电子电路与系统基础I

理论课第五讲　等效电路法：单端口线性网络

（加压求流/加流求压法，戴维南-诺顿定理）

李国林
清华大学电子工程系

等效电路法:单端口线性网络　　大纲

- 简单串并联
  - 只需记公式
- 加压求流/加流求压法
  - 非简单串并联：无简单公式
- 戴维南-诺顿定理
- 受控源（多端口网络）
  - 受控源的引入：端口间作用关系
  - 受控源为放大器模型的核心元件
  - 含线性受控源的戴维南-诺顿定理
- 电路中的对偶关系

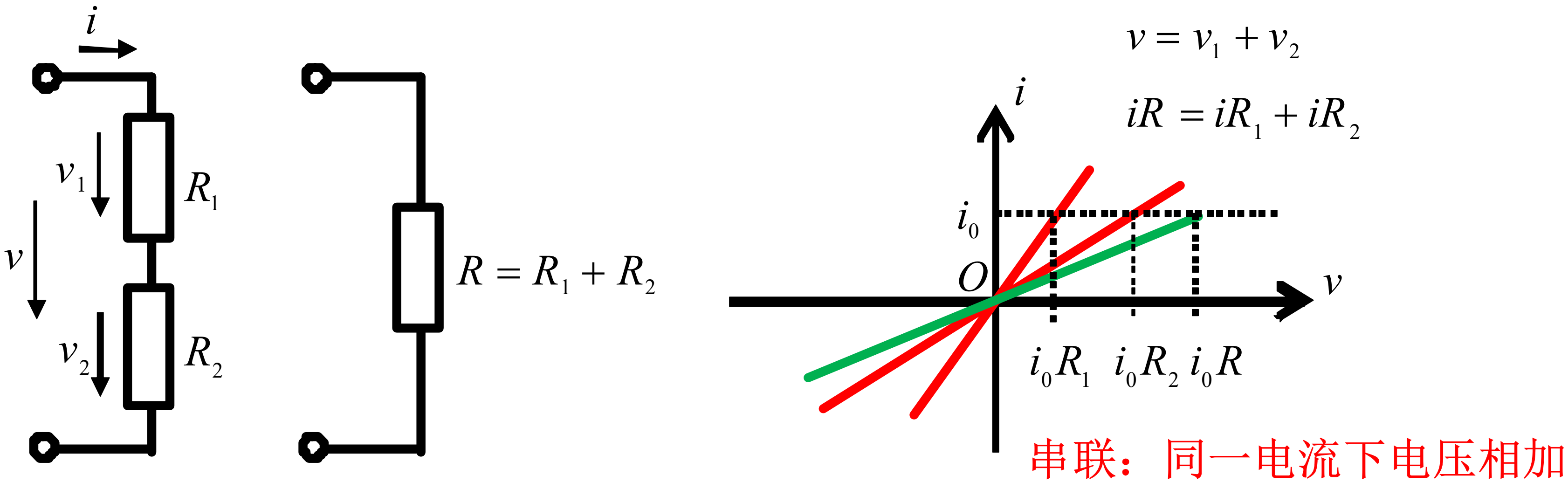
两个电路网络无论其内部结构如何，只要具有完全一致的外端口描述方程，这两个电路网络则是等效电路

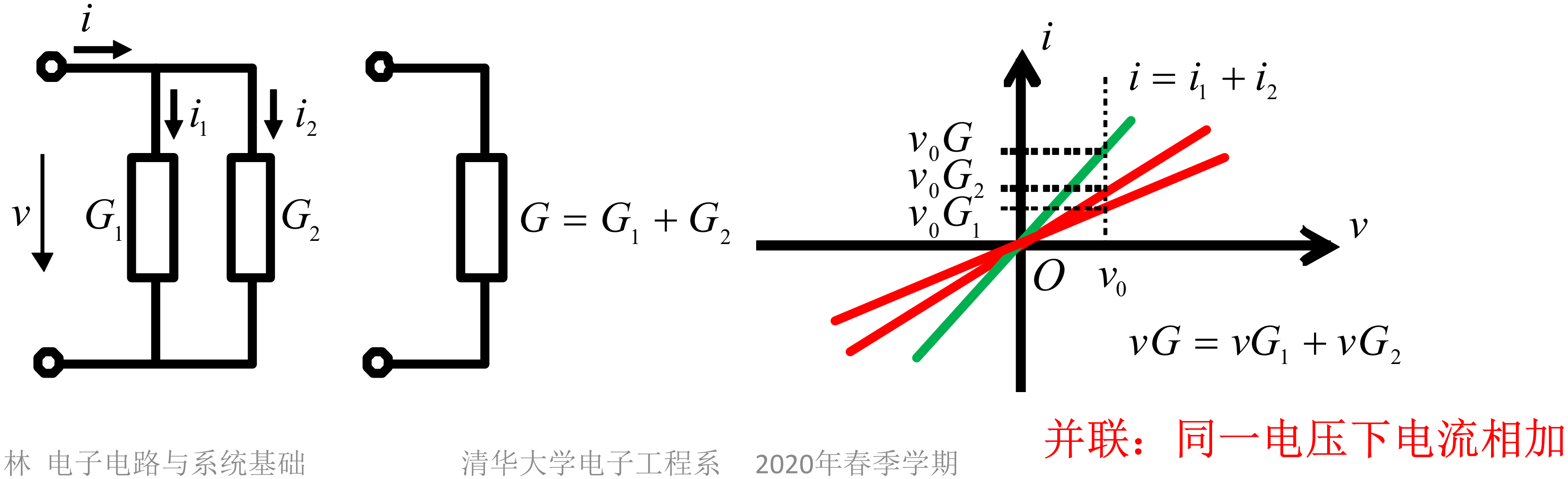
对于一个具有很多支路、很多结点的复杂电路网络，或者网络内部结构不可知，但其对外作用仅通过一个、两个或**n**个端口，则其对外作用关系只需一个、两个、**n**个方程描述，进而可用单端口、二端口、**n**端口网络等效电路描述

