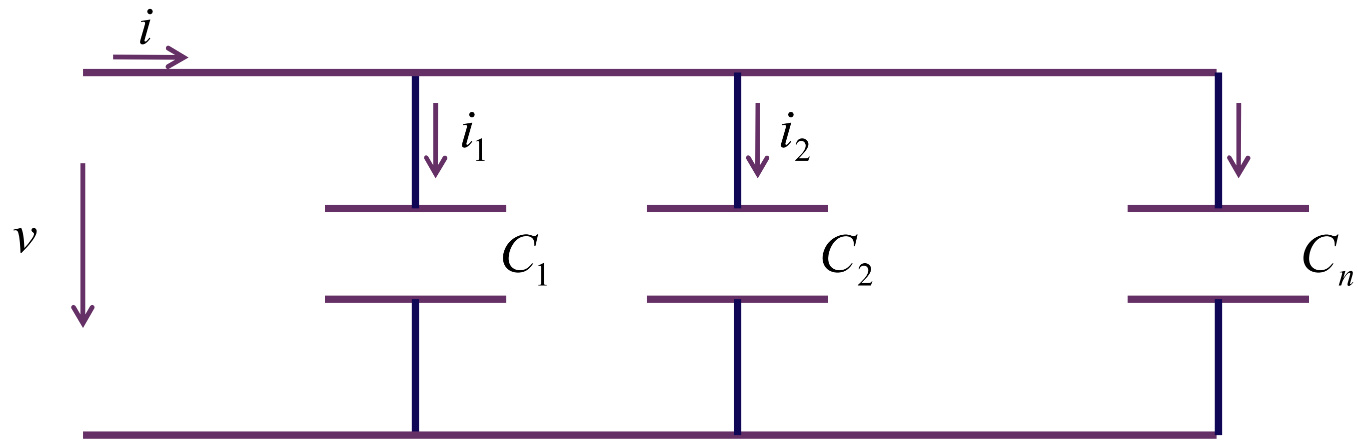
$$n=2 \qquad \frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \qquad C=\frac{C_1 C_2}{C_1+C_2}$$

