电子电路与系统基础(1)---线性电路---2020春季学期

第2讲：电路元件---电阻与电源

李国林

清华大学电子工程系

电路元件 内容

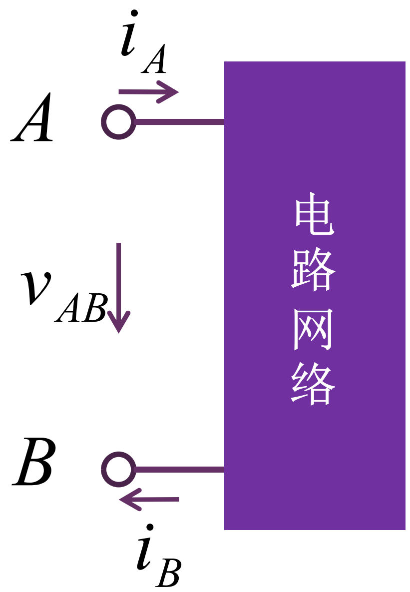
- 基本概念
  - 端口与网络
  - 有源与无源
  - 线性与非线性
  - 时变与时不变
- 理想电路元件
  - 电阻
  - 电源
  - 电容
  - 电感

一、基本概念
1.1 端口与网络

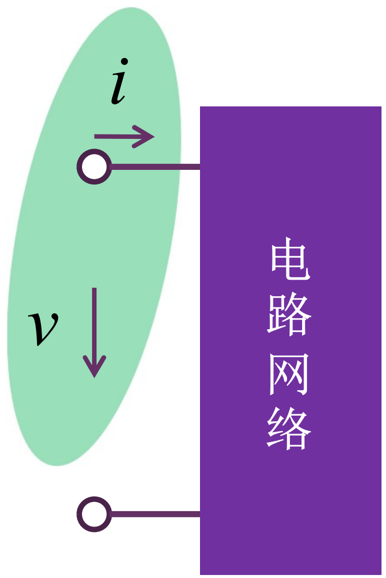
- 端点：terminal
- 端口：port

- 如果从一个端点流入多少电流，从另一个端点流出同样大小的电流，这两个端点则构成一个端口
  - 一般端口的电压电流关联参考方向如图所示

associated reference directions
关联参考方向



端口条件 $i_B = i_A$



端口关联参考方向定义

电路系统的功能，体现在端口电压电流关系上

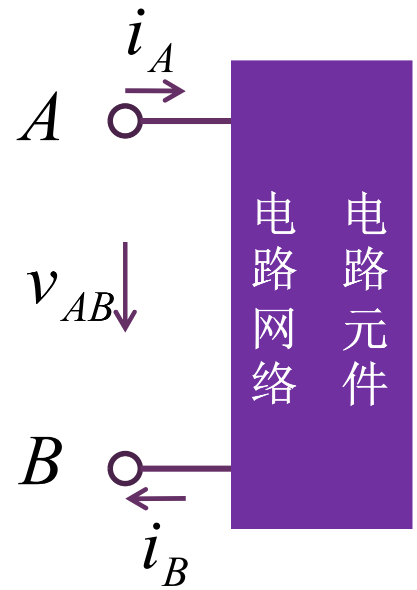
端口条件
准静态条件

$$d_{AB} \ll \lambda$$

电磁场问题可抽象为电路问题的准静态条件

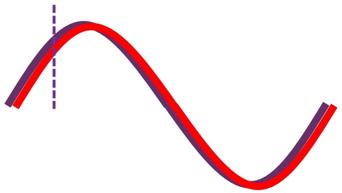
$$i_B = i_A$$

电路端口条件



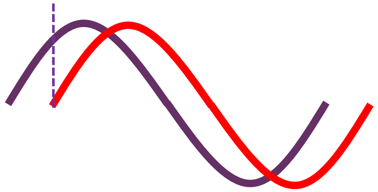
$$\tau_{AB} = \frac{d_{AB}}{c} \ll \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{f} = T$$

一个端口就是一条支路



满足准静态条件

$$i_B \approx i_A \Rightarrow i_B = i_A$$

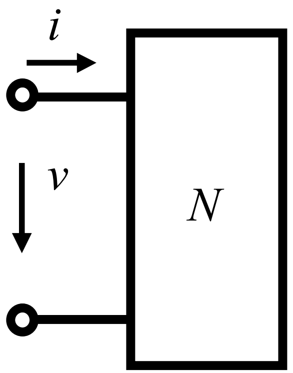


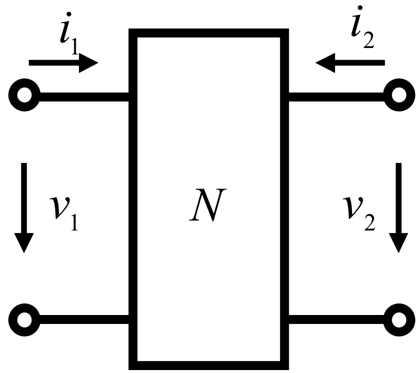
不满足准静态条件

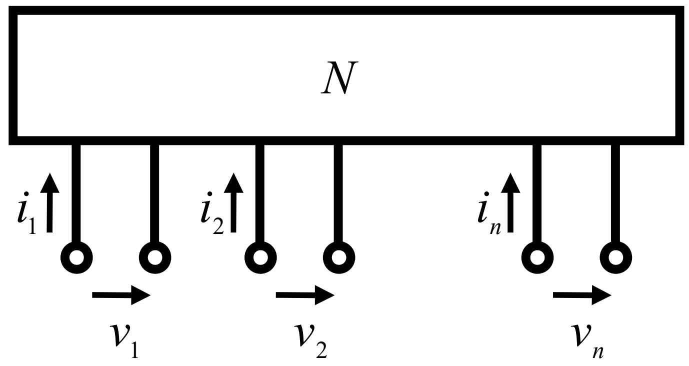
$$i_B \neq i_A \nRightarrow i_B = i_A$$

不满足准静态条件，则无法定义端口（支路），也就没有电路网络/电路元件的抽象：所有的电路定律（基尔霍夫定律和欧姆定律）都是建立在支路基础上的，此时只能从电磁场角度分析而不能从电路角度分析，分析复杂度急剧增加：电路---有限个端口的电压电流分析，代数方程和微分方程求解；电磁场---连续空间的偏微分方程求解

单端口网络和多端口网络





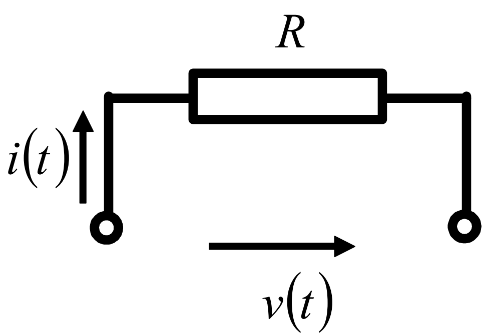


单端口网络
Single-port network

二端口网络
Two-port network

n端口网络
Multi-port network

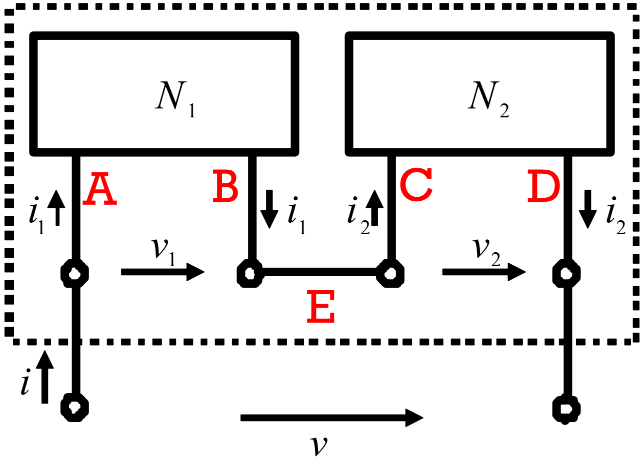
N端口网络，封装后对外有**n**个端口，需**n**个方程描述
广义欧姆定律：端口描述方程，元件约束条件

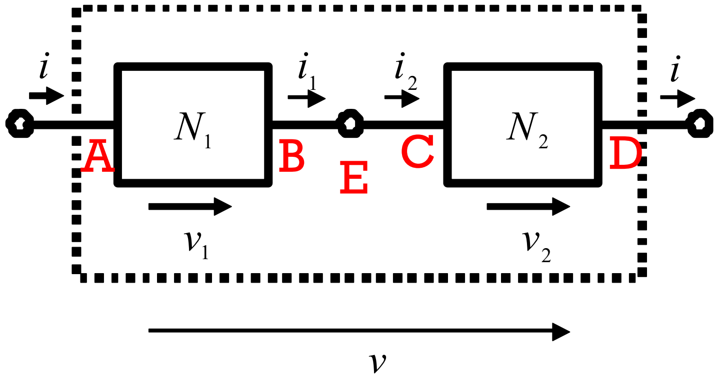


$$v(t) = Ri(t)$$

单端口线性电阻，一个线性代数方程即可描述欧姆定律

端口连接关系1：串联连接



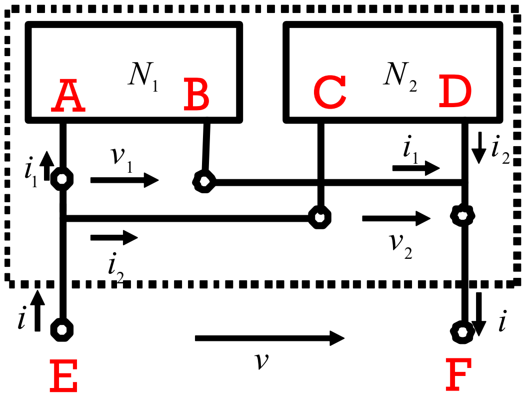


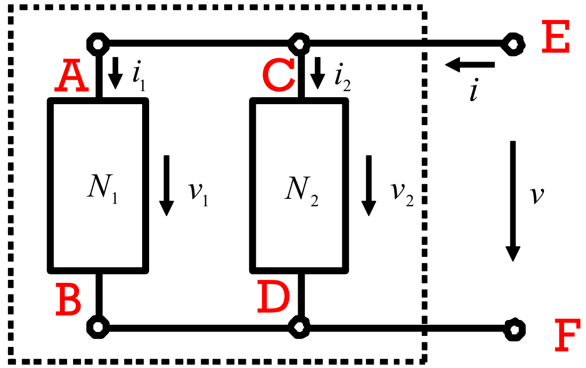
$$v = v_1 + v_2$$

串联：电压相加，电流相等

$$i = i_1 = i_2$$

端口连接关系2：并联连接



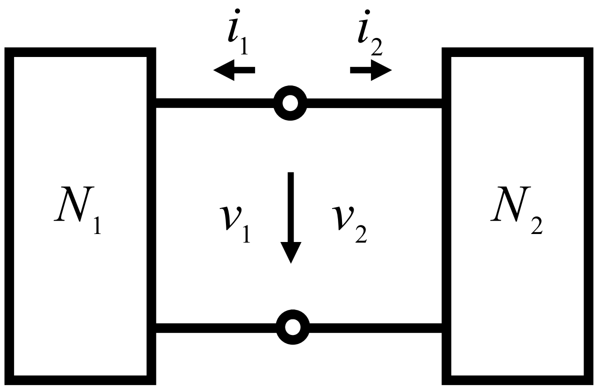


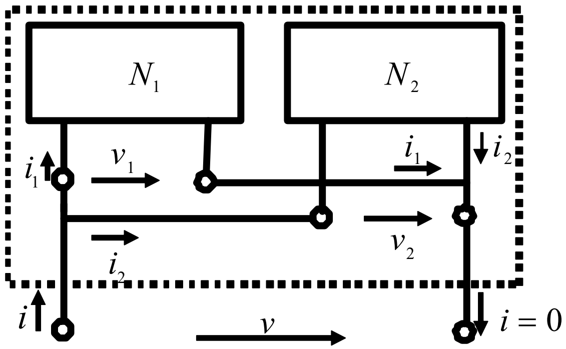
$$i = i_1 + i_2$$

并联：电流相加，电压相等

$$v = v_1 = v_2$$

端口连接关系3：对接连接

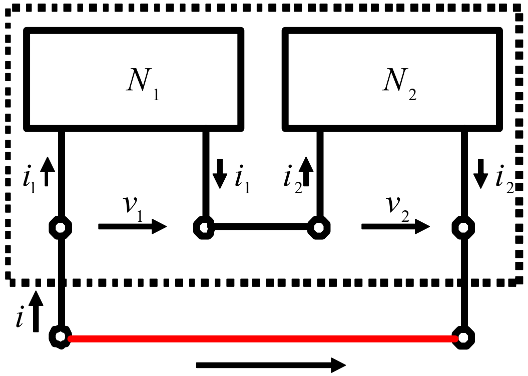




一般视其为并联后总端口开路，
也可视为串联后总端口短路

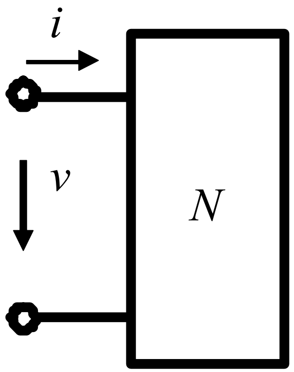
$$v_1 = v_2$$

$$i_1 = -i_2$$

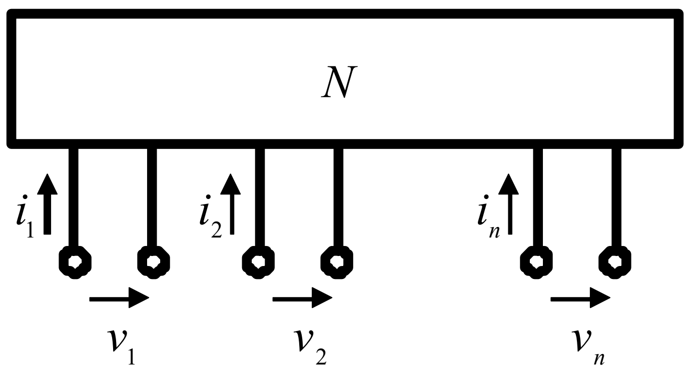


1.2 有源与无源

- 如果一个网络具有向外部提供电能量的能力，该网络有源（active）；否则无源（passive）



$$p(t)=v(t)i(t)$$



$$p_\Sigma(t)=\sum_{k=1}^{n} v_k(t)i_k(t)$$

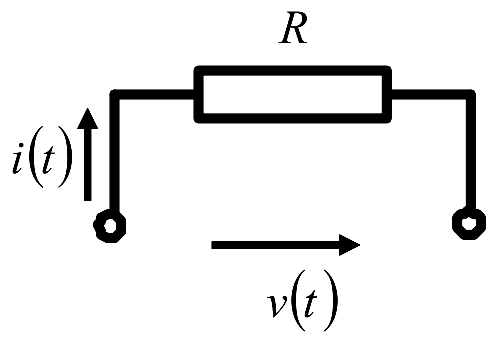
$p=vi>0$ 吸收功率

$p=vi<0$ 释放功率

如果$\mathbf{p}_\Sigma\mathbf{(t)}\geq\mathbf{0}$ $(\forall \mathbf{t})$，则无电能向外释放，肯定无源