本节重点理解单端口线性网络的单端口等效：戴维南-诺顿定理

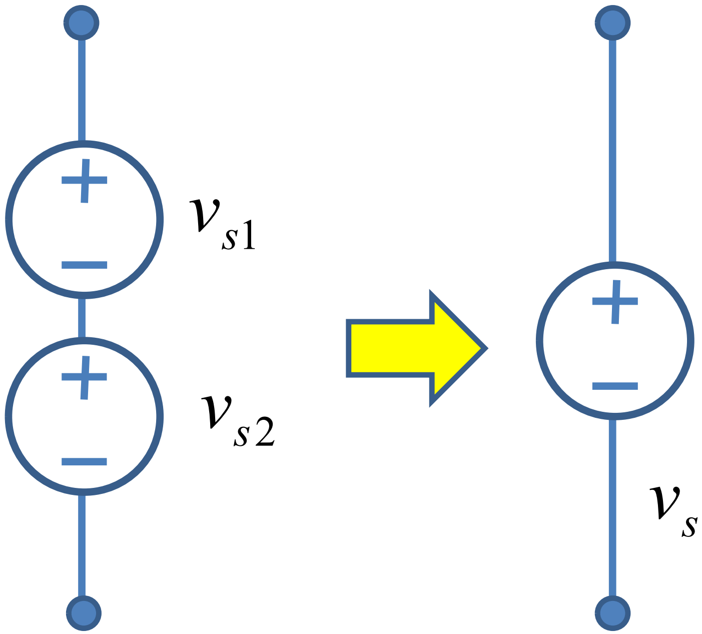
加压求流和加流求压法是端口测量方法，是一般网络等效的基本方法

一、简单串并联：电阻串并联

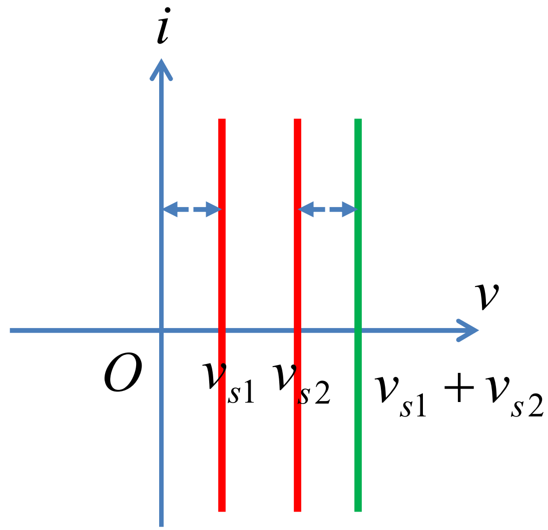




理想电源串并联



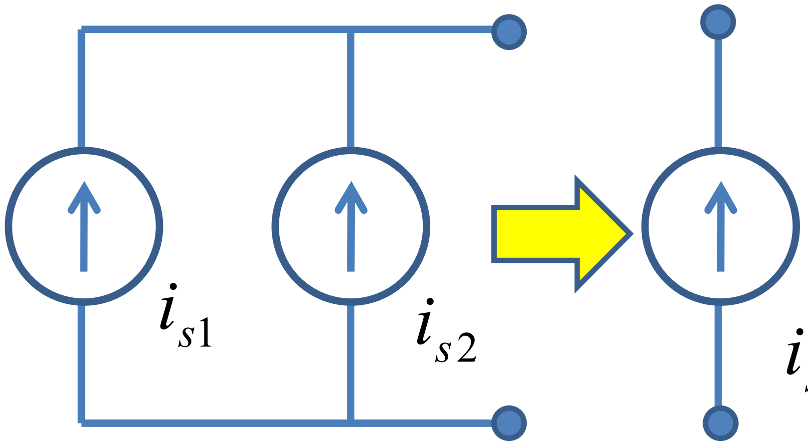
$$v_s = v_{s1} + v_{s2}$$



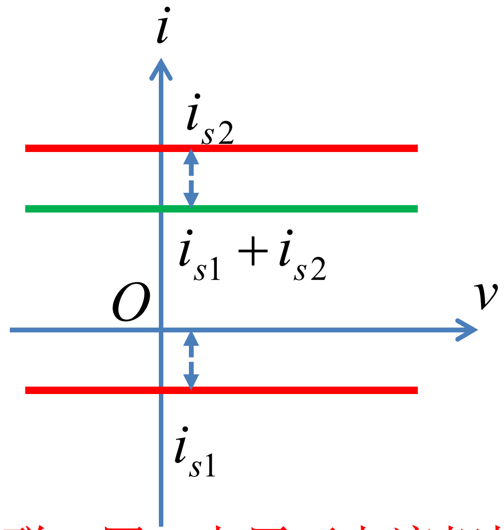
串联：同一电流下电压相加

正负号仅代表参考方向

箭头仅代表参考方向

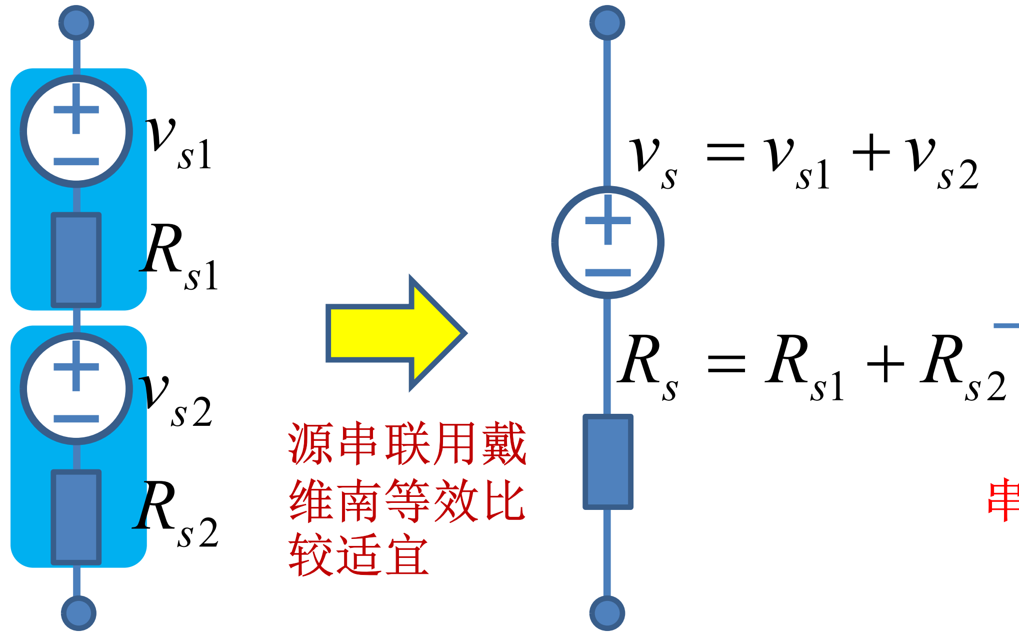


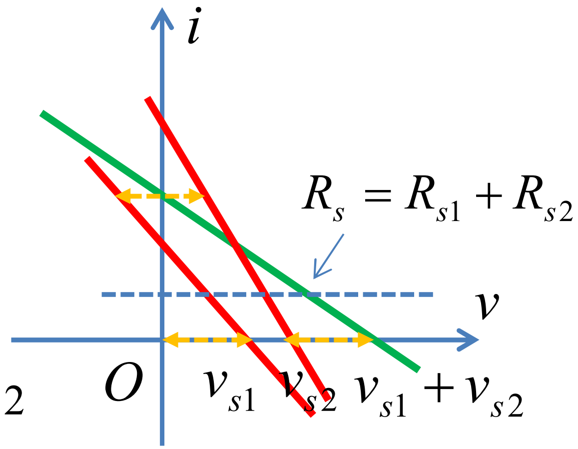
$$i_s = i_{s1} + i_{s2}$$



并联：同一电压下电流相加

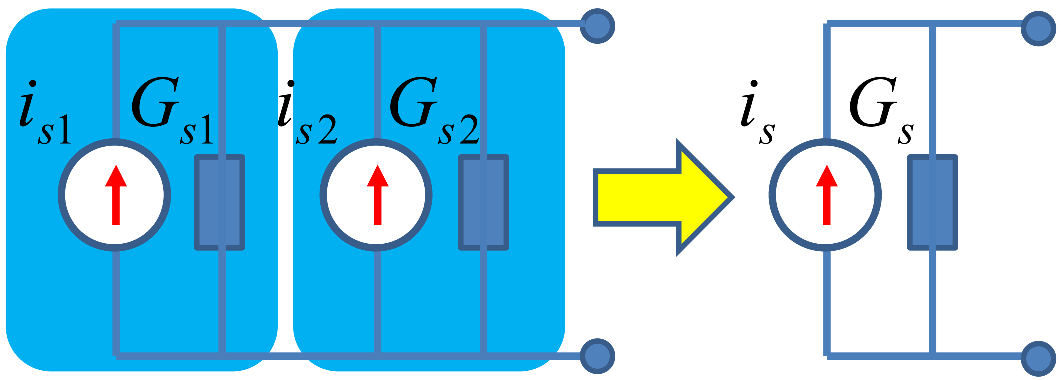
线性内阻电源的串并联

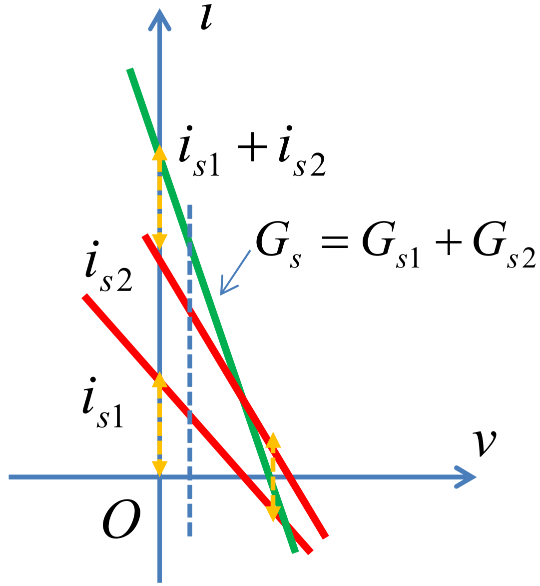




串联：同一电流下电压相加

源的串并联可实现两个信号相加

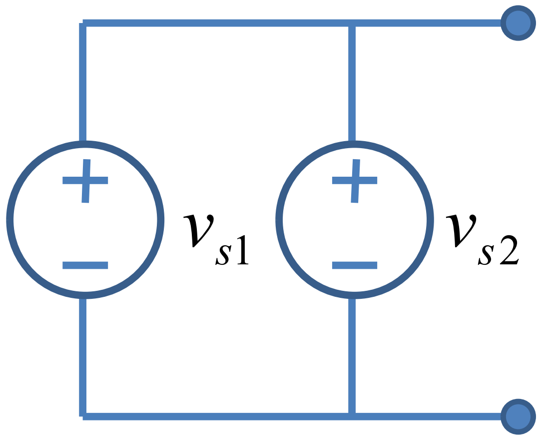




源并联用诺顿等效比较适宜

并联：同一电压下电流相加

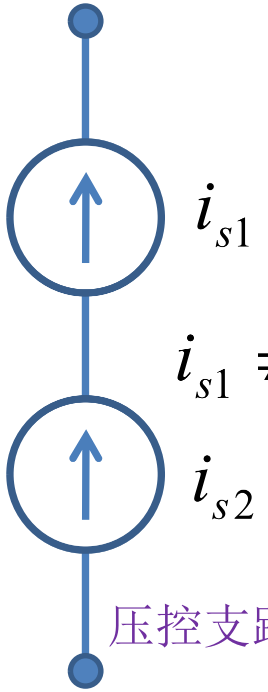
理想电源连接中的禁忌



电路分析时，一个电源可拆分为多个电源，之后对拆分后的电源非确定参量进行定义

$v_{s1} \neq v_{s2}$　流控支路不宜并联

违反**KVL**



$i_{s1} \neq i_{s2}$

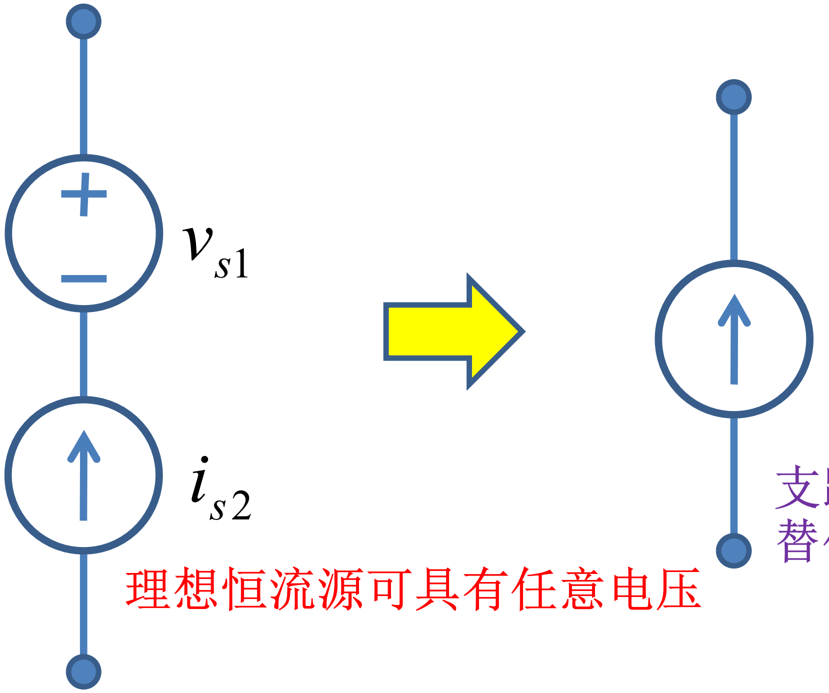
违反**KCL**

压控支路不宜串联

实际源由于存在内阻，理论上可以串并联，但内阻很小的两个电压源的并联（内阻很大的两个电流源的串联）需斟酌后再实施：电源极有可能因而烧毁，或者进入非正常工作区

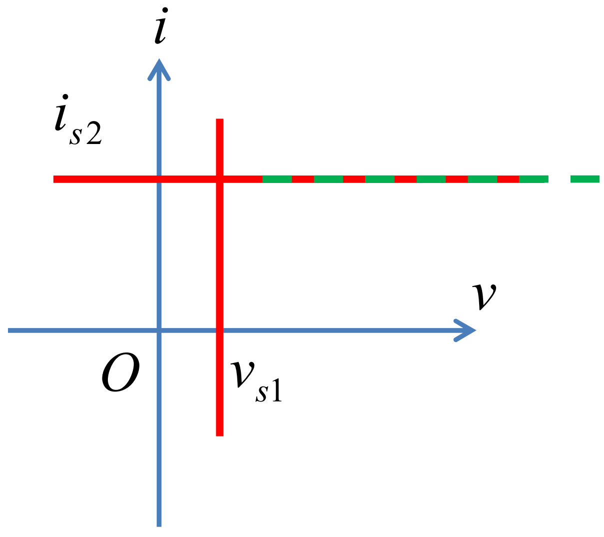
换句话说：这种连接情况下，恒压恒流等效已经不再成立

电源化简

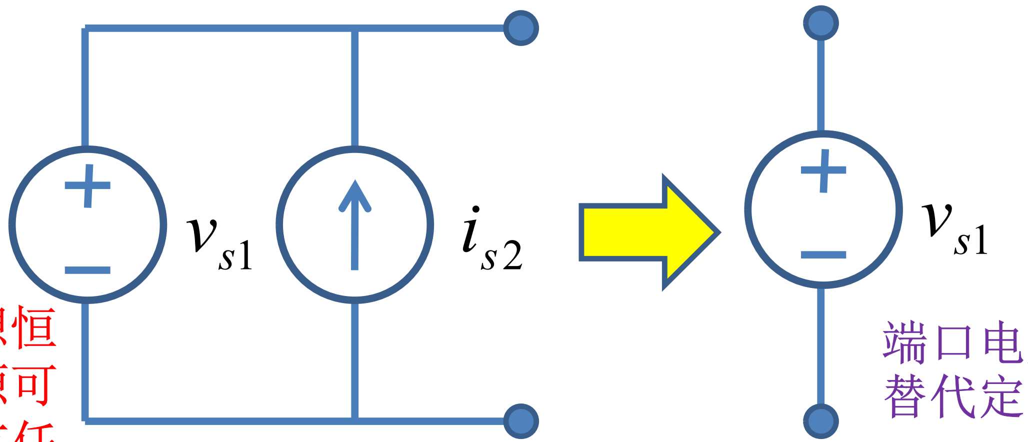


理想恒流源可具有任意电压

支路电流替代定理

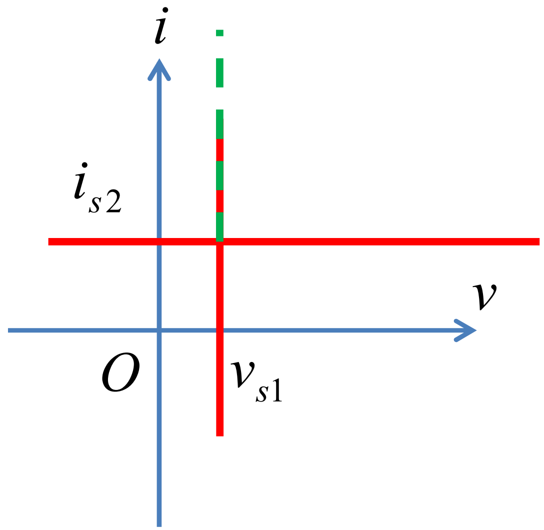


串联同一电流下电压相加



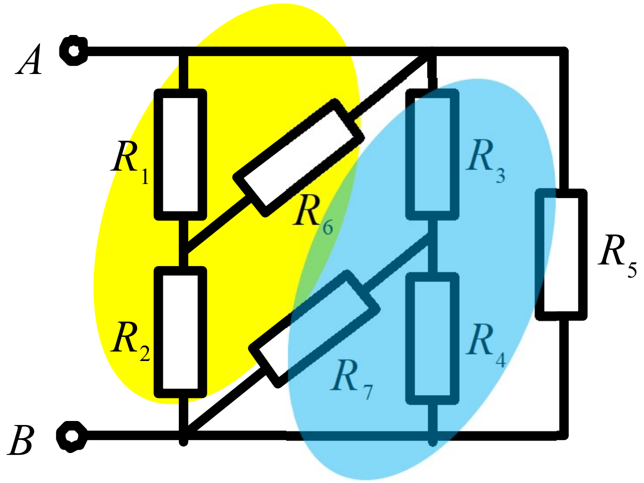
理想恒压源可具有任意电流

端口电压替代定理



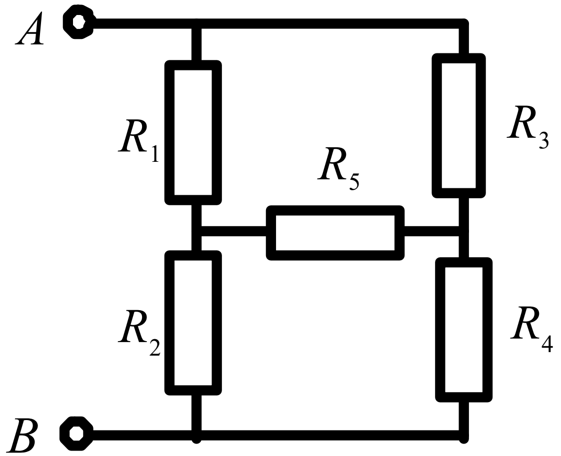
并联同一电压下电流相加

二、非简单串并联连接关系



$$R_{AB} = (R_1 \parallel R_6 + R_2) \parallel (R_3 + R_4 \parallel R_7) \parallel R_5$$