电感串联 对偶 电容并联



$$L = \sum_{k=1}^{n} L_k$$

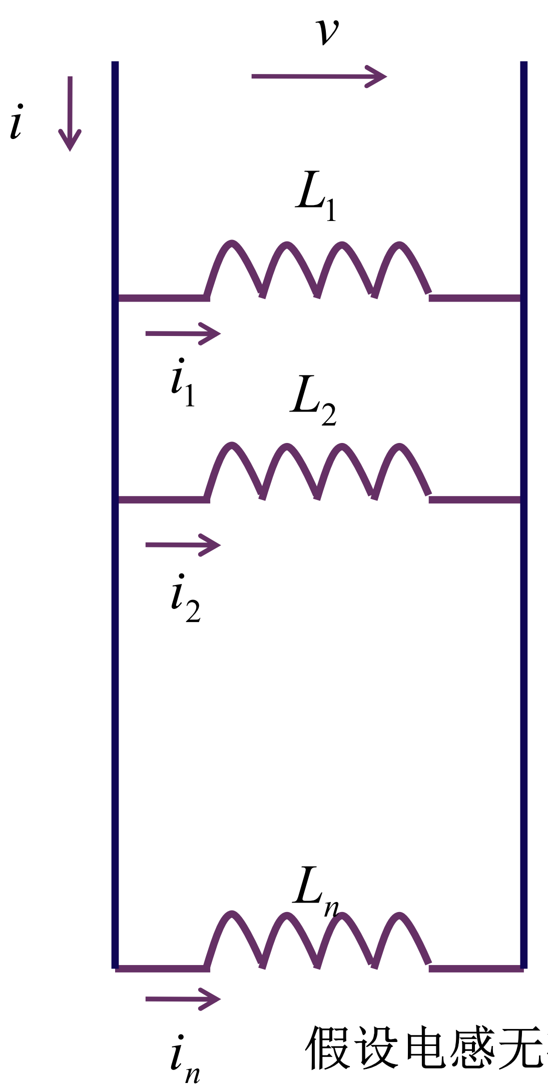
假设电感无初始电流



$$C = \sum_{k=1}^{n} C_k$$

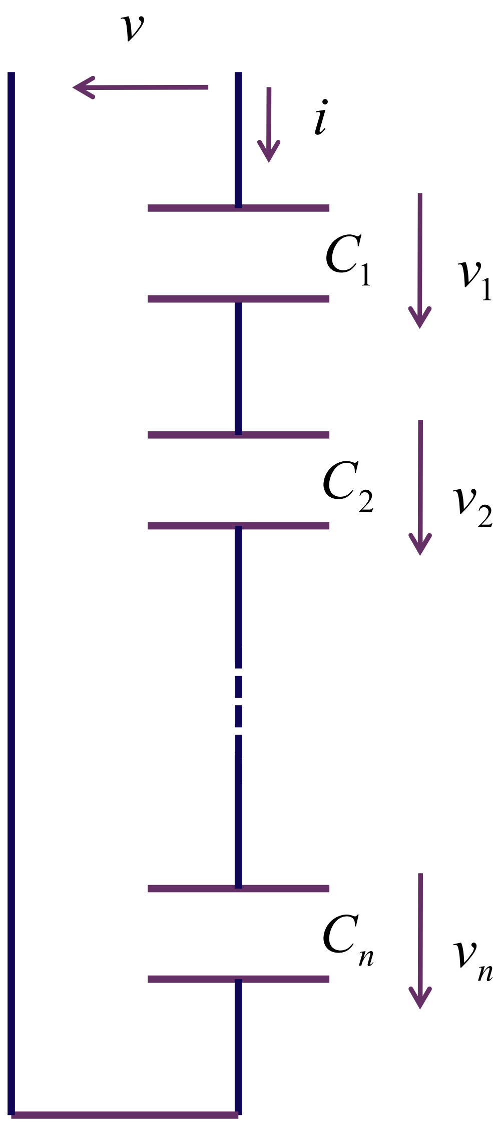
假设电容无初始电压

电感并联 对偶 电容串联



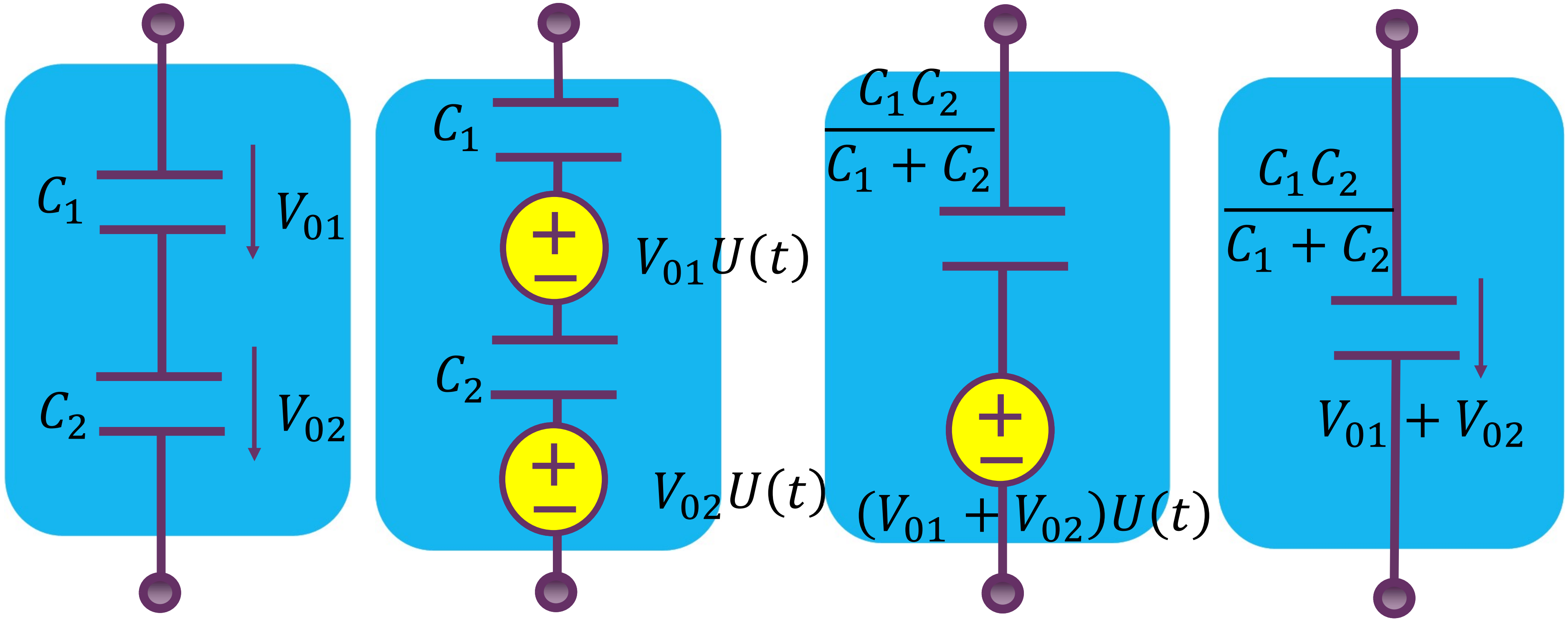
$$\frac{1}{C}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{C_k}$$

