电子电路与系统基础I

理论课第十一讲 局部线性法原理

非线性电路的交直流分析方法

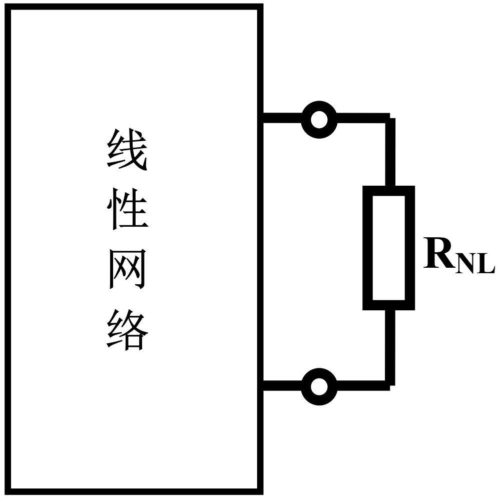
李国林
清华大学电子工程系

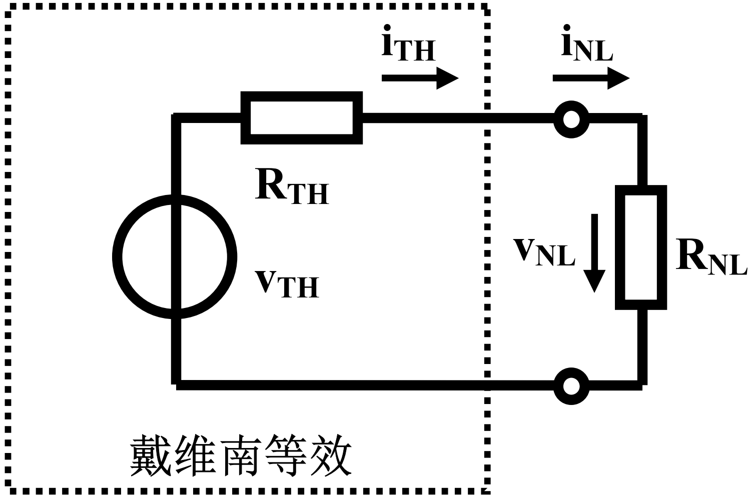
局部线性法原理 大纲

- 单端口非线性电阻
  - 局部线性化原理
  - 两个例子
    - **PN**结二极管：微分电阻
    - 隧道二极管：微分负阻做放大器
      - 耦合电容，扼流圈动态元件的通断开关模型
      - 直流能量到交流能量的能量转换
      - 线性范围

- 二端口非线性电阻
  - 局部线性化原理
  - **CE**组态放大器分析例

一、单端口非线性电阻





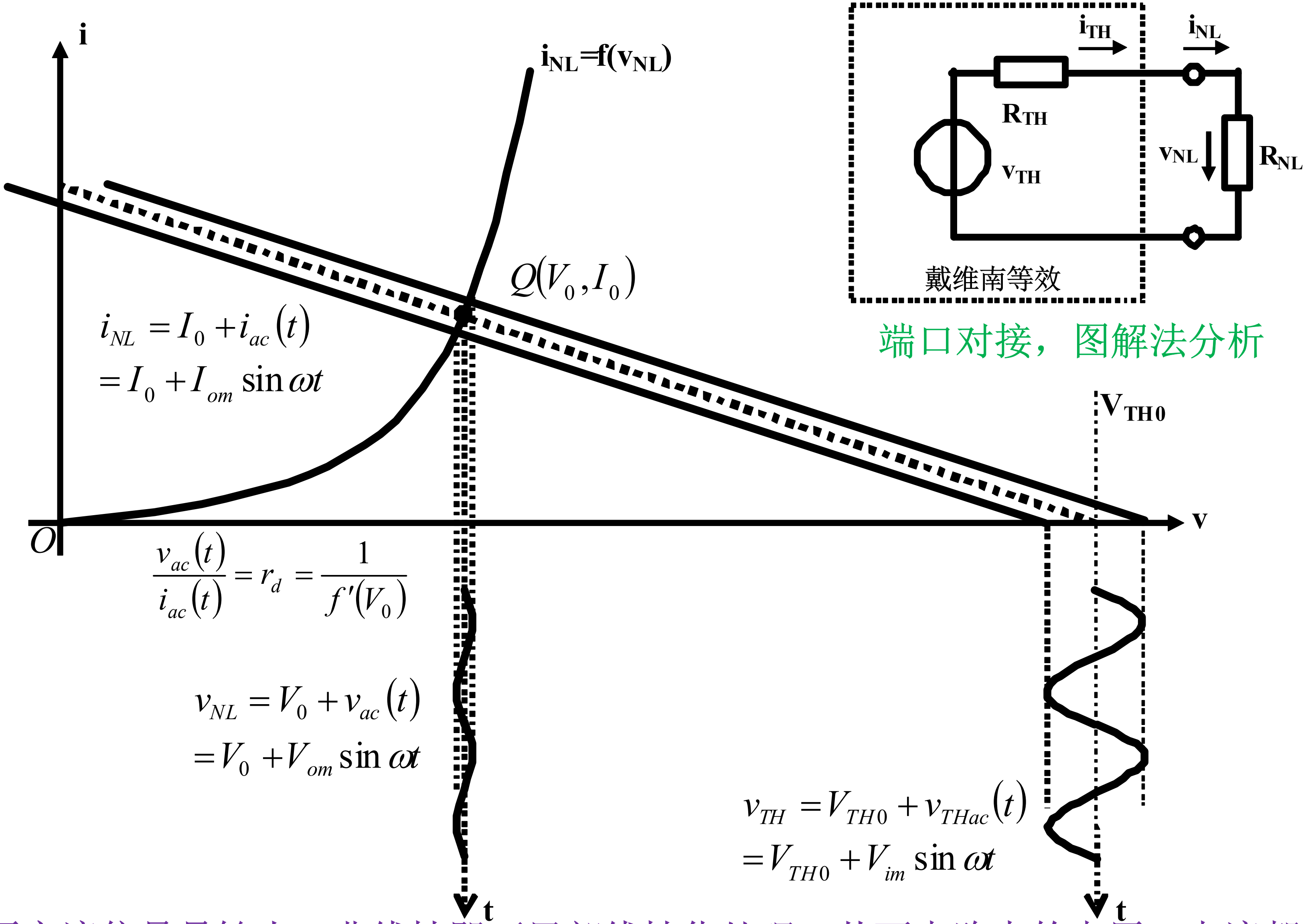
假设线性网络中包含直流偏置电源和交流小信号激励源

戴维南等效源也可分解为直流项（时间无关常数项）和交流项（随时间变化项）

假设交流信号很小

$$v_{TH}(t) = V_{TH0} + v_{THac}(t)$$

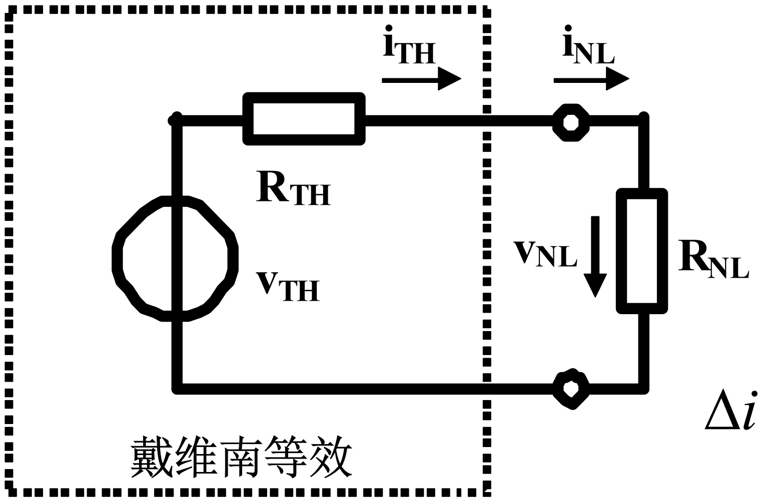
图解法原理性分析



端口对接，图解法分析

只要交流信号足够小，非线性即可局部线性化处理，从而电路中的电压、电流都可以分解为直流分量加小信号交流分量，且交流分量变化规律完全由激励源决定：交流小信号符合线性规律：交流信号足够小，局部对交流信号而言则是线性的

局部线性：微分电阻

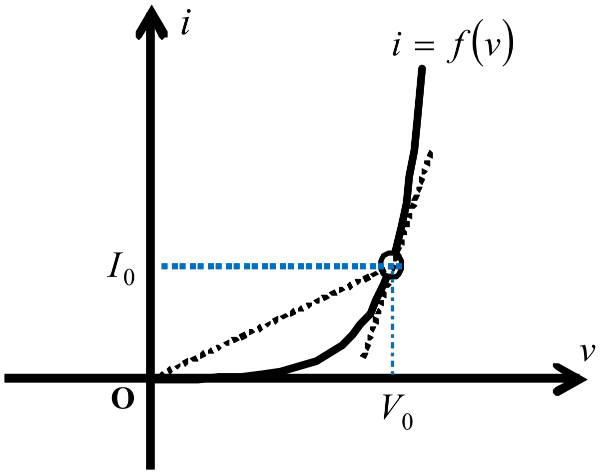


$$i = f(v) = f(V_0 + \Delta v)$$
$$= f(V_0) + f'(V_0)\Delta v + \frac{1}{2!} f''(V_0)\Delta v^2 + \frac{1}{3!} f'''(V_0)\Delta v^3 + \ldots$$
$$\approx f(V_0) + f'(V_0)\Delta v = I_0 + \Delta i$$

$$\Delta i = f'(V_0)\Delta v$$

$$r_d = \frac{\Delta v}{\Delta i} = \frac{1}{f'(V_0)}$$

直流工作点上，极小的电压电流波动，波动电压、电流近似为线性关系：局部线性关系：线性比值定义为微分电阻，增量电阻



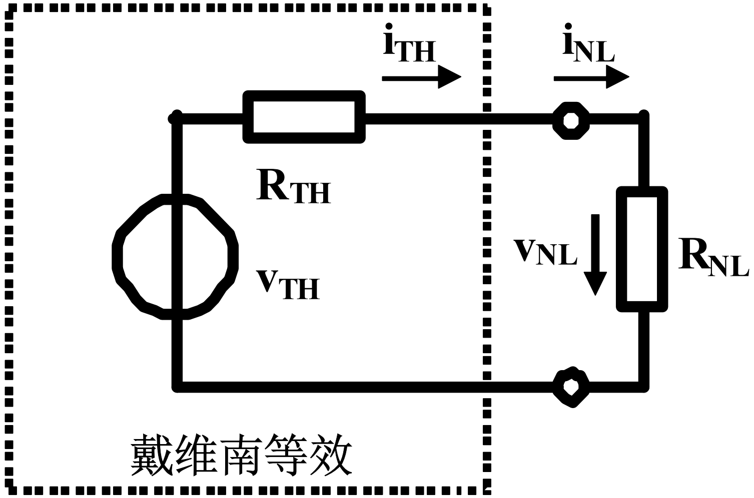
例：**PN**结二极管

$$i_D = I_{S0}\left(e^{\frac{v_D}{v_T}} - 1\right)$$

$$r_d = \frac{1}{\frac{di_D}{dv_D}}\bigg|_Q = \frac{1}{\frac{I_{S0}}{v_T} e^{\frac{v_D}{v_T}}}\bigg|_Q \approx \frac{1}{\frac{I_{D0}}{v_T}} = \frac{v_T}{I_{D0}}$$

$$I_{D0} = I_{S0}\left(e^{\frac{V_{D0}}{v_T}} - 1\right) \approx I_{S0} e^{\frac{V_{D0}}{v_T}}$$

交直流分析



$$\frac{v_{TH}-v_{NL}}{R_{TH}}=i_{TH}=i_{NL}=f(v_{NL})$$

$$v_{TH}(t)=V_{TH0}+v_{THac}(t)$$

$$v_{NL}=V_0+v_{ac}(t)$$

$$i_{NL}=I_0+i_{ac}(t)$$

交流小信号

数学描述

$$\frac{V_{TH0}+v_{THac}(t)-(V_0+v_{ac}(t))}{R_{TH}}=f(V_0+v_{ac}(t))\approx f(V_0)+f'(V_0)v_{ac}(t)$$

和时间无关的直流项：

$$\frac{V_{TH0}-V_0}{R_{TH}}=f(V_0)=I_0$$

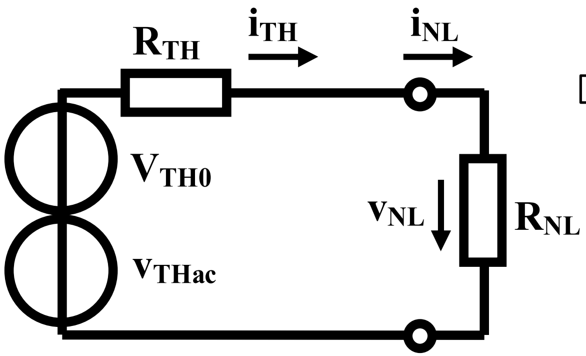
随时间相同规律变化的交流项：

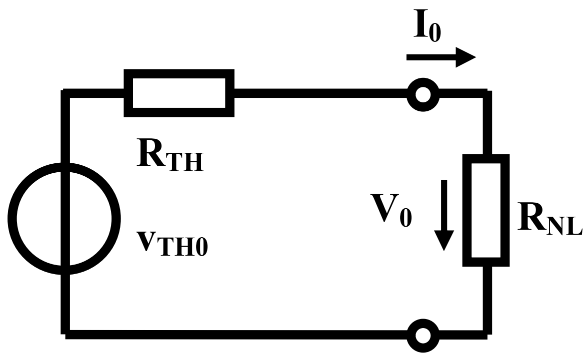
$$\frac{v_{THac}-v_{ac}}{R_{TH}}=f'(V_0)v_{ac}=i_{ac}=\frac{v_{ac}}{r_d}$$