简单串并联关系很容易获得端口等效电阻

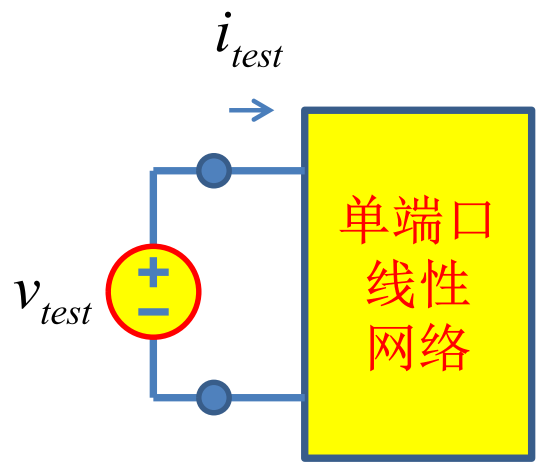


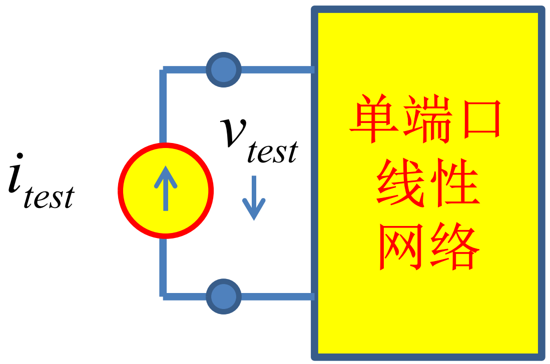
$$R_{AB} = f(R_1, R_2, R_3, R_4, R_5) = ?$$

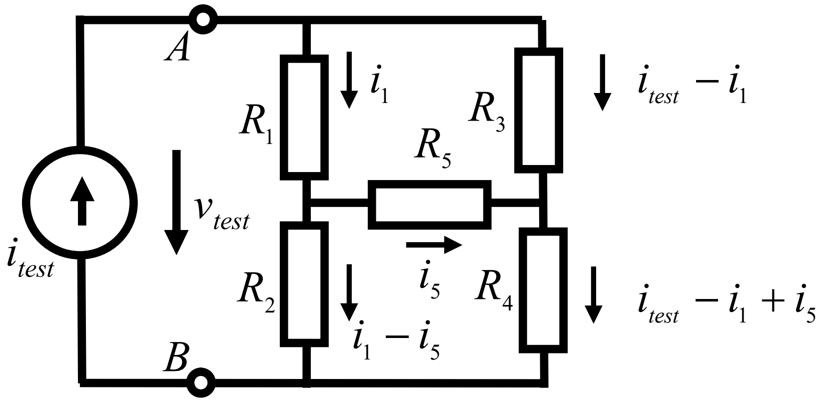
非简单串并联关系如何获得端口等效电阻？

加压求流法/加流求压法（1）

- 加压求流法
  - 在单端口网络的端口上加一测试电压$\mathbf{v_{test}}$，考察端口电流$\mathbf{i_{test}}$，如果$\mathbf{i_{test}}=\alpha\cdot\mathbf{v_{test}}$，该单端口网络则等效为一个线性电导，电导导值$\mathbf{G}=\alpha$
- 加流求压法
  - 在单端口网络的端口上加一测试电流$\mathbf{i_{test}}$，考察端口电压$\mathbf{v_{test}}$，如果$\mathbf{v_{test}}=\alpha\cdot\mathbf{i_{test}}$，该单端口网络则等效为一个线性电阻，电阻阻值$\mathbf{R}=\alpha$
  - 加压求流法或加流求压法两种分析方法脱胎于测量方法，根据端口测量结果（所体现的伏安特性关系）进行电路等效，无需知道网络内部具体结构
    - 对已知电路进行手动电路等效时，加流求压法用的更多一些







例1：加流求压

手工列写电路方程最常用方法：设定**b-n+1**个未知量，列写**b-n+1**个独立**KVL**方程：本质上等同回路电流法

$$i_1 R_1 + (i_1 - i_5) R_2 = v_{test}$$

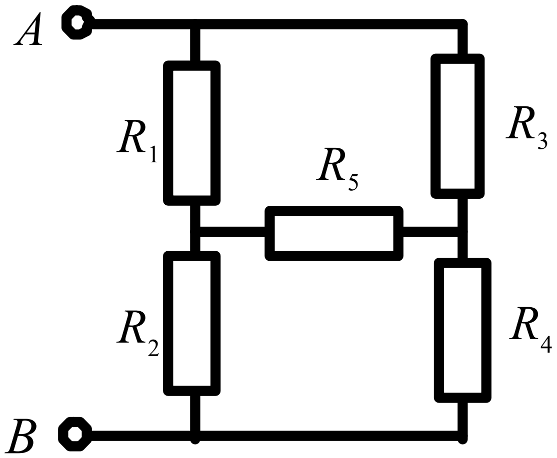
$$-i_1 R_1 + (i_{test} - i_1) R_3 - i_5 R_5 = 0$$

$$-(i_1 - i_5) R_2 + i_5 R_5 + (i_{test} - i_1 + i_5) R_4 = 0$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_5 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} (R_2 + R_4)R_3 + R_5(R_3 + R_4) \\ R_2R_3 - R_1R_4 \end{bmatrix}}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_5) + R_5(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)} i_{test}$$

$$v_{test} = \frac{R_5(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_2R_4(R_1 + R_3) + R_1R_3(R_2 + R_4)}{R_5(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + (R_2 + R_4)(R_1 + R_3)} i_{test} = R_{eq} i_{test}$$

$$R_{AB} = \frac{v_{test}}{i_{test}} = \frac{R_5(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_2R_4(R_1 + R_3) + R_1R_3(R_2 + R_4)}{R_5(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) + (R_2 + R_4)(R_1 + R_3)}$$



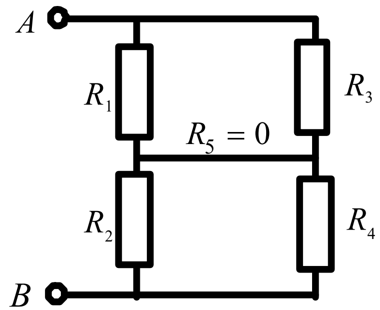
解的解析（1）

1、量纲检查：不同量纲数值不可加减比较
sin,cos,exp,log等函数的变量无量纲

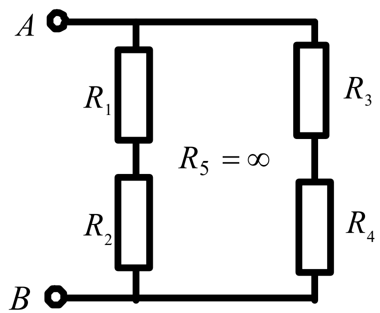
$$R_{AB}=\frac{R_5(R_1+R_2)(R_3+R_4)+R_2R_4(R_1+R_3)+R_1R_3(R_2+R_4)}{R_5(R_1+R_2+R_3+R_4)+(R_2+R_4)(R_1+R_3)}$$

2、极端情况验证

$$R_{AB}\overset{R_5=0}{=}\frac{R_2R_4(R_1+R_3)+R_1R_3(R_2+R_4)}{(R_2+R_4)(R_1+R_3)}=R_2\parallel R_4+R_1\parallel R_3$$

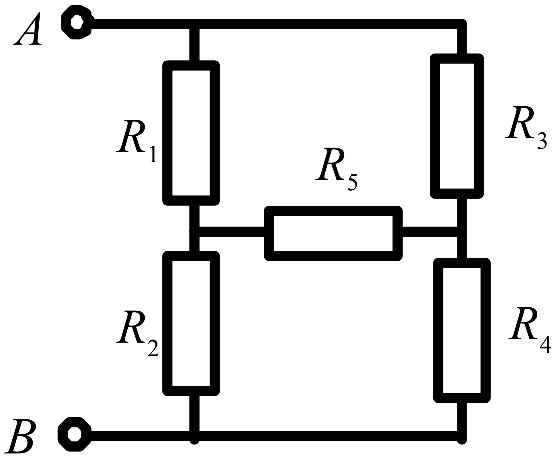


$$R_{AB}\overset{R_5=\infty}{=}\frac{R_5(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_5(R_1+R_2+R_3+R_4)}=(R_1+R_2)\parallel(R_3+R_4)$$



两个验算可以证伪，不能证明，但即使重推一遍公式也不能证明公式推导是正确的！两个检查比重新推导一遍公式更可靠！同学们一定要掌握。

解的解析2



Wheatstone Bridge
惠斯通电桥

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_5 \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} (R_2+R_4)R_3 + R_5(R_3+R_4) \\ R_2R_3 - R_1R_4 \end{bmatrix}}{(R_1+R_3)(R_2+R_5)+R_5(R_1+R_2+R_3+R_4)} i_{test}$$

$$i_5 = \frac{R_2R_3 - R_1R_4}{(R_1+R_3)(R_2+R_5)+R_5(R_1+R_2+R_3+R_4)} i_{test} \overset{R_2R_3=R_1R_4}{=} 0$$

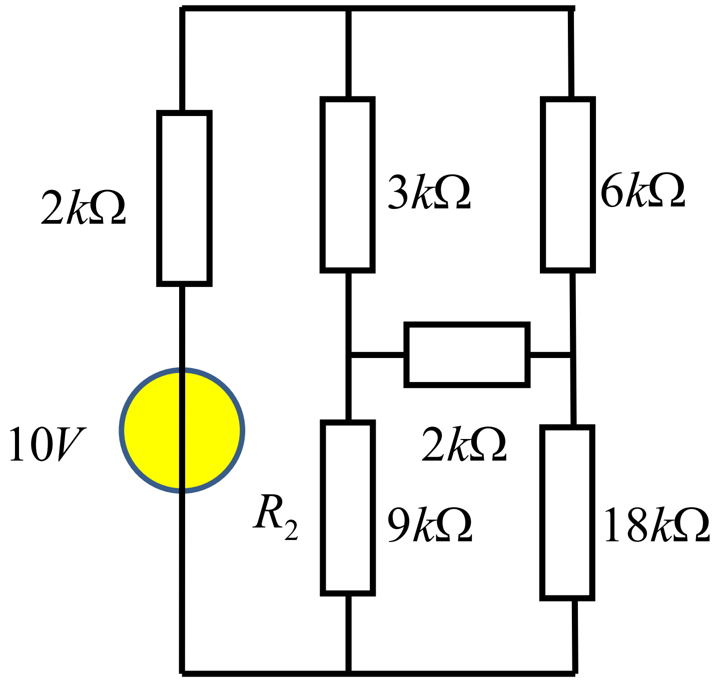
$$v_5 = i_5R_5 \overset{R_2R_3=R_1R_4}{=} 0$$