如果$\mathbf{p}_\Sigma\mathbf{(t)}$有时大于**0**，有时小于**0**？有源还是无源？

电阻是无源元件



$$p(t)=v(t)i(t)=R\cdot i^2(t)\geq 0$$

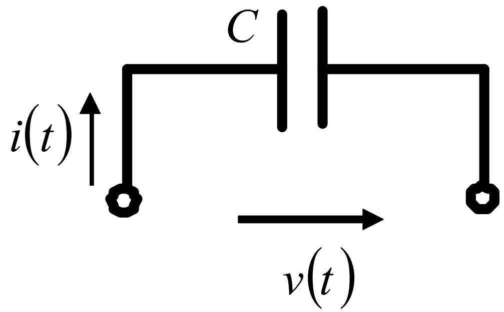
$$v(t)=R\cdot i(t)$$

恒≥**0**，只能消耗电能，不具向端口外提供电能的能力

$$\Delta E_R(\Delta t)=\int_{t_0}^{t} p_R(t)dt=R\cdot\int_{t_0}^{t} i^2(t)dt\geq 0$$

只要这段时间内有不为零的电流，电阻即消耗电能（转化为热能、光能、**…**）
由于不具向外提供电能的能力，故而电阻是无源的

电容无源还是有源?



$$i(t)=C\cdot\frac{dv(t)}{dt}$$

$$p_C(t)=v(t)\cdot i(t)=C\cdot v(t)\cdot\frac{dv(t)}{dt}$$

功率正负不定：有源？无源？

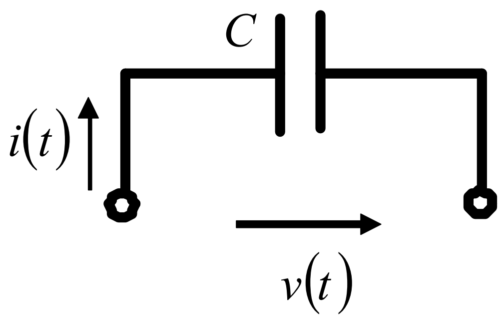
$$\Delta E_C(\Delta t)=\int_{t_0}^{t}p_C(t)dt=C\cdot\int_{t_0}^{t}v(t)\cdot\frac{dv(t)}{dt}dt=C\cdot\int_{v(t_0)}^{v(t)}v(t)\cdot dv(t)$$

$$=\frac{1}{2}Cv^2(t)\Big|_{t_0}^{t}=\frac{1}{2}Cv^2(t)-\frac{1}{2}Cv^2(t_0)$$

如果电容初始电压**v(t$_0$)=0**，则无源：之后相对初始总是吸收电能量
不具向外部提供电能量的能力，故而无源

$$\Delta E_C(\Delta t)=\int_{t_0}^{t}p_C(t)dt=\frac{1}{2}Cv^2(t)-\frac{1}{2}Cv^2(t_0)\overset{v(t_0)=0}{=}\frac{1}{2}Cv^2(t)\geq 0$$

有初始电压的电容是有源的



$$i(t)=C\cdot\frac{dv(t)}{dt}$$

$$\Delta E_C(\Delta t)=\int_{t_0}^{t}p_C(t)dt=\frac{1}{2}Cv^2(t)-\frac{1}{2}Cv^2(t_0)$$

如果电容初始电压**$v(t_0)\neq 0$**，则有源：之后电压绝对值低于初始电压绝对值，则表明端口向外释放了电能量：既然具有向外释放电能量的能力，故而有源

$$\Delta E_C(\Delta t)=\int_{t_0}^{t}p_C(t)dt=\frac{1}{2}Cv^2(t)-\frac{1}{2}Cv^2(t_0)\overset{|v(t)|<|v(t_0)|}{<}0$$

如果初始电压不为零，则有源

$$\overset{v(t)=0}{\triangleq}-\frac{1}{2}Cv^2(t_0)$$

电容储能定义

$$E_C(t)=\frac{1}{2}Cv^2(t)$$

$$E_C(t_0)=\frac{1}{2}Cv^2(t_0)\neq 0$$

考虑到电容初始储能可以全部释放出来，故称电容为无损元件

电阻有损/耗能，电容无损/储能

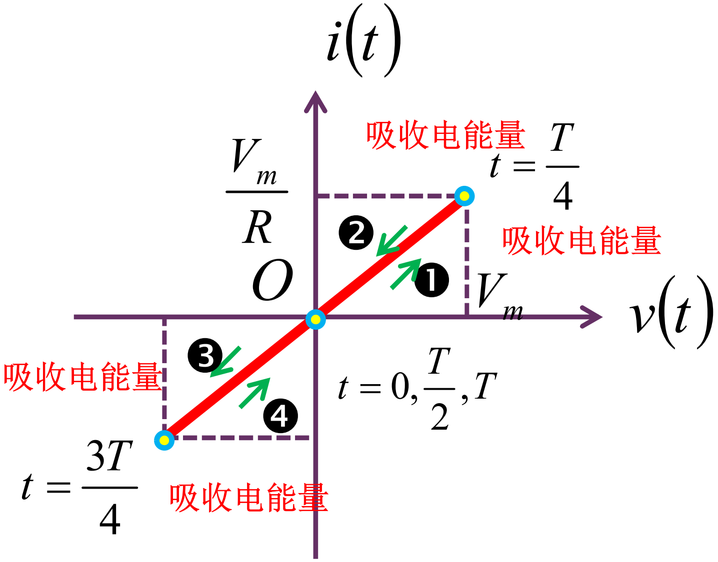
$$i(t)=\frac{v(t)}{R}$$

$$v(t)=V_m\sin\omega t$$

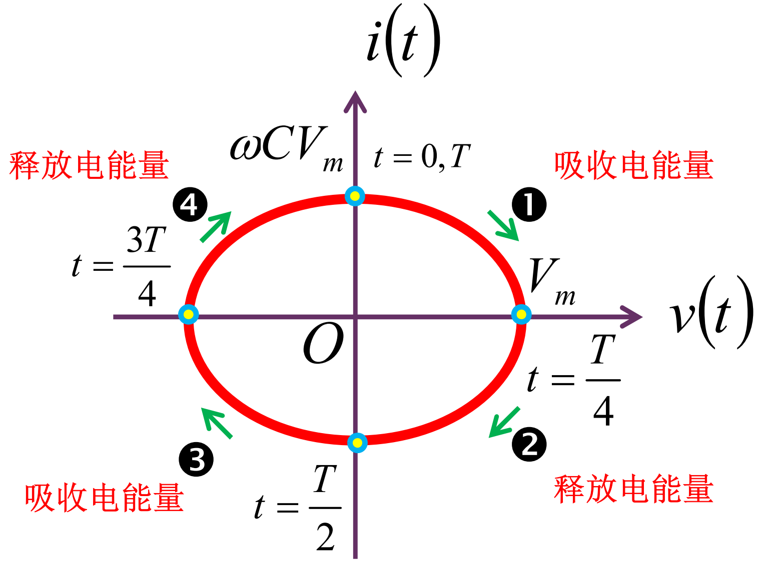
$$i(t)=C\cdot\frac{dv(t)}{dt}$$

$$i(t)=\frac{V_m}{R}\sin\omega t$$

$$i(t)=\omega CV_m\cos\omega t$$



一个正弦周期内全部都是吸收电能量：耗能元件/有损元件



一个正弦周期内：**1/4**周期吸收电能，**1/4**周期释放电能，再吸再放：储能元件**/**无损元件

无源定义

- 如果任意满足网络元件约束方程 $\mathbf{f}(\mathbf{v},\mathbf{i})=\mathbf{0}$ 的端口电压、端口电流，存在t_0，使得任意$t \ge t_0$，均有

$$\Delta E(t)=\int_{t_0}^{t} p_{\Sigma}(t)dt \ge 0 \qquad \left(\exists t_0, \forall t \ge t_0, \forall \mathbf{v}(t), \mathbf{i}(t), \mathbf{f}(\mathbf{v}(t), \mathbf{i}(t))=\mathbf{0}\right)$$

该网络则是t_0时刻后无源的

因为自t_0之后，网络不具向外输出电能量的能力，它只能吸收电能量（或者也可能释放电能量，但释放的电能量不会超过吸收的电能量）

电容、电感一般被视为无源元件，因为正弦稳态分析时不考虑初值问题：但有初始电压的电容、有初始电流的电感是有源元件：例如，超级电容（大电容）可当作电池使用

1.3 线性与非线性

linear vs nonlinear

- 电路网络的电特性（电功能）由端口电压电流关系描述
  - 如果端口电压电流函数关系满足叠加性和均匀性，则为线性电路
  - 如果不满足叠加性或均匀性，则为非线性电路

激励e：excitation
响应r：response
函数f：function

$$e \overset{f}{\Rightarrow} r$$

$$e_1 \overset{f}{\Rightarrow} r_1 \qquad e_2 \overset{f}{\Rightarrow} r_2$$

叠加性 **Additivity**
Superposition property

$$e_1 + e_2 \overset{f}{\Rightarrow} r_1 + r_2$$

均匀性 **Homogeneity**
齐次性，同质性

$$\alpha e_1 \overset{f}{\Rightarrow} \alpha r_1$$

线性 **Linear**

$$\alpha e_1 + \beta e_2 \overset{f}{\Rightarrow} \alpha r_1 + \beta r_2$$

线性电阻、电容、电感

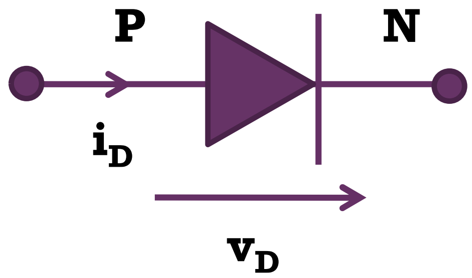
$$v(t) = Ri(t) \qquad i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \qquad v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t) = f\big(i(t)\big) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$f\big(\alpha i_1(t) + \beta i_2(t)\big) = L \cdot \frac{d\big(\alpha i_1(t) + \beta i_2(t)\big)}{dt}$$
$$= \alpha L\frac{di_1(t)}{dt} + \beta L\frac{di_2(t)}{dt} = \alpha f\big(i_1(t)\big) + \beta f\big(i_2(t)\big)$$

- 线性电阻：阻值R和元件电压、电流无关
- 线性电容：容值C和元件电压、电流无关
- 线性电感：感值L和元件电压、电流无关

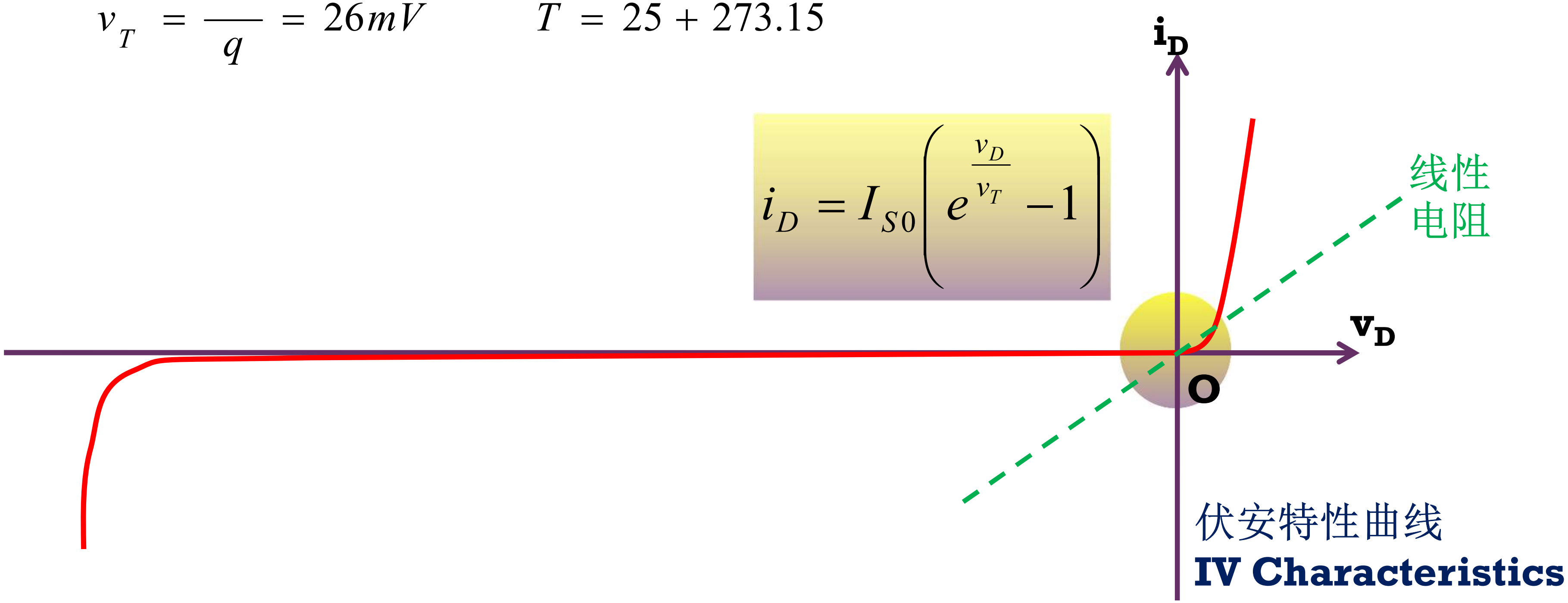
非线性电阻：二极管例



I_{S0}：PN结反向饱和电流：**fA**量级
$k=1.38\times10^{-23}$J/K：玻尔兹曼常数
$q=1.6\times10^{-19}$C：基本电荷量

$$v_T = \frac{kT}{q} = 26mV \qquad T = 25 + 273.15$$

$$i_D = I_{S0}\left(e^{\frac{v_D}{v_T}} - 1\right)$$



1.4 时变与时不变

time varying vs time invariant

- 电路网络的电特性（电功能）由端口电压电流关系描述
  - 端口电压电流关系式中，除了端口电压、端口电流随时间变化外，其他系数参量全部都是常量，则为时不变电路
  - 如果系数参量有随时间变化的，且这种变化和端口电压、端口电流的变化无关（是独立的变化），则为时变电路

$$e(t) \overset{f}{\Rightarrow} r(t)$$

$$e(t-\tau) \overset{f}{\Rightarrow} r(t-\tau) \quad \text{时不变}$$

$$e(t-\tau) \overset{f}{\nRightarrow} r(t-\tau) \quad \text{时变}$$

区分时变和非线性

$v(t) = 300 \cdot i(t)$ 时不变线性电阻

$v(t) = 300\big(1 + \cos(2\pi t)\big) \cdot i(t)$ 时变线性电阻

$v(t) = \big(300 i^2(t)\big) \cdot i(t) = 300 \cdot i^3(t)$ 时不变非线性电阻 不能理解为时变电阻

$v(t) = 300\big(1 + \cos(2\pi t)\big) \cdot i^3(t)$ 时变非线性电阻

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d\big(C_0 v(t)\big)}{dt} = C_0 \frac{d}{dt} v(t)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d\big(C(t)v(t)\big)}{dt}$$