电路分析可分解为直流非线性分析和交流小信号线性分析

交直流分析 电路描述

$$\frac{V_{TH0}-V_0}{R_{TH}}=f(V_0)=I_0$$





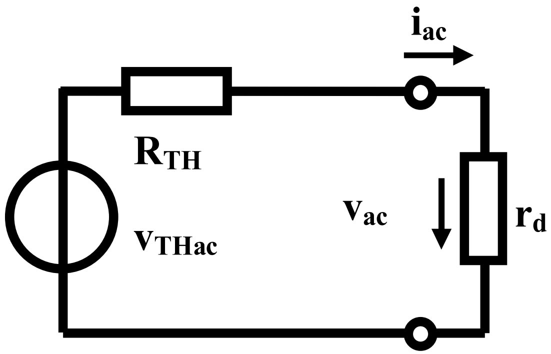
直流非线性分析

去掉交流激励即可

$$r_d=\frac{1}{f'(V_0)}$$

$$\frac{v_{THac}-v_{ac}}{R_{TH}}=i_{ac}=\frac{v_{ac}}{r_d}$$

$$v_{ac}=\frac{r_d}{R_{TH}+r_d}v_{THac}$$



交流小信号线性分析

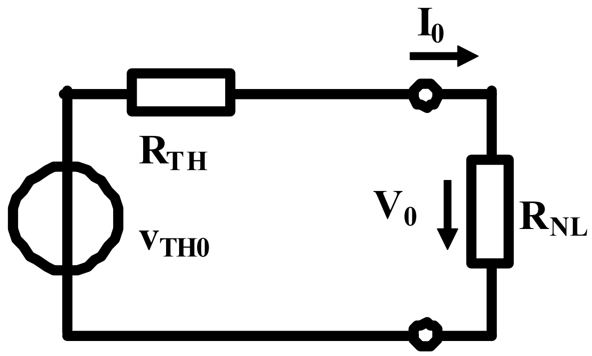
保留交流激励，其他所有元件采用微分元件

电路分析可分解为直流非线性分析和交流小信号线性分析

先直流分析，后交流分析

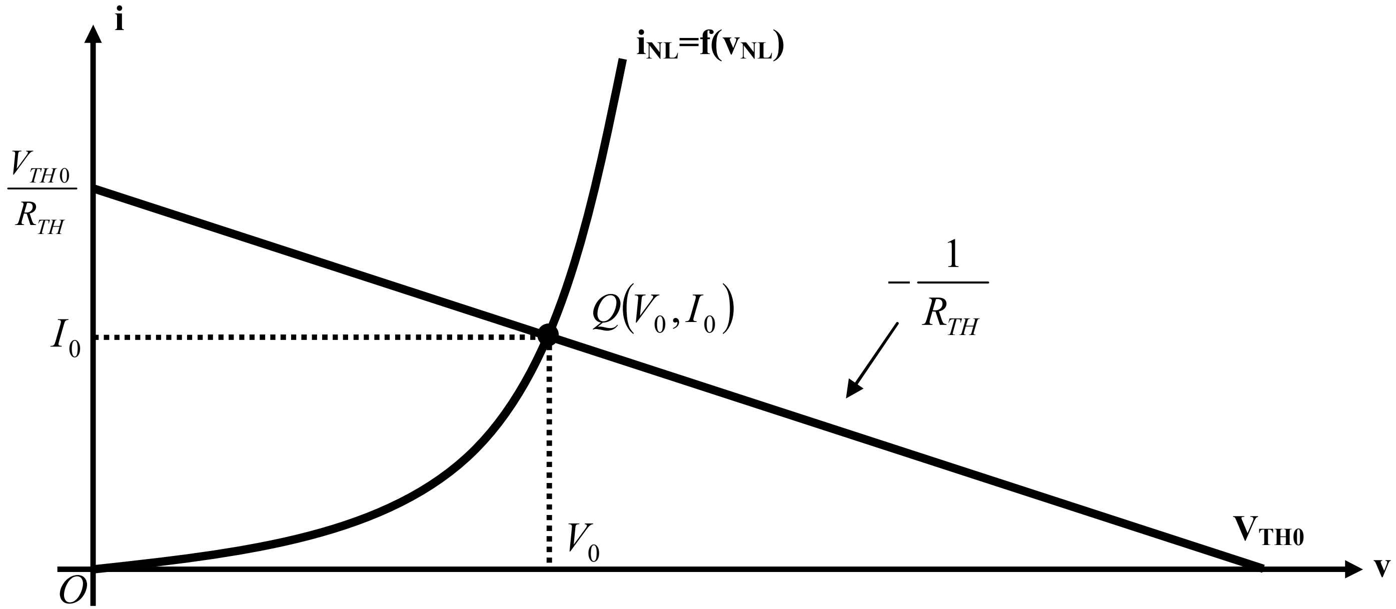
交流小信号微分电阻是直流工作点上的微分元件

先直流分析



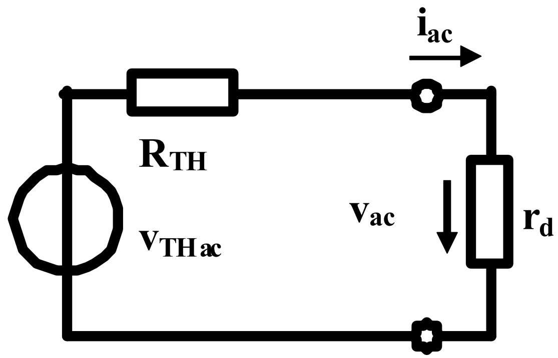
电路中保留直流源的作用

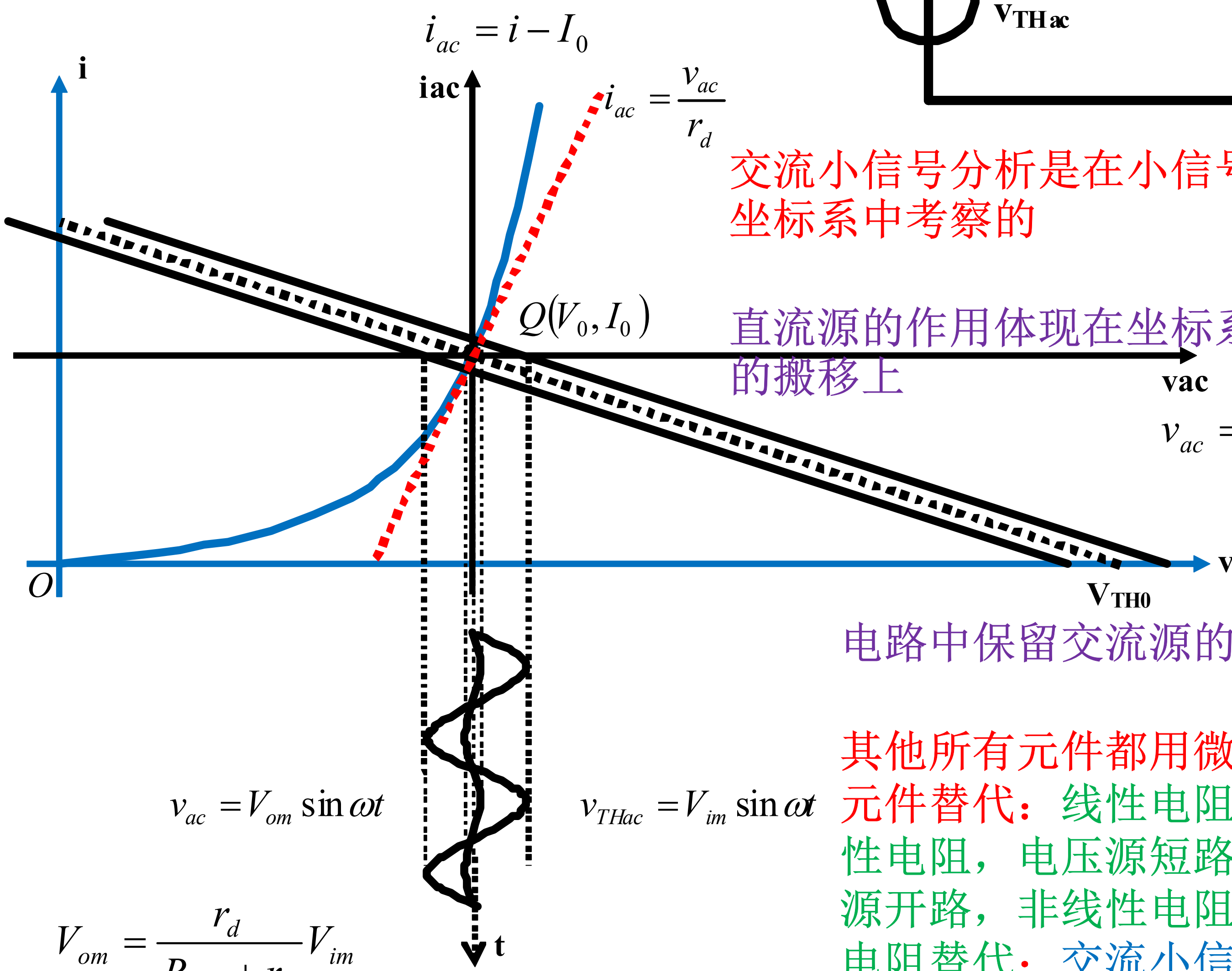
获得直流工作点$Q(V_0,I_0)$的方法不限，可以是解析法、数值法、图解法，如果精度要求不很高，也可采用分段折线法。



后交流小信号分析

$$v_{ac} = \frac{r_d}{R_{TH} + r_d} v_{THac}$$





交流小信号分析是在小信号坐标系中考察的

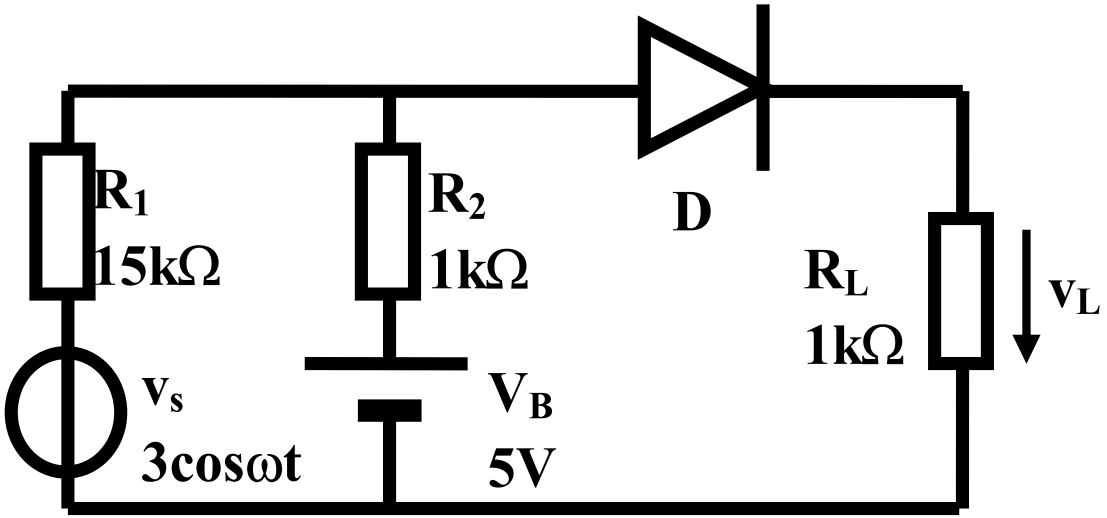
直流源的作用体现在坐标系的搬移上

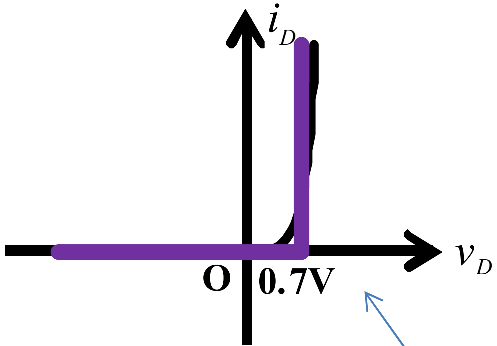
电路中保留交流源的激励

其他所有元件都用微分线性元件替代：线性电阻还是线性电阻，电压源短路，电流源开路，非线性电阻用微分电阻替代：交流小信号分析是线性电路分析，可以采用线性分析的任意方法

$$V_{om} = \frac{r_d}{R_{TH} + r_d} V_{im}$$

例1：二极管开关传输例





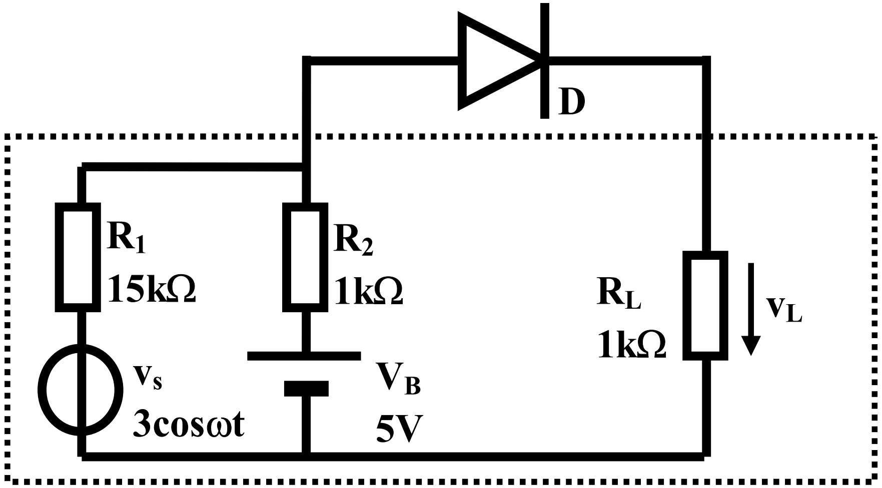
V_B=0，二极管截止，信号无法传输

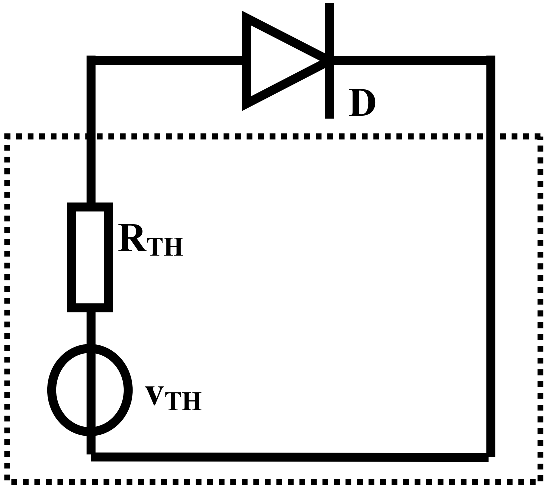
V_B=5V，二极管导通，信号可以传输

分段折线模型分析时，二极管开关导通则**0.7V**恒压源替代，**0.7V**恒压源微分电阻为**0**，故而对小信号而言，二极管是短接的？这个分析误差有多大？这里考虑其非零的微分电阻

分段折线模型假设微分电阻为**0**，误差是否可以接受？

线性电路戴维南等效



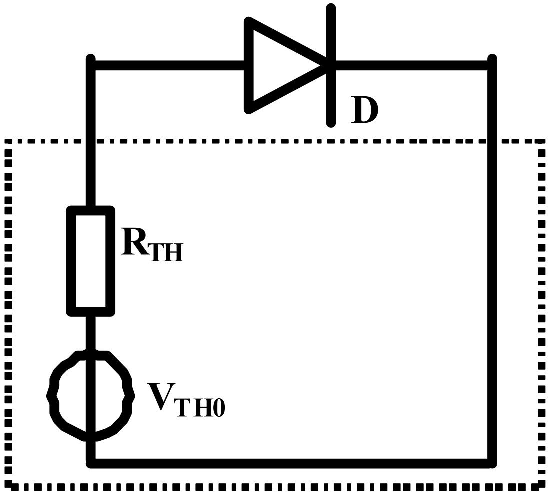


$$V_{TH0} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_B = \frac{15}{15+1} \times 5 = 4.6875V$$

$$v_{THac} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_B = \frac{1}{15+1} \times 3\cos\omega t = 0.1875\cos\omega t (V)$$

$$R_{TH} = R_L + R_1 \| R_2 = 1k + 15k \| 1k = 1.9375k\Omega$$

先直流分析



$$V_{TH0} = 4.6875V$$

$$R_{TH} = 1.9375k\Omega$$

可以采用牛顿拉夫逊迭代法求解：同学自行练习，假设**I_{S0}=10fA**

这里采用分段折线法：判断二极管是导通的，则用**0.7V**恒压源替代

$$I_{D0} = \frac{V_{TH0} - 0.7}{R_{TH}} = \frac{4.6875 - 0.7}{1.9375k} = 2.058mA$$

$$r_d = \frac{v_T}{I_{D0}} = \frac{26mV}{2.058mA} = 12.63\Omega$$

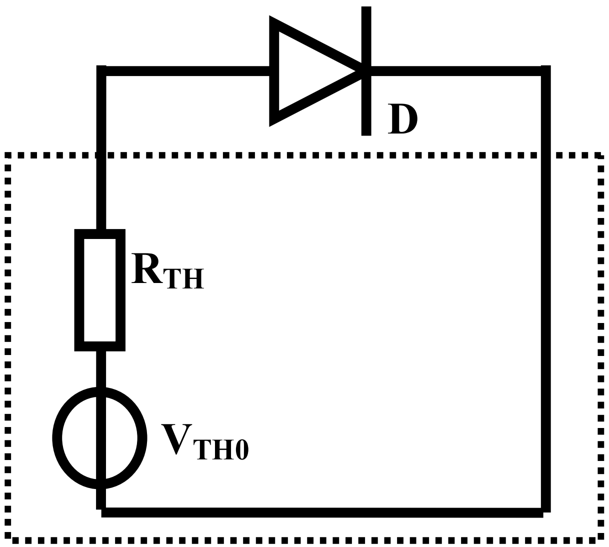
直流工作点上求微分电阻

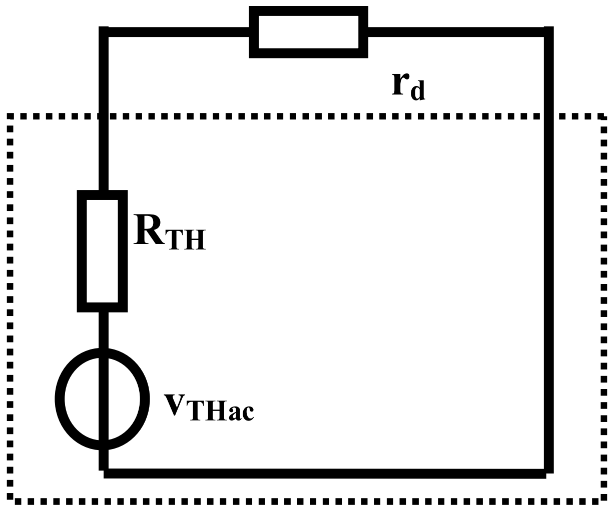
很小，接近于**0**

后交流小信号分析

$$v_{THac}(t) = 0.1875\cos\omega t(V)$$

$$R_{TH} = 1.9375k\Omega$$



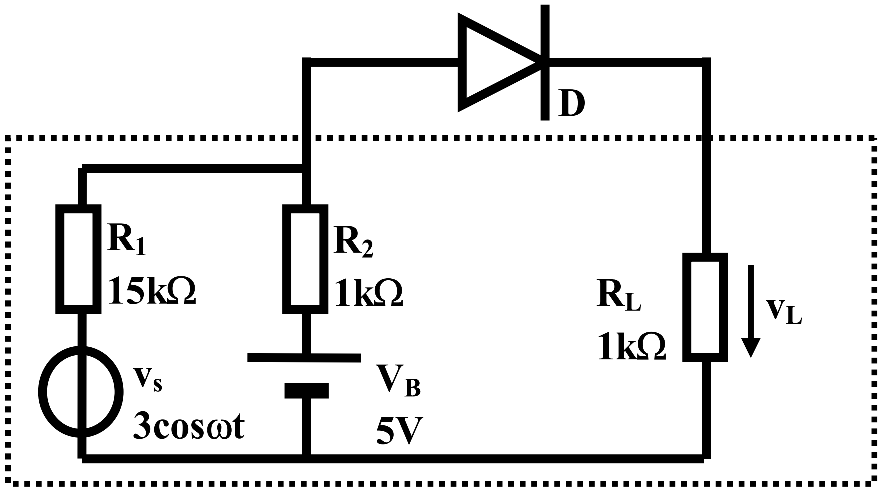


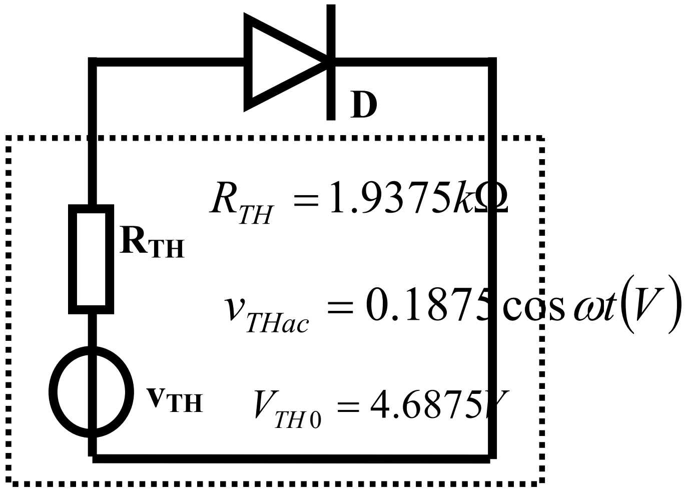
$$I_{D0} = 2.058mA$$

$$i_d = \frac{v_{THac}}{R_{TH} + r_d} = \frac{0.1875\cos\omega t}{1937.5 + 12.63} = 96.15\cos\omega t(\mu A)$$

$$r_d = 12.63\Omega$$

总响应：直流加交流





$$i_D = I_{D0} + i_d = (2.058 + 0.096\cos\omega t)mA$$

$$v_L = i_L R_L = i_D R_L = (2058 + 96\cos\omega t)mV = (2.058 + 0.096\cos\omega t)V$$