$$R_2R_3 = R_1R_4$$ 电桥平衡条件

电桥平衡条件满足时，**R_5**支路电压为**0**（等效短路，短路替代），电流为**0**（等效开路，开路替代）

此时**R_5**取任意值，均不影响**AB**端口看入电阻：**R_5**支路短路和**R_5**支路开路等效电阻相同

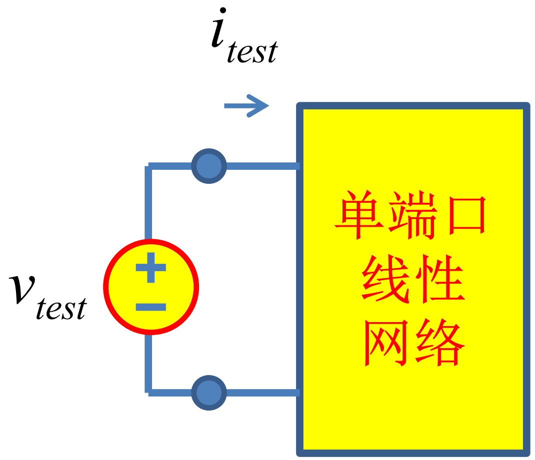
课堂练习：平衡桥

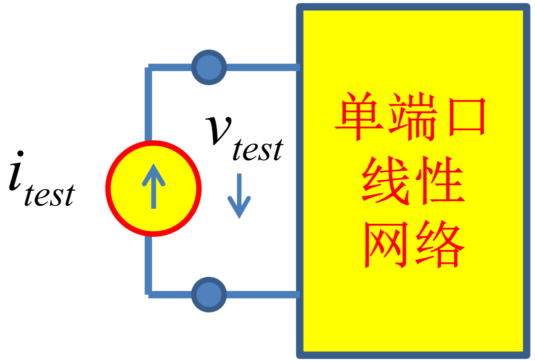


每个元件上的电压电流大小？

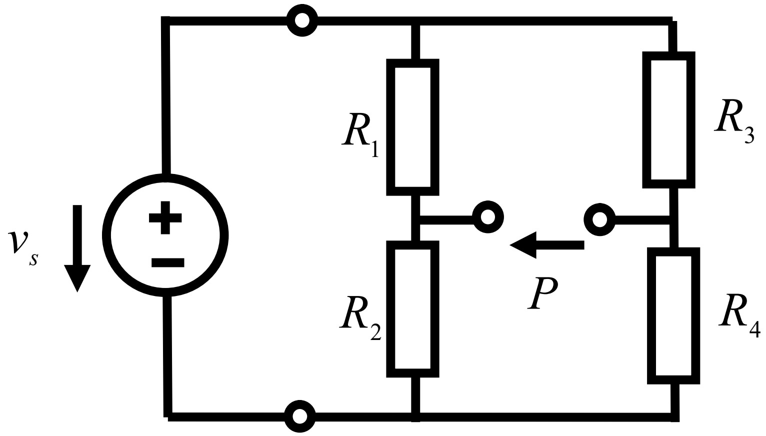
加压求流法/加流求压法（2）

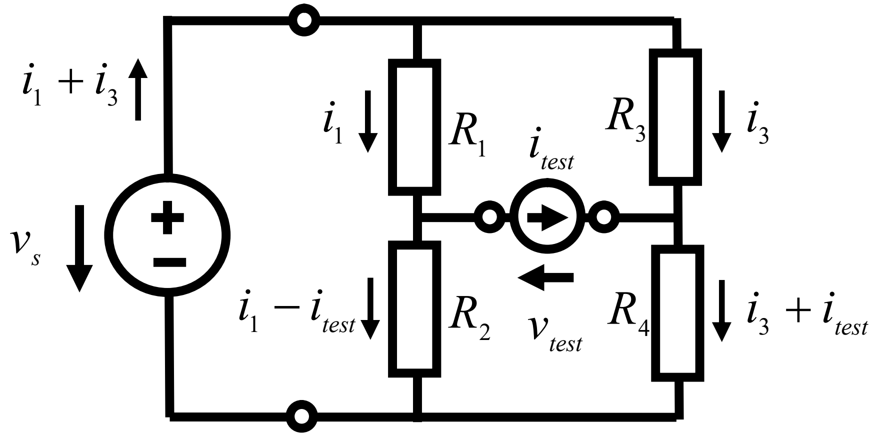
- 加压求流法
  - 在单端口网络的端口上加一测试电压$\mathbf{v}_{test}$，考察端口电流$\mathbf{i}_{test}$，如果压流关系并非过原点直线，$\mathbf{i}_{test}=\alpha\cdot\mathbf{v}_{test}+\beta$，该单端口网络则等效为一个诺顿电流源，源电流$\mathbf{i}_s=\beta$，源内导$\mathbf{G}_S=\alpha$
- 加流求压法
  - 在单端口网络的端口上加一测试电流$\mathbf{i}_{test}$，考察端口电压$\mathbf{v}_{test}$，如果压流关系并非过原点直线，$\mathbf{v}_{test}=\alpha\cdot\mathbf{i}_{test}+\beta$，该单端口网络则等效为一个戴维南电压源，源电压$\mathbf{v}_s=\beta$，源内阻$\mathbf{R}_S=\alpha$
  - 单端口网络端口电压、端口电流具有过原点的线性关系，则等效为线性电阻
  - 如果是直线关系但不过原点，则可等效为线性内阻电源





例2：带源单端口网络等效电路





加流求压

$$i_1R_1+(i_1-i_{test})R_2=v_s$$

$$i_3R_3+(i_3+i_{test})R_4=v_s$$

$$-i_1R_1+i_3R_3+v_{test}=0$$

$$i_1=\frac{1}{R_1+R_2}v_s+\frac{R_2}{R_1+R_2}i_{test}$$

$$i_3=\frac{1}{R_3+R_4}v_s-\frac{R_4}{R_3+R_4}i_{test}$$

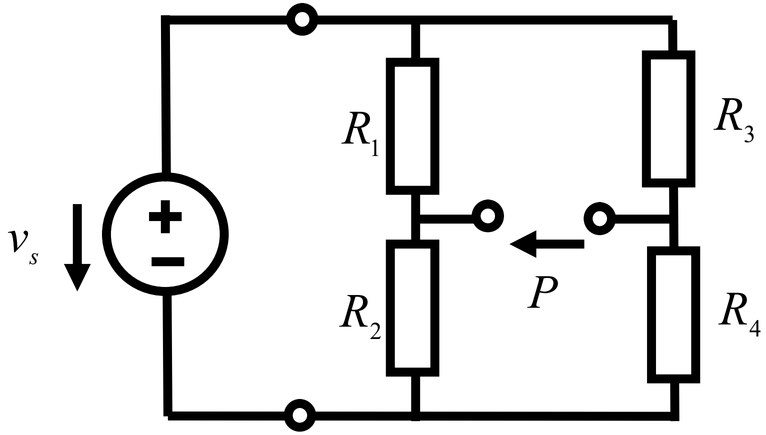
请同学自行练习用叠加定理计算获得最终结果

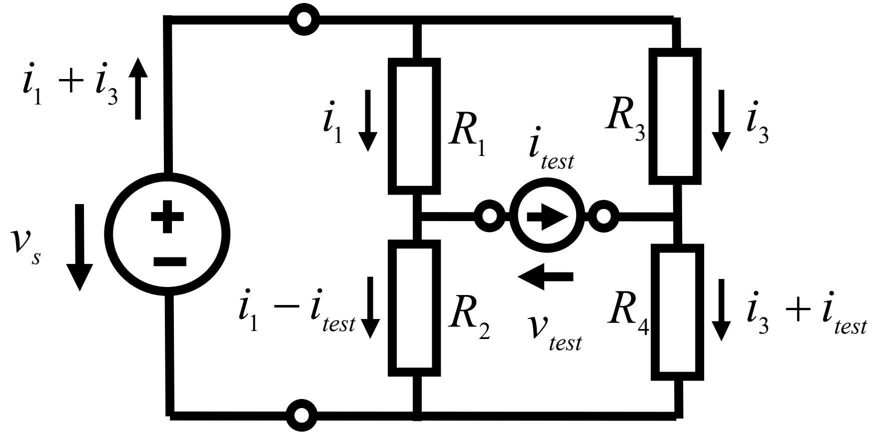
$$v_{test}=i_1R_1-i_3R_3$$

叠加性的体现：叠加定理获得相同解

$$=\left(\frac{R_1}{R_1+R_2}-\frac{R_3}{R_3+R_4}\right)v_s+\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}\right)i_{test}$$

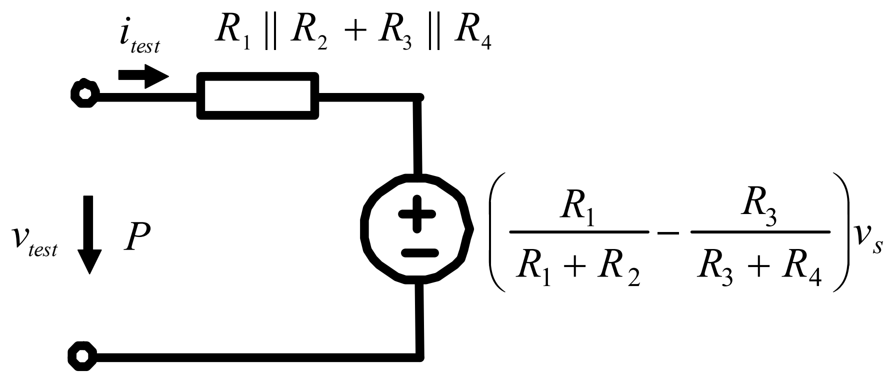
数学表达式的等效电路转换



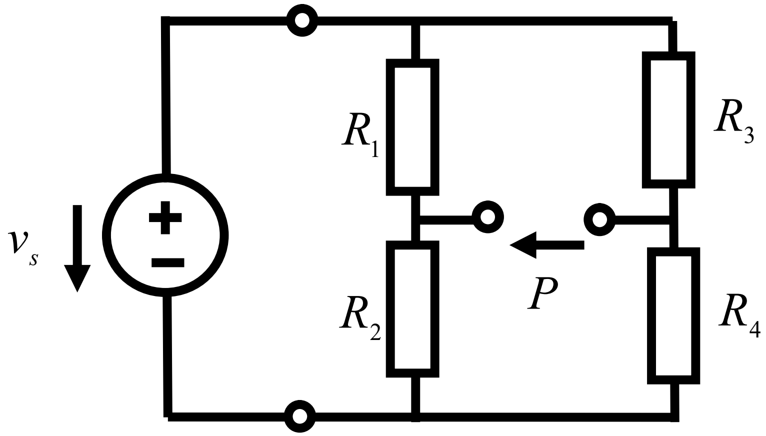


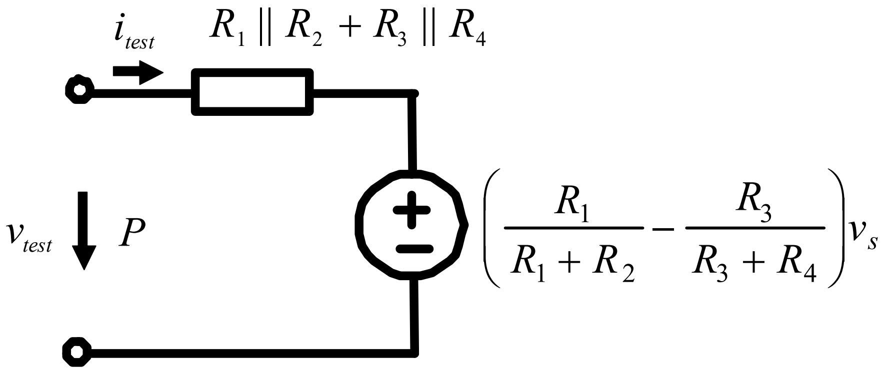
$$v_{test} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4} \right) v_s + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} \right) i_{test}$$

$$= v_{s,eq} + R_{s,eq} \cdot i_{test}$$



解的解析（1）





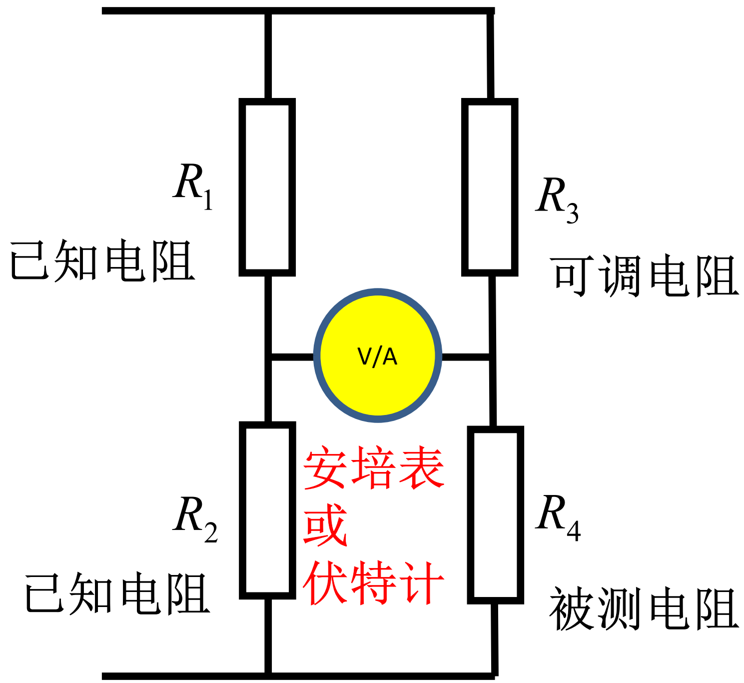
$$\frac{R_1}{R_1+R_2}=\frac{R_3}{R_3+R_4}$$