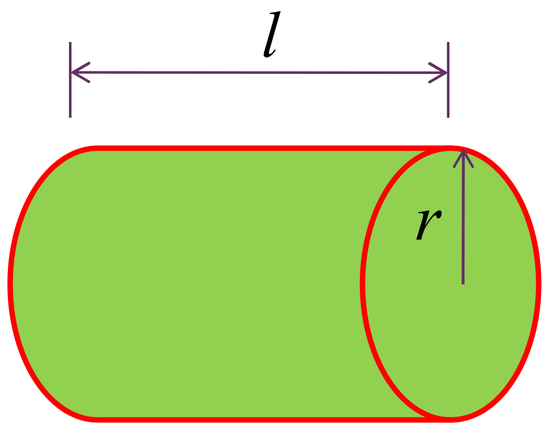
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d\big(v^2(t)\big)}{dt}$$

二、理想元件

- 电阻
  - 开关
- 电源
  - 对偶原理
- 电容
- 电感

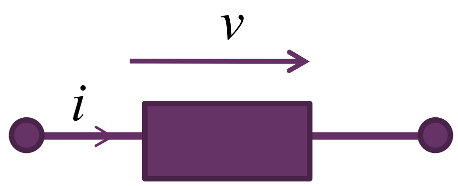
2.1 电阻resistance

- 以金属导体为例，假设将电压施加到一段金属导体两端
- 在电场作用下，金属的自由电子逆电场方向运动，运动的电子和金属原子晶格碰撞，阻碍了电子的运动
  - 电阻是描述电子运动受阻碍程度大小的参量
    - 电阻越大，电子运动受到的阻碍越大，电流就越小



ρ电阻率
σ电导率

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma}\frac{l}{S}$$

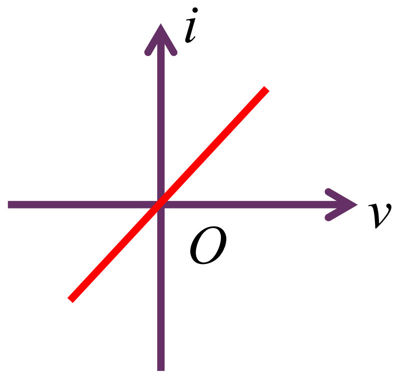


R

R

$$i = \frac{v}{R}$$

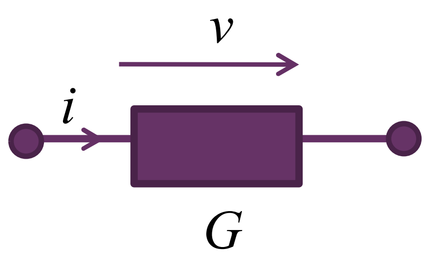
欧姆定律**Ohm's Law**



电导conductance

- 电阻描述的是电子运动受阻碍的程度
  - 电阻越大，对电子运动的阻碍越大，相同电压下电流就越小
- 反之，电导描述的则是电子运动的畅通程度
  - 电导越大，对电子运动的阻碍就越小，电流就越畅通，相同电压下的电流就越大

$$i=\frac{v}{R} \qquad i=G\cdot v \qquad G=\frac{1}{R}$$



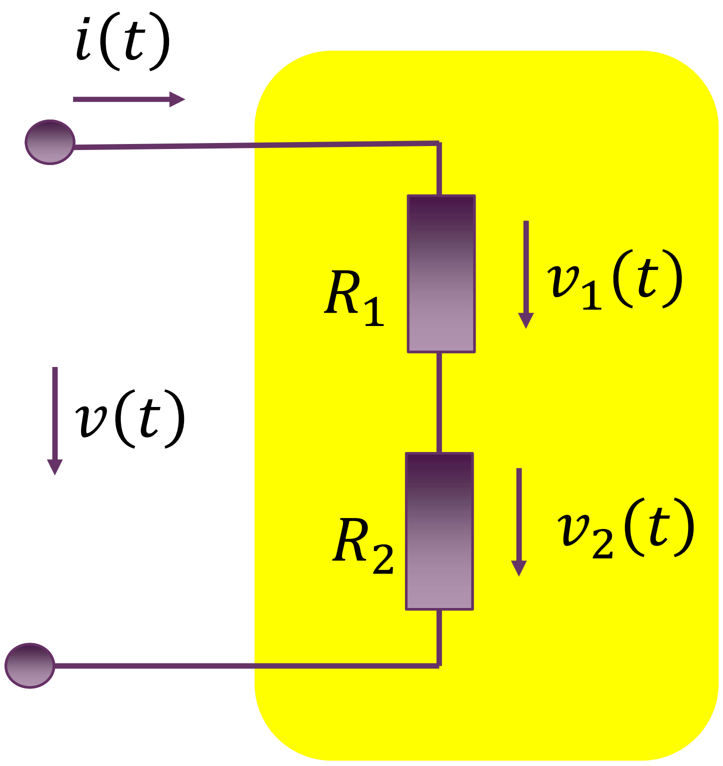
- 例：50Ω电阻的电导为多少?

$$G=\frac{1}{R}=\frac{1}{50}=0.02S=20mS$$

注意：电阻伏安特性的斜率为电导导值

例1 电阻串联

电路分析：利用电路定律**KVL**，**KCL**，**OL**列写电路方程，求解电路方程，对解进行解析的过程



$$v(t) = v_1(t) + v_2(t)$$ KVL方程

$$v_1(t) = i_1(t)R_1 = i(t)R_1$$

$$v_2(t) = i_2(t)R_2 = i(t)R_2$$

OL方程　　KCL方程

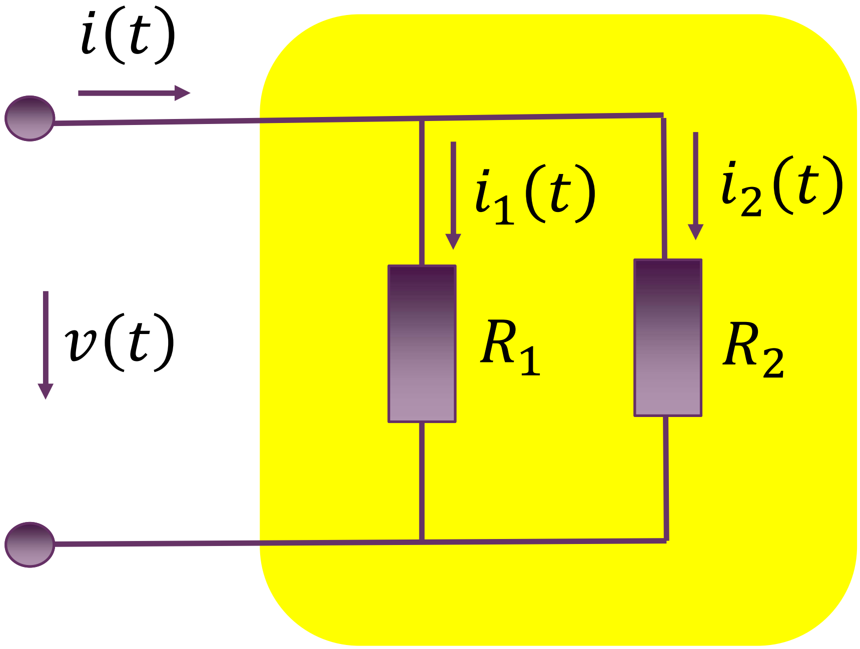
$$v(t) = v_1(t) + v_2(t)$$
$$= i(t)R_1 + i(t)R_2$$
$$= i(t)(R_1 + R_2)$$
$$= i(t)R$$

端口电压和电流之间具有线性比值关系，显然这是一个电阻

$$\boldsymbol{R = \frac{v(t)}{i(t)} = R_1 + R_2}$$

分析出了“等效电阻”的结论

例2 电阻并联



$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$ **KCL方程**

$$i_1(t) = v_1(t)G_1 = v(t)G_1$$

$$i_2(t) = v_2(t)G_2 = v(t)G_2$$

OL方程 **KVL方程**

$$\begin{aligned} i(t) &= i_1(t) + i_2(t) \\ &= v(t)G_1 + v(t)G_2 \\ &= v(t)(G_1 + G_2) \\ &= v(t)G \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{G = G_1 + G_2}$$

分析出了“等效电导”的结论

$$\boldsymbol{R = \frac{1}{G} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

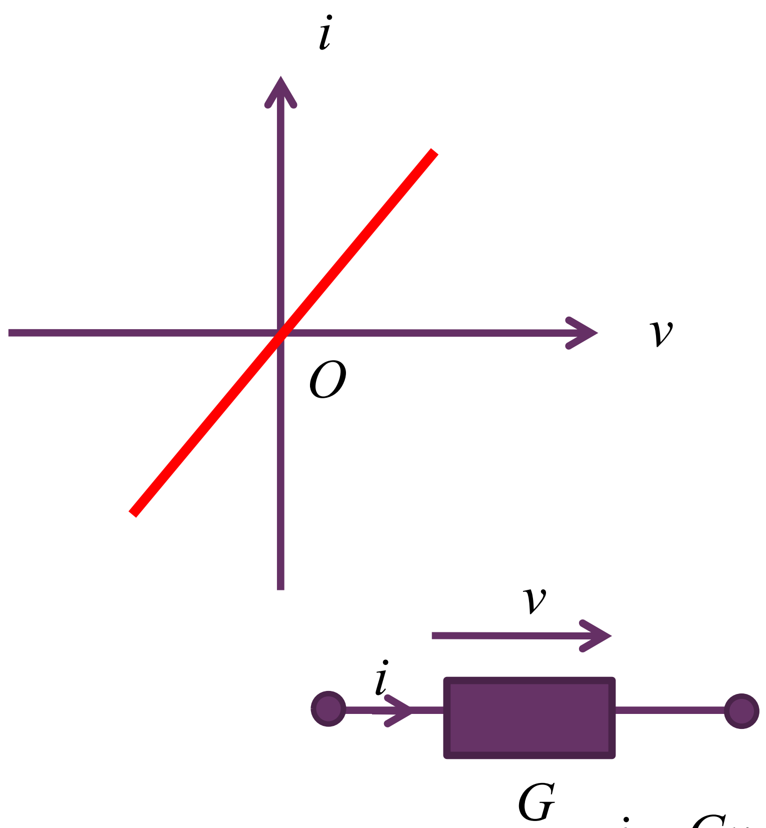
等效电阻

例题小结

- 分析电路就是利用描述端口连接关系的基尔霍夫定律和描述端口电特性关系的欧姆定律，列写电路方程、求解电路方程、对解进行解析的过程
  - 线性电阻串联，总电阻等于分电阻之和
  - 线性电阻并联，总电导等于分电导之和

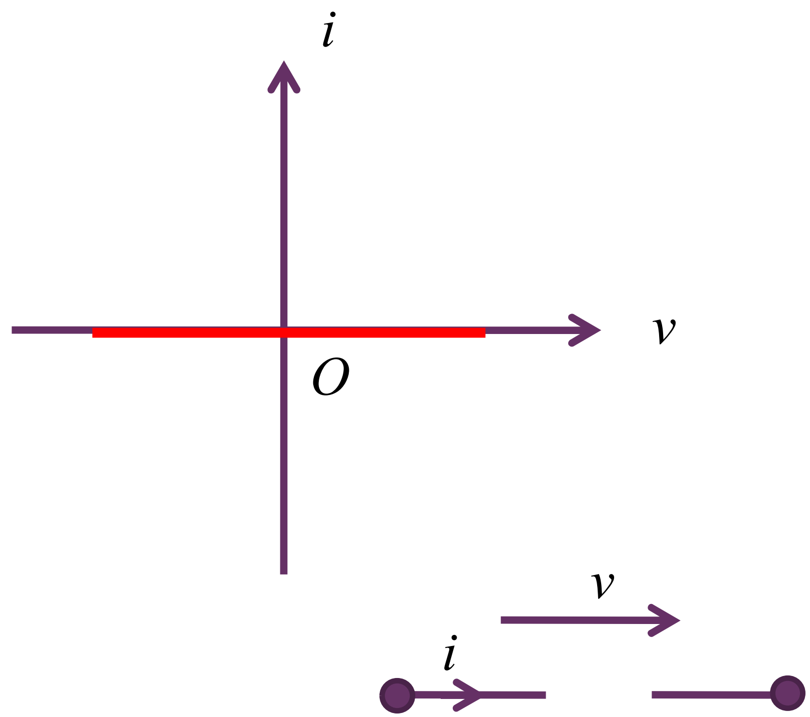
- 等效电路：如果两个电路网络的端口描述方程完全一致，这两个电路网络互为等效电路
  - 串联线性电阻如果封装为单端口网络，则其等效电路为一个线性电阻，该电阻阻值为所有串联线性电阻阻值之和
  - 并联线性电阻如果封装为单端口网络，则其等效电路为一个线性电阻，该电阻导值为所有并联线性电阻导值之和