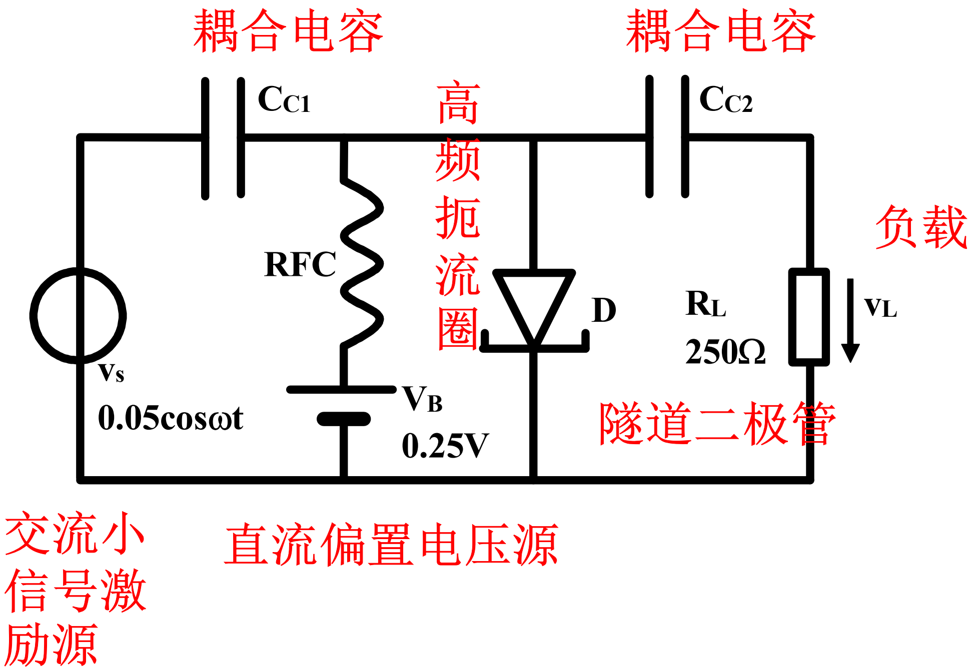
分段折线分析结果：

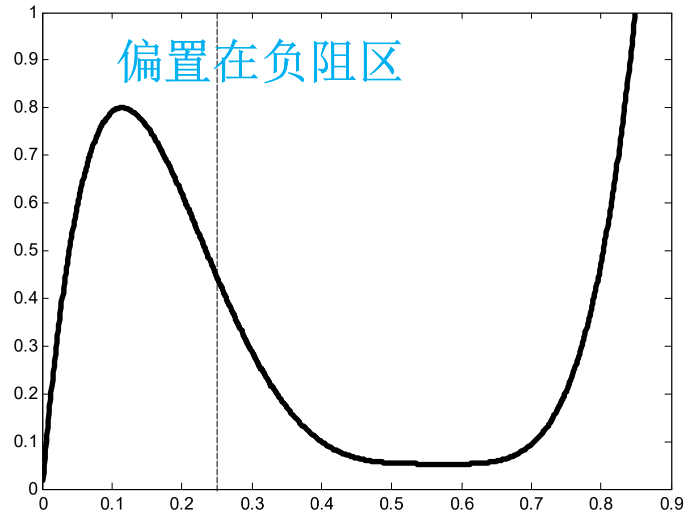
$$v_L = \frac{v_{TH} - 0.7}{R_{TH}} \times R_L = \frac{3.9875 + 0.1875\cos\omega t}{1.9375} = (2.058 + 0.097\cos\omega t)V$$

对本题而言，分段折线分析结果足够精确，无需交直流分析

原因：二极管电流很大，微分电阻很小，可以抽象为**0**，**0.7V**恒压源模型足够精确

例2 隧道二极管负阻放大器





$$i = f(v) = 17.05v - 119.57v^2 + 317.42v^3 - 375.42v^4 + 166.66v^5$$

根据测量结果拟合的伏安特性方程

电压单位：伏特
电流单位：毫安

耦合电容

- 耦合电容（**Coupling Capacitor**）是大电容，具有直流开路，交流短路特性

$$v_C(t) = V_0 + V_m \cos \omega t$$

$$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} = -C\omega V_m \sin \omega t = I_m \cos(\omega t + 90°)$$

直流电流为**0**
直流开路

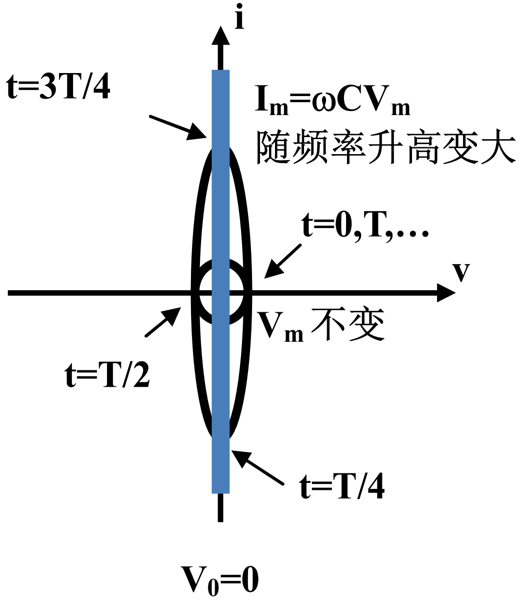
交流电流和频率成正比，如果频率很高，则可抽象为短路线（电流随意，电压为零）

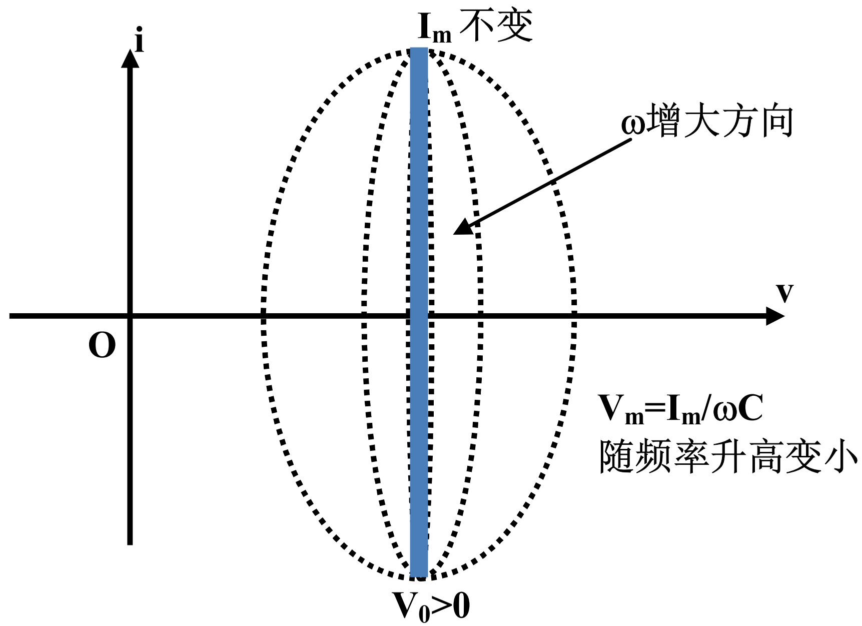
$$V_m = \frac{I_m}{\omega C} \xrightarrow{\omega \to \infty} 0$$

耦合电容高频抽象为短路线

$$v_C(t) = V_0 + V_m \cos \omega t \qquad i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} = -C\omega V_m \sin \omega t$$

$$\left(\frac{v_C(t) - V_0}{V_m}\right)^2 + \left(\frac{i_C(t)}{\omega C V_m}\right)^2 = (\cos \omega t)^2 + (-\sin \omega t)^2 = 1$$





高频则抽象为短路线

电容可抽象为恒压源：交流分析时，其微分电阻为**0**

高频扼流圈

耦合电容可抽象为微分内阻为**0**的恒压源，交流分析时视为短路

对偶元件

高频扼流圈可抽象为微分内导为**0**的恒流源，交流分析时视为开路

- 高频扼流圈（**Radio Frequency Choke**，射频扼流圈）是大电感，具有直流短路，交流开路特性

$$i_L(t) = I_0 + I_m \cos \omega t$$

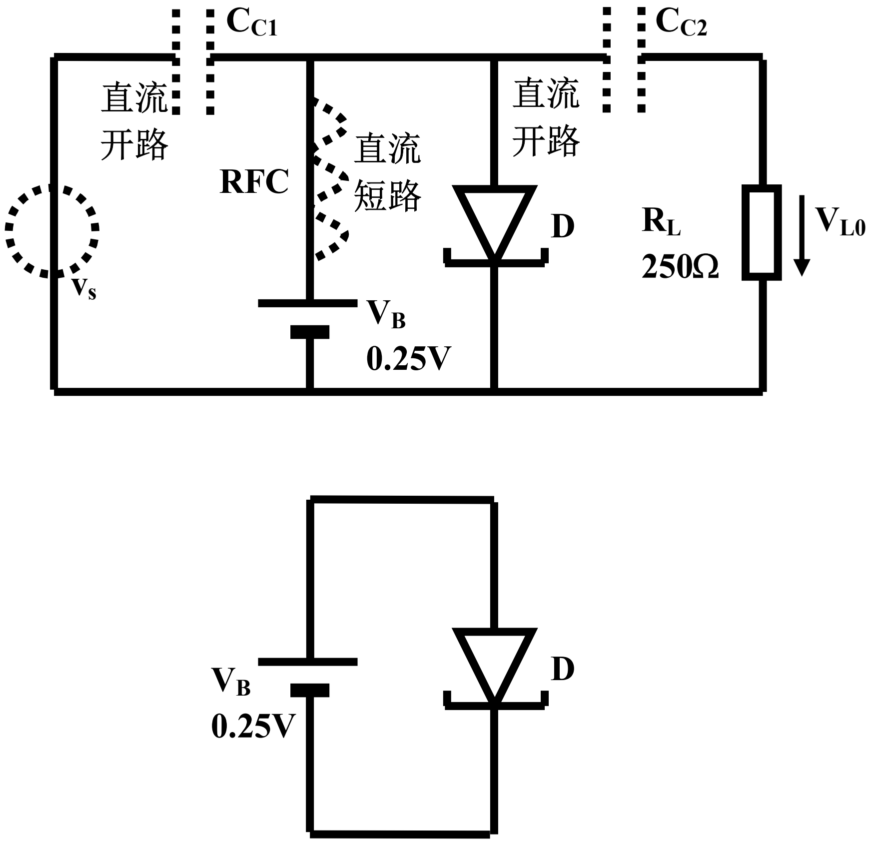
$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} = -L\omega I_m \sin \omega t = V_m \cos(\omega t + 90°)$$