$$\frac{1}{L}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{L_k}$$



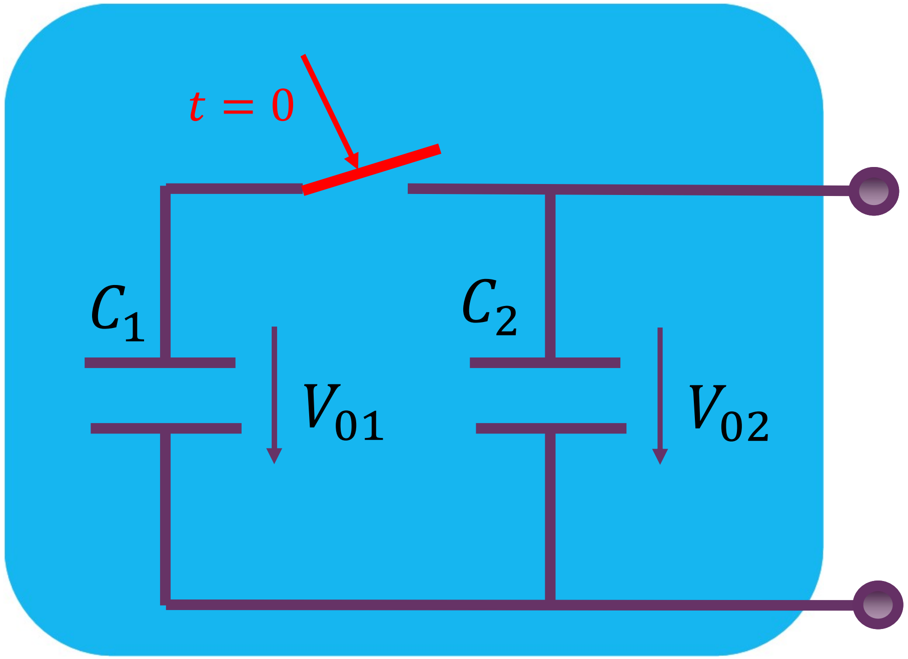
假设电感无初始电流　假设电容无初始电压

有初始电压的电容串联

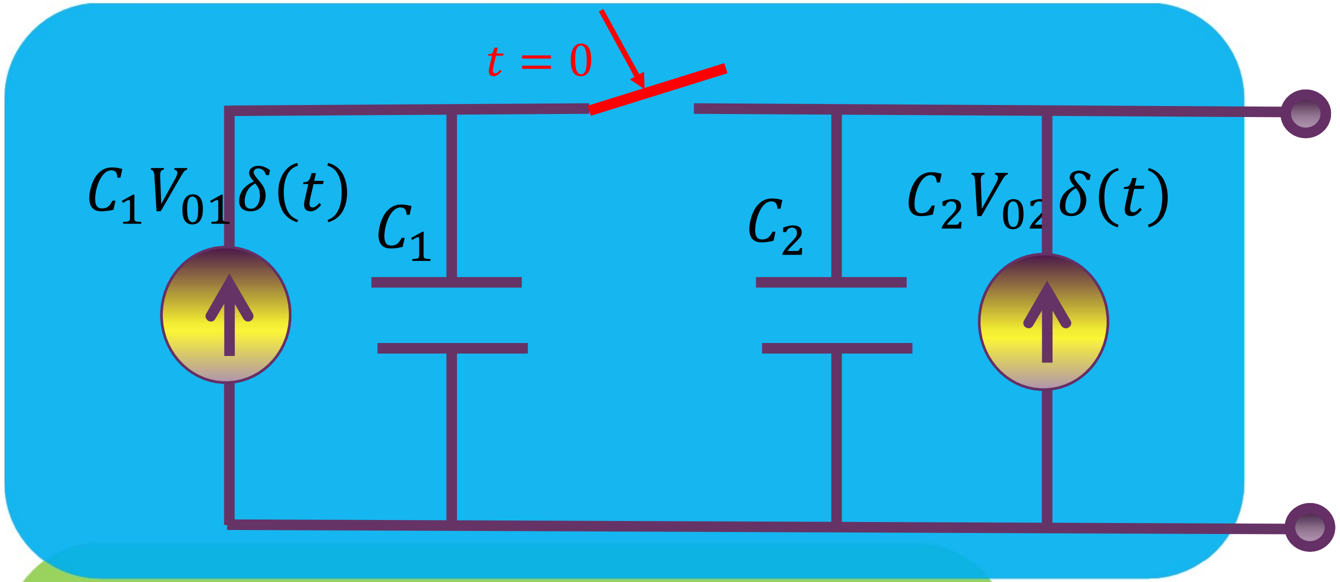


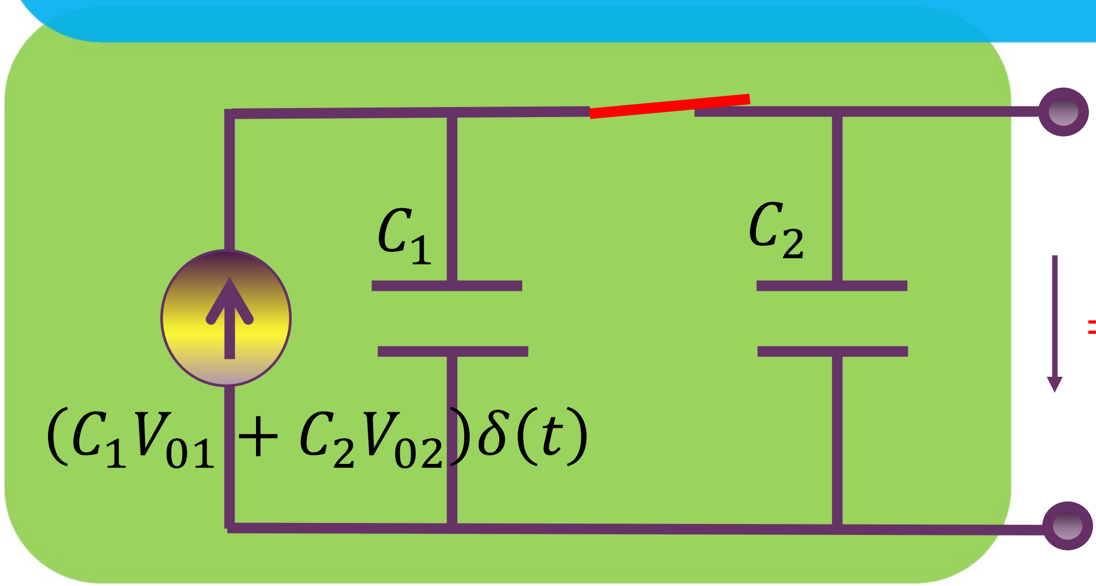
戴维南等效：戴维南电压为端口开路电压，戴维南内阻是去源后的内阻

有初始电压的电容并联



串联用戴维南源等效：压加压，阻加阻
并联用诺顿源等效：流加流，导加导



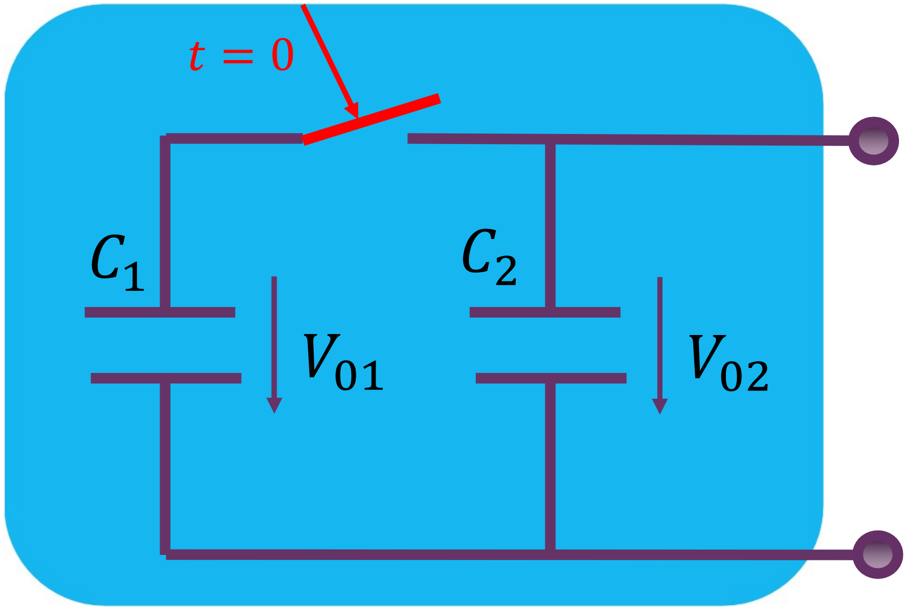


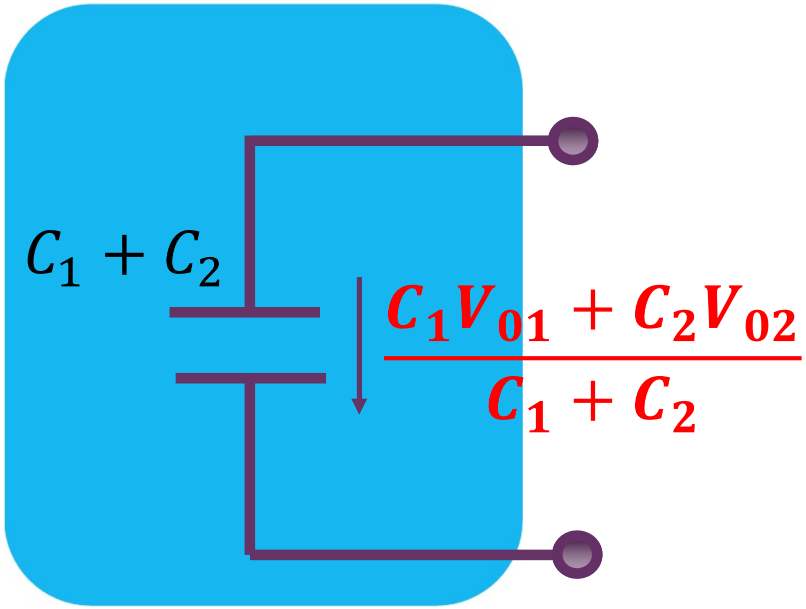
$$v(0^+)=\frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i(t)\,dt$$