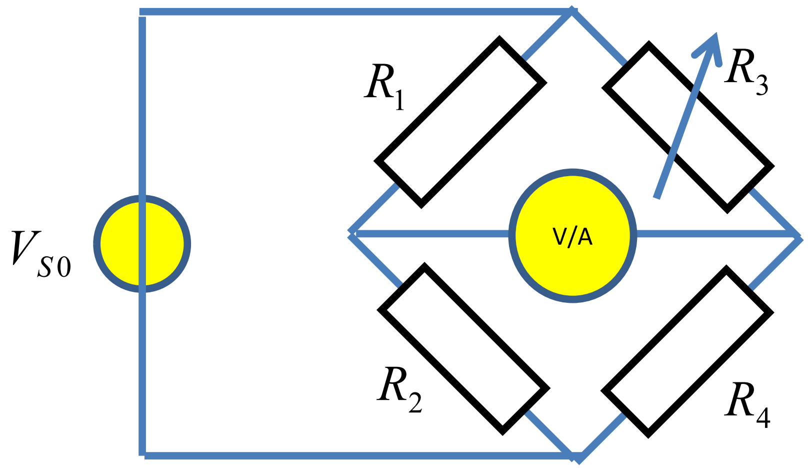
$$R_1R_4=R_3R_2$$

$$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_4}$$

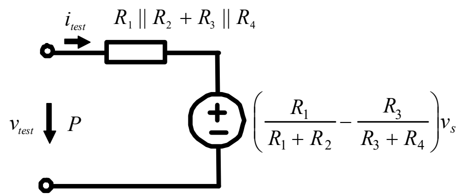
如果电桥平衡条件满足，桥中支路则看不到源的影响（开路电压、短路电流均为0），无论是用电压表测量开路电压，还是用电流表测量短路电流，电表显示结果均为0，故而可以利用这个特性进行电阻测量

惠斯通电桥用于电阻阻值的测量





$$R_4 = \frac{R_2}{R_1} R_3$$

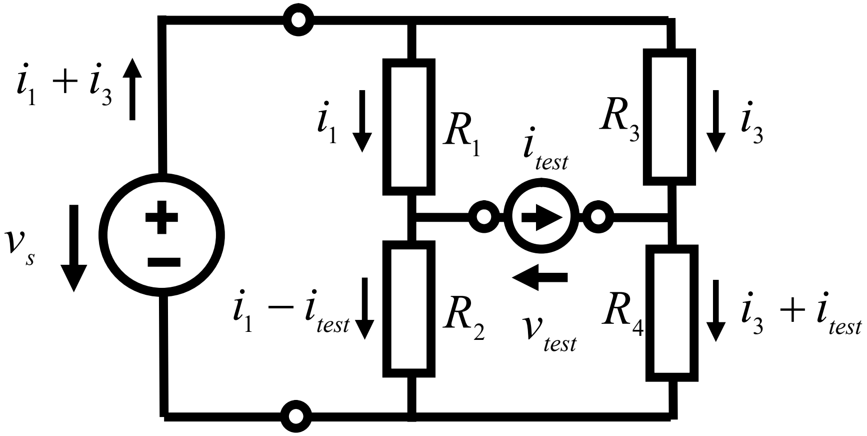


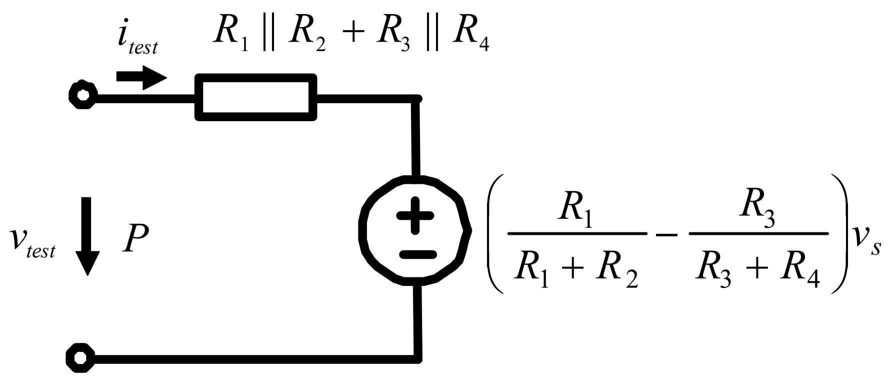
解的解析（2）

$$v_{test} = \left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - \frac{R_3}{R_3+R_4}\right)v_s + \left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} + \frac{R_3R_4}{R_3+R_4}\right)i_{test}$$

求等效电压源时，端口开路

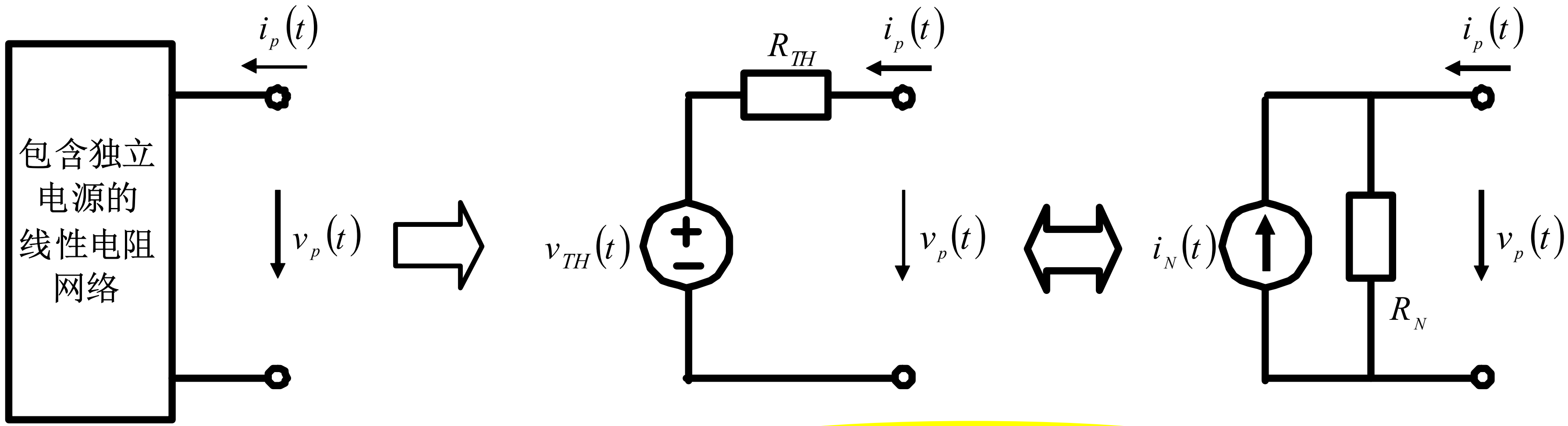
求等效内阻时，内部源不起作用





- 内部无源的单端口线性电阻网络，其等效电路必然是一个线性电阻
- 内部含独立源的单端口线性电阻网络，则可等效为戴维南电压源，或者诺顿电流源
  - 求等效电压源时，端口开路；求等效内阻时，内部独立源不起作用
  - 这正是戴维南定理所要描述的结论

三、戴维南-诺顿定理

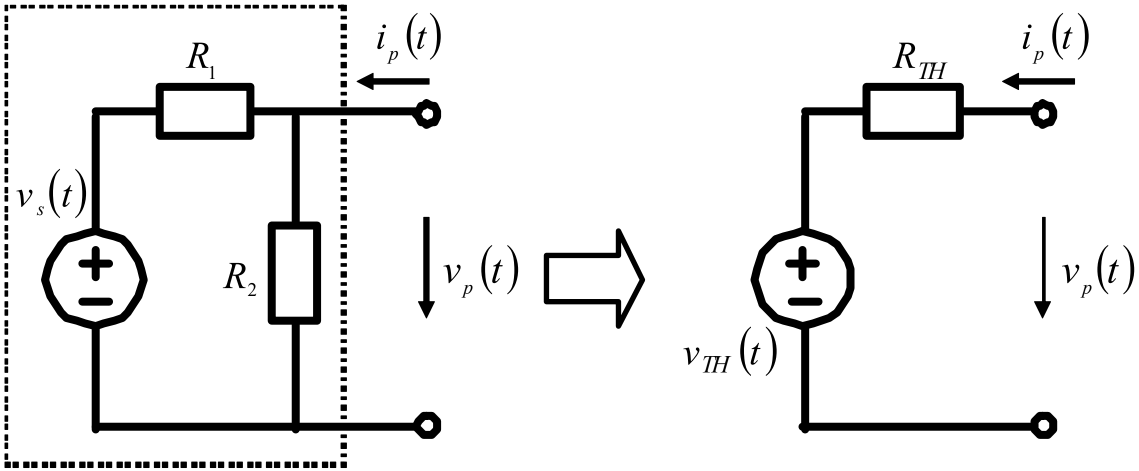


$$R_{TH} = R_N \qquad v_{TH} = R_N i_N$$

- 戴维南定理**Thevenin's Theorem**：一个包含独立电源的单端口线性电阻网络，其端口等效电路可表述为一个恒压源和一个电阻的串联，源电压为端口开路电压，串联电阻为电阻网络内所有独立电源置零时的端口等效电阻。
- 诺顿定理**Norton's Theorem**：一个包含独立电源的单端口线性电阻网络，其端口等效电路可表述为一个恒流源和一个电阻的并联，源电流为端口短路电流，并联电阻为电阻网络内所有独立电源置零时的端口等效电阻。

独立源置零：独立电压源短路，独立电流源开路

戴维南定理简单应用：例3



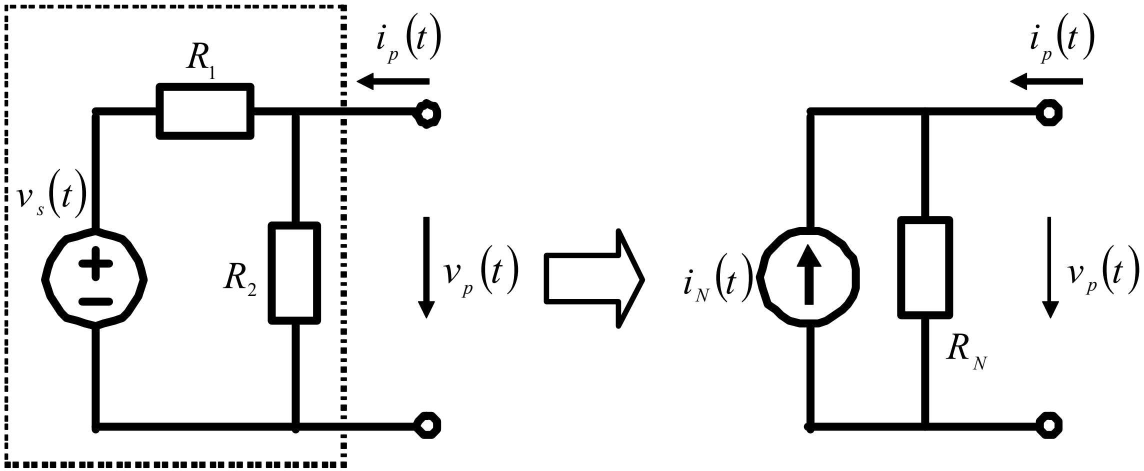
- 开路电压
- 等效电阻
  - 独立源为0

$$v_{TH}(t) = iR_2 = \frac{v_s(t)}{R_1 + R_2} R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s(t)$$