电阻极端情况：开路



$i = Gv$

普通电阻伏安特性
直线斜率为电导值

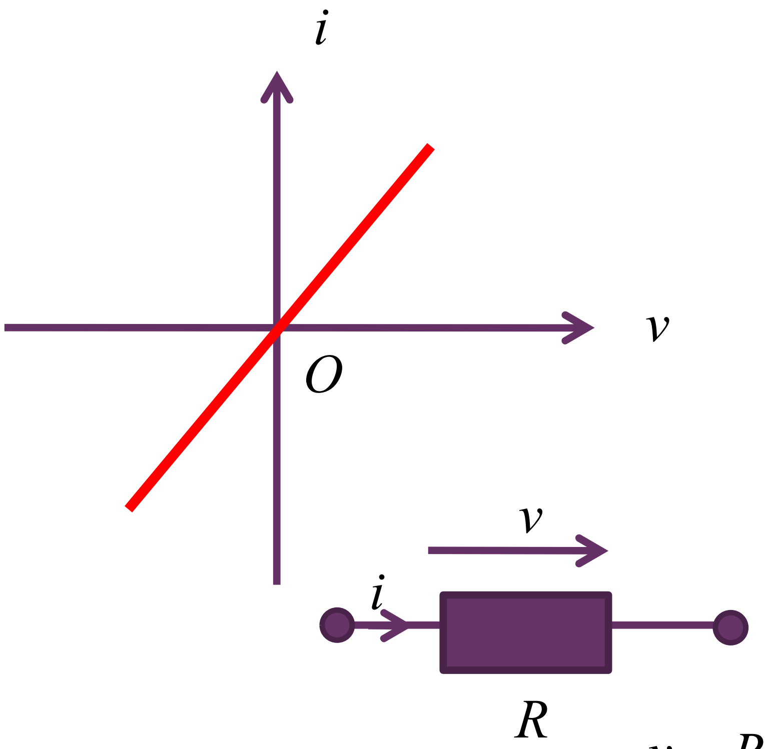


$G = 0$

$i \equiv 0$　　电压随意

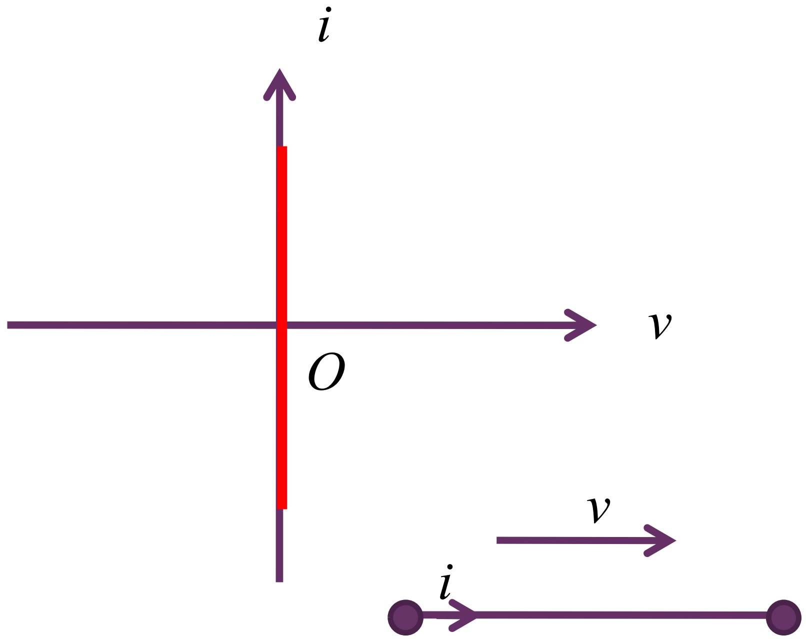
斜率为**0**
电导值为**0**：不导电
开路

电阻极端情况：短路



$v = Ri$

普通电阻伏安特性
直线斜率为电导值

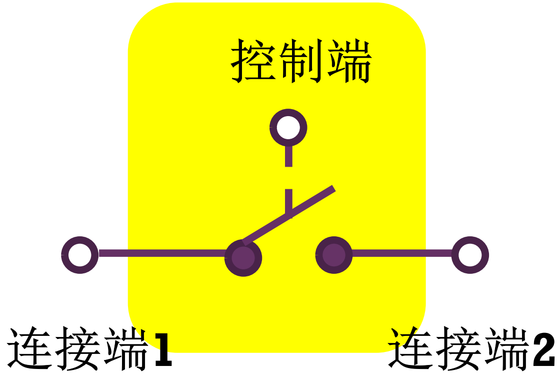


$R = 0$

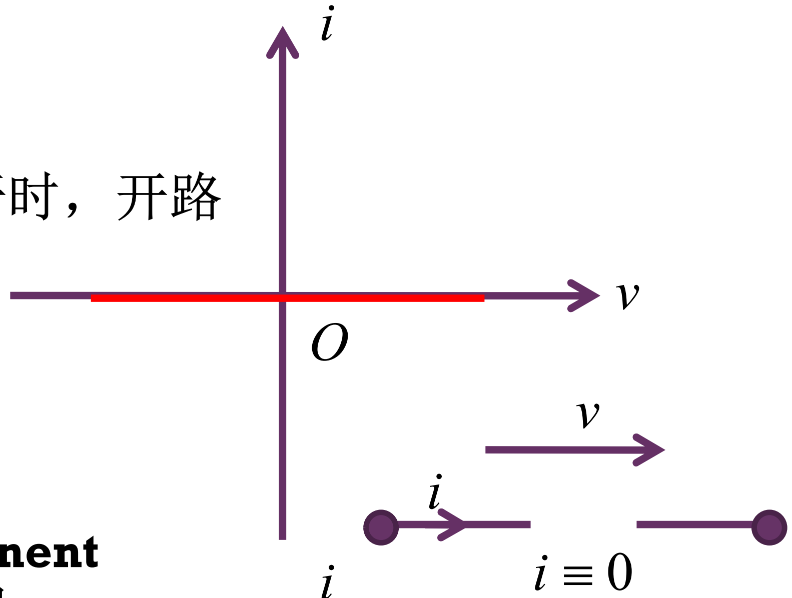
$v \equiv 0$ 电流随意

斜率为∞
电导值为∞
电阻值为**0**： 电流流动没有任何阻力
短路

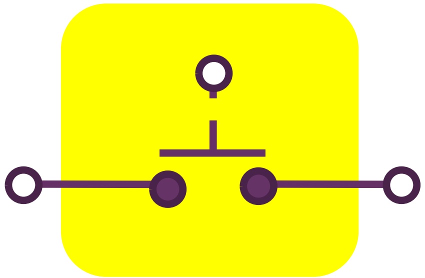
时变电阻：开关



开关断开时，开路

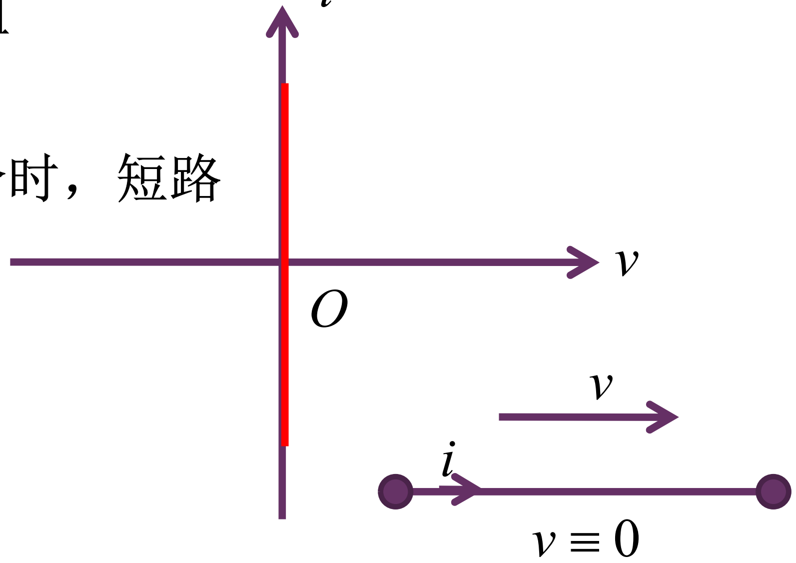


开关是三端器件：**three terminal component**
控制端被封装网络内部后，为时变线性电阻
要么开路，要么短路

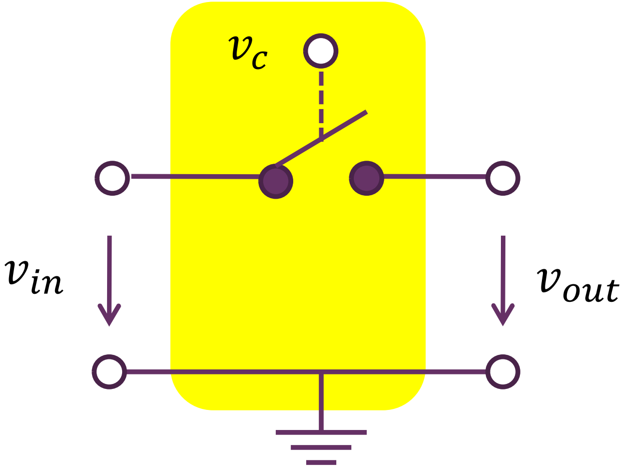


第二种常见开关符号

开关闭合时，短路



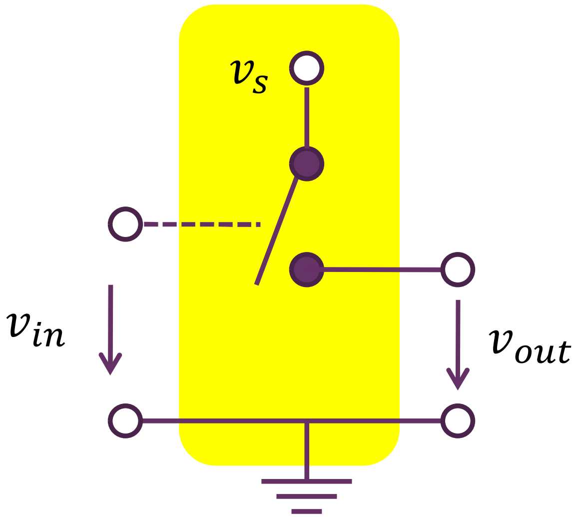
开关是线性还是非线性要看如何连接



$$v_{out} = \begin{cases} v_{in} & v_c > 0\text{开关闭合} \\ 0 & v_c < 0\text{开关断开} \end{cases} = S_w(v_c) \cdot v_{in}$$

时变线性网络

$$S_w(v_c) = \begin{cases} 1 & v_c > 0 \\ 0 & v_c < 0 \end{cases}$$



$$v_{out} = \begin{cases} v_s & v_{in} > 0\text{开关闭合} \\ 0 & v_{in} < 0\text{开关断开} \end{cases}$$

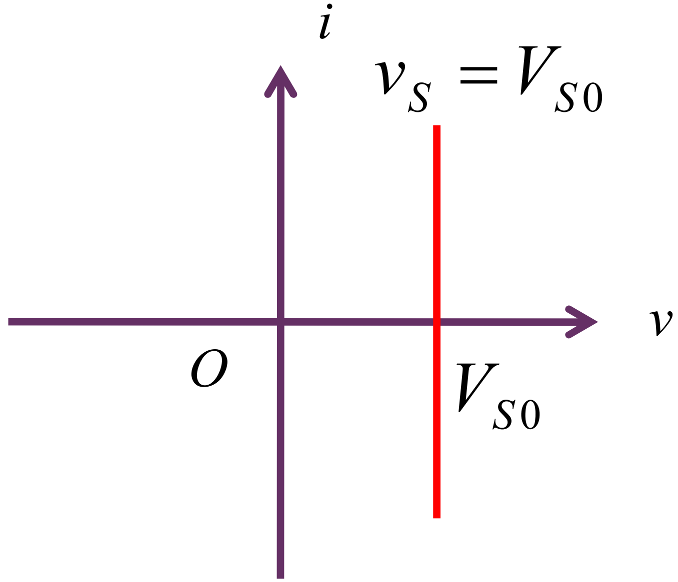
非线性网络

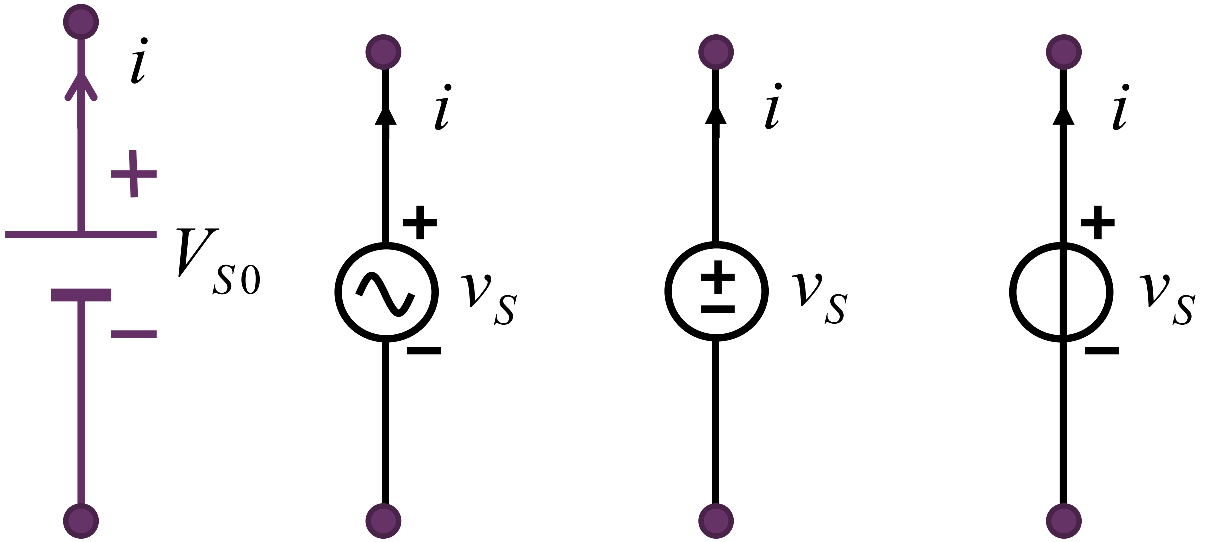
2.2 电源source

- 可产生电动势的器件被称为电源
  - 电源产生的电动势维持电源两端的电位差，驱动外部电路中的电荷源源不断地流动
- 根据电源的特性，有两种电源模型
  - 电压源和电流源
- 2.2.1 理想电压源
- 2.2.2 理想电流源
- 2.2.3 线性内阻电源