$$=\frac{1}{C_1+C_2}\int_{0^-}^{0^+}(C_1V_{01}+C_2V_{02})\delta(t)\ dt$$

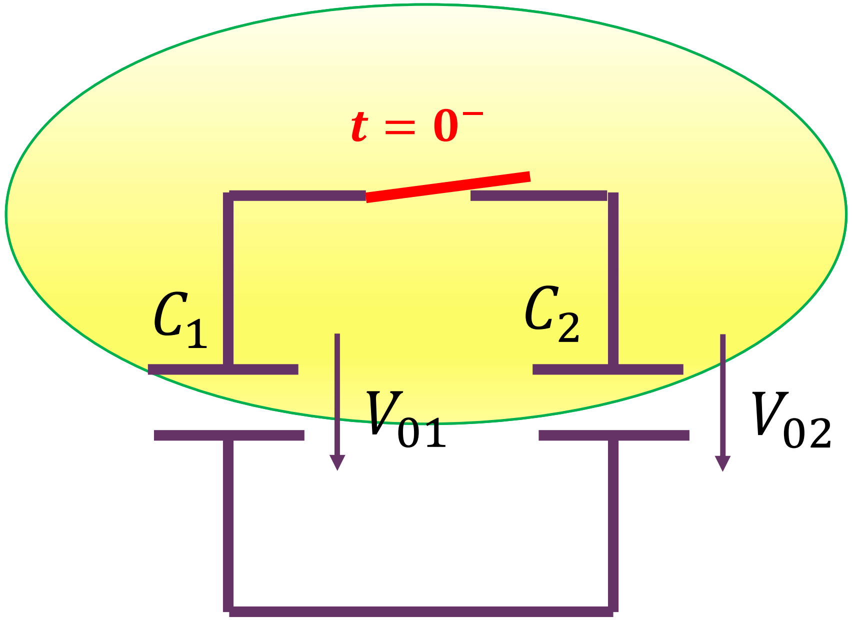
$$=\frac{C_1V_{01}+C_2V_{02}}{C_1+C_2}$$

有初始电压电容并联---等效电路

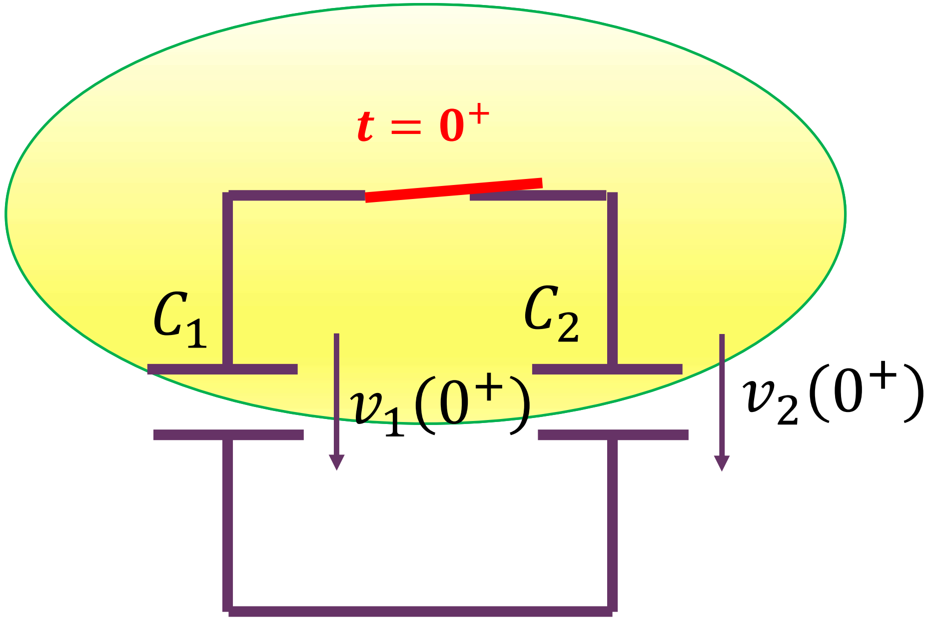




另外一种理解：电荷守恒



KVL：$v_2(0^+)=v_1(0^+)$



封闭空间内的电荷量为

$$C_1V_{01}+C_2V_{02}$$

$$v_2(0^+)=v_1(0^+)=\frac{C_1V_{01}+C_2V_{02}}{C_1+C_2}$$

封闭空间内的电荷量不变

$$\begin{aligned} & C_1V_{01}+C_2V_{02} \\ &= C_1v_1(0^+)+C_2v_2(0^+) \\ &= (C_1+C_2)v_2(0^+) \end{aligned}$$