分压系数：分电阻与总电阻之比

$$R_{TH} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

诺顿定理简单应用：例3



- 短路电流
- 等效电阻
  - 独立源为**0**

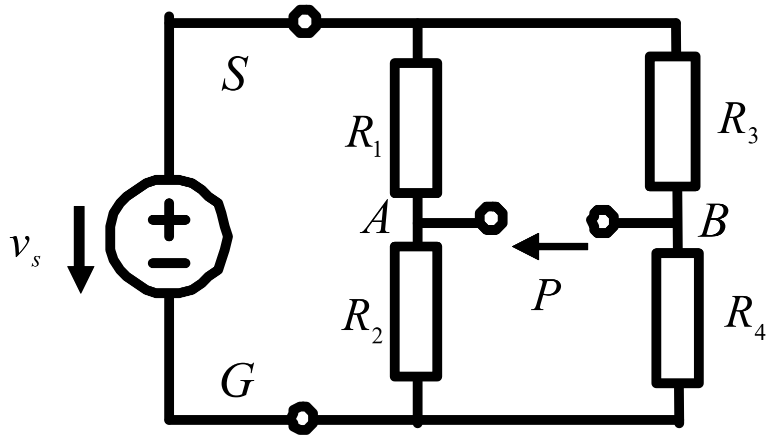
$$i_N(t)=\frac{v_s(t)}{R_1}$$

$$v_{TH}(t)=\frac{R_2}{R_1+R_2}v_s(t)=i_N(t)R_N$$

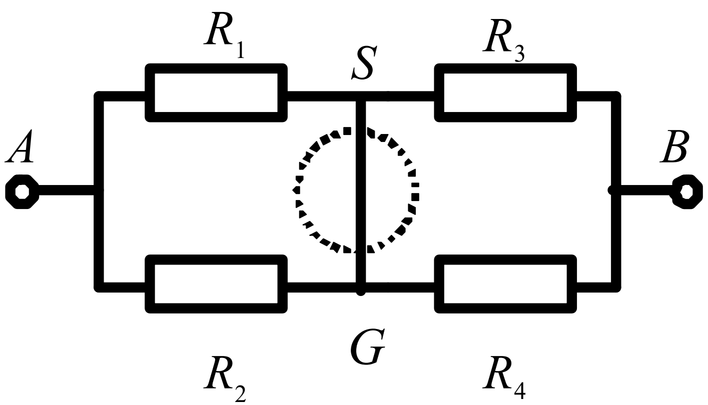
$$R_N=R_1\parallel R_2=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

$$R_{TH}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=R_N$$

例4：用戴维南定理重新求解例2



仅$\mathbf{v_s}$起作用，$\mathbf{i_{test}}$不起作用，端口开路电压：戴维南源电压



仅$\mathbf{i_{test}}$起作用，$\mathbf{v_s}$不起作用，端口电压和端口测试电流关系为线性内阻比例关系

开路电压

$$v_{TH}(t)=v_B(t)-v_A(t)$$

$$=\left(\frac{R_4}{R_3+R_4}-\frac{R_2}{R_1+R_2}\right)v_s(t)$$

$$=\frac{\boldsymbol{R_1R_4-R_2R_3}}{\boldsymbol{(R_3+R_4)(R_1+R_2)}}\boldsymbol{v_s(t)}$$

等效内阻：独立电压源短路

$$R_{TH}=R_1\parallel R_2+R_3\parallel R_4$$

$$=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+\frac{R_3R_4}{R_3+R_4}$$

戴维南定理是加流求压法的叠加定理表述

加流求压和戴维南

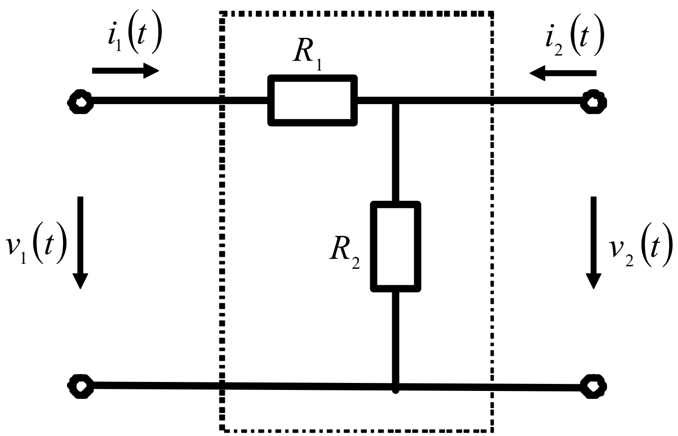
- 戴维南定理是加流求压法的叠加定理表述
- 诺顿定理是加压求流法的叠加定理表述

  - 戴维南-诺顿定理仅适用于线性电路网络
    - 网络内可以包括线性电阻、线性电容、线性电感、线性受控源和独立源

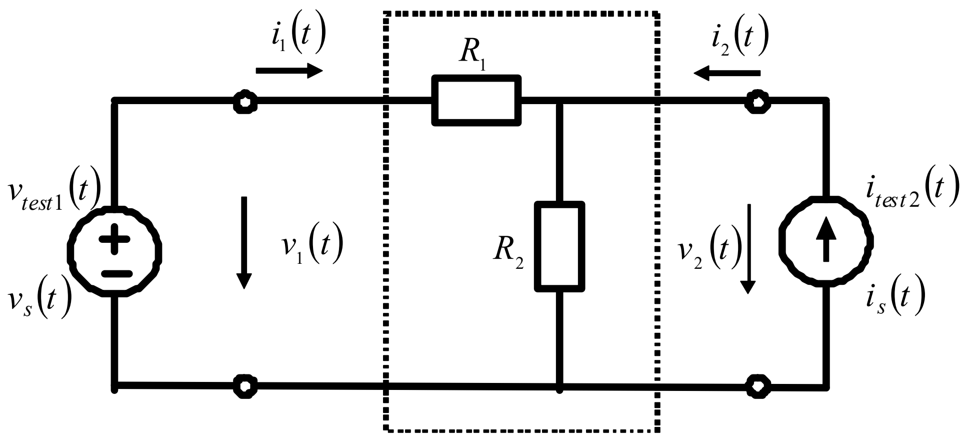
  - 加压求流法/加流求压法是通用测量方法，适用于任意电路网络
    - 端口电压和端口电流具有线性关系则线性网络
    - 端口电压和端口电流不具线性关系则非线性网络
    - 端口伏安特性为过原点的线性代数关系则为线性电阻，为过原点的非线性代数关系则为非线性电阻，…

四、线性受控源

- 线性受控源是描述多端口线性网络端口之间相互作用关系的衍生元件：端口间存在的相互作用关系被等效为受控源的受控关系
  - 单端口可加压求流、加流求压
  - 多端口可加压求流、加压求压、加流求压、加流求流

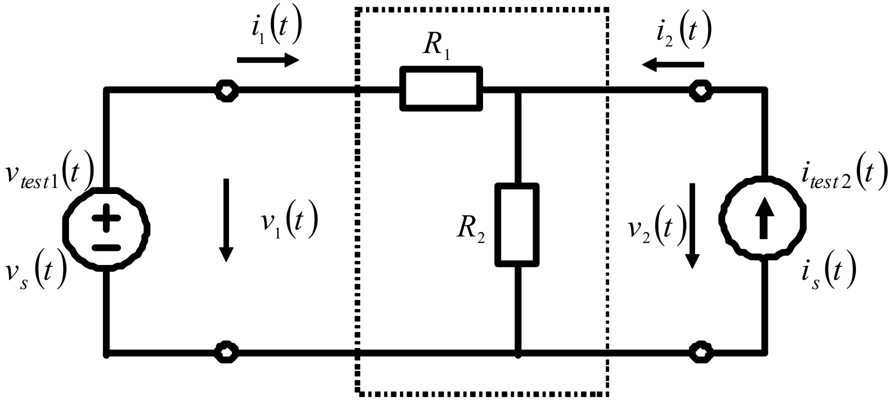


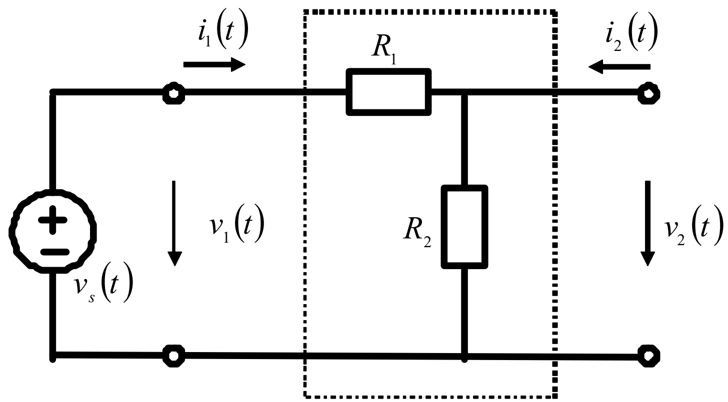
二端口网络：具有什么特性？



二端口网络测试
两个端口同时加压求流或加流求压
下周考虑**4**种测试情况

叠加定理：仅端口1独立源作用





$$v_1(t) = v_s(t)$$

端口**1**加测试电压

$$i_1(t) = \frac{1}{R_1 + R_2} v_s(t)$$

测得端口**1**看入电阻为**R_1+R_2**

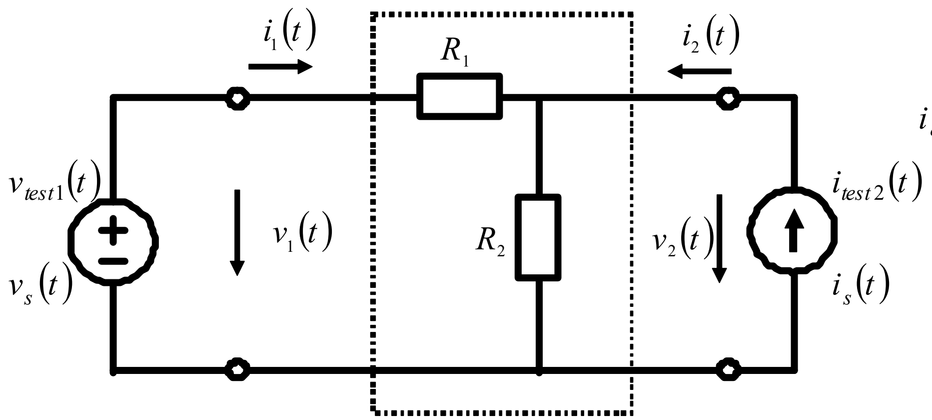
$$v_2(t) = \frac{v_s(t)}{R_1 + R_2} R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_1(t)$$

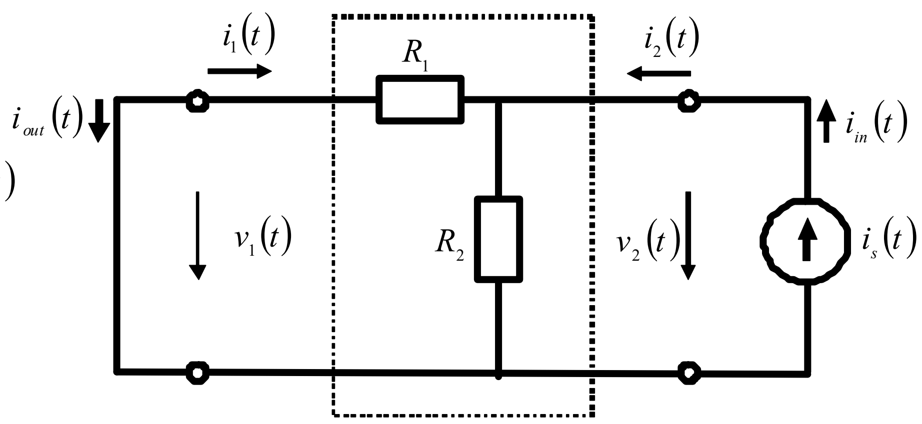
$$i_2(t) = 0$$

测得端口**2**开路电压为端口**1**电压的分压；端口**1**电压对端口**2**电压的影响因子为分压系数

（条件：端口**2**开路）

叠加定理：仅端口2独立源作用





$$i_2(t) = i_s(t)$$

端口2加测试电流

$$v_2(t) = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} i_s(t) = \frac{i_2(t)}{G_1+G_2}$$

测得端口2看入电阻为$R_1||R_2$

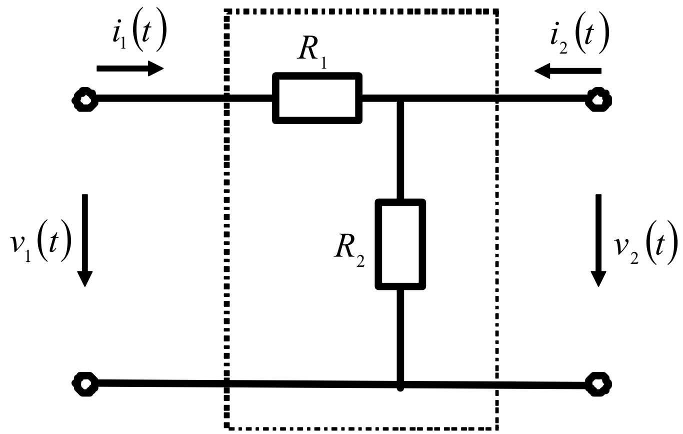
$$-i_1(t) = G_1 v_2(t) = G_1 \frac{i_2(t)}{G_1+G_2} = \frac{G_1}{G_1+G_2} i_2(t)$$