2.2.1 理想电压源

- 可提供$v_S(t)$的电压，该电压和流经电源的电流大小无关，电压源电流由外接元件决定
  - 恒压源





直流电压源　交流电压源　电压源常见符号　电压源通用符号

电池

注意：电源的电压电流关联参考方向一般和电阻相反

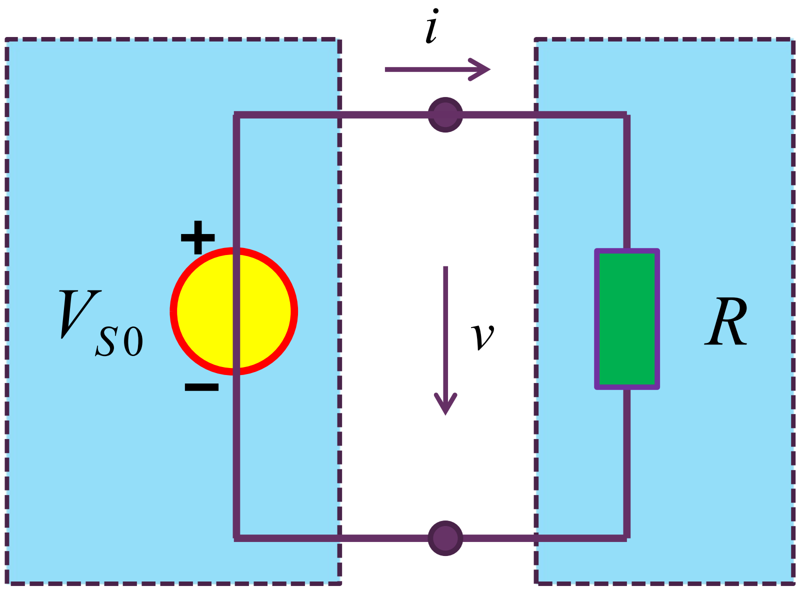
$$p = vi > 0$$

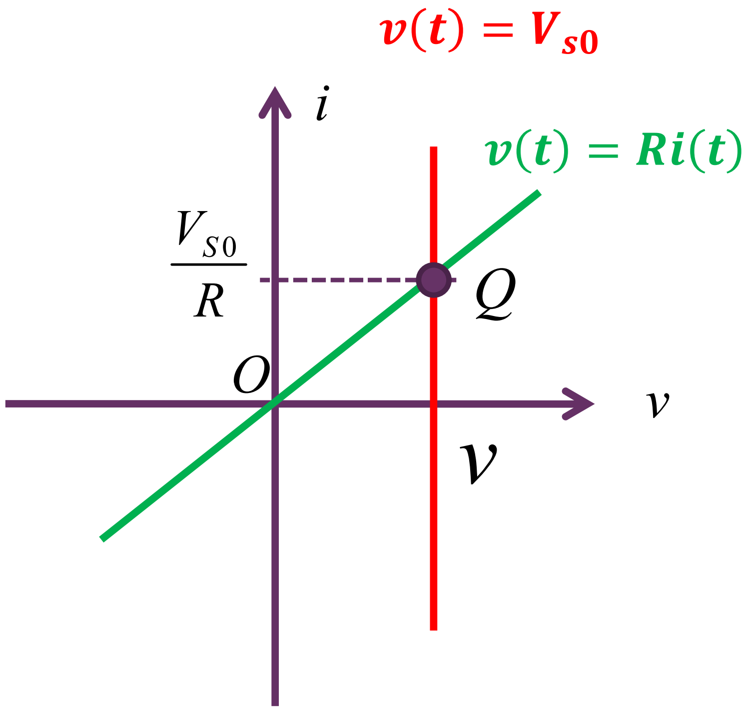
吸收功率？
释放功率？

对接关系只需一套端口电压端口电流

便于图解法分析

只需列写元件约束方程
不需列写**KVL**和**KCL**方程





这种关联参考方向定义可以确保两个单端口网络的伏安特性曲线可以画在一个**vi**平面内，伏安特性曲线的交点就是端口电压、端口电流

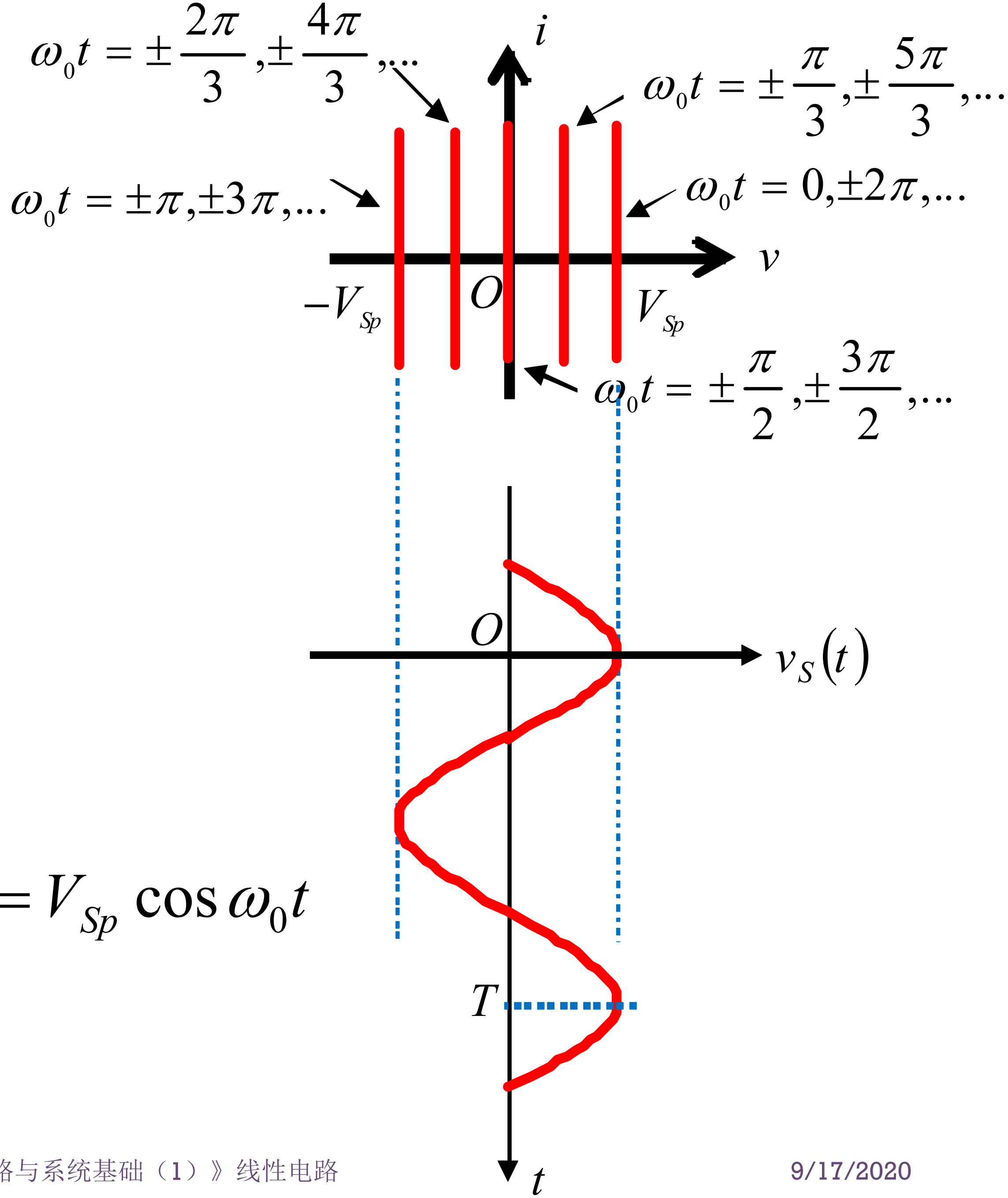
$$v(t)=V_{S0}$$
$$i(t)=\frac{V_{S0}}{R}$$

正弦波电压源

时变恒压源

所谓恒压，其电压不随外部电路变化，是恒定不变的

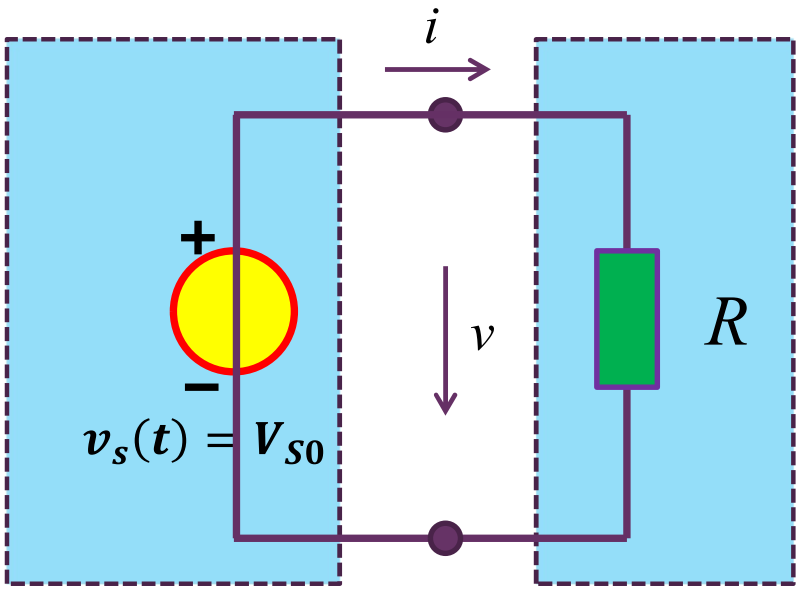
所谓时变，电压是随时间变化的



$$v_S(t)=V_{Sp}\cos\omega_0 t$$

例3 电源驱动负载的分析：直流电压源

对接关系，只需一套端口电压电流定义，无需列写**KVL**和**KCL**方程，只需列写元件约束方程（广义欧姆定律方程）



$$v(t) = V_{s0}$$

$$v(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{V_{S0}}{R}$$

负载吸收功率

$$p_L(t) = v_L(t)i_L(t) = v(t)i(t) = \frac{V_{S0}^2}{R}$$

L---Load，负载

电源释放多少功率，负载就吸收多少功率

$$p_L(t) \equiv p_S(t)$$

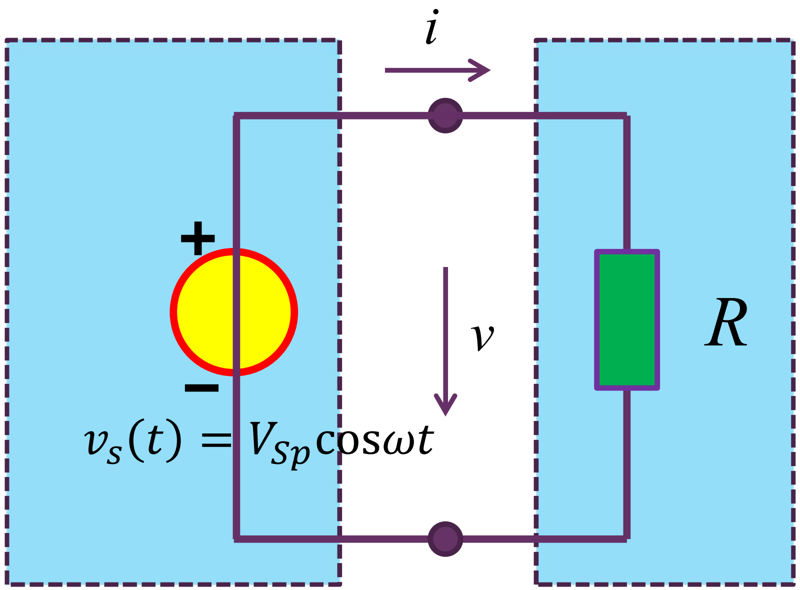
能量守恒

电源释放功率

$$p_S(t) = v_S(t)i_S(t) = v(t)i(t) = \frac{V_{S0}^2}{R}$$

S---Source，电源

例4 电源驱动负载的分析：正弦波电压源



$$v(t) = v_S(t) = V_{Sp}\cos\omega t$$

$$v(t) = Ri(t) \qquad i(t) = \frac{V_{Sp}}{R}\cos\omega t$$

负载吸收功率

$$p_L(t) = v_L(t)i_L(t) = v(t)i(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

$$= \frac{V_{Sp}^2}{R}\cos^2\omega t = \frac{V_{Sp}^2}{R}\frac{1+\cos 2\omega t}{2}$$

$$= \frac{V_{Sp}^2}{2R} + \frac{V_{Sp}^2}{2R}\cos 2\omega t$$

瞬时功率

平均功率

$$P_L = \overline{p_L(t)} = \overline{v(t)i(t)} = \overline{\frac{V_{Sp}^2}{2R} + \frac{V_{Sp}^2}{2R}\cos 2\omega t} = \overline{\frac{V_{Sp}^2}{2R}} + \overline{\frac{V_{Sp}^2}{2R}\cos 2\omega t} = \frac{V_{Sp}^2}{2R}$$

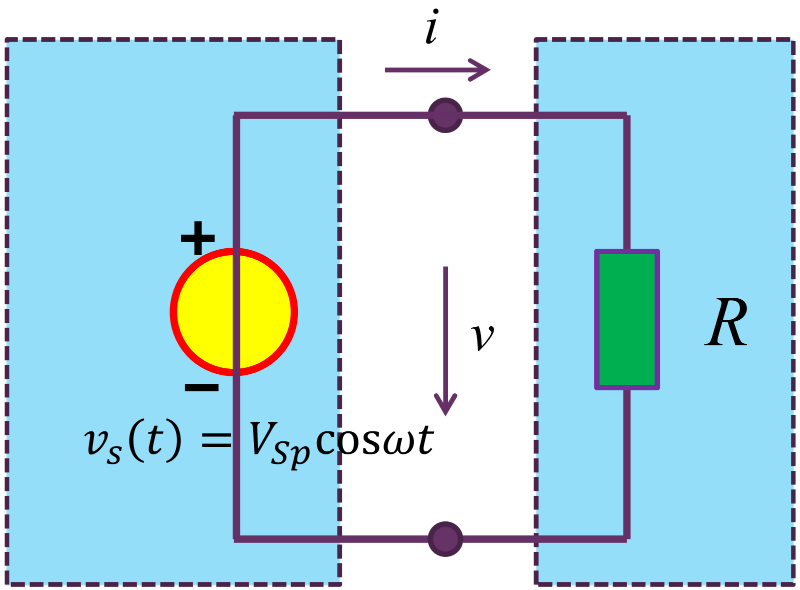
有效值

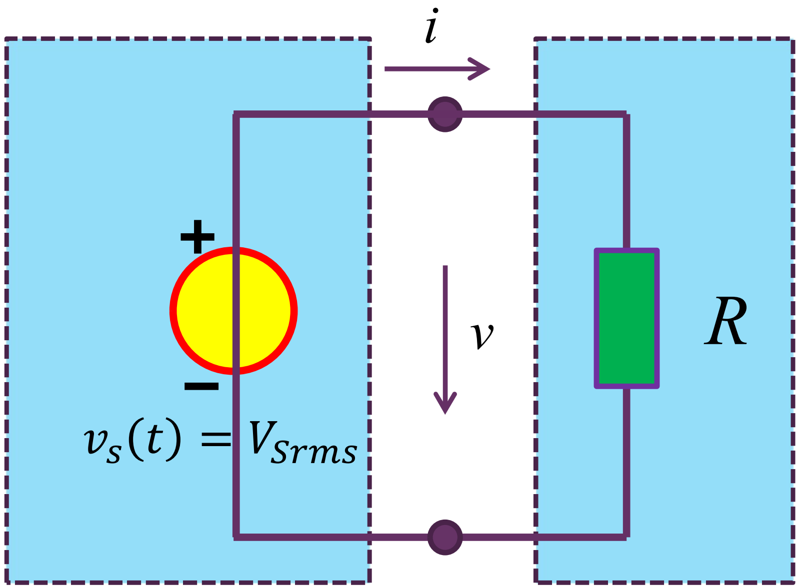
$$P_L = \overline{p_L(t)} = \overline{v(t)i(t)} = \frac{V_{Sp}^2}{2R} = \frac{V_{Srms}^2}{R}$$

- 有效值：effective value
  - 平均功率折合的有效直流幅值
  - rms: root mean square：均方根值

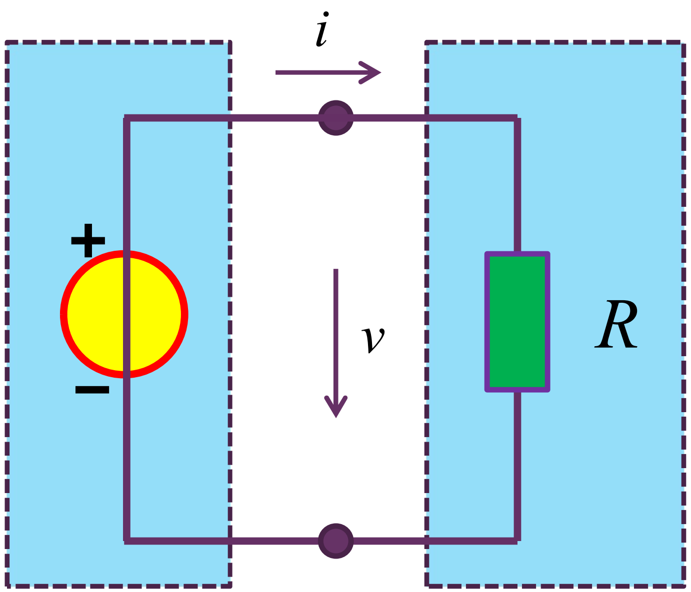
$$V_{Srms} = \frac{V_{Sp}}{\sqrt{2}} = 0.707V_{Sp}$$

$$V_{Srms} = \sqrt{\overline{v_s^2(t)}} = \sqrt{\overline{V_{Sp}^2\cos^2\omega t}} = \sqrt{\overline{V_{Sp}^2\frac{1+\cos 2\omega t}{2}}} = \sqrt{\frac{V_{Sp}^2}{2}} = \frac{V_{Sp}}{\sqrt{2}} = 0.707V_{Sp}$$





例5 电源驱动负载的分析



$$v_s(t) = V_{S0} + V_{Sp}\cos\omega t$$

$$p_L(t) = v_L(t)i_L(t) = v(t)i(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

$$= \frac{\left(V_{S0} + V_{Sp}\cos\omega t\right)^2}{R}$$

$$= \frac{V_{S0}^2 + 2V_{S0}V_{Sp}\cos\omega t + V_{Sp}^2\cos^2\omega t}{R}$$

$$= \frac{V_{S0}^2 + 2V_{S0}V_{Sp}\cos\omega t + 0.5V_{Sp}^2 + 0.5V_{Sp}^2\cos 2\omega t}{R}$$

$$= \frac{V_{S0}^2 + 0.5V_{Sp}^2 + 2V_{S0}V_{Sp}\cos\omega t + 0.5V_{Sp}^2\cos 2\omega t}{R}$$

$$P_L = \overline{p_L(t)} = \frac{V_{S0}^2 + 0.5V_{Sp}^2}{R} = \frac{V_{S0}^2}{R} + \frac{V_{Sp}^2}{2R} = \frac{V_{S0}^2}{R} + \frac{V_{Srms}^2}{R} = P_{DC} + P_{AC}$$