其对偶电路（具有初始电流的电感串联）的分析留做作业

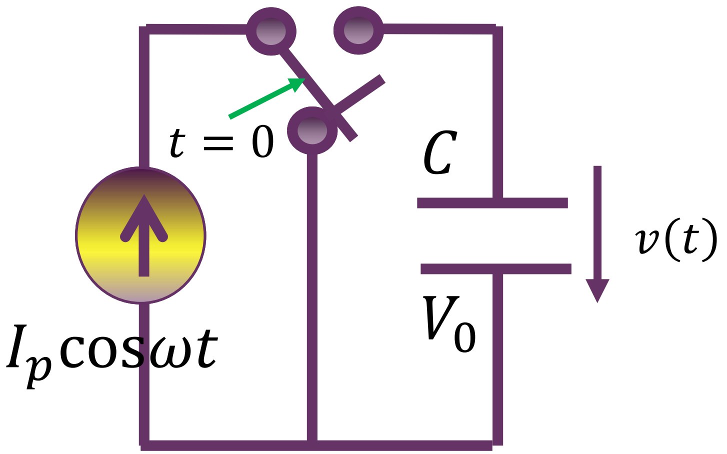
例1：正弦波电流源驱动电容

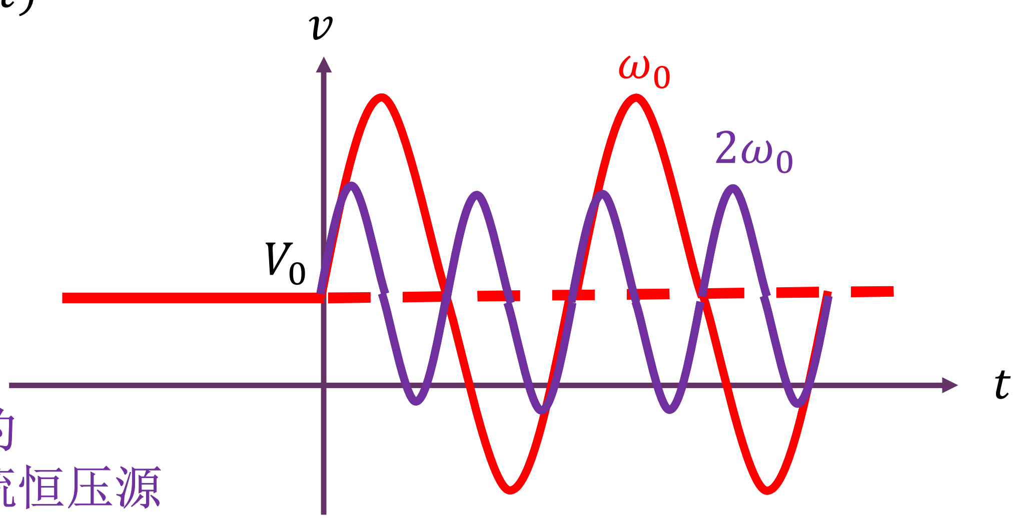
ωC具有电导的**S**量纲，被称为电纳，和电导一并统称为导纳；导纳定义见后序章节：不区分导纳和电导

$$v(t)=V_0+\frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau$$

$$=V_0+\frac{1}{C}\int_0^t I_p\cos\omega\tau d\tau$$

$$=V_0+\frac{I_p}{\omega C}\sin\omega t \qquad t>0$$





对交流而言，电容是高频短路的
当频率极高时，电容相当于直流恒压源

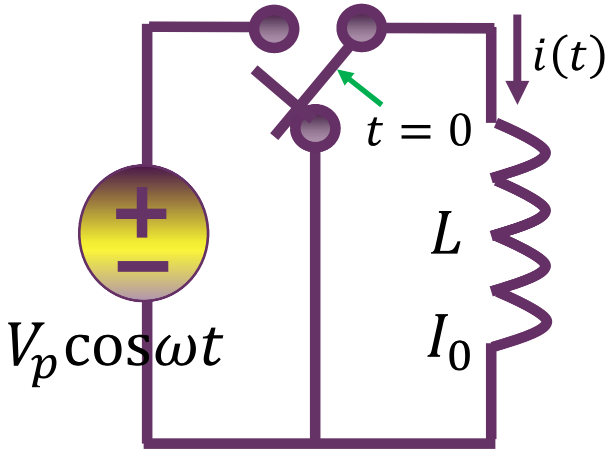
例2：正弦波电压源驱动电感

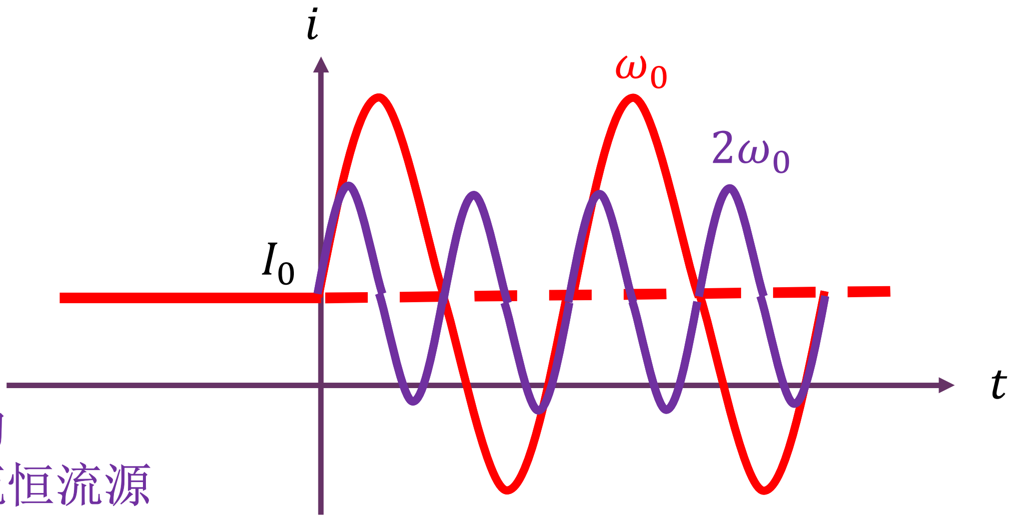
ωL具有电阻的***Ω***量纲，被称为电抗，和电阻一并统称为阻抗；阻抗定义见后续章节：不再区分电阻和阻抗

$$i(t)=I_0+\frac{1}{L}\int_0^t v(\tau)d\tau$$

$$=I_0+\frac{1}{L}\int_0^t V_p\cos\omega\tau d\tau$$

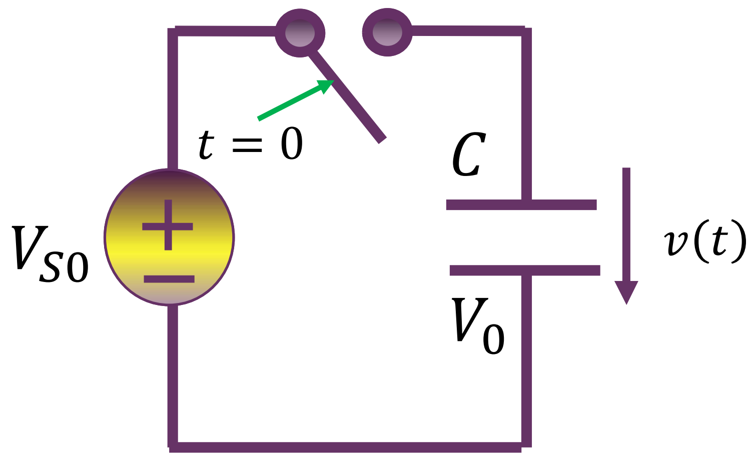
$$=I_0+\frac{V_p}{\omega L}\sin\omega t \qquad t>0$$