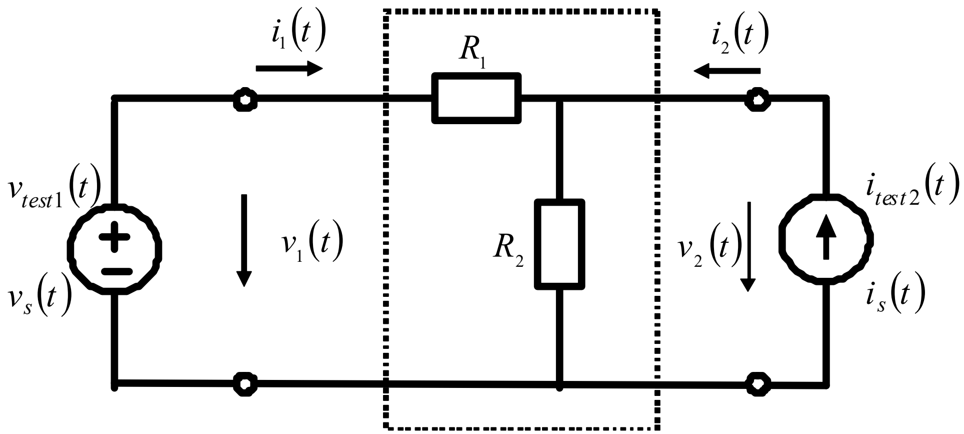
$$v_1(t) = 0$$

测得端口1短路电流为端口2电流的分流；端口2电流对端口1电流的影响因子为分流系数

（条件：端口1短路）

叠加定理





$$v_1(t)=v_s(t)$$

将v_s理解为对端口1之外电路的替代

$$i_1(t)=-\frac{G_1}{G_1+G_2}i_2(t)+\frac{1}{R_1+R_2}v_1(t)$$

$$v_2(t)=\frac{1}{G_1+G_2}i_2(t)+\frac{R_2}{R_1+R_2}v_1(t)$$

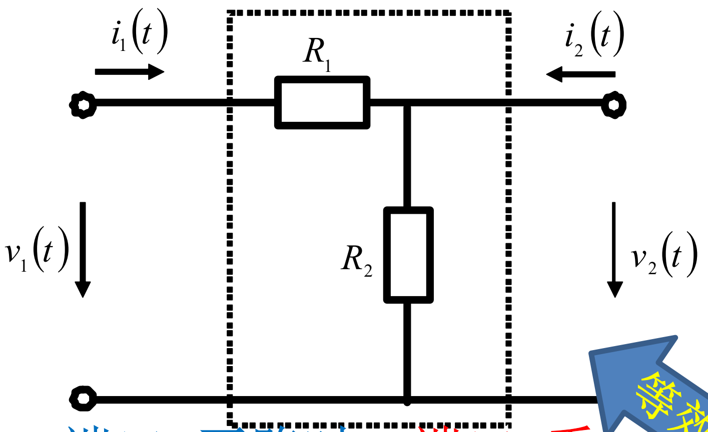
$$i_2(t)=i_s(t)$$

将i_s理解为对端口2之外电路的替代

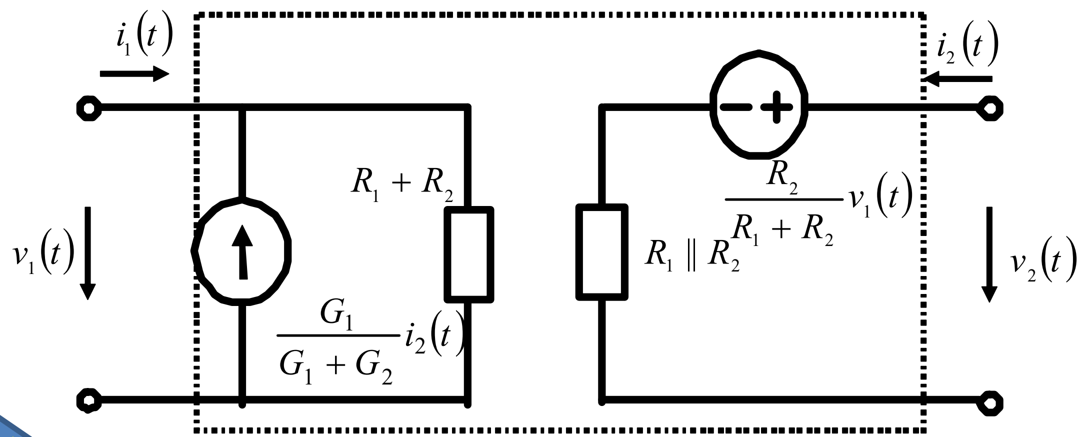
受控源元件的引入
端口间的作用

$$i_1(t) = -\frac{G_1}{G_1+G_2} i_2(t) + \frac{1}{R_1+R_2} v_1(t)$$

$$v_2(t) = \frac{1}{G_1+G_2} i_2(t) + \frac{R_2}{R_1+R_2} v_1(t)$$



等效电路

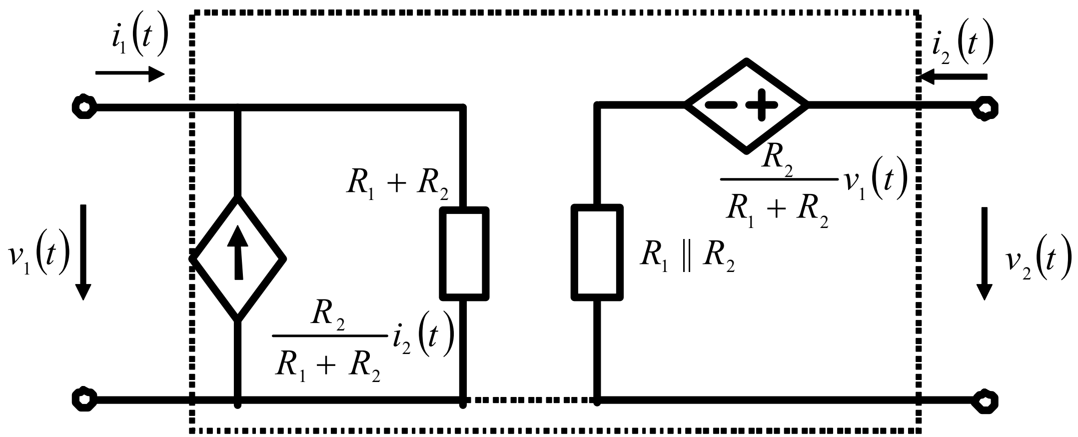


端口2开路时，端口1看入电阻为R_1+R_2，端口2电压为端口1电压的分压，分压系数为$R_2/(R_1+R_2)$

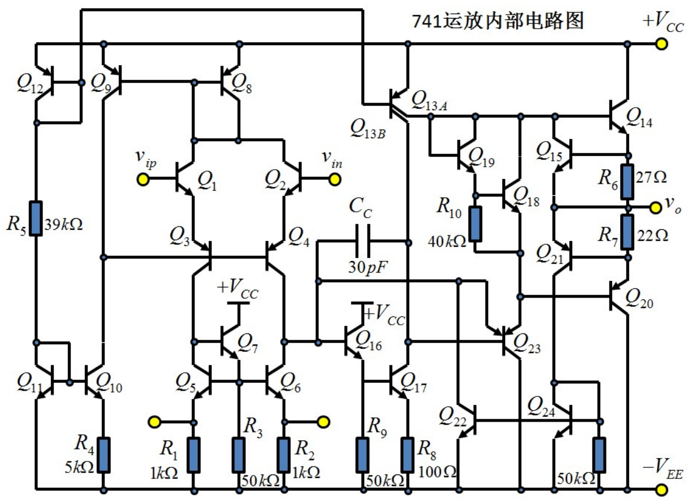
独立源：能量来自外部；受控源：能量来自网络

为了和独立源区分，受控源采用菱形符号

端口1短路时，端口2看入电阻为$R_1||R_2$，端口1电流为端口2电流的分流，分流系数为$G_1/(G_1+G_2)$



流控流源　　压控压源

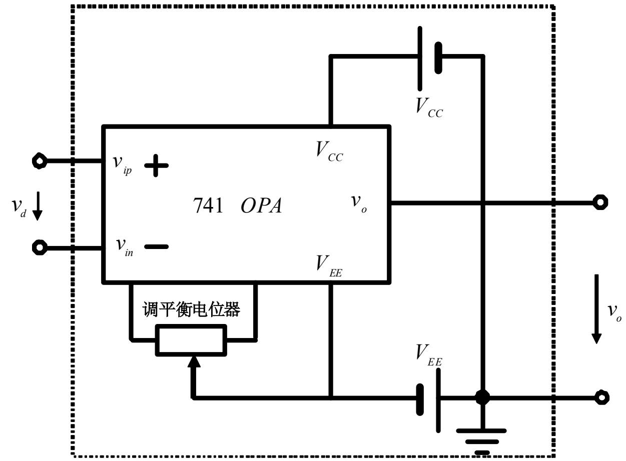


为何引入受控源元件？

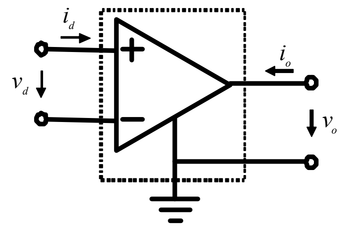
这个世界的事物是相互联系的，相互作用的。为了描述电路中不同端口（支路）之间的相互作用关系，引入受控源元件

受控源的引入是为了简化电路分析，规范电路分析方法

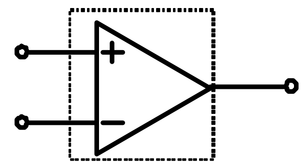
网络内部到底如何工作我们不再关注，而只关注端口之间的作用关系



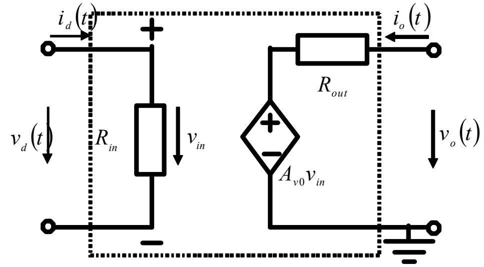
（a）实际运放外部连接关系



（b）运放符号：（带地）



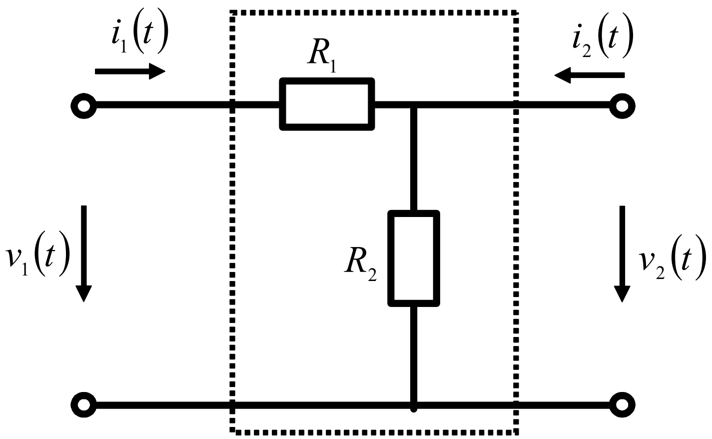
（c）运放符号：（默认带地）

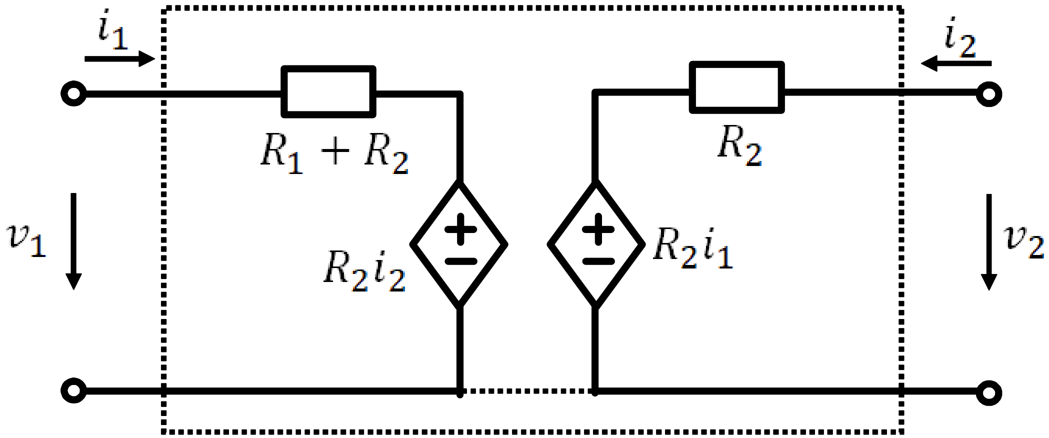


（d）运放二端口等效电路

这个受控源描述的是输入端口电压对输出端口电压的作用关系（控制关系）

同一电路，可以有多种端口伏安方程形式





$$i_1 = -\frac{R_2}{R_1+R_2} i_2 + \frac{1}{R_1+R_2} v_1$$

$$v_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} i_2 + \frac{R_2}{R_1+R_2} v_1$$