直流电流存在，但直流电压为**0**：直流短路

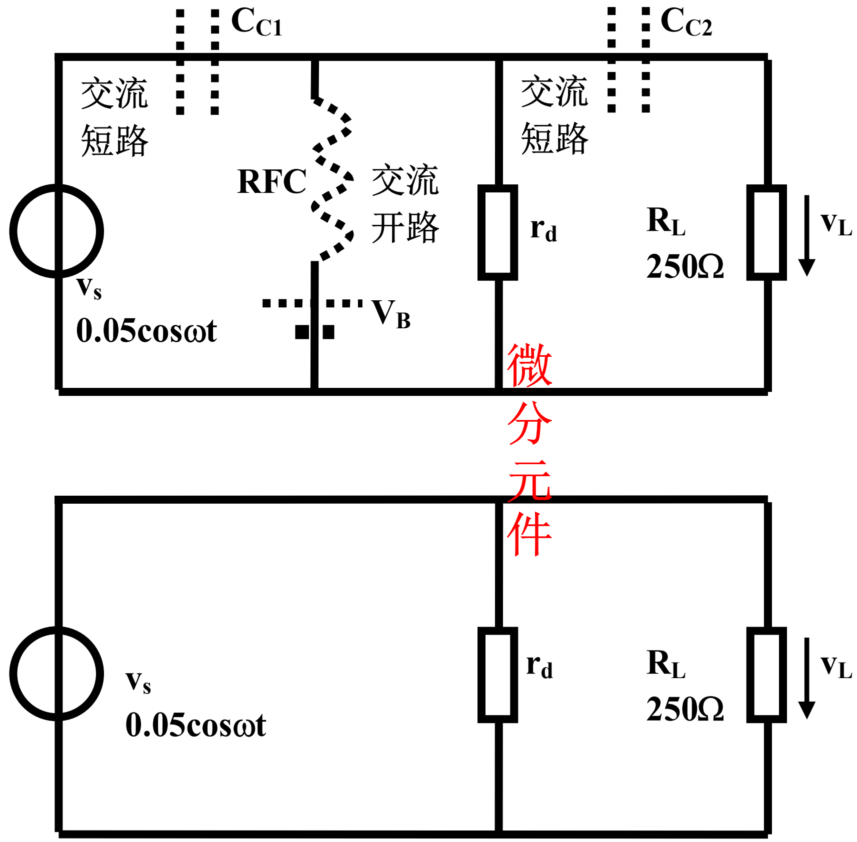
交流电压和频率成正比，如果频率很高，则可抽象为开路（电压随意，电流为零）

$$I_m = \frac{V_m}{\omega L} \xrightarrow{\omega\to\infty} 0$$

直流分析电路和交流分析电路



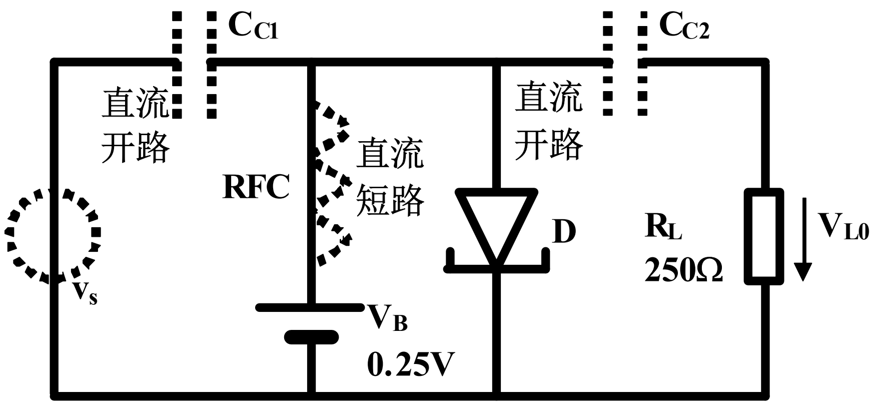
直流分析

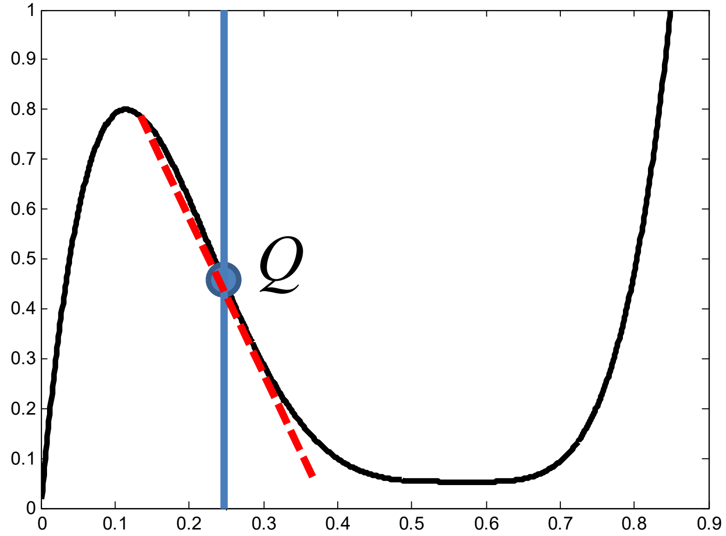


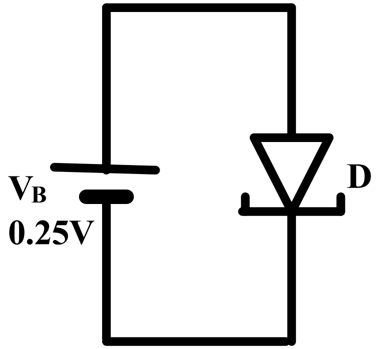
交流小信号分析

由于存在耦合电容和高频扼流圈，直流分析
和交流分析的两个电路结构不同

直流分析：图解法和解析法







$$i = f(v) = 17.05v - 119.57v^2 + 317.42v^3 - 375.42v^4 + 166.66v^5$$

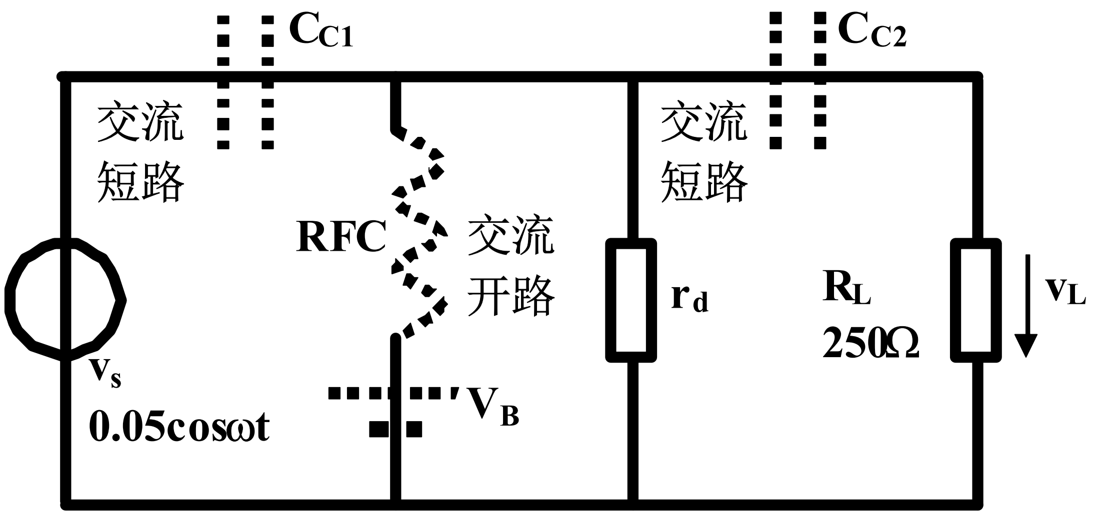
$$I_0 = f(V_0) = f(0.25V) = 445\mu A$$

$$r_d = \frac{1}{f'(v)}\bigg|_{V_0} = \frac{1}{17.05 - 119.57\times 2v + 317.42\times 3v^2 - 375.42\times 4v^3 + 166.66\times 5v^4}\bigg|_{v=V_0=0.25}$$

$$= \frac{1}{-3.4274mS} = -292\Omega$$

微分负阻

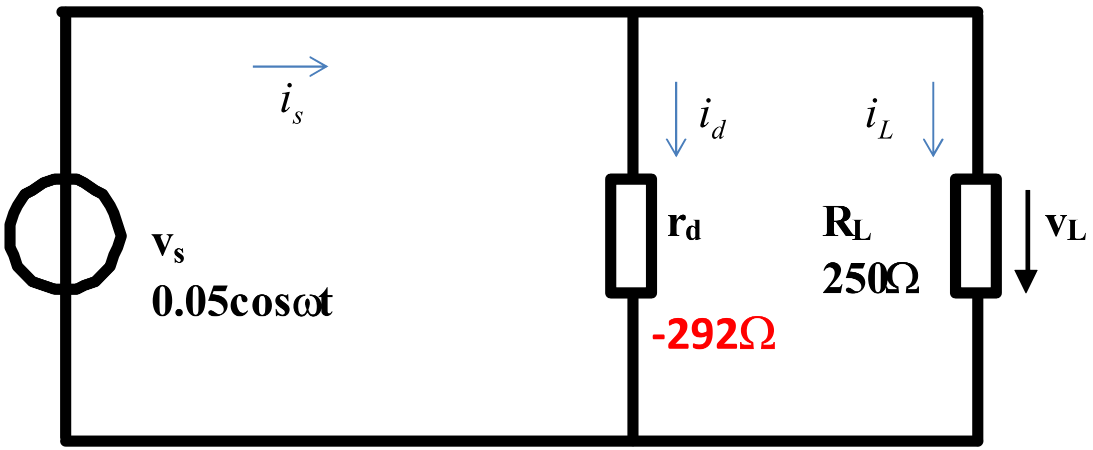
交流分析



$$i_d = \frac{v_s}{r_d} = -0.1714\cos\omega t\,(mA)$$

$$i_L = \frac{v_s}{R_L} = 0.2000\cos\omega t\,(mA)$$

$$i_S = i_d + i_L = 0.0286\cos\omega t\,(mA)$$



$$\overline{p_S} = \frac{1}{2}V_{Sp}I_{Sp}$$

$$= 0.5\times 0.05\times 0.0286m = 0.715\,\mu W$$

$$\overline{p_L} = \frac{1}{2}I_{Lp}^2 R_L$$

$$= 0.5\times (0.20m)^2\times 250 = 5\,\mu W$$

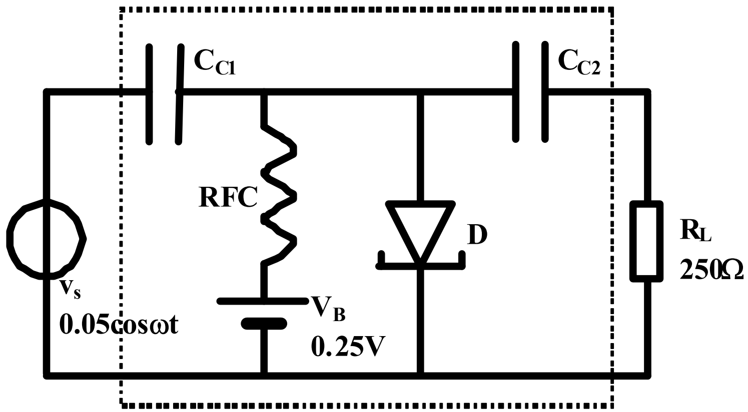
$$G_p = \frac{\overline{p_L}}{\overline{p_S}} = \frac{5}{0.715} = 7 = 8.4dB$$

$$G_p = \frac{\overline{p_L}}{\overline{p_S}} = \frac{V_{s,rms}^2 G_L}{V_{s,rms}^2 (G_L + g_d)} = \frac{G_L}{G_L + g_d}$$

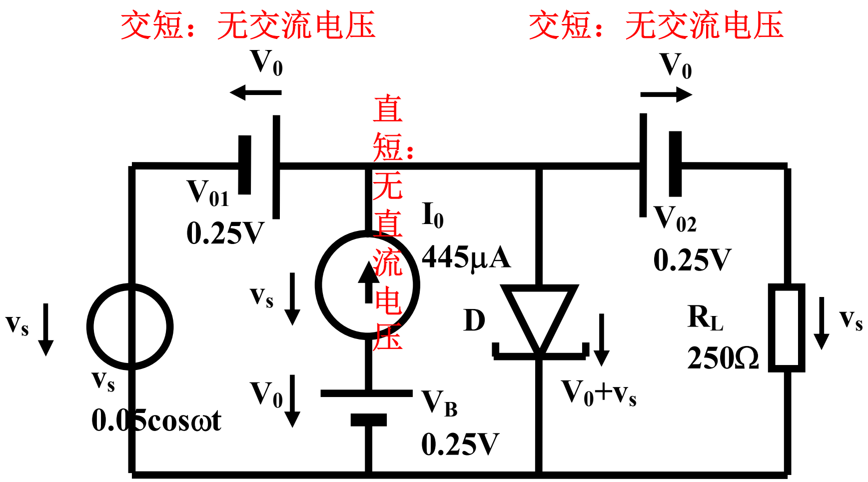
负载获得了比信源输出功率更大的功率

放大器：功率增益由负载电导和微分负导共同决定

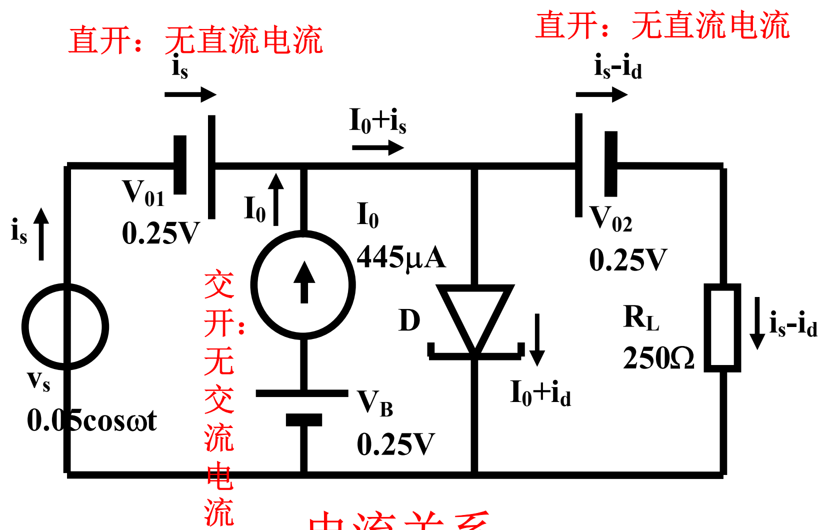
电容抽象为恒压源，电感抽象为恒流源



电容用直流恒压源替代
电感用直流恒流源替代
和原电路分析无任何冲突
两者等价：
替代定理的应用
将动态电路抽象为电阻电路
直流+交流（频率很高，稳态情况，充放电结束）

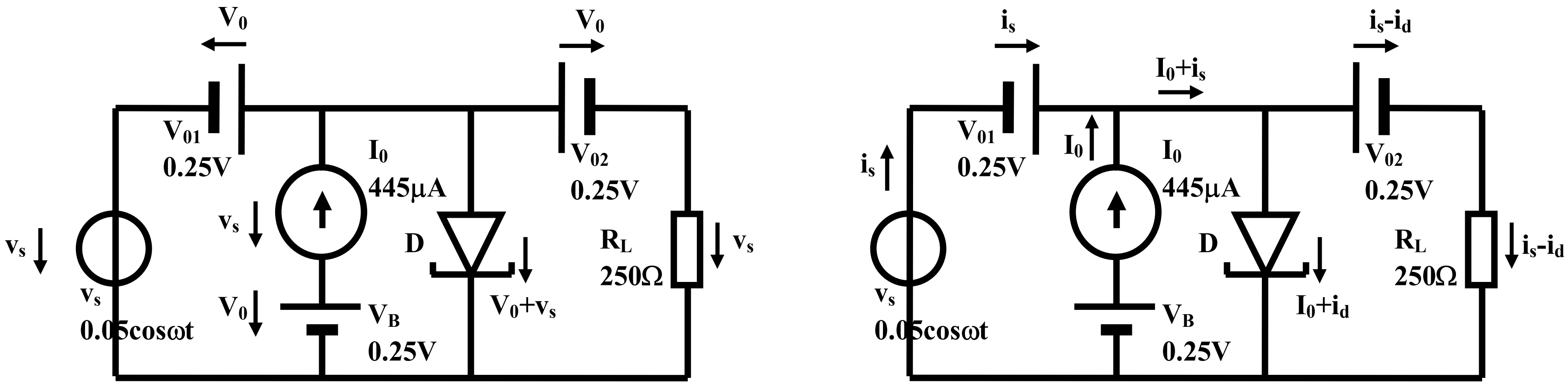


电压关系



电流关系

负阻将直流能量转换为交流能量



如果没有施加交流信号，v_s=0，隧道二极管消耗功率为直流偏置电压源提供的功率

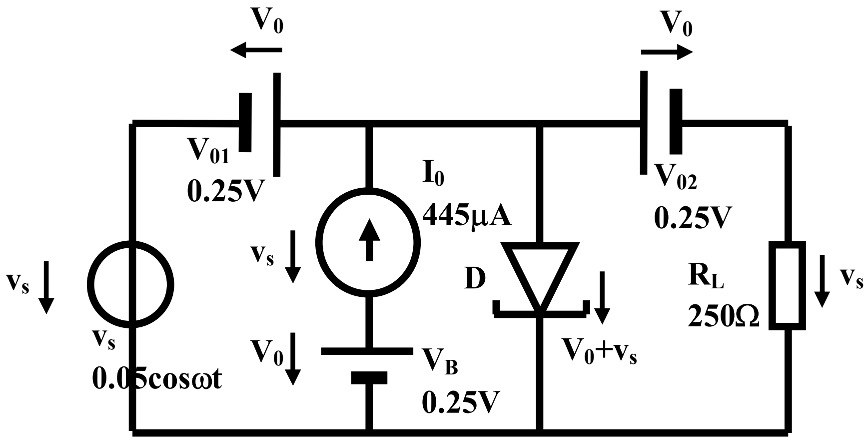
$$P_D = V_0 I_0 = 250mV \times 445\mu A = 111\mu W = P_S = V_B I_0$$

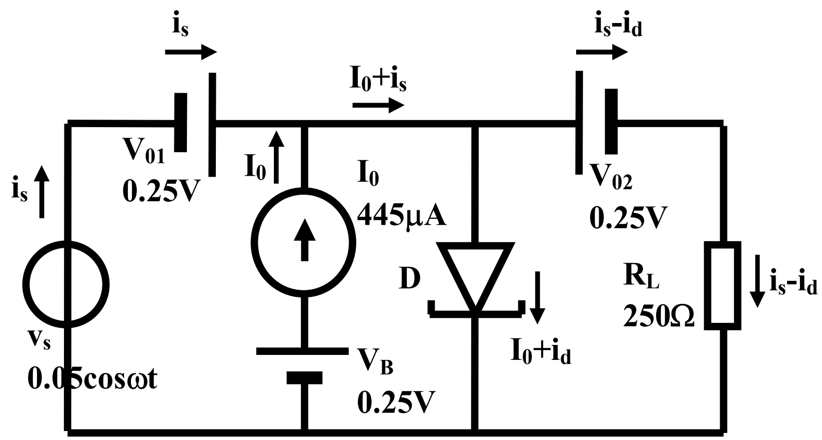
如果施加交流信号，$v_s \neq 0$，直流偏置电压源仍然提供这多功率，但隧道二极管消耗功率减少了

$$P_D = \overline{(V_0 + v_s)(I_0 + i_d)} = V_0 I_0 + \overline{v_s i_d} = V_0 I_0 + \frac{V_{s,rms}^2}{r_d}$$

$$= 250mV \times 445\mu A - \frac{1}{2}\frac{(0.05)^2}{292} = 111\mu W - 4.28\mu W = 106.72\mu W$$

负阻将直流能量转换为交流能量





直流偏置电压源提供**111μW**直流功率，隧道二极管吸收**111μW**直流功率，其微分负阻又向外释放了**4.28μW**的交流功率

$$P_D = \overline{(V_0 + v_s)(I_0 + i_d)} = V_0 I_0 + \overline{v_s i_d} = 111\mu W - 4.28\mu W$$

交流信号源本身对外释放了**0.72μW**交流功率

$$\overline{p_S} = \frac{1}{2} V_{Sp} I_{Sp} = 0.5 \times 0.05 \times 0.0286m = 0.72\mu W$$

负载吸收了信源和负阻提供的交流功率

$$\overline{p_L} = \overline{p_S} + \overline{p_d} = 0.72\mu W + 4.28\mu W = 5.0\mu W$$