对交流而言，电感是高频开路的
当频率极高时，电感相当于直流恒流源

例3：直流电压源驱动电容



$$v(t)=\begin{cases} V_0 & t<0 \\ V_{S0} & t>0 \end{cases}$$

$$=V_0+(V_{S0}-V_0)U(t)$$

$$i(t)=C\frac{d}{dt}v(t)=C(V_{S0}-V_0)\delta(t)$$

电容极板由此获得的电荷，就是直流恒压源向外提供的电荷，

$$\Delta q=\int_{0^-}^{0^+} i(t)\,dt=C(V_{S0}-V_0)$$

电压源**t=0**瞬间以恒压V_{S0}向外提供$\Delta q=C(V_{S0}-V_0)$的电荷量，电源对外做功

$$W_S=\Delta q\cdot V_{S0}=C(V_{S0}-V_0)V_{S0}$$

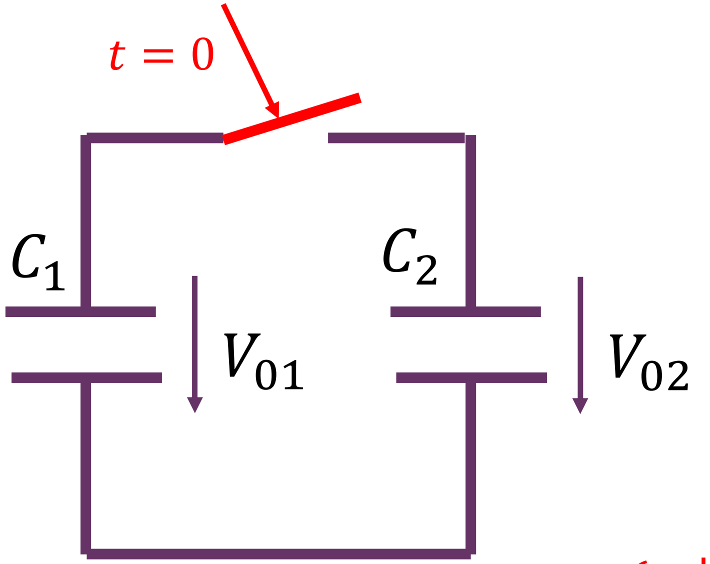
但是电容储能增加量为

$$\Delta E_C=\frac{1}{2}CV_{S0}^2-\frac{1}{2}CV_0^2$$

能量丢到了哪里去了？电路中理想开关为无损元件，短路线为无损元件，电容为无损元件？

$$\Delta E=W_S-\Delta E_C=\frac{1}{2}C(V_{S0}-V_0)^2$$

能量到了哪里去?



$$v_2(0^+) = v_1(0^+) = \frac{C_1V_{01} + C_2V_{02}}{C_1 + C_2}$$

$$E(0^-) = \frac{1}{2}C_1V_{10}^2 + \frac{1}{2}C_2V_{20}^2$$

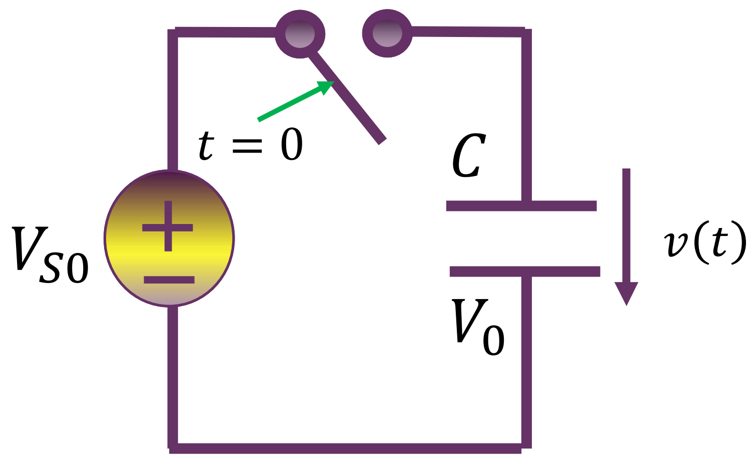
$$E(0^+) = \frac{1}{2}C_1v_1^2(0^+) + \frac{1}{2}C_2v_2^2(0^+)$$

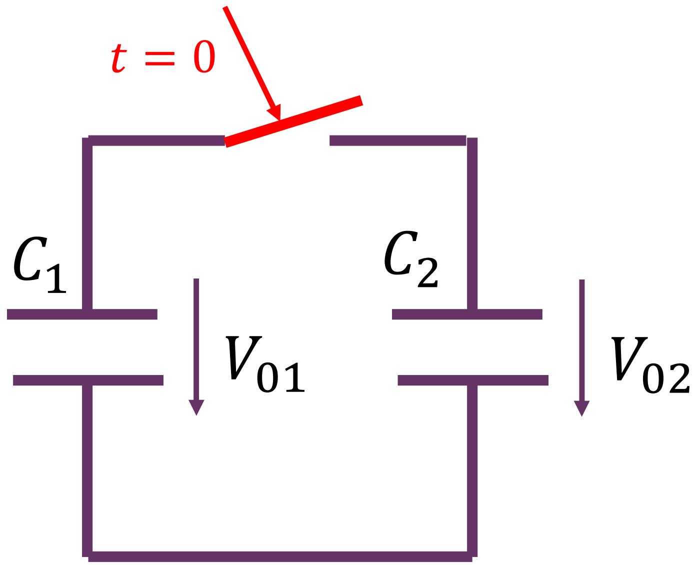
$$= \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{C_1V_{01} + C_2V_{02}}{C_1 + C_2}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{(C_1V_{01} + C_2V_{02})^2}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta E = E(0^+) - E(0^-) = -\frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}(V_{10} - V_{20})^2 < 0$$

有冲激信号，则存在能量丢失现象!

- 电容电压突变（有冲激电流），电感电流突变（有冲激电压），均可发现有能量丢失现象，丢失的能量到了哪里?
  - 能量守恒定律不成立了吗?