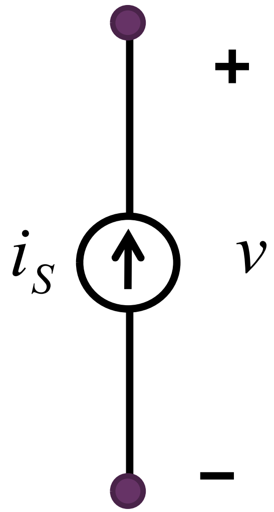
总功率=直流功率+交流功率

信号=直流分量（平均值）+交流分量

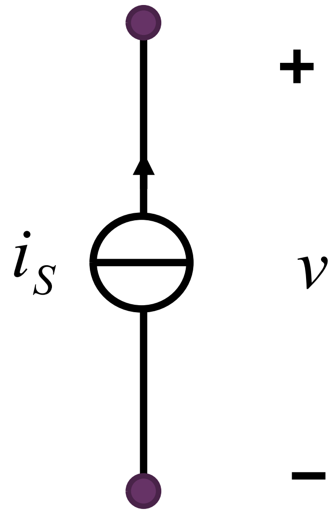
直流功率：信号中直流分量提供的功率
交流功率：信号中交流分量提供的功率

2.2.2 理想电流源

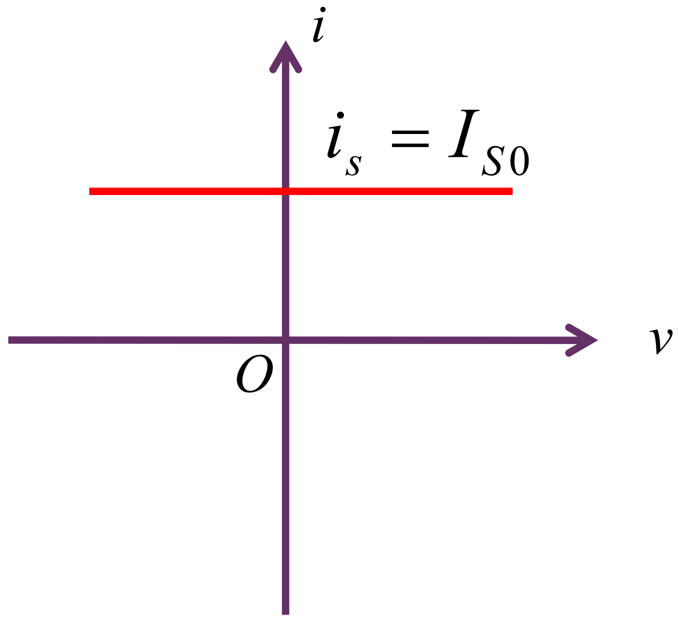
- 可提供$i_S(t)$的电流，该电流和电源两端的电压大小无关，电流源电压由外接元件决定
  - 恒流源



电流源常见符号



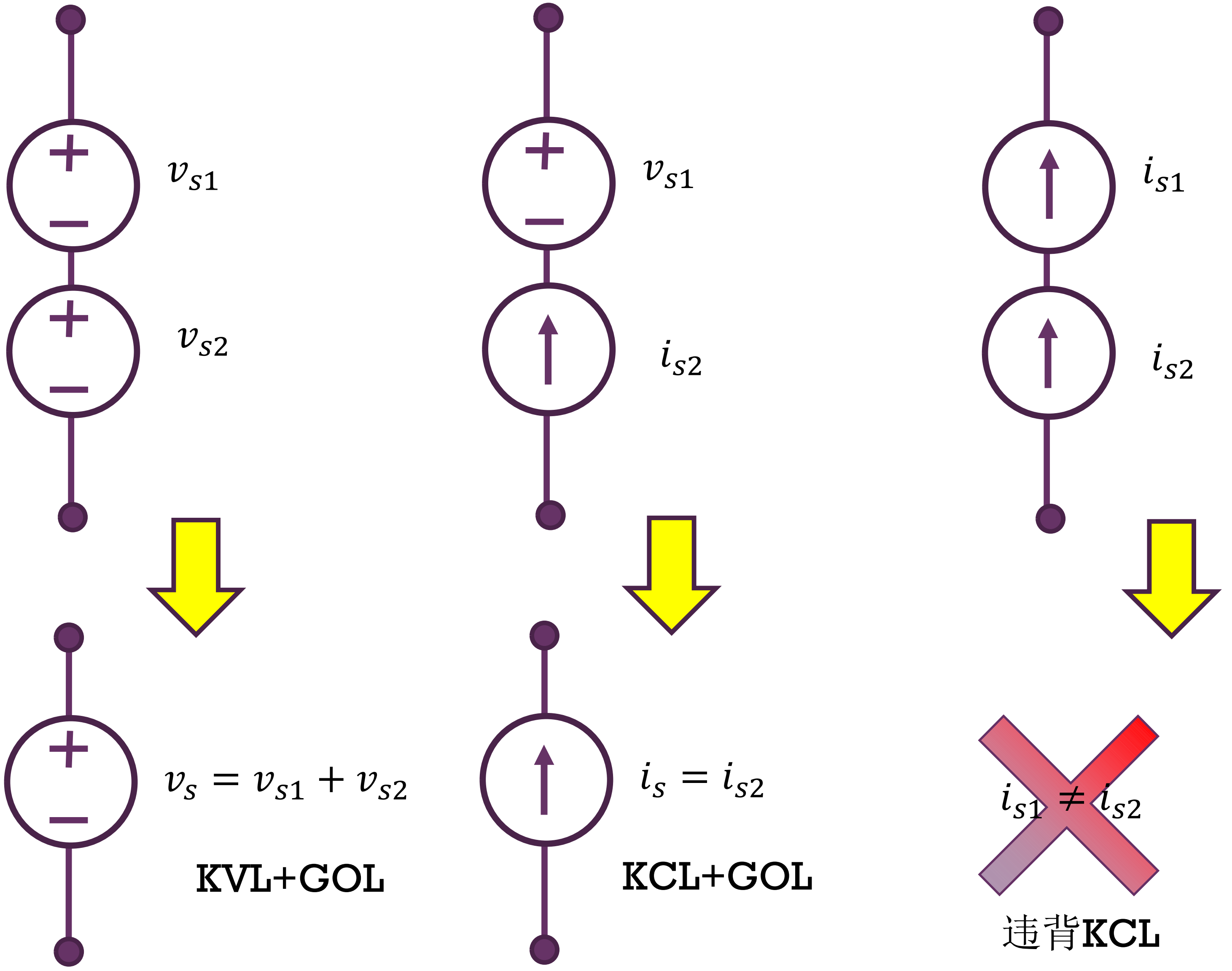
电流源通用符号



注意：电源的电压电流关联参考方向和电阻不一致

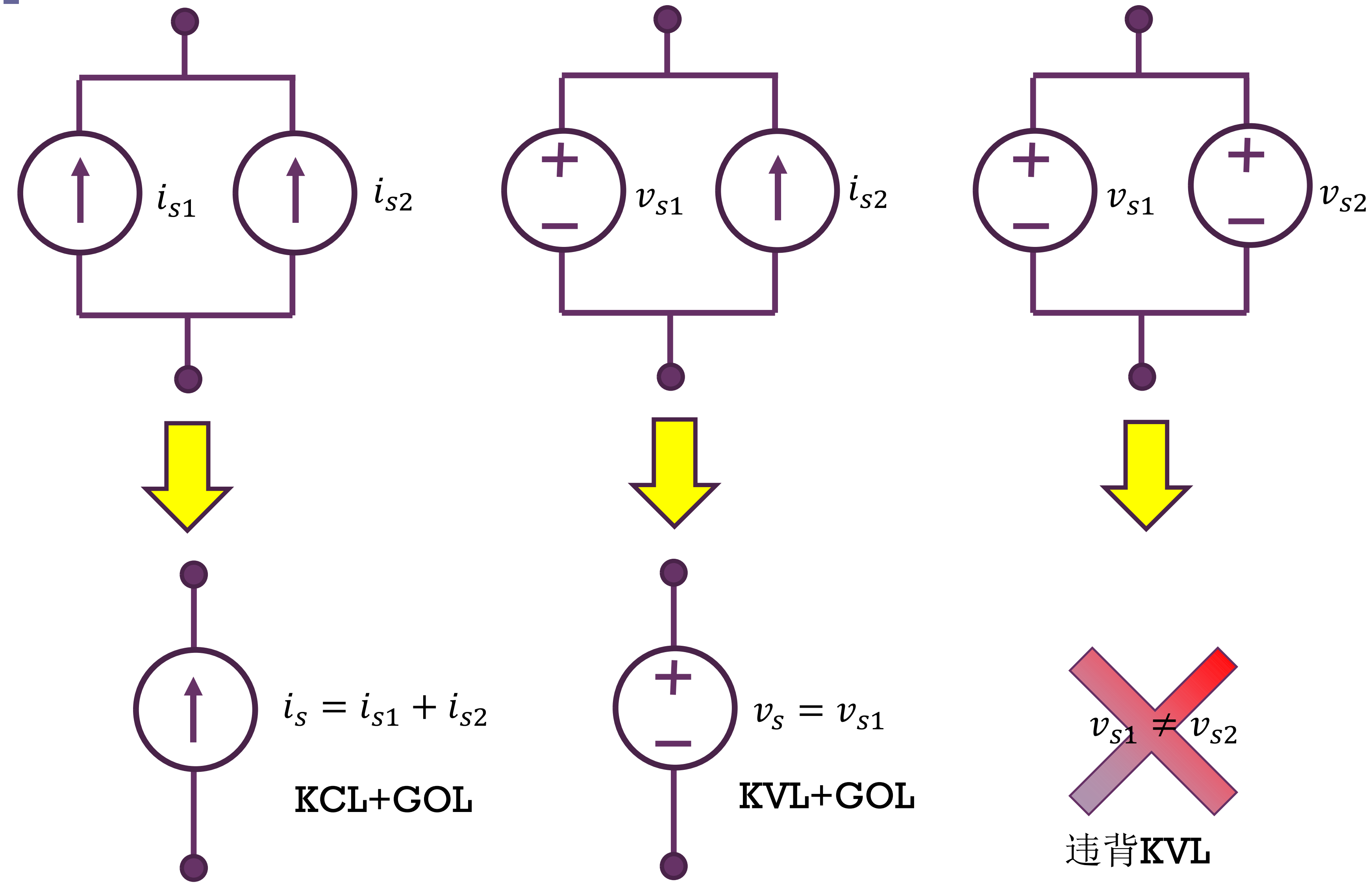
例6 电源串联

正负号仅代表电压参考方向



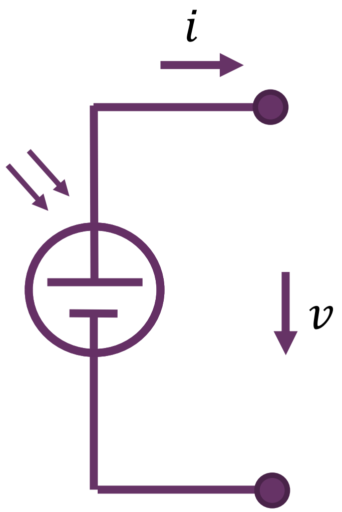
例7 电源并联

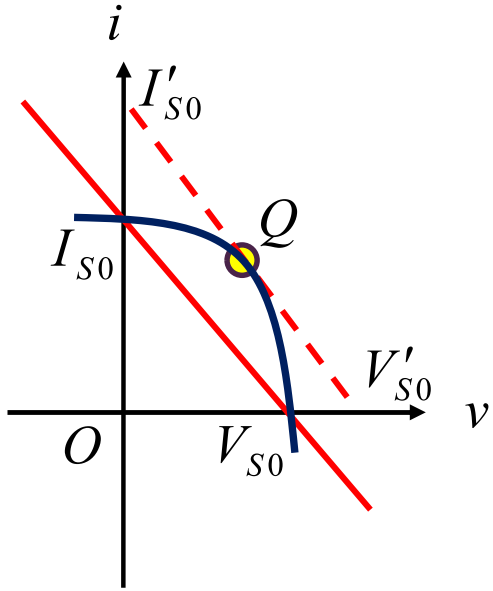
箭头方向仅代表电流参考方向



2.2.3 带内阻电源

- 实际电源伏安特性曲线偏离理想电压源或理想电流源的伏安特性曲线，这种偏离被建模为内阻
- 图示为某太阳能电池的端口伏安特性曲线
  - 端口电压和端口电流按电源端口关联参考方向定义
    - 第一象限，向外电路释放功率，属正常工作区域
    - 第二、四象限，则吸收外电路的功率