施加交流激励后，隧道二极管消耗能量降低部分即为负阻向外释放的能量

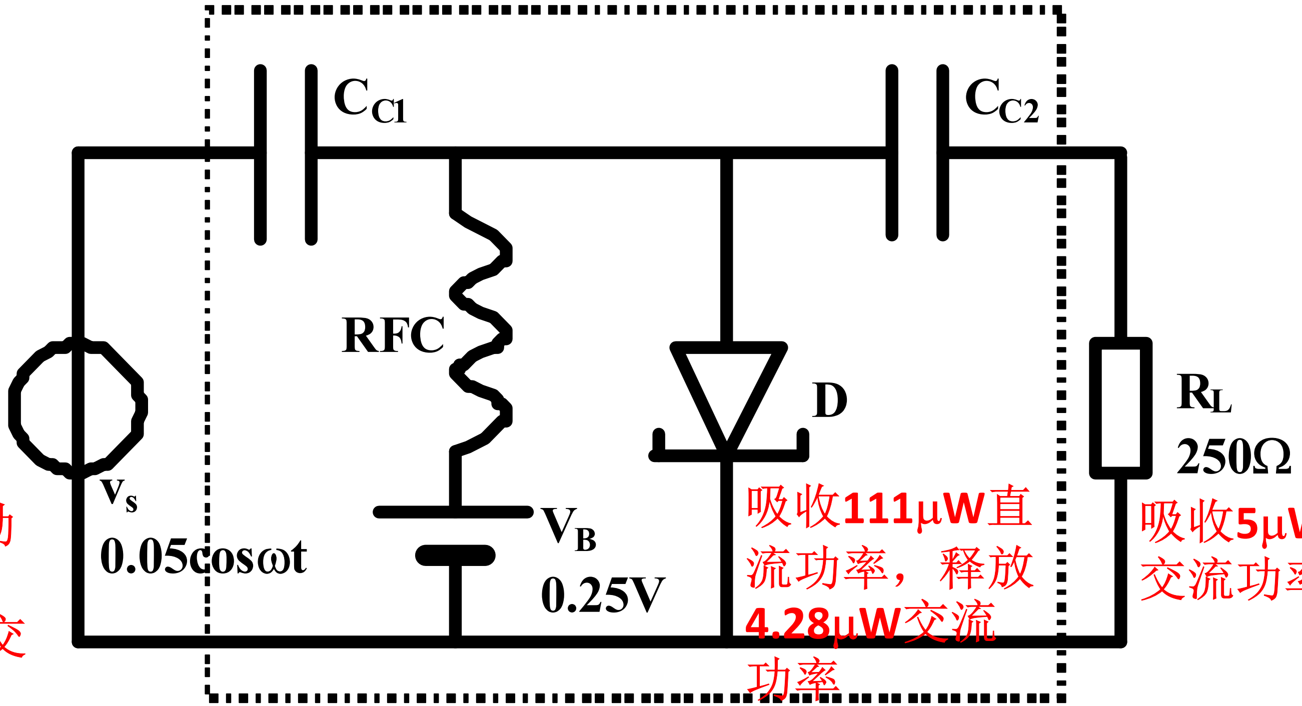
能量转换情况

$$E_C = \frac{1}{2} C V_0^2$$

$$E_L = \frac{1}{2} L I_0^2$$

下学期讨论：电容、电感加电起始吸收电能，存储在其结构中。稳定后，电感提供直流通路，电容提供交流通路：本学期假设电容、电感吸收能量的瞬态过程已经结束，电路已经稳定，在频率很高的情况下，这两个动态元件可抽象为开关（阻性元件）进行电阻电路分析。

耦合电容、高频扼流圈不消耗任何功率，只是提供交直流通断的通路



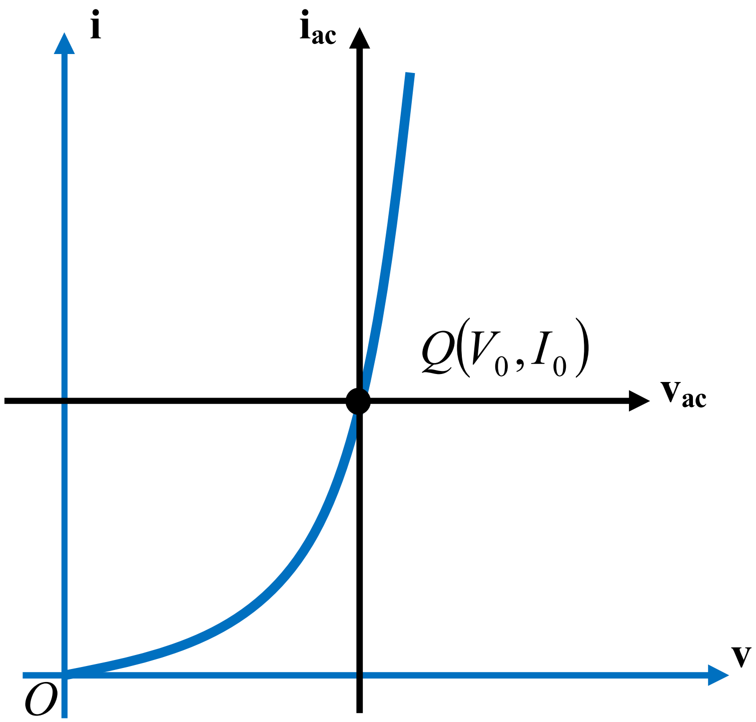
交流激励源释放**0.72μW**交流功率

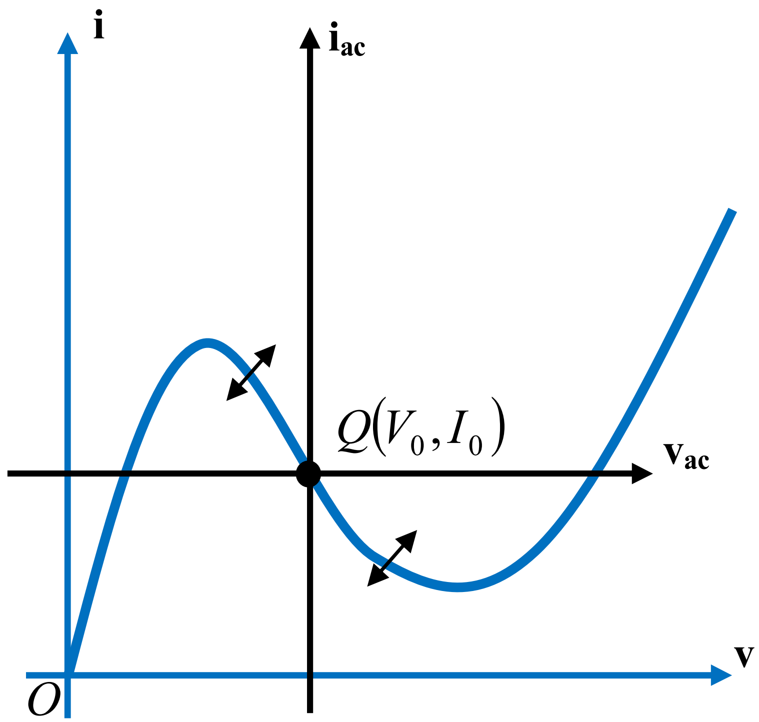
吸收**111μW**直流功率，释放**4.28μW**交流功率

吸收**5μW**交流功率

直流偏置电压源释放**111μW**直流功率

隧道二极管的有源性来源





PN结二极管始终无源，
直流交流均吸收功率

先偏置到负阻区才能释放功率，在吸收直流功率的前提下释放交流功率：隧道二极管的有源性来自直流偏置电压源提供的直流能量

交直流分析和叠加定理

交直流分析针对非线性电路：前提，交流信号足够小

$$i = f(v) = f(V_0 + v_{ac}) \approx f(V_0) + \underline{\underline{f'(V_0)}}v_{ac} = I_0 + i_{ac} = I_0 + \frac{v_{ac}}{r_d}$$

由V_0决定，不同工作点位置有不同的斜率

叠加定理仅适用于线性电路

$$i = f(v) = \frac{v}{R} = f(V_0 + v_{ac}) = \frac{V_0}{R} + \frac{v_{ac}}{R} = f(V_0) + f(v_{ac}) = I_0 + i_{ac} = f(V_0) + \underline{\underline{f'(V_0)}}v_{ac}$$

常值，和V_0无关，
斜率处处相等，
不要求v_{ac}小信号

线性是相对的：任何线性电路都有其线性范围
理想绝对线性的线性范围无穷大，实际都有线性范围

在线性范围内，可视为线性，超出线性范围，则非线性失真

线性范围：交直流分析的限定性条件

- 只有在线性范围内，采用小信号线性电路模型才是成立的，交流小分析线性分析才是有效的
  - 信号大小是相对的
    - 信号幅度在线性范围内，则称之为小；超过线性范围则为大信号
  - 线性范围？？

$$v = V_0 + v_s = 250 + 50\cos\omega t$$

加载到隧道二极管上的电压：**mV**

$$i = f(v) \approx f(V_0) + f'(V_0)v_s = 445 - 171\cos\omega t$$

交直流分析获得的二极管电流：**uA**

$$i = f(v) = 17.05v - 119.57v^2 + 317.42v^3 - 375.42v^4 + 166.66v^5\Big|_{v=V_0+v_s}(mA)$$

$$= 445 - 171\cos\omega t + 9.38\cos^2\omega t + 5.77\cos^3\omega t - 1.04\cos^4\omega t + 0.052\cos^5\omega t(\mu A)$$

$$= 450 - 167\cos\omega t + 4.17\cos 2\omega t + 1.46\cos 3\omega t - 0.13\cos 4\omega t + 0.003\cos 5\omega t(\mu A)$$

真实的二极管电流（傅立叶展开）并非如此：交直流分析（泰勒展开）是近似分析

总谐波失真

$$i = f(v) = 17.05v - 119.57v^2 + 317.42v^3 - 375.42v^4 + 166.66v^5\Big|_{v=V_0+v_s}(mA)$$

$$= 445 - 171\cos\omega t + 9.38\cos^2\omega t + 5.77\cos^3\omega t - 1.04\cos^4\omega t + 0.052\cos^5\omega t(\mu A)$$

$$= 450 - 167\cos\omega t + 4.17\cos 2\omega t + 1.46\cos 3\omega t - 0.13\cos 4\omega t + 0.003\cos 5\omega t(\mu A)$$

THD，Total Harmonic Distortion：描述非线性程度的参量

$$THD = 10\log\frac{I_2^2 + I_3^2 + \ldots}{I_1^2}$$

$$= 10\log\frac{4.17^2 + 1.46^2 + 0.13^2 + 0.003^2}{167^2} = -31.5dB$$

总谐波失真在**-30dB**以下，是否在线性范围内？？

可以定义总谐波失真在**-30dB**以下，则在线性范围之内：**30dB**总谐波失真线性范围

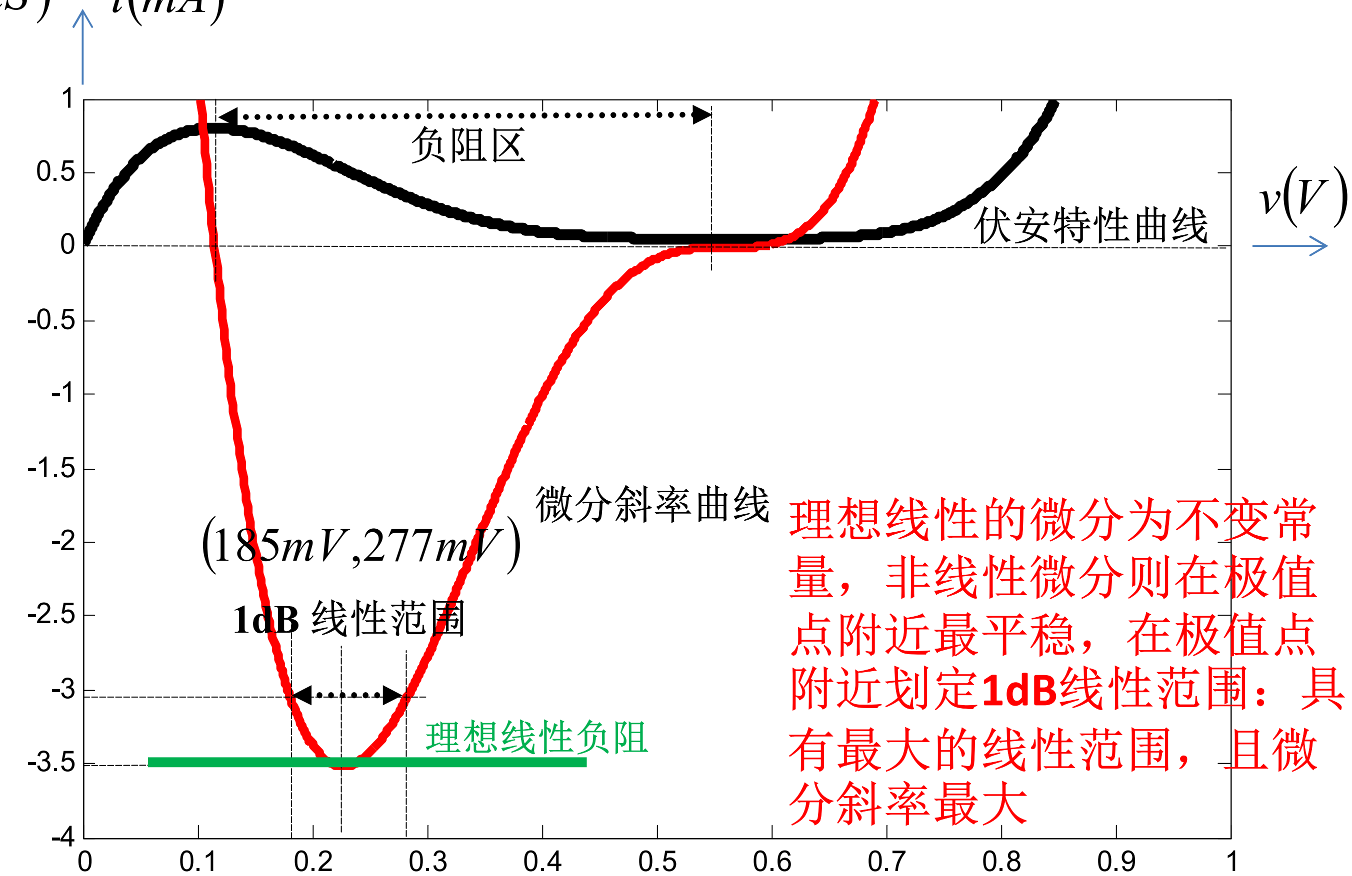
1dB线性范围：定义

$$g=\frac{di}{dv}(mS)$$

$$20\log\frac{3.136}{3.518}=-1dB$$

$-3.136mS$

$-3.518mS$



理想线性的微分为不变常量，非线性微分则在极值点附近最平稳，在极值点附近划定**1dB**线性范围：具有最大的线性范围，且微分斜率最大

$227mV$

$185mV \quad 277mV$

$$v(t)=231+46\cos\omega t(mV)$$

信号位于**1dB**范围内

1dB线性范围：谐波失真

$$v(t) = 231 + 46\cos\omega t\,(mV)$$

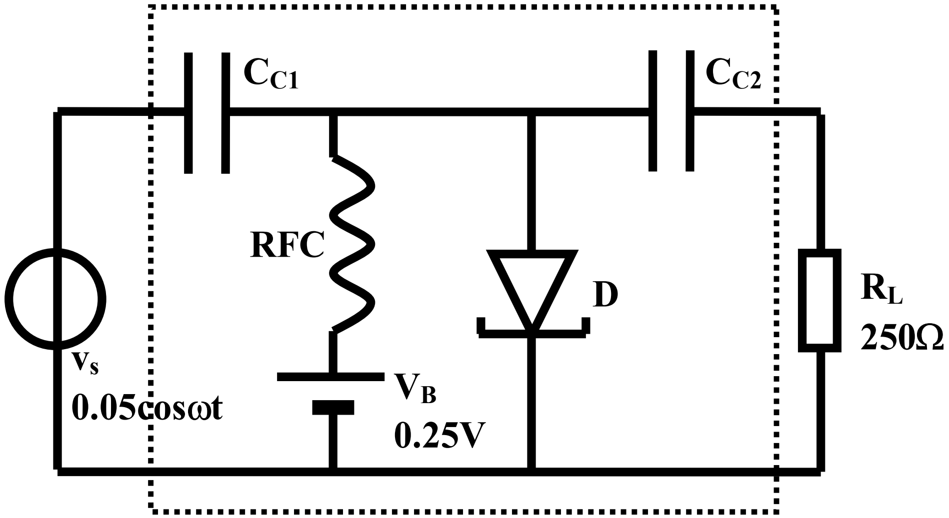
$$i(t) = 512 - 162\cos\omega t + 1.58\cos^2\omega t + 5.79\cos^3\omega t + 0.82\cos^4\omega t + 0.03\cos^5\omega t$$
$$= 512 - 157\cos\omega t + 0.38\cos 2\omega t + 1.46\cos 3\omega t + 0.10\cos 4\omega t + 0.002\cos 5\omega t\,(\mu A)$$

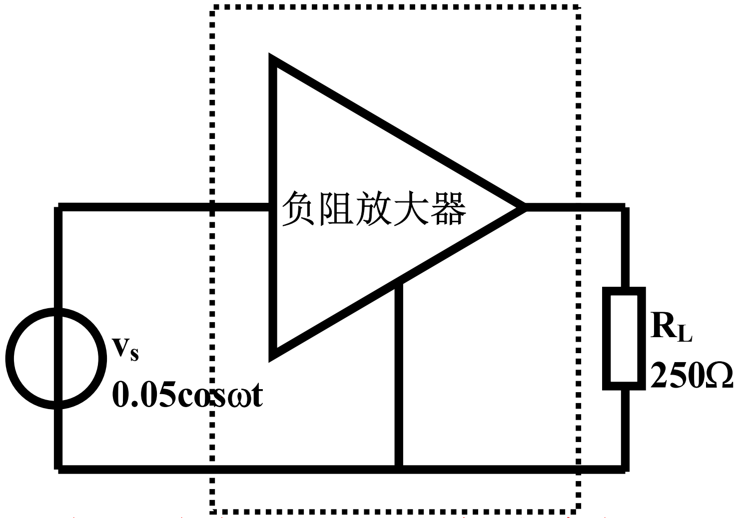
$$THD = 10\log\frac{0.38^2 + 1.46^2 + 0.10^2 + 0.002^2}{157^2} = -40.3dB$$