$V_0 \neq V_{S0}$则有冲激电流$C(V_{S0}-V_0)\delta(t)$
丢失能量$\frac{1}{2}C(V_{S0}-V_0)^2$

$V_{01} \neq V_{02}$则有冲激电流$\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_{01}-V_{02})\delta(t)$
丢失能量$\frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(V_{10}-V_{20})^2$

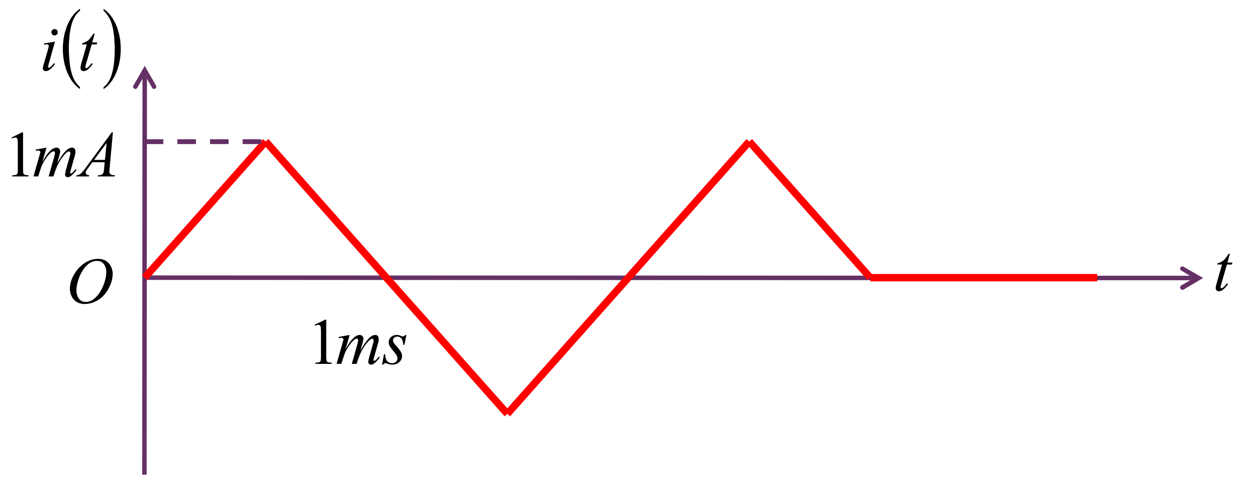
- 下节课解决这个问题：通过考察信号特性，说明能量丢失到了哪里?

本节课小结

- 电容和电感是对偶元件
- 电容和电感具有三个基本特性：记忆性、连续性、无损性
- 具有初始电压的电容、具有初始电流的电感是有源的，可用戴维南电压源形式或诺顿电流源形式表述其源等效
- 在有界电流假设下，电容电压连续变化；在有界电压假设下，电感电流连续变化
- 电容电压突变，说明电容电流出现冲激；电感电流突变，说明电感电压出现冲激
  - 电路中出现冲激电压或冲激电流时，无法从电路角解释能量丢失问题

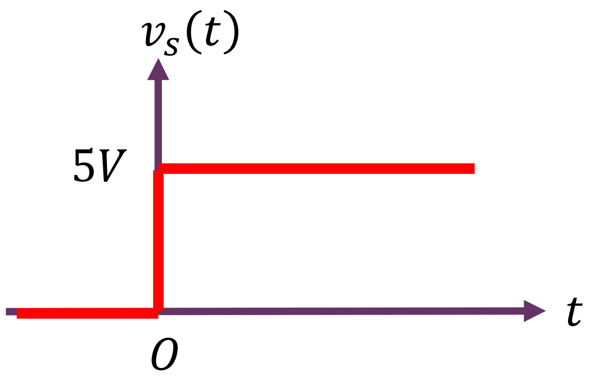
作业1 电容上的信号分析

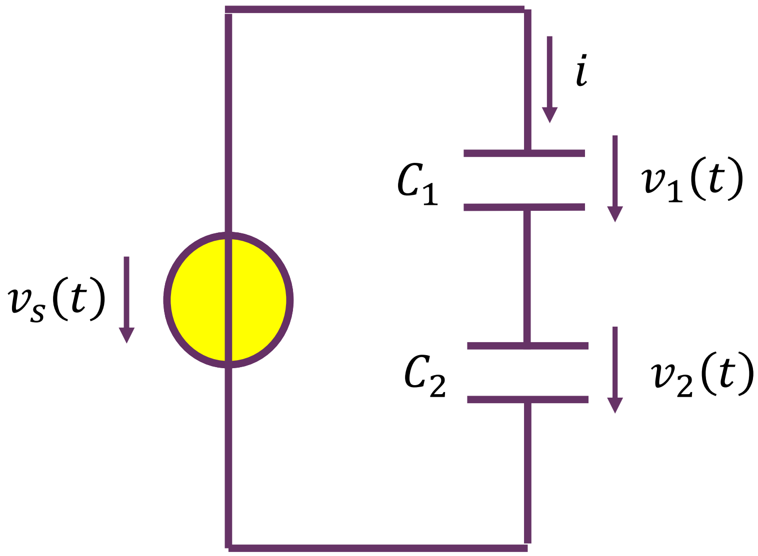
- 某电容器电容容值为1μF，电容初始电压为5V，加在电容两端电流源的电流变化规律如图所示
  - （1）求电容上最终存储的电荷量为多大
  - （2）列写电容电流、电容电压、电容极板电荷量、电容存储电能随时间变化的表达式（教材例题缺）
  - （3）画出电流、电压、电荷、电能时域波形



作业2 电容分压分析

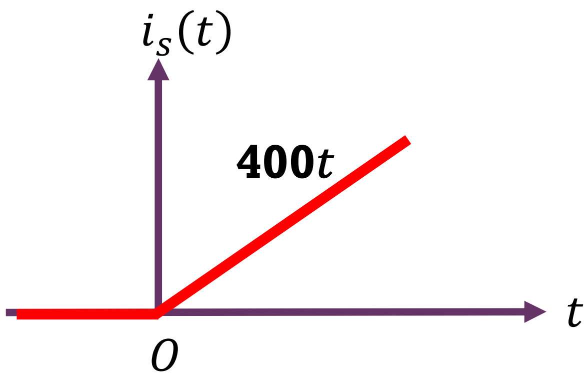
- 图中电路中两个电容的初始电压为0V，$V_s(t) = 5U(t)$ V为一个阶跃恒压源，已知电流$i(t)= 4\delta(t)$μA，电容C_2上的电压$v_2(t) = 1U(t)$ V。 求：
  - （1） C_1和C_2各是多少?
  - （2） 电路稳定后，两个电容上存储的总能量为多少?
  - （3） 恒压源提供的电能是否全部被电容所吸收并存储?