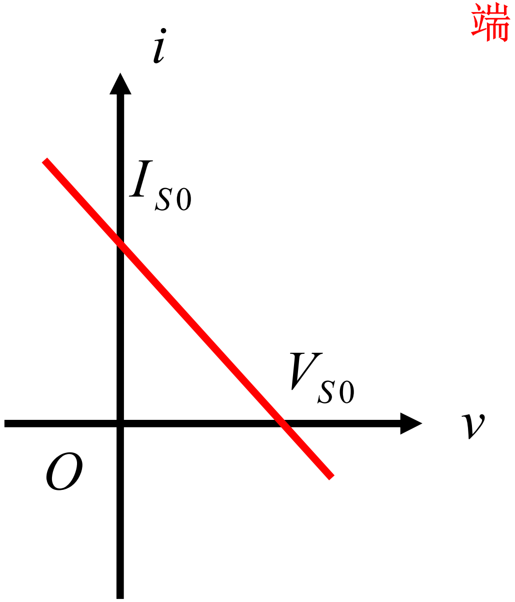


$$\frac{v}{V_{S0}}+\frac{i}{I_{S0}}=1$$

- 将曲线抽象为直线：化曲为直是非线性处理的最基本方法，可以大大简化分析
- 同时也确实存在具有直线伏安特性的电源

对直线伏安特性曲线的描述

端口伏安特性方程的一般形式 $f(v,i)=\dfrac{v}{V_{S0}}+\dfrac{i}{I_{S0}}-1=0$



$C_2^1=2$种显式表达方式

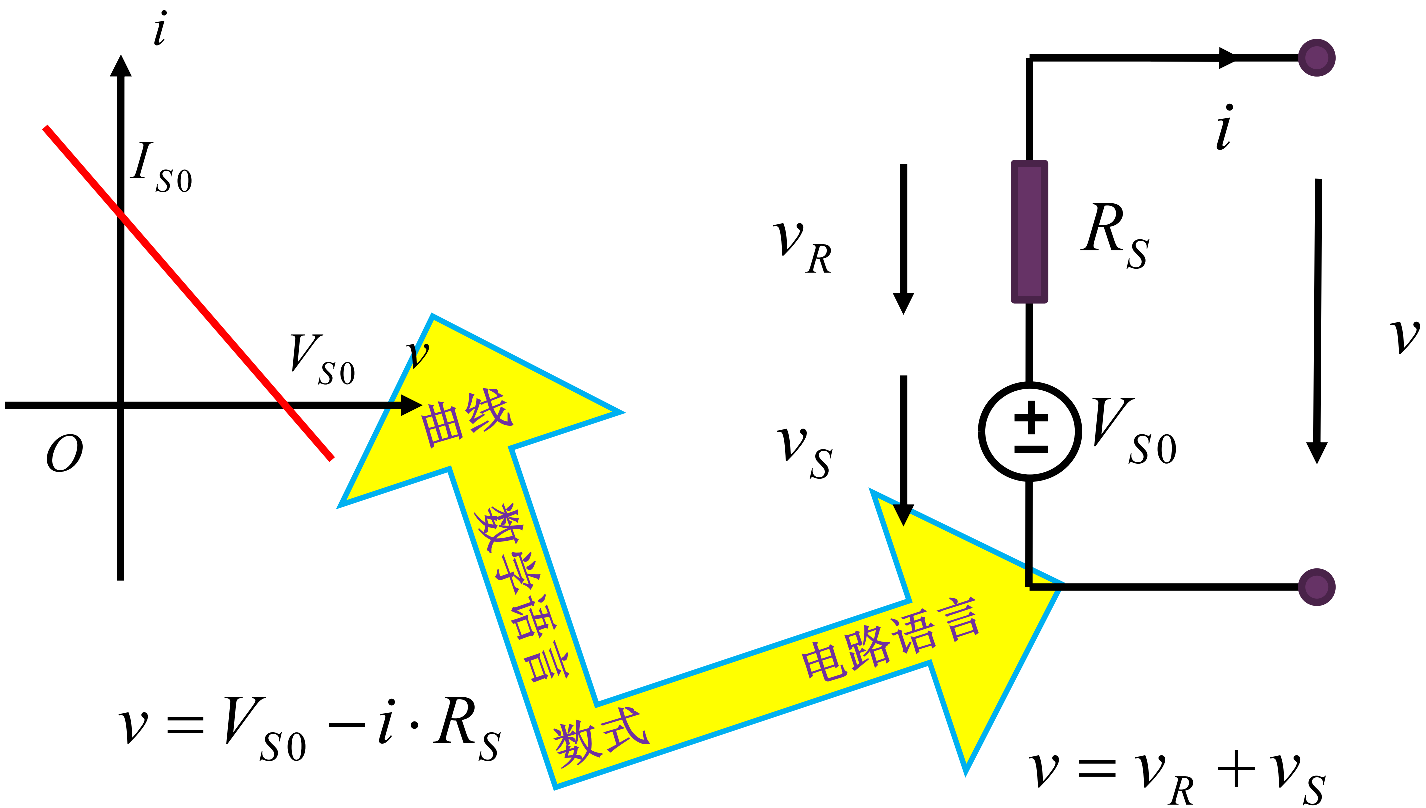
流控形式	压控形式
$\dfrac{v}{V_{S0}}=1-\dfrac{i}{I_{S0}}$	$\dfrac{i}{I_{S0}}=1-\dfrac{v}{V_{S0}}$
$v=V_{S0}-i\cdot R_S$	$i=I_{S0}-v\cdot G_S$
$v=f_{vi}(i)=V_{S0}-iR_S$	$i=f_{iv}(v)=I_{S0}-v\cdot G_S$
$R_S=\dfrac{V_{S0}}{I_{S0}}$	$G_S=\dfrac{I_{S0}}{V_{S0}}=\dfrac{1}{R_S}$

$$\frac{v}{V_{S0}}+\frac{i}{I_{S0}}=1$$

伏安特性是单调变化的
即可压控，又可流控表述

直线斜率

流控表述等效电路：有内阻的电压源



$$v = V_{S0} - i \cdot R_S$$

$$R_S = \frac{V_{S0}}{I_{S0}}$$

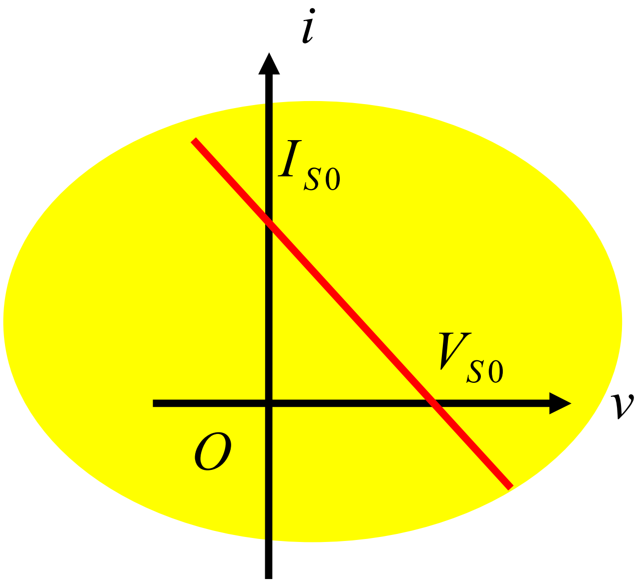
$$v = f_{vi}(i) = V_{S0} - iR_S$$

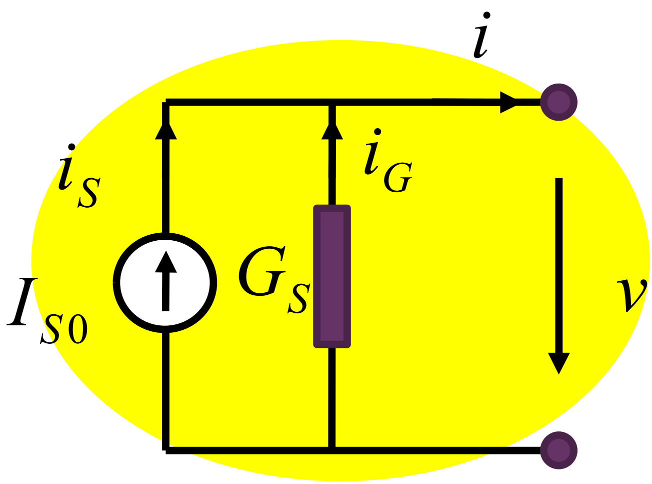
$$v = v_R + v_S$$

流控形式
戴维南电压源

$$v = -i \cdot R_S + V_{S0}$$

压控表述等效电路：有内阻的电流源





$$i = f_{iv}(v) = I_{S0} - v \cdot G_S$$

$$i = I_{S0} - v \cdot G_S$$

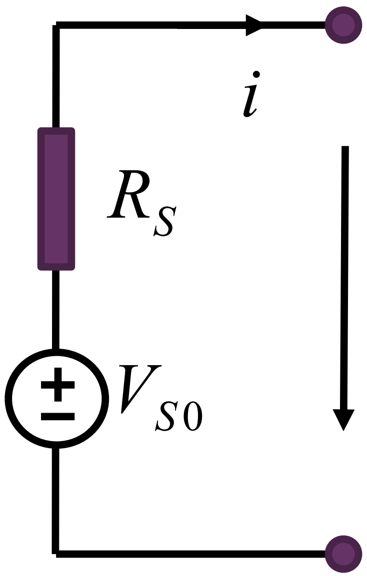
$$i = i_G + i_S$$

压控形式
诺顿电流源

$$G_S = \frac{I_{S0}}{V_{S0}} = \frac{1}{R_S}$$

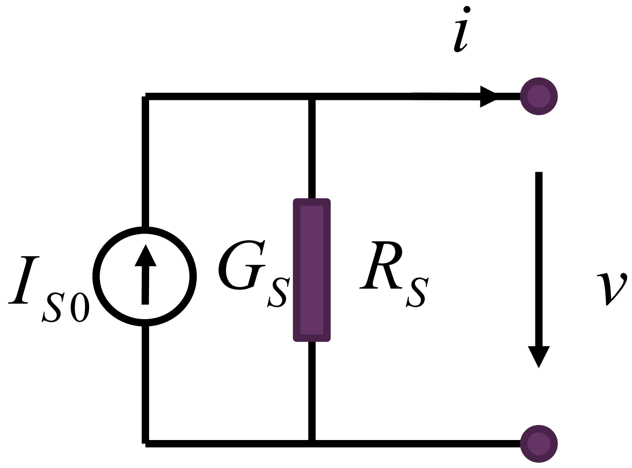
$$i = -v \cdot G_S + I_{S0}$$

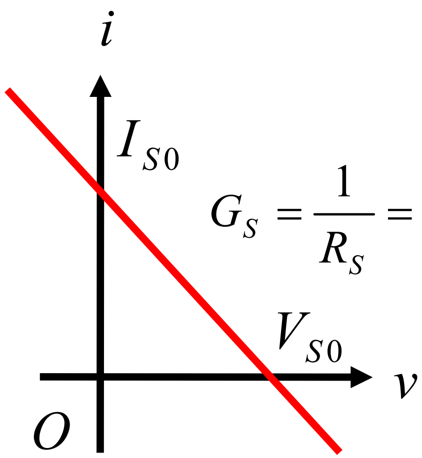
有内阻电源的两种表述方式



$$R_S = \frac{V_{S0}}{I_{S0}}$$

$$V_{S0} = R_S I_{S0} \qquad I_{S0} = \frac{V_{S0}}{R_S}$$





$$G_S = \frac{1}{R_S} = \frac{I_{S0}}{V_{S0}}$$

戴维南等效

Thevenin equivalent

流控形式等效电路

诺顿等效

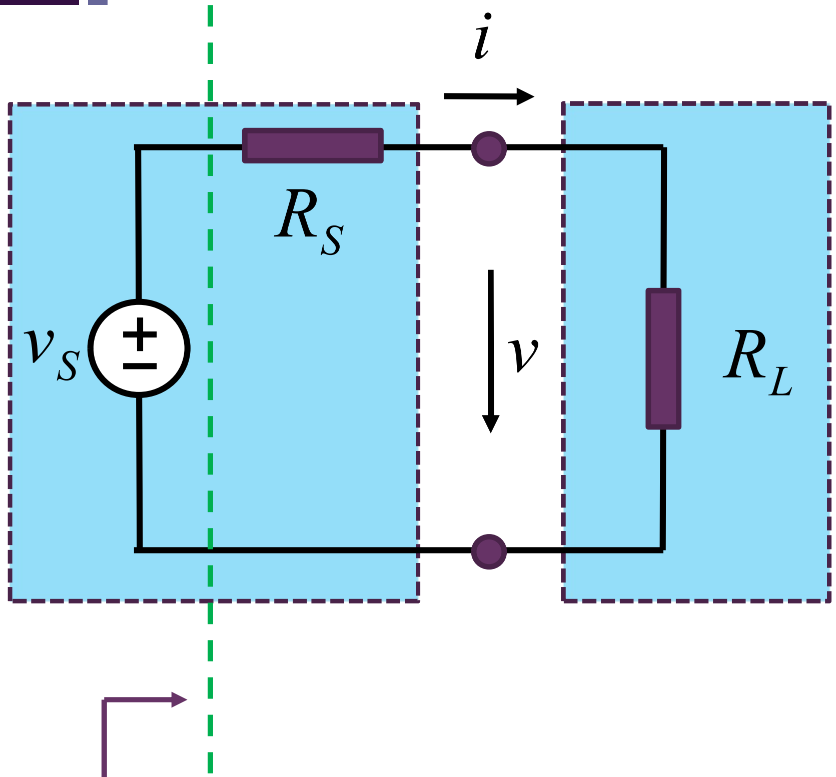
Norton equivalent

压控形式等效电路

从外端口的伏安特性看：这两种等效完全等价

例8 源驱动负载的功率分析

$$p_L = vi = p_S$$



$$v = iR_L = \frac{R_L}{R_S + R_L} v_S$$

分压系数

$$p_L = vi = \frac{v^2}{R_L} = i^2 R_L = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} v_S^2$$

$$P_L = \overline{p_L} = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} \overline{v_S^2} = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} V_{Srms}^2$$

功率和负载有关？

$$R_{eq} = R_S + R_L$$

$$P_L = \overline{p_L} = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} V_{Srm}^2$$

$$\leq \frac{R_L}{\left(2\sqrt{R_S R_L}\right)^2} V_{Srms}^2 = \frac{V_{Srms}^2}{4R_S} = P_{Smax}$$

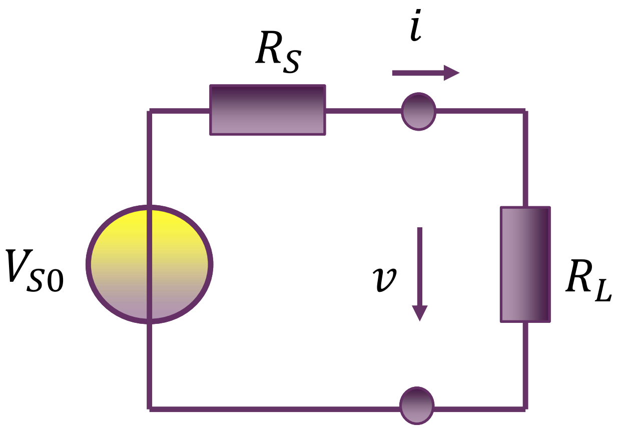
额定功率

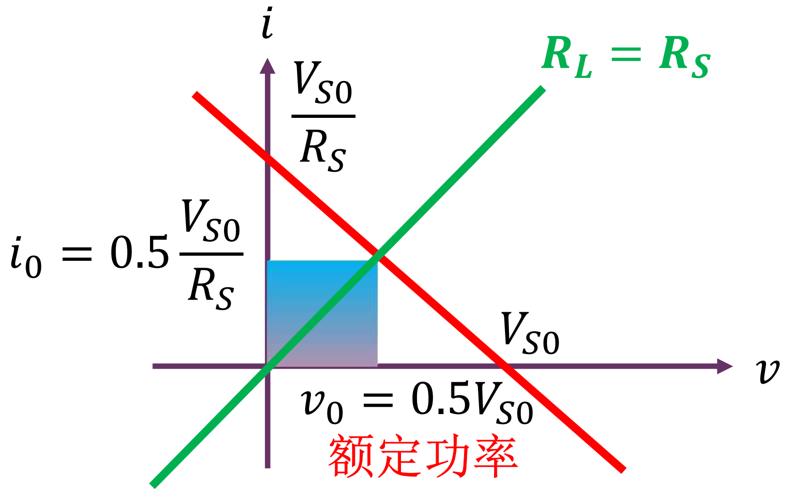
$$i = \frac{v_S}{R_{eq}} = \frac{v_S}{R_S + R_L}$$

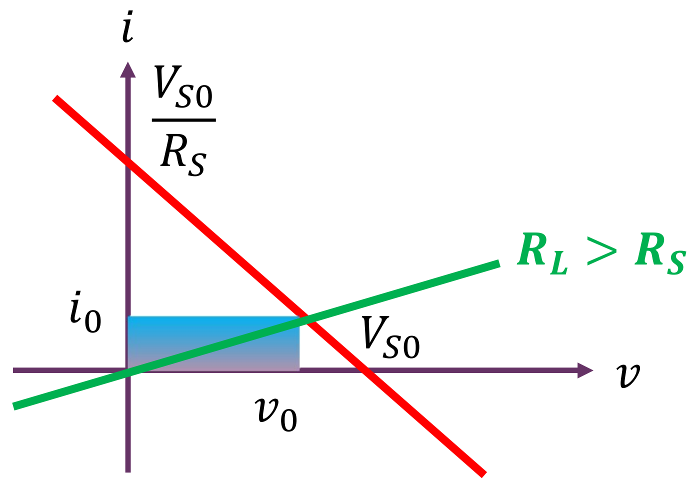
等号成立的条件

$R_L = R_S$ 最大功率传输匹配条件

最大功率传输匹配的图解理解







按源关联参考和阻关联参考方向定义端口电压电流，使得对接端口共用一套端口电压电流定义，从而可以在一个**vi**平面上画出电源和负载的伏安特性曲线，可以用图解法进行电路分析