如此小的谐波失真，示波器观测波形，
肉眼看不出任何失真存在

线性范围也可有其他定义：如定义谐波失真小于**40dB**、**60dB**、**80dB**
为线性范围

负阻放大器抽象





负阻放大器就是一个并臂负阻

$$G_p = \frac{\overline{p_{out}}}{\overline{p_{in}}} = \frac{G_L}{G_L - g_d} > 1$$

$$G_L > g_d$$

确保整体呈现正阻，否则不稳定，或者进入正阻区锁定，或者变成振荡器

作业**1**：

（**1**）给出图示虚框二端口网络的网络参量（自选**zyhg**）

（**2**）给出对应参量的等效电路模型

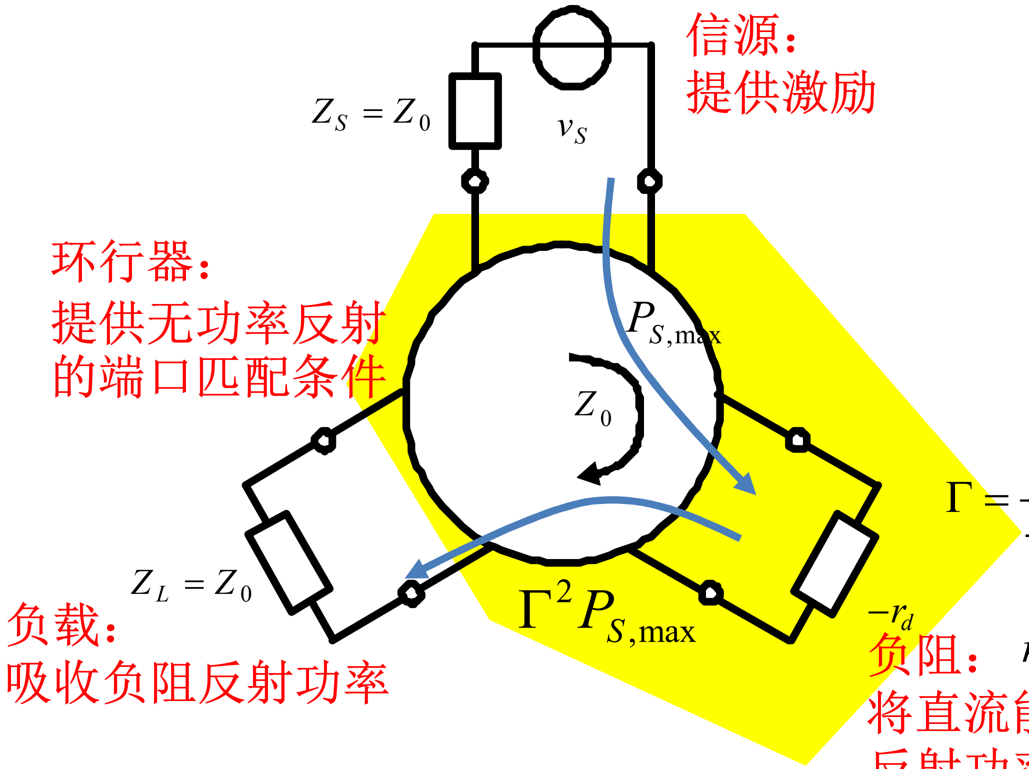
（**3**）求放大器输入阻抗和输出阻抗

反射型负阻放大器

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Z_0 & -Z_0 \\ -Z_0 & 0 & Z_0 \\ Z_0 & -Z_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

作业**2:**
参见第**7**讲作业：
（**1**）二端口网络的**z**参量**/s**参量
（**2**）**z**参量等效电路模型
（**3**）放大器输入阻抗和输出阻抗（端接匹配情况）

$Z_0 = 250\Omega$



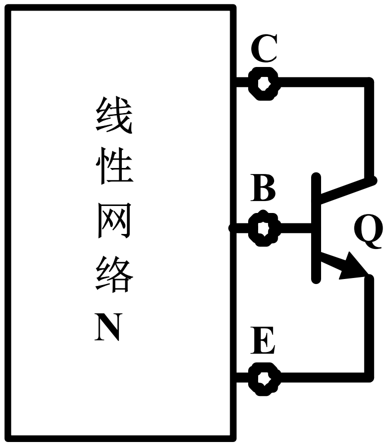
$$\Gamma = \frac{-r_d - Z_0}{-r_d + Z_0}$$

负阻： $r_d > 0$
将直流能量转换为交流能量
反射功率高于入射功率

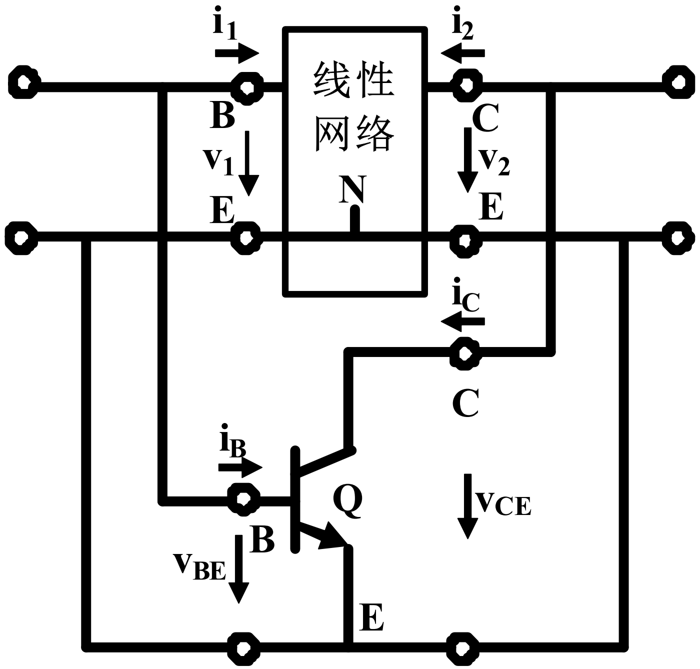
$$P_L = \Gamma^2 P_{S,\max} = \left(\frac{Z_0 + r_d}{Z_0 - r_d}\right)^2 P_{S,\max} = G_T \cdot P_{S,\max} = G_{p\max} \cdot P_{S,\max}$$

二、二端口非线性电阻

- 以**BJT**晶体管为例，说明局部线性化原理



对接关系



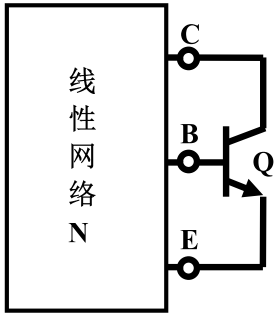
$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\Sigma 1} \\ i_{\Sigma 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

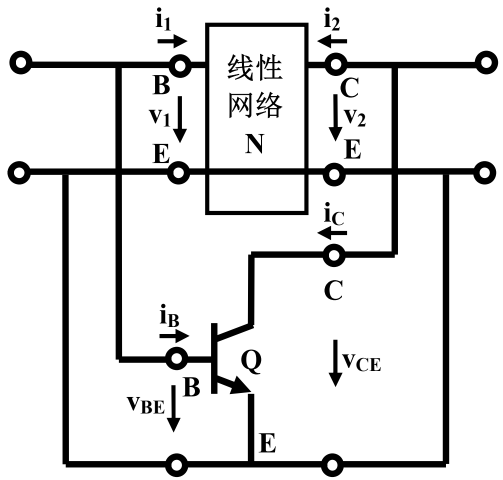
$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{BE} \\ v_{CE} \end{bmatrix}$$

单晶体管网络

可视为两个二端口网络并并连接后，总端口开路，**y**参量描述

可视为两个二端口网络串并连接，**……**





$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{\Sigma 1} \\ i_{\Sigma 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{BE} \\ v_{CE} \end{bmatrix}$$

KVL，KCL：连接关系

$$\begin{bmatrix} i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_B(v_{BE}, v_{CE}) \\ f_C(v_{BE}, v_{CE}) \end{bmatrix}$$

晶体管非线性约束
压控形式

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{N1} \\ i_{N2} \end{bmatrix}$$

元件约束方程

晶体管外线性约束
用诺顿等效电路描述
压控形式

$$\begin{bmatrix} i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_B(v_1, v_2) \\ f_C(v_1, v_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{N1} \\ i_{N2} \end{bmatrix} = 0$$

方程联立：以两个并联端口电压v_1,v_2为未知量

方程分析

$$\begin{bmatrix} f_B(v_1,v_2) \\ f_C(v_1,v_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{N1} \\ i_{N2} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} i_{N1} \\ i_{N2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{N10} \\ I_{N20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta i_{N1}(t) \\ \Delta i_{N2}(t) \end{bmatrix}$$

线性网络中同时存在直流偏置电压源和交流小信号激励源

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix}$$

端口电压同时包括直流分量和交流小信号分量

$$\begin{bmatrix} f_B(V_{10}+\Delta v_1, V_{20}+\Delta v_2) \\ f_C(V_{10}+\Delta v_1, V_{20}+\Delta v_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{10}+\Delta v_1 \\ V_{20}+\Delta v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{N10}+\Delta i_{N1} \\ I_{N20}+\Delta i_{N2} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} f_B(Q) + \dfrac{\partial f_B(Q)}{\partial v_1}\Delta v_1 + \dfrac{\partial f_B(Q)}{\partial v_2}\Delta v_2 + \ldots \\ f_C(Q) + \dfrac{\partial f_C(Q)}{\partial v_1}\Delta v_1 + \dfrac{\partial f_C(Q)}{\partial v_2}\Delta v_2 + \ldots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{10}+\Delta v_1 \\ V_{20}+\Delta v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{N10}+\Delta i_{N1} \\ I_{N20}+\Delta i_{N2} \end{bmatrix} = 0$$

交直流分析

$$\begin{bmatrix} f_B(Q)+\dfrac{\partial f_B(Q)}{\partial v_1}\Delta v_1+\dfrac{\partial f_B(Q)}{\partial v_2}\Delta v_2+\ldots \\ f_C(Q)+\dfrac{\partial f_C(Q)}{\partial v_1}\Delta v_1+\dfrac{\partial f_C(Q)}{\partial v_2}\Delta v_2+\ldots \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{10}+\Delta v_1 \\ V_{20}+\Delta v_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} I_{N10}+\Delta i_{N1} \\ I_{N20}+\Delta i_{N2} \end{bmatrix}=0$$

$$\begin{bmatrix} f_B(Q)+\dfrac{\partial f_B(Q)}{\partial v_1}\Delta v_1+\dfrac{\partial f_B(Q)}{\partial v_2}\Delta v_2 \\ f_C(Q)+\dfrac{\partial f_C(Q)}{\partial v_1}\Delta v_1+\dfrac{\partial f_C(Q)}{\partial v_2}\Delta v_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{10}+\Delta v_1 \\ V_{20}+\Delta v_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} I_{N10}+\Delta i_{N1} \\ I_{N20}+\Delta i_{N2} \end{bmatrix}\approx 0$$

$$\begin{bmatrix} f_B(V_{10},V_{20}) \\ f_C(V_{10},V_{20}) \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} I_{N10} \\ I_{N20} \end{bmatrix}=0$$

直流非线性分析

如果线性系统中存在耦合电容、高频扼流圈，则直流**y**参量和交流**y**参量可能不同

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_B}{\partial v_1} & \dfrac{\partial f_B}{\partial v_2} \\ \dfrac{\partial f_C}{\partial v_1} & \dfrac{\partial f_C}{\partial v_2} \end{bmatrix}_{\substack{Q \\ v_1=V_{10} \\ v_2=V_{20}}}\begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \Delta i_{N1} \\ \Delta i_{N2} \end{bmatrix}=0$$

交流小信号线性分析

晶体管电路的交直流分析

$$\begin{bmatrix} f_B(V_{10},V_{20}) \\ f_C(V_{10},V_{20}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{N10} \\ I_{N20} \end{bmatrix} = 0$$

直流非线性分析
交流小信号源不起作用

$$\left(\begin{bmatrix} \frac{\partial f_B}{\partial v_1} & \frac{\partial f_B}{\partial v_2} \\ \frac{\partial f_C}{\partial v_1} & \frac{\partial f_C}{\partial v_2} \end{bmatrix}_{v_1=V_{10},v_2=V_{20}} + \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta i_{N1} \\ \Delta i_{N2} \end{bmatrix} = 0$$

并并连接y相加

交流小信号线性分析
微分元件电路分析

- 直流分析
  - 非线性方程求解，数值解可以用牛顿拉夫逊迭代法
  - 对晶体管电路，原理性分析可以采用分段折线法
    - 只要确定在某区段，如恒流区，则可做分段线性化处理
- 交流小信号分析
  - 晶体管用小信号**y**参量等效电路替代即可
    - 在直流工作点上获得微分元件
    - 线性分析方法多样，实质是统一的：原则上矩阵求逆即可

恒流区BJT交流小信号分析y参量等效电路模型

$$i_B = f_B(v_{BE}, v_{CE}) = I_{BS0}\left(e^{\frac{v_{BE}}{v_T}} - 1\right)$$

$$i_C = f_C(v_{BE}, v_{CE}) = \beta I_{BS0}\left(e^{\frac{v_{BE}}{v_T}} - 1\right)\left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A}\right)$$

$$\mathbf{y}_{BJT} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_B}{\partial v_{BE}} & \frac{\partial f_B}{\partial v_{CE}} \\ \frac{\partial f_C}{\partial v_{BE}} & \frac{\partial f_C}{\partial v_{CE}} \end{bmatrix}_{v_{BE}=V_{BE0}, v_{CE}=V_{CE0}} = \begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}$$

$$I_{C0} = f_C(V_{BE0}, V_{CE0}) = \beta I_{BS0}\left(e^{\frac{V_{BE0}}{v_T}} - 1\right)\left(1 + \frac{V_{CE0}}{V_A}\right) \approx \beta I_{BS0}\left(e^{\frac{V_{BE0}}{v_T}} - 1\right) = \beta I_{B0} = \beta f_B(V_{BE0}, V_{CE0})$$

先直流分析获得直流工作点

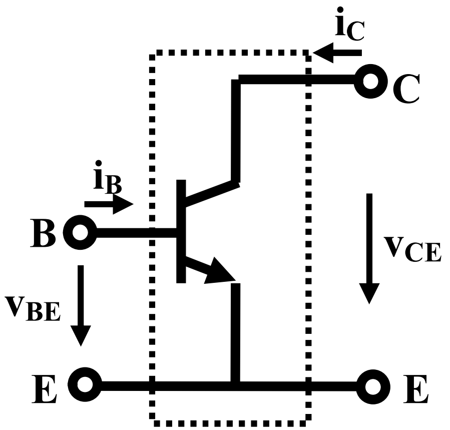
$$g_m = \frac{\partial f_C}{\partial v_{BE}}\bigg|_{v_{BE}=V_{BE0}, v_{CE}=V_{CE0}} = \frac{\beta I_{BS0}}{v_T} e^{\frac{V_{BE0}}{v_T}}\left(1 + \frac{V_{CE0}}{V_A}\right) \approx \frac{I_{C0}}{v_T}$$

$$g_{be} = \frac{\partial f_B}{\partial v_{BE}}\bigg|_{v_{BE}=V_{BE0}, v_{CE}=V_{CE0}} = \frac{I_{BS0}}{v_T} e^{\frac{V_{BE0}}{v_T}} \approx \frac{I_{B0}}{v_T} \approx \frac{1}{\beta}\frac{I_{C0}}{v_T} = \frac{g_m}{\beta}$$

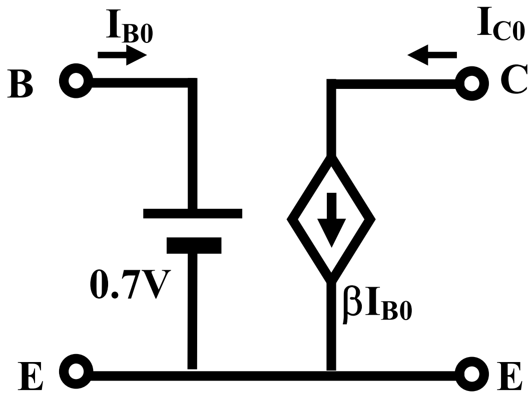
$$g_{ce} = \frac{\partial f_C}{\partial v_{CE}}\bigg|_{v_{BE}=V_{BE0}, v_{CE}=V_{CE0}} = \beta I_{BS0}\left(e^{\frac{V_{BE0}}{v_T}} - 1\right)\frac{1}{V_A} \approx \frac{I_{C0}}{V_A}$$