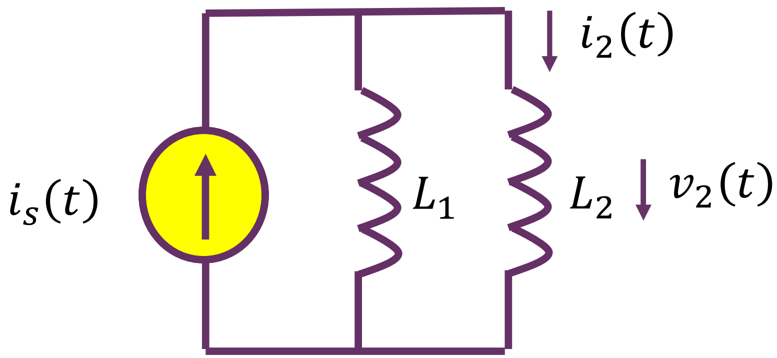




作业3 电感分流分析

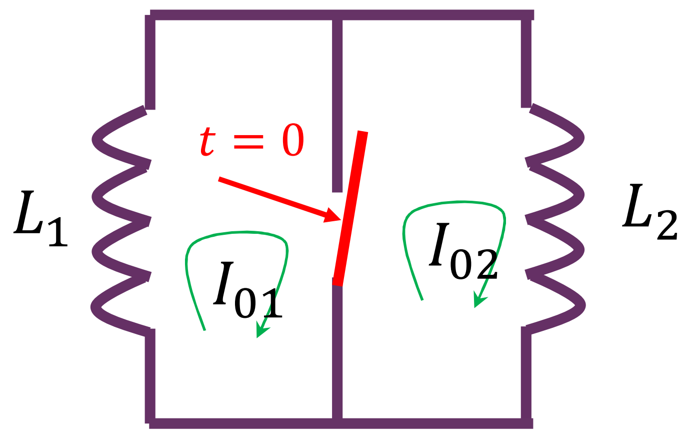
- 图中电路，$i_s(t)$是一个斜升电流源，如图所示，$i_s(t) = 400tU(t)$ A。电感L_2电流$i_2(t) = 100tU(t)$ A和电压$v_2(t) = 0.3U(t)$ V，假设两个电感初始电流均为0。求：L_1和L_2各是多少。





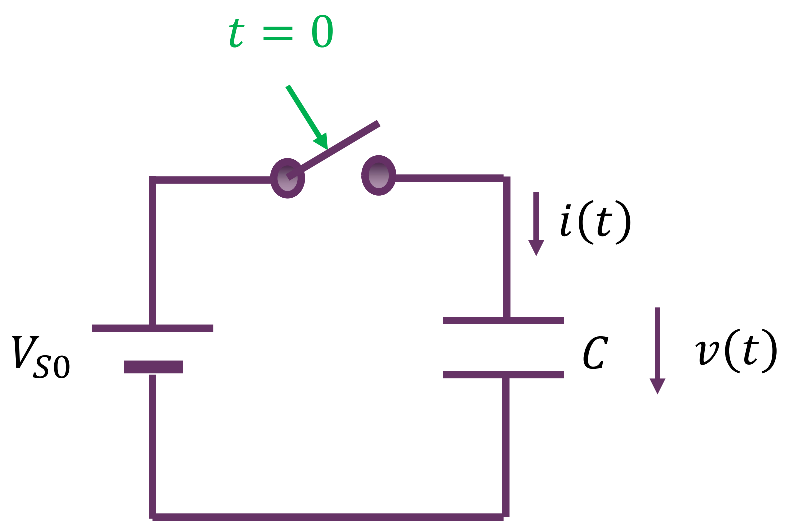
作业4 具有初始电流的电感串联

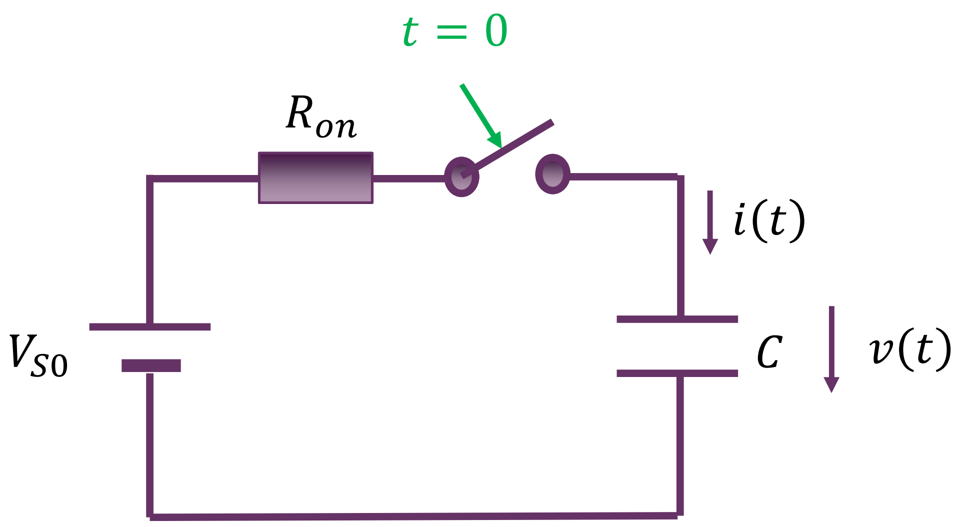
- 如图所示，t<0时，开关闭合，电感L_1和电感L_2分别具有如图所示的初始电流I_{01}和I_{02}。t=0瞬间开关断开，求开关断开后，电感回路中的电流（串联电感电流）大小，并说明开关断开前后电感中的储能是否有变化



CAD：理解电路中的冲激与阶跃

- 电容初始电压为0，t=0时开关闭合
  - 理想开关：电容电压为阶跃电压$\boldsymbol{v(t)=V_{S0}U(t)}$，电容电流为冲激电流$\boldsymbol{i(t)=CV_{S0}\delta(t)}$：仿真工具应该无法仿真这种情况：此时有能量丢失，能量是不守恒的
  - 真实开关：存在导通电阻$\boldsymbol{R_{on}}$，通过改变导通电阻阻值
    - 仿真研究随着电阻$\boldsymbol{R_{on}}$阻值的减小，电容电压越来越接近理想阶跃电压，电容电流越来越接近理想冲激电流（其面积始终为$\boldsymbol{CV_{S0}}$，但宽度越来越窄），以此理解真实电路中的阶跃信号和冲激信号的真实形态
    - 验证能量守恒：当电容电压稳定后，分析从开关闭合到电路稳定（进入稳态），电源输出能量等于该过程电阻消耗能量加最终电容存储的能量
      - 能量为功率的积分，训练用仿真工具计算积分结果





本节课内容在教材中的章节对应

- P576-587: 8.1.1 电容和电感的特性
- P594: 8.1.3 纯容纯感串并联
- P679-683: 冲激与阶跃
- P683-684: 有初值电容电感的源等效