直流源和交流源的额定功率

电源额定功率
的一般形式

$$P_{S,\max} = \frac{1}{4}\frac{V_{S,rms}^2}{R_S}$$

直流电源

$$P_{S,\max} = \frac{1}{4}\frac{V_{S0}^2}{R_S}$$

正弦波电源

$$P_{S,\max} = \frac{1}{8}\frac{V_{S,p}^2}{R_S}$$

单说功率时，一般都是指平均功率

电源的额定功率代表了电源的驱动能力
源的驱动能力大小由源幅度和内阻共同决定

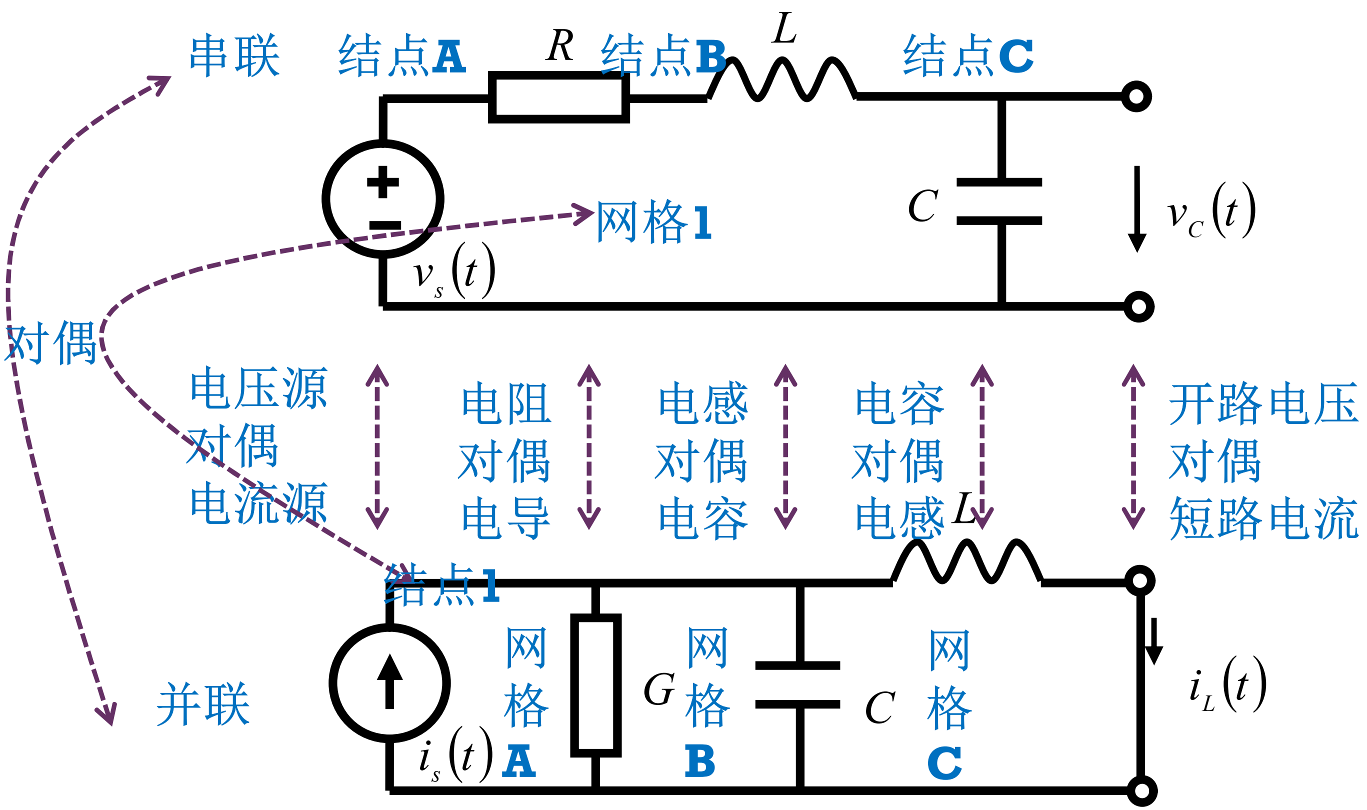
对偶原理

电路中的对偶量互换，数学表达式不变

对偶量	对偶表达式		对偶量
电压v	电场$\vec{E}$	磁场$\vec{H}$	电流i
电阻R	$v = iR$	$i = vG$	电导G
串联	$R_{eq} = \sum_k R_k$	$G_{eq} = \sum_k G_k$	并联
短路	$v = 0$	$i = 0$	开路
回路/网格			结点
KVL	$\sum_k v_k = 0$	$\sum_k i_k = 0$	**KCL**
戴维南等效	$v = v_s - iR_S$	$i = i_s - vG_S$	诺顿等效
电容	$i = C\frac{dv}{dt}$	$v = L\frac{di}{dt}$	电感
…			…

对偶电路：只需研究其一

$$LC\frac{d^2v_C(t)}{dt^2}+RC\frac{dv_C(t)}{dt}+v_C(t)=v_s(t)$$



电路方程中对偶量互换后，形式一样；因而只需研究其一，其二由对偶关系直接获取即可

$$CL\frac{d^2i_L(t)}{dt^2}+GL\frac{di_L(t)}{dt}+i_L(t)=i_s(t)$$

本节小结

- 电磁问题满足准静态条件，则可抽象为电路端口，用电路理论分析电磁问题
  - 一个端口就是一条支路，端口条件表明一条支路上只有一个电流
  - 不满足准静态条件，则无法定义端口（支路），也就没有电路理论
- n端口网络需要n个方程描述其电特性，这n个方程被称为n端口网络的元件约束方程，端口伏安特性方程，或广义欧姆定律方程
- 具有向端口外提供电能量能力的网络为有源网络
  - 电阻无源的，电源有源；电容、电感看初值，有初值则有源，无初值则无源
- 时变电路和非线性电路的区分：电路参量是否随时间变化？随时间变化是谁导致的？
- 对偶关系
  - 电压与电流；电阻与电导；开路与短路；串联与并联；戴维南源与诺顿源；网格与结点；电容与电感；…

作业1 有效值

- 一个正弦波电压源与1kΩ电阻对接，电压源的源电压为
  - $v_s(t) = V_0+10\sin(\omega t)$ (V)
  - 其中，V_0为直流偏置电压。
  - 1）绘制电源输出瞬时功率p(t)的波形示意图
    - 可以利用matlab画，可以手工画示意图
  - 2）确定电源输出的平均功率及其对应的电压有效值，两种情况：V_0=0和V_0=10V
  - 3）假设用方波发生器替换该电源。方波信号峰峰值为20V，平均值V_0=0，确定此时电源输出的平均功率及其电压有效值
  - 4）进一步，如果方波电源峰峰值为20V， 平均值V_0=10V ，确定此时电源输出的平均功率及其电压有效值
  - 5）使用dB数表述2、3、4问中求得的功率分别为多少dBm

作业2 线性非线性、时变时不变

- 判别下面的电路是线性电路？非线性电路？时变电路？时不变电路？说出为什么是或不是。

$$v(t) = f\big(i(t)\big) = R\big(t, i(t)\big) \cdot i(t)$$

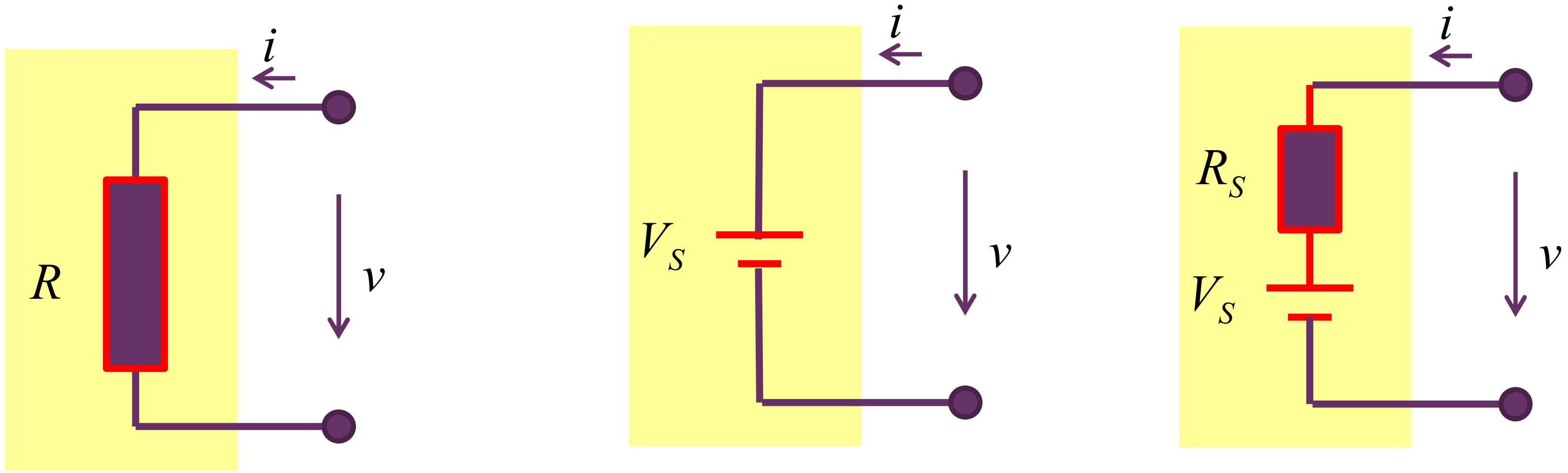
$$i(t) = f\big(v(t)\big) = \frac{d\big(C(t) \cdot v(t)\big)}{dt} = C(t) \cdot \frac{dv(t)}{dt} + v(t) \cdot \frac{dC(t)}{dt}$$

$$v(t) = f\big(i(t)\big) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

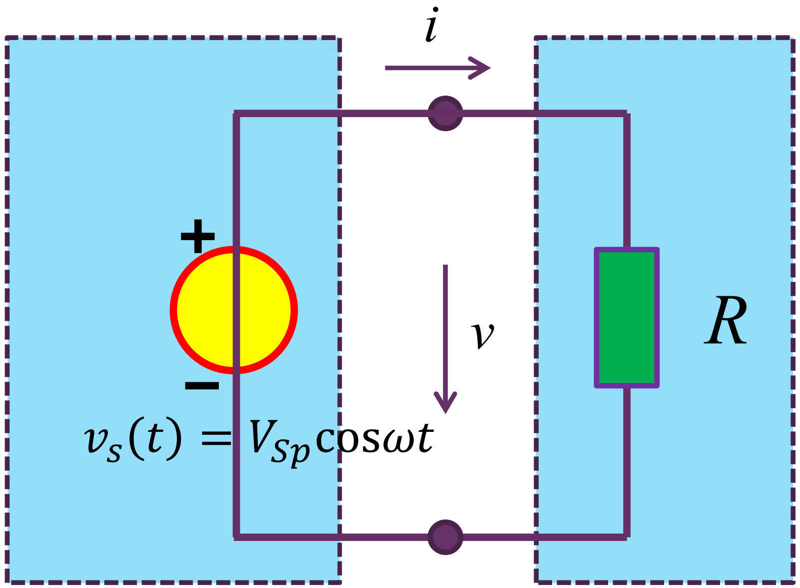
$$i(t) = f\big(v(t)\big) = \beta\big(V_{GS0}\big(v_c(t)\big) + v(t) - V_{TH}\big)^2$$

作业3 有源还是无源?

- 具有向端口外输出电功率能力的网络是有源网络，不具该能力的网络为无源网络。请分析如下三个网络，是有源网络，还是无源网络，为什么?



作业4 图解法求解



$$v(t) = v_S(t) = V_{Sp}\cos\omega t$$

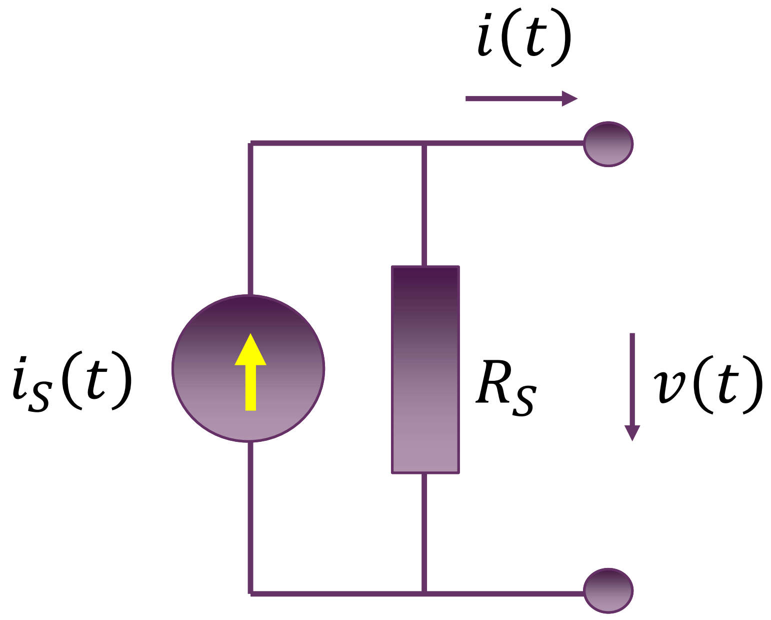
$$v(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{V_{Sp}}{R}\cos\omega t$$

- 请用图解法给出该电路分析结果

作业5 有内阻的电流源分析

- 如图所示，这是一个有内阻的电流源
  - （1）给出其端口伏安特性方程
  - （2）$\boldsymbol{i_S(t)=I_{S0}}$
    - 画伏安特性曲线
    - 分析额定功率
    - 分析最大功率传输匹配条件
  - （3）$\boldsymbol{i_S(t)=I_{Sp}\cos\omega t}$
    - 画伏安特性曲线
    - 分析额定功率
    - 分析最大功率传输匹配条件



作业6 电热器功率与电阻

- 某标称1000W功率的电热器，其功率标称值是针对220V/50Hz交流电而言的，请估计该电热器的电阻阻值

- 220V AC 50Hz的电压波形为：
  - $\boldsymbol{v(t)=220\sqrt{2}\cos(2\pi f t)}$
    - 其中，f=50Hz，幅值上的系数$\sqrt{2}$表明，220V是有效值电压

CAD练习

- 源对接负载
  - 源两种情况
    - 直流电压源
    - 交流电流源
  - 负载三种情况
    - 纯阻负载
    - 纯容负载
    - 串联阻容负载

提交报告时，说明你是如何操作获得这些结果的？

助教为了便于批改，可以统一确定电容值/电阻值/电源电压形式等。

- 仿真获得电源输出功率，电阻获得功率，电容获得功率
  - 说明：电源输出功率=电阻吸收功率，电容不消耗功率
  - 练习：学会用CAD工具做相关计算，例如功率计算

本节课内容在教材中的章节对应

- P30-33: 2.2 系统概念
- P33-41: 2.3 端口与网络
- P41-54: 2.4 理想电源与理想电阻
- P54-57: 2.5.1 短路与开路 2.5.2 开关
- P118-121: 3.5 对偶关系