二极管微分电导，由于**I_B为μA**量级，微分电导很小，微分电阻很大，分析时不能视为短路（直流分析可**0.7V**恒压，但交流分析不能视为**0**内阻）

恒流区NPN-BJT交直流分析电路模型

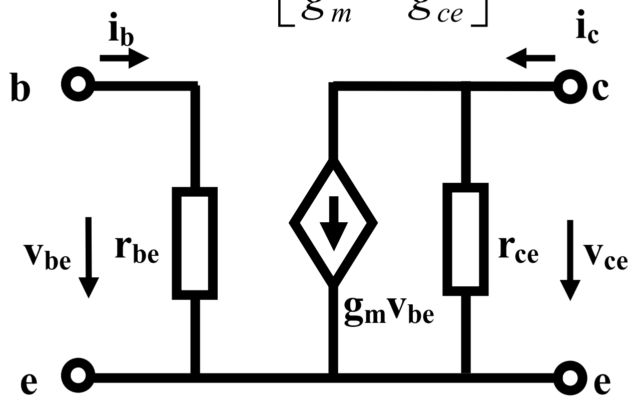


（a）二端口网络表述



（b）直流分析电路模型

$$\mathbf{y}_{BJT}=\begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}$$



（c）交流分析y参量等效电路

恒流区分段折线电路模型

恒流区微分元件电路模型

直流工作点上的微分元件

$$g_m \approx \frac{I_{C0}}{v_T}, r_{be} \approx \beta\frac{1}{g_m}, r_{ce} \approx \frac{V_A}{I_{C0}}$$

$$I_{C0}=\beta I_{B0}$$

微分跨导增益　**BE**结微分电阻　厄利效应等效电阻

恒流区NMOSFET交流小信号分析y 参量等效电路模型

$$i_G = f_G\left(v_{GS}, v_{DS}\right) = 0$$

$$i_D = f_D\left(v_{GS}, v_{DS}\right) = \beta_n\left(v_{GS} - V_{TH}\right)^2\left(1 + \frac{v_{DS}}{V_A}\right)$$

$$\mathbf{y}_{MOSFET} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_G}{\partial v_{GS}} & \frac{\partial f_G}{\partial v_{DS}} \\ \frac{\partial f_D}{\partial v_{GS}} & \frac{\partial f_D}{\partial v_{DS}} \end{bmatrix}_{v_{GS}=V_{GS0}, v_{DS}=V_{DS0}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_m & g_{ds} \end{bmatrix}$$

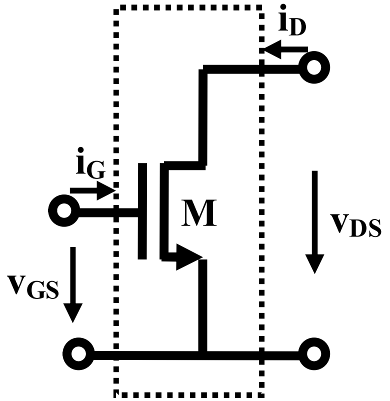
$$I_{D0} = f_D\left(V_{GS0}, V_{DS0}\right) = \beta_n\left(V_{GS0} - V_{TH}\right)^2\left(1 + \frac{V_{DS0}}{V_A}\right) \approx \beta_n\left(V_{GS0} - V_{TH}\right)^2$$

$$g_m = \frac{\partial f_D}{\partial v_{GS}}\Bigg|_{v_{GS}=V_{GS0}, v_{DS}=V_{DS0}} = 2\beta_n\left(V_{GS0} - V_{TH}\right)\left(1 + \frac{V_{DS0}}{V_A}\right) = \frac{2I_{D0}}{V_{GS0} - V_{TH}} = \frac{2I_{D0}}{V_{od}}$$

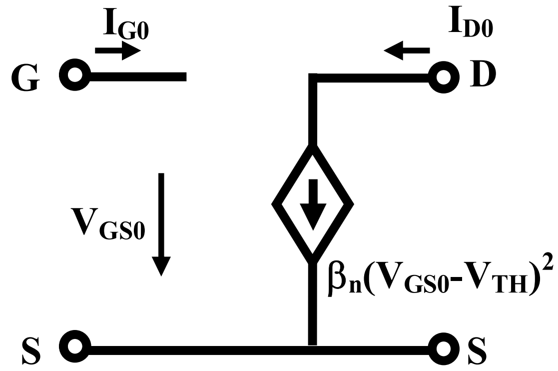
$$g_{ds} = \frac{\partial f_D}{\partial v_{DS}}\Bigg|_{v_{GS}=V_{GS0}, v_{DS}=V_{DS0}} = \beta_n\left(V_{GS0} - V_{TH}\right)^2 \frac{1}{V_A} \approx \frac{I_{D0}}{V_A}$$

恒流区NMOSFET交直流分析电路模型

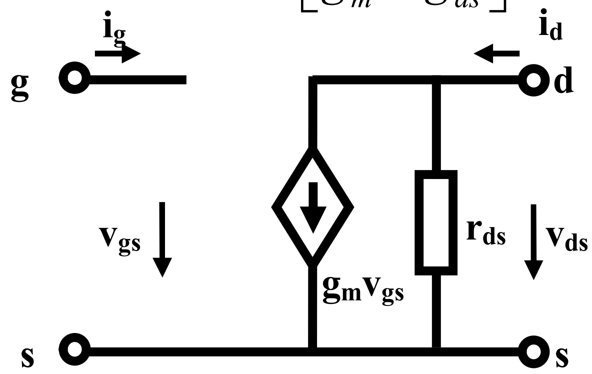
$$\mathbf{y}_{MOSFET}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ g_m & g_{ds}\end{bmatrix}$$



（a）二端口网络表述



（b）直流分析电路模型



（c）交流分析y参量等效电路

恒流区分段折线电路模型

恒流区微分元件电路模型

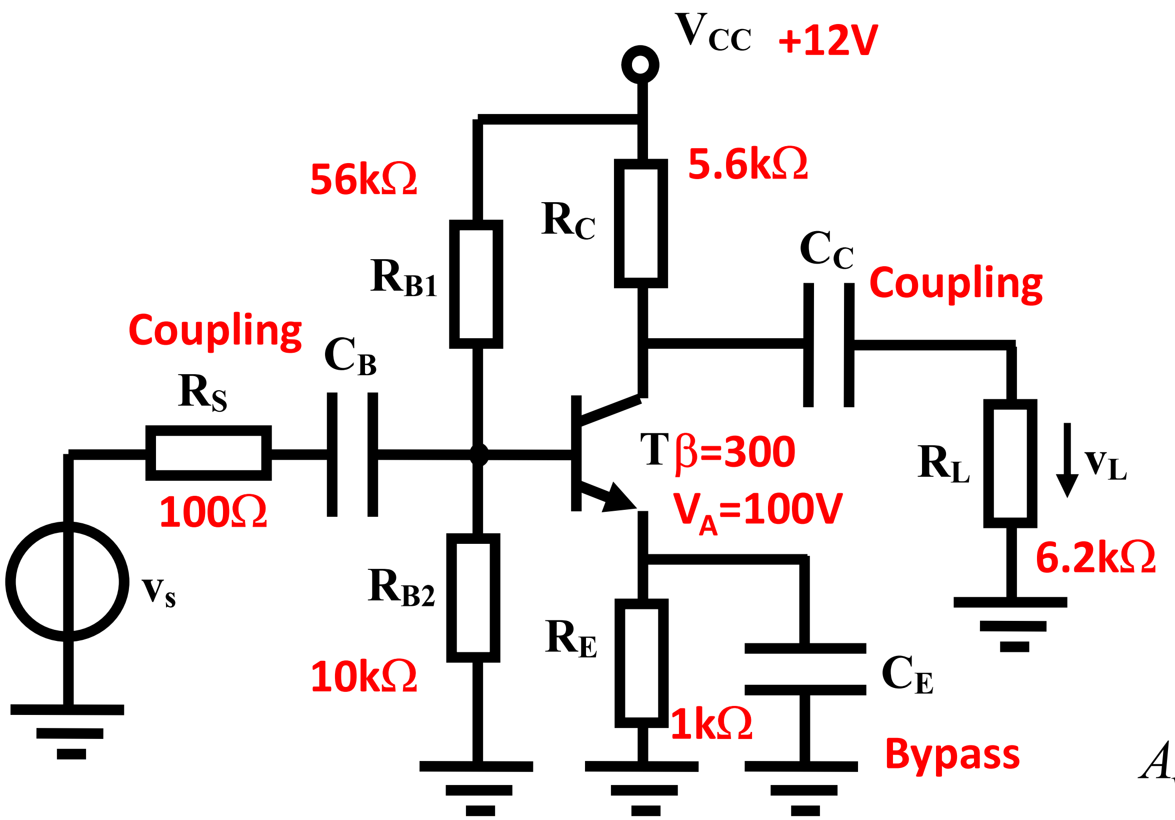
直流工作点上的微分元件

$$g_m \approx \frac{2I_{D0}}{V_{od}}, r_{ds} \approx \frac{V_A}{I_{D0}}$$

$$I_{D0} \approx \beta_n\left(V_{GS0}-V_{TH}\right)^2$$

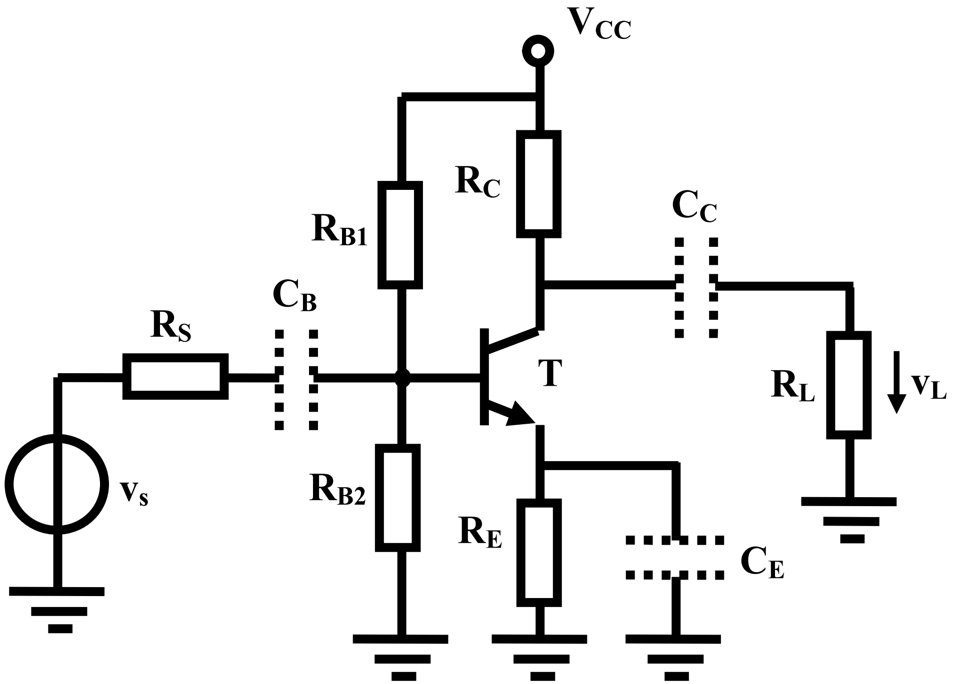
微分跨导增益　　厄利效应等效电阻

例3 NPN-BJT-CE放大器

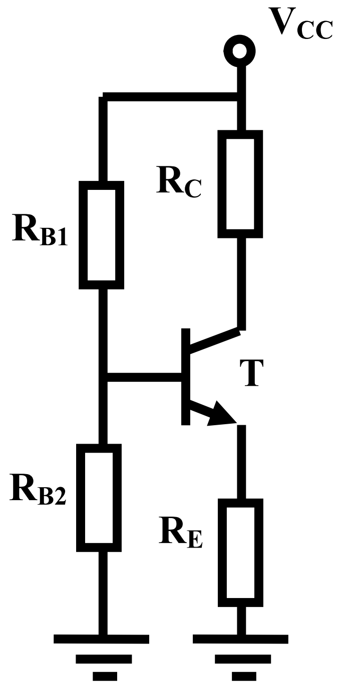


$$A_v = \frac{v_L}{v_S} = ?$$

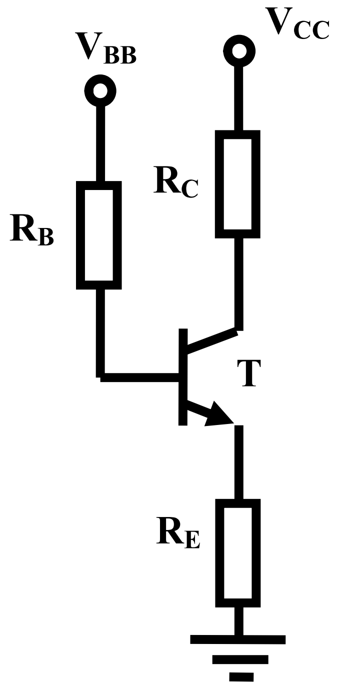
直流分析



耦合电容，直流开路



分压偏置电路



戴维南等效

$$V_{BB}=\frac{R_{B2}}{R_{B1}+R_{B2}}V_{CC}=\frac{10k}{56k+10k}\times 12=1.82(V)$$

$$R_B=R_{B1}\parallel R_{B2}=\frac{10k\times 56k}{10k+56k}=8.48(k\Omega)$$

$$I_{B0}=\frac{V_{BB}-0.7}{R_B+(\beta+1)R_E}=\frac{1.82-0.7}{8.48k+301\times 1k}=3.61(\mu A)$$

假设晶体管工作在恒流区

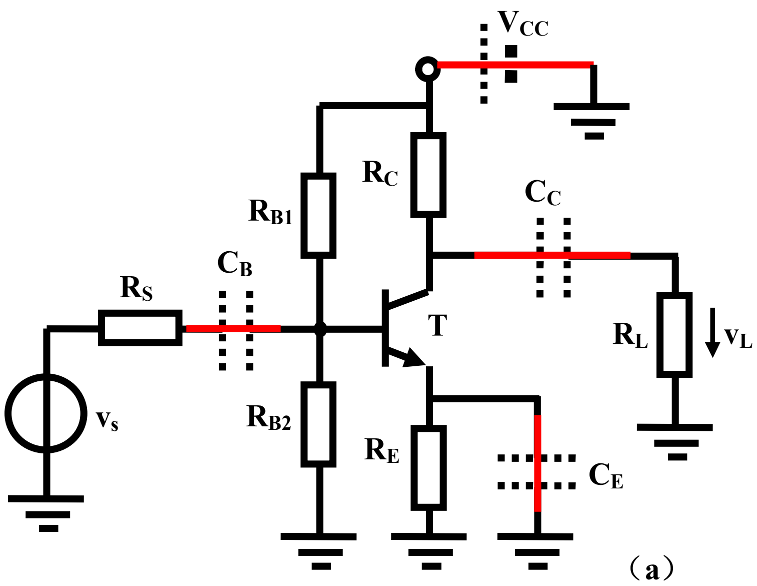
μA量级电流，二极管微分电阻不可忽略

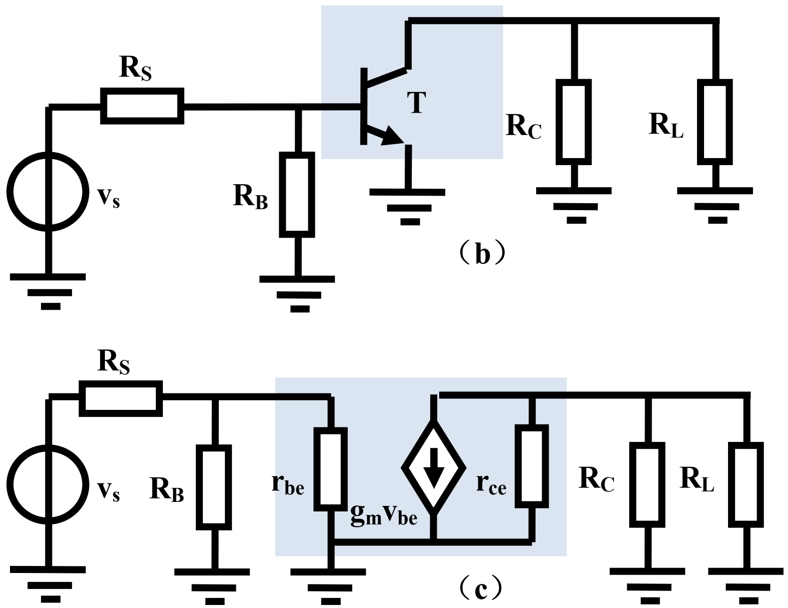
$$V_{CE0}=V_{CC}-\beta I_{B0}R_C-(\beta+1)I_{B0}R_E=12-(300\times 5.6k+301\times 1k)\times 3.61\mu=4.84(V)>0.2V$$

确认在晶体管确实工作在恒流区

$$I_{C0}=\beta I_{B0}=300\times 3.61\mu A=1.08mA$$

交流小信号分析电路模型





保留交流激励源，剩余元件均采用其微分元件替代

$$g_m = \frac{I_{C0}}{v_T} = \frac{1.08mA}{26mV} = 41.5mS$$

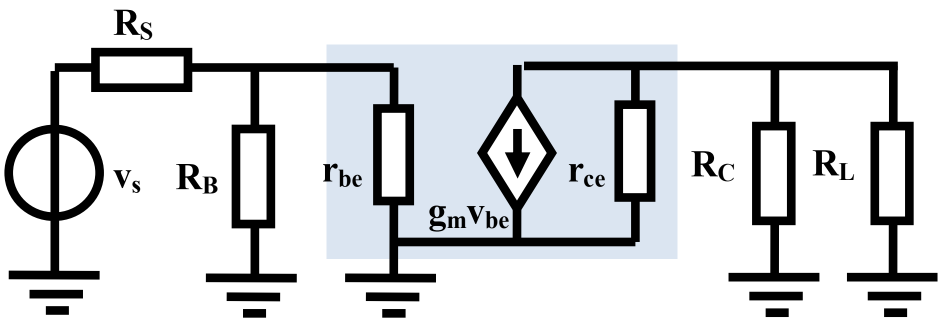
$$r_{be} = \beta \frac{1}{g_m} = 300 \times 24\Omega = 7.22k\Omega$$

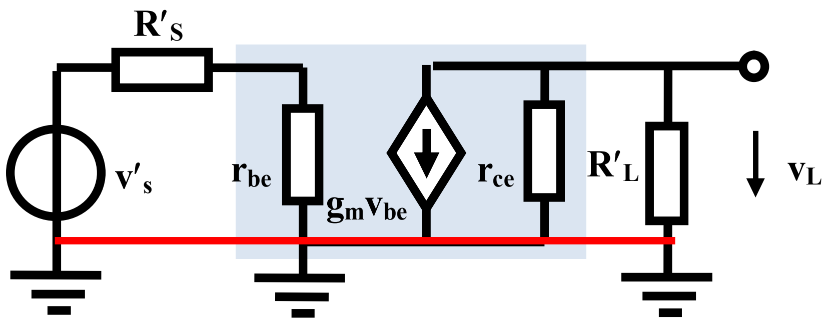
$$r_{ce} = \frac{V_A}{I_{C0}} = \frac{100V}{1.08mA} = 92.6k\Omega$$

BJT直流工作点上的微分元件

μA量级电流，二极管微分电阻kΩ量级，不能视为短路

分析中，能化简的尽量先化简





$$v_S' = \frac{R_B}{R_B + R_S} v_S = \frac{8.48k}{8.48k + 0.1k} v_S = 0.988 v_S$$

$$R_S' = R_B \parallel R_S = \frac{0.1k \times 8.48k}{8.48k + 0.1k} v_S = 98.8\Omega$$

$$R_L' = R_L \parallel R_C = \frac{6.2k \times 5.6k}{6.2k + 5.6k} = 2.94k\Omega$$

以确保表达式尽可能简单

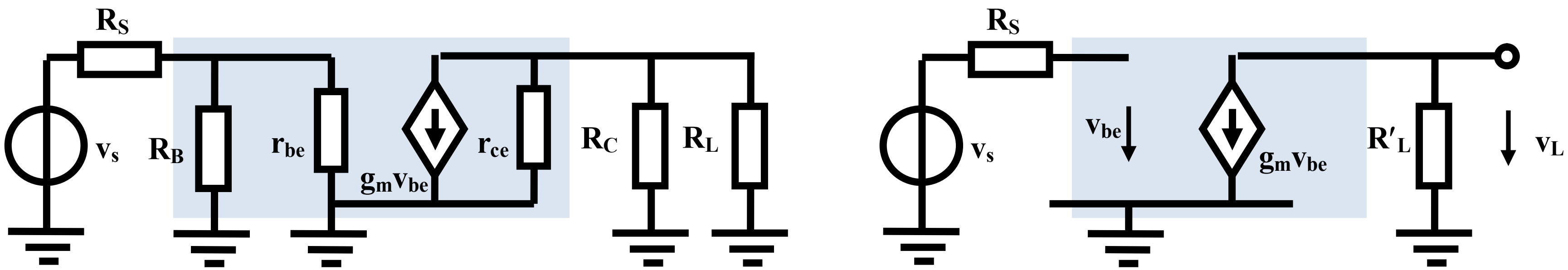
$$v_{be} = \frac{r_{be}}{r_{be} + R_S'} v_S' = \frac{7.22k}{7.22k + 0.0988k} \times 0.988 v_S = 0.975 v_S$$

$$A_v = \frac{v_L}{v_S} = -115$$

$$v_L = -g_m v_{be} \times \left(r_{ce} \parallel R_L'\right) = -41.5m \times 0.975 v_S \times 2.85k = -115 v_S$$

41.2dB的反相
电压放大

高度抽象：CE组态电压放大倍数



$$R_S << R_B, r_{be}$$

$$R'_L = R_L \parallel R_C << r_{ce}$$

$$A_v = -g_m R'_L = -41.5mS \times 2.94k\Omega = -122$$

41.7dB的反相电压放大

原理性结论：请牢记

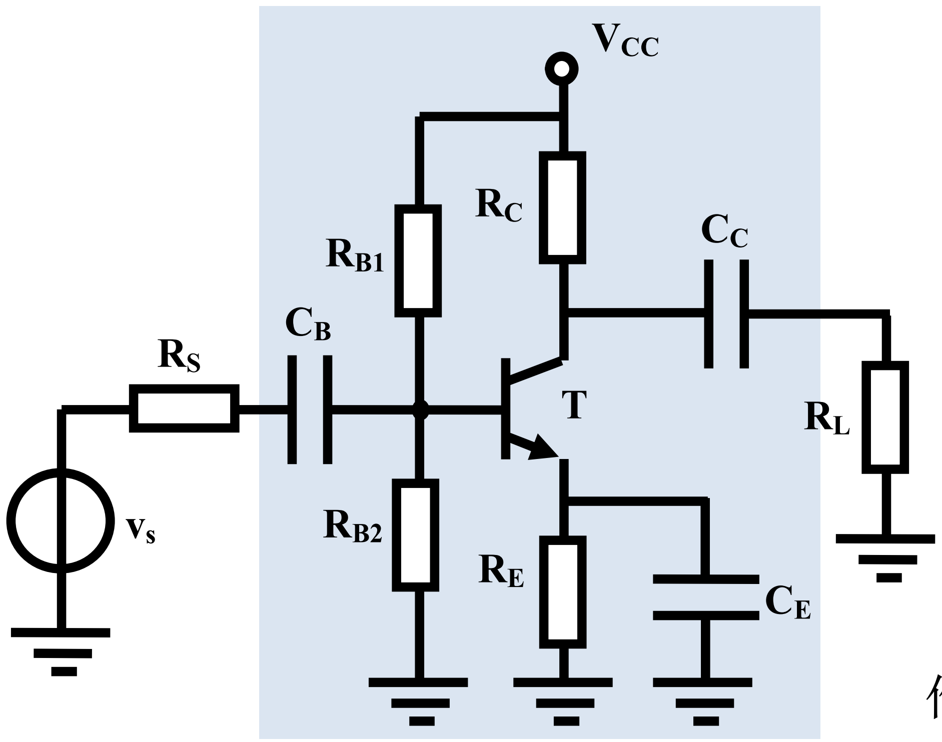
$$A_v = \frac{v_L}{v_S} = \frac{r_{ce}}{r_{ce} + R_L \parallel R_C}\left(-g_m\left(R_L \parallel R_C\right)\right)\frac{R_B \parallel r_{be}}{R_B \parallel r_{be} + R_S} = -115$$

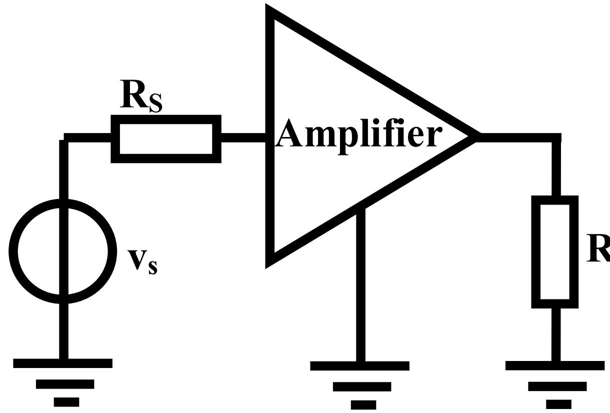
41.2dB的反相电压放大

$$\approx -g_m R'_L = -122$$

分压系数，分流系数接近于1，晶体管可抽象为理想压控流源，用理想压控流源进行估算，结果可以接受

晶体管放大器抽象





作业**3**：

（**1**）给出图示二端口网络的网络参量（自选**zyhg**之一，和**50**欧姆系统下的**s**参量）

（**2**）给出对应参量的等效电路模型

（**3**）求放大器输入阻抗和输出阻抗

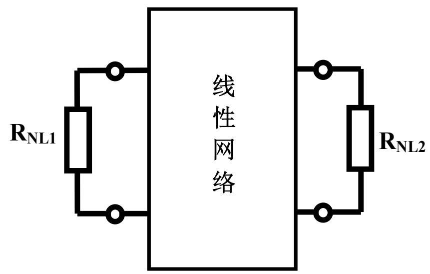
作业1、2、3

交流小信号放大器网络参量及其对应等效电路

- （1）给出图示二端口网络的网络参量（交流小信号参量，自选zyhg和s参量）
  - 负阻放大器 p32图
  - 反射型负阻放大器 p33图
  - CE组态晶体管放大器 p48图
- （2）给出对应参量的等效电路模型
- （3）求放大器输入阻抗和输出阻抗
  - 考虑信源内阻、负载电阻的影响
- （4）根据网络参量具体数值说明其有源性

作业4 非线性局部线性化

- 练习4.30：如图所示，假设某非线性电路中包含两个单端口的非线性电阻器件，剩余的电路则是线性电阻电路和理想电源构成的线性网络。
  - （1）假设两个非线性电阻器件都是压控器件，则二端口的线性网络应该采用什么参量描述比较适当？
  - （2）假设两个非线性电阻器件都是流控器件，则二端口的线性网络应该采用什么参量描述比较适当？
  - （3）假设两个非线性电阻器件一个是压控器件，一个是流控器件，则二端口的线性网络应该采用什么参量描述比较适当？
  - （4）不妨假设两个非线性电阻器件都是流控器件，并且假设线性网络中的源等效中包含直流分量和交流小信号分量，请描述该网络的交直流分析全过程。
    - 仿照隧道二极管交直流分析、晶体管交直流分析全过程



作业5 线性范围

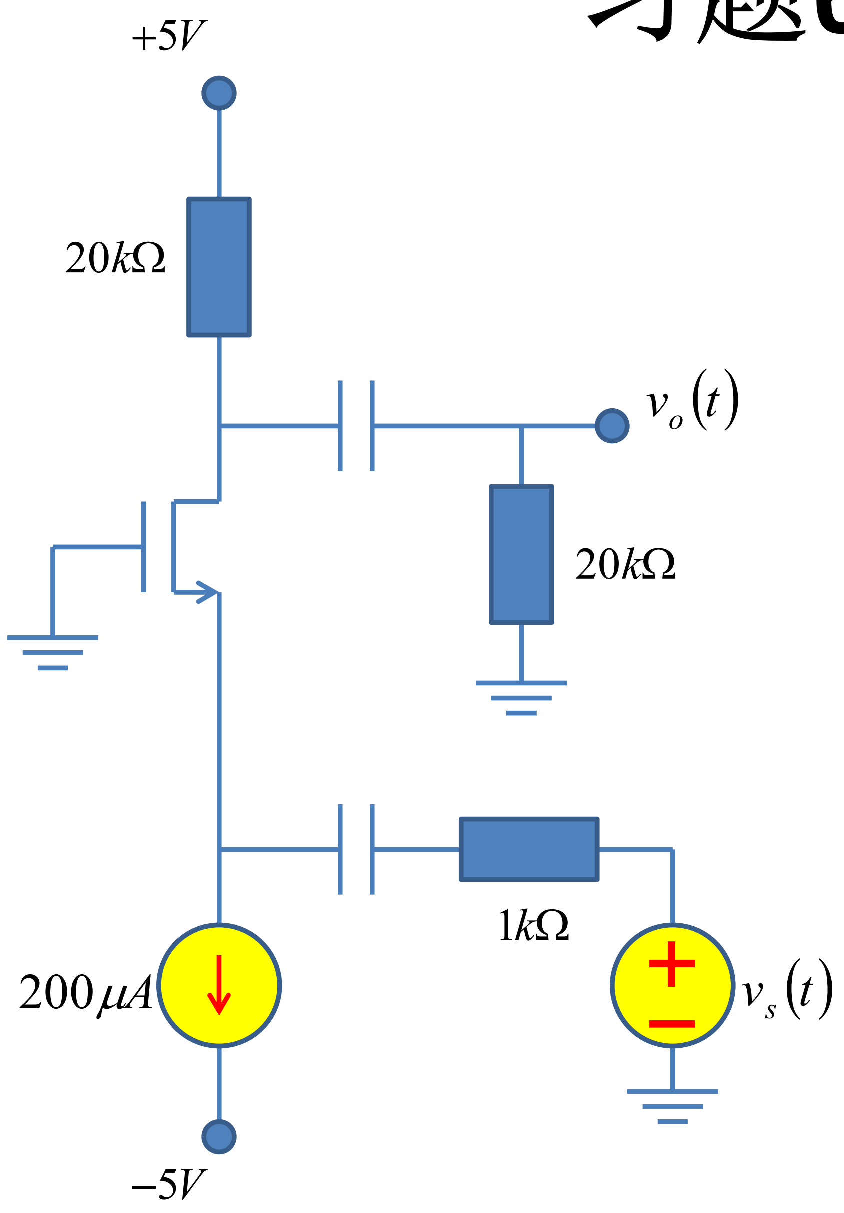
- 已知某非线性电阻器件的伏安特性曲线具有如下特性，

（**1**） $i = I_0 \tanh \frac{v}{2v_T}$ **v**为输入，**i**为输出

（**2**） $y = K_d \sin x$ **x**为输入，**y**为输出

请给出线性范围最大的直流工作点位置，以及**1dB**线性范围大小。

习题6：CG组态放大器



$$i_D = \beta(v_{GS} - V_{TH})^2\left(1 + \frac{v_{DS}}{V_E}\right)$$

$$\beta = 1mA/V^2$$

$$V_{TH} = 1V$$

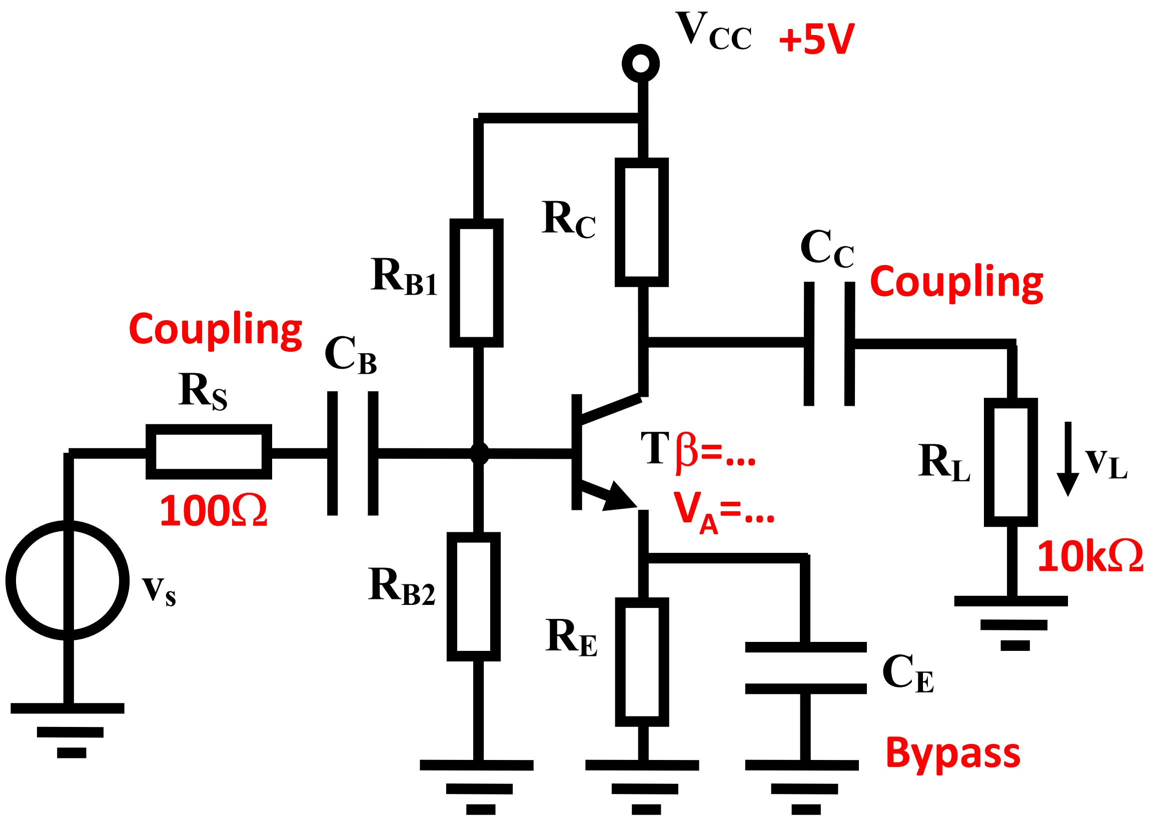
$$V_E = 20V$$

- 确认直流工作点在恒流区
- 求电压放大倍数和功率放大倍数

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} \qquad G_p = \frac{P_L}{P_{S,\max}}$$

- 选作：分析说明**MOSFET**将直流电能转换为交流电能
  - （1）将电容抽象为直流电压源，分析每个部件上的电压电流，说明无交流小信号激励时晶体管消耗的能量多，有交流小信号激励时，晶体管消耗的能量降低。可以理解为晶体管将吸收的直流能量转换为交流能量送出去，被负载电阻吸收
  - （2）说明晶体管微分元件y参量电路为有源电路

CAD作业



$$A_v = \frac{v_L}{v_S}$$

$$G_T = \frac{P_L}{P_{S,max}}$$

- 库中选**NPN-BJT(**如果没有，选**NMOS**也可以**)**
- 设计外围偏置电路，使得交流小信号电压增益**100**倍
  - 输出电压范围尽可能大：输入正弦信号幅度增加，仍然保持正弦波形输出的最大输出幅度越大越好
  - 功率增益尽可能大：考虑匹配，考虑折中
  - 工作频率**1kHz-1MHz**范围内，增益尽可能平坦：电容影响