$$v_1 = (R_1+R_2) i_1 + R_2 i_2$$

$$v_2 = R_2 i_1 + R_2 i_2$$

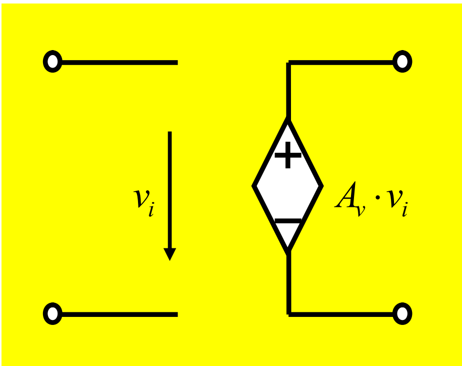
以$v_1 i_2$为自变量，$i_1 v_2$为因变量的端口伏安特性描述

可以很方便地转化为以$i_1 i_2$为自变量，$v_1 v_2$为因变量的端口伏安特性描述

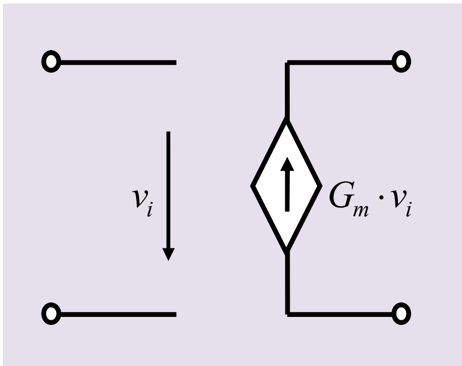
二端口网络原则上有$C_4^2=6$种端口描述形式

理想线性受控源

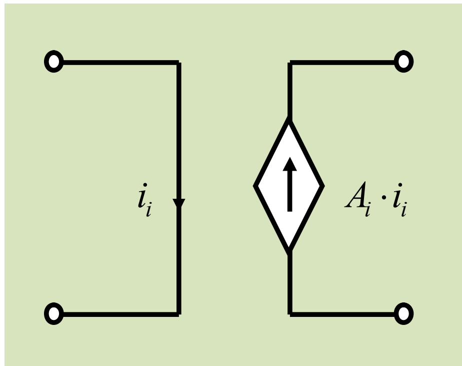
压控压源（VCVS， voltage controlled voltage source）
压控流源（VCCS， voltage controlled current source ）
流控流源（CCCS， current controlled current source ）
流控压源（CCVS， current controlled voltage source ）



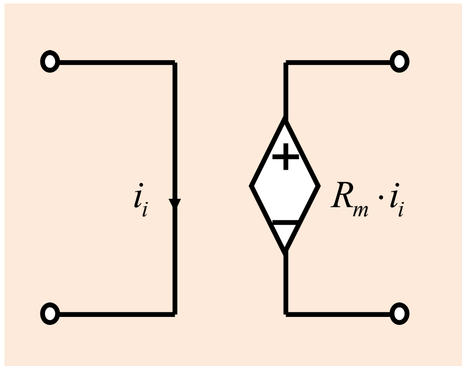
VCVS



VCCS



CCCS

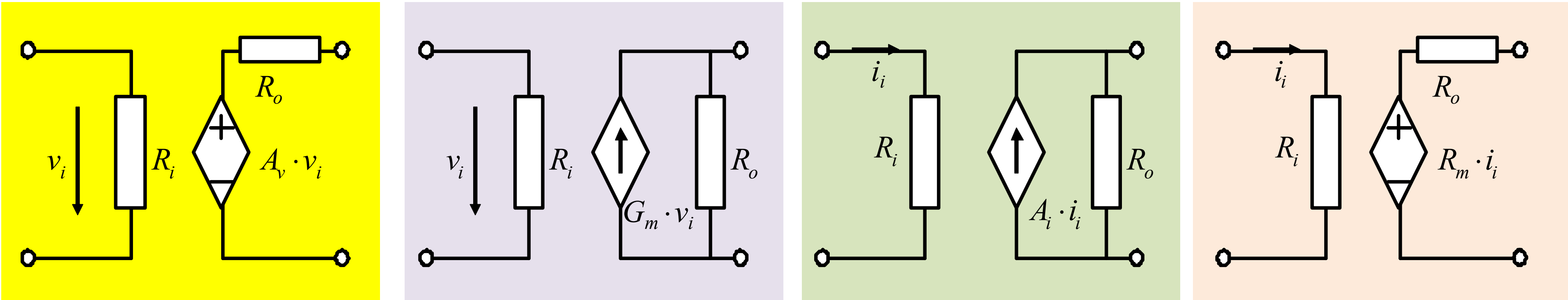


CCVS

- **A_v** 电压控制系数
  - 输出电压与输入电压的比值关系，电压线性传递关系
- **G_m** 跨导控制系数
  - 输出电流与输入电压的比值关系，跨导线性传递关系 **transconductance**
- **A_i** 电流控制系数
  - 输出电流和输入电流的比值关系，电流线性传递关系
- **R_m** 跨阻控制系数
  - 输出电压和输入电流的比值关系，跨阻线性传递关系 **transresistance**

4.2 四种基本线性放大器

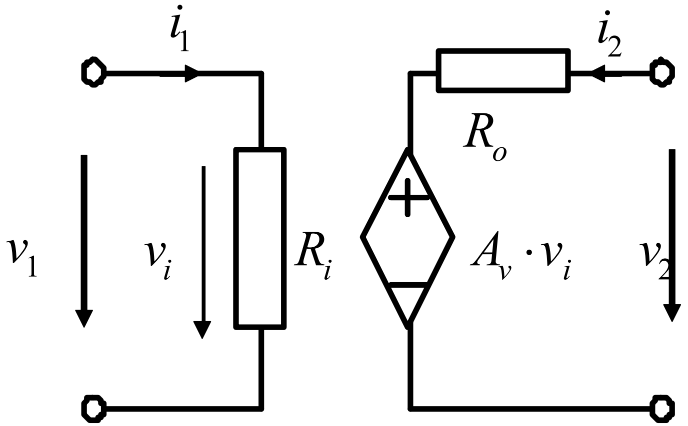
戴维南源形式　　　　诺顿源形式



VCVS	**VCCS**	**CCCS**	**CCVS**
电压放大器	跨导放大器	电流放大器	跨阻放大器

- 描述线性放大器的基本参数
  - 增益：端口传递关系，也称放大倍数
    - 电压增益$\mathbf{A_v}$，跨导增益$\mathbf{G_m}$，电流增益$\mathbf{A_i}$，跨阻增益$\mathbf{R_m}$
  - 阻抗：端口阻抗特性
    - 输入电阻$\mathbf{R_i}$，输出电阻$\mathbf{R_o}$

放大器二端口网络是有源的吗？



$$P_\Sigma = v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2 = (i_1 R_i)\cdot i_1 + (i_2 R_o + A_v i_1 R_i) i_2$$

$$= R_i \cdot i_1^2 + R_o \cdot i_2^2 + A_v R_i i_1 i_2$$

$$= \underline{\underline{R_o \cdot i_2^2 + A_v R_i i_1 i_2 + R_i \cdot i_1^2}}$$

$$= R_o \cdot \left(i_2^2 + A_v \frac{R_i}{R_o} i_1 i_2 \right) + R_i \cdot i_1^2$$

$$= \underline{\underline{R_o \cdot \left(i_2 + \frac{A_v v_1}{2R_o} \right)^2 + \left(1 - \frac{1}{4} \frac{R_i}{R_o} A_v^2 \right) \cdot R_i i_1^2}}$$

$$\left(1 - \frac{1}{4} A_v^2 \frac{R_i}{R_o} \right) < 0$$

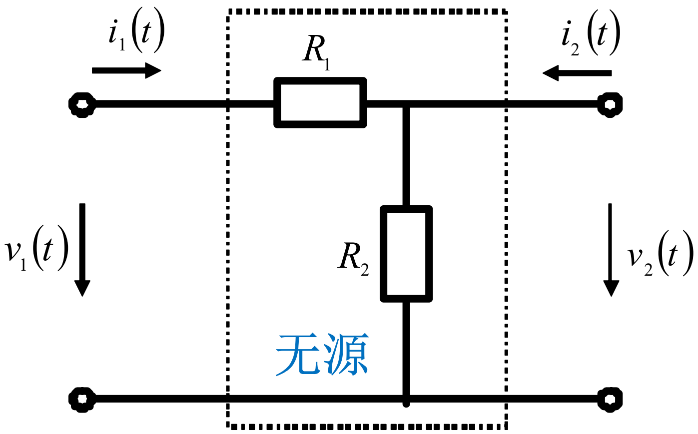
$R_i < 0$ 或 $R_o < 0$ 或 $|A_v| > 2\sqrt{\frac{R_o}{R_i}}$ $\quad (R_i > 0, R_o > 0)$

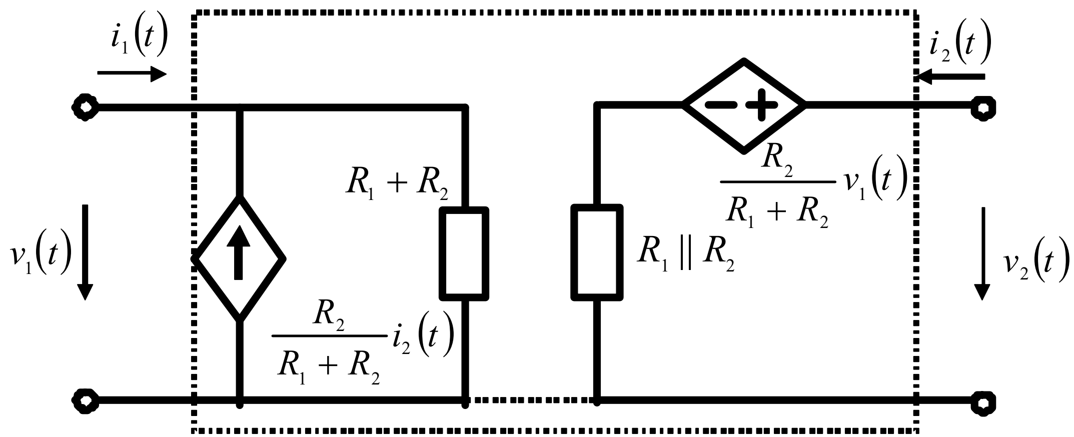
电压放大器的有源性条件：三个条件满足其一，就是有源的

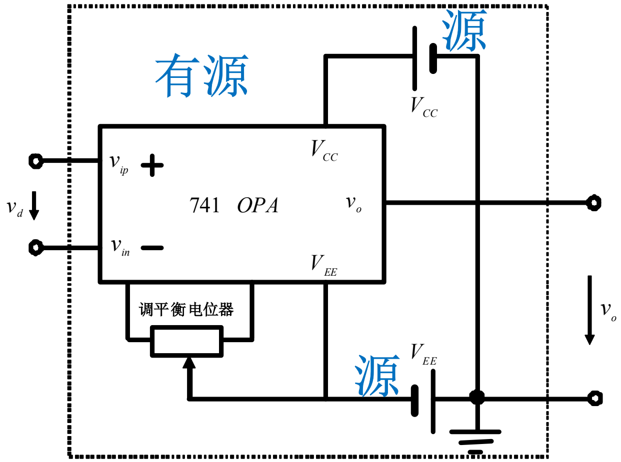
741运放：Ri=2MΩ,Ro=75Ω,Av=200000，有源网络

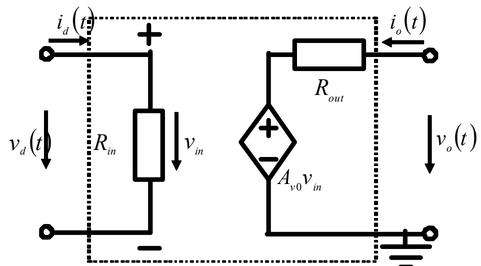
理想电压放大器：**Ri=∞**，**Ro=0**：理想压控压源：有源

受控源是有源的？









$$|A_v| > 2\sqrt{\frac{R_o}{R_i}}$$

受控源代表的是端口之间的作用关系，单看似乎有源，但网络整体的有源性不完全由受控源自身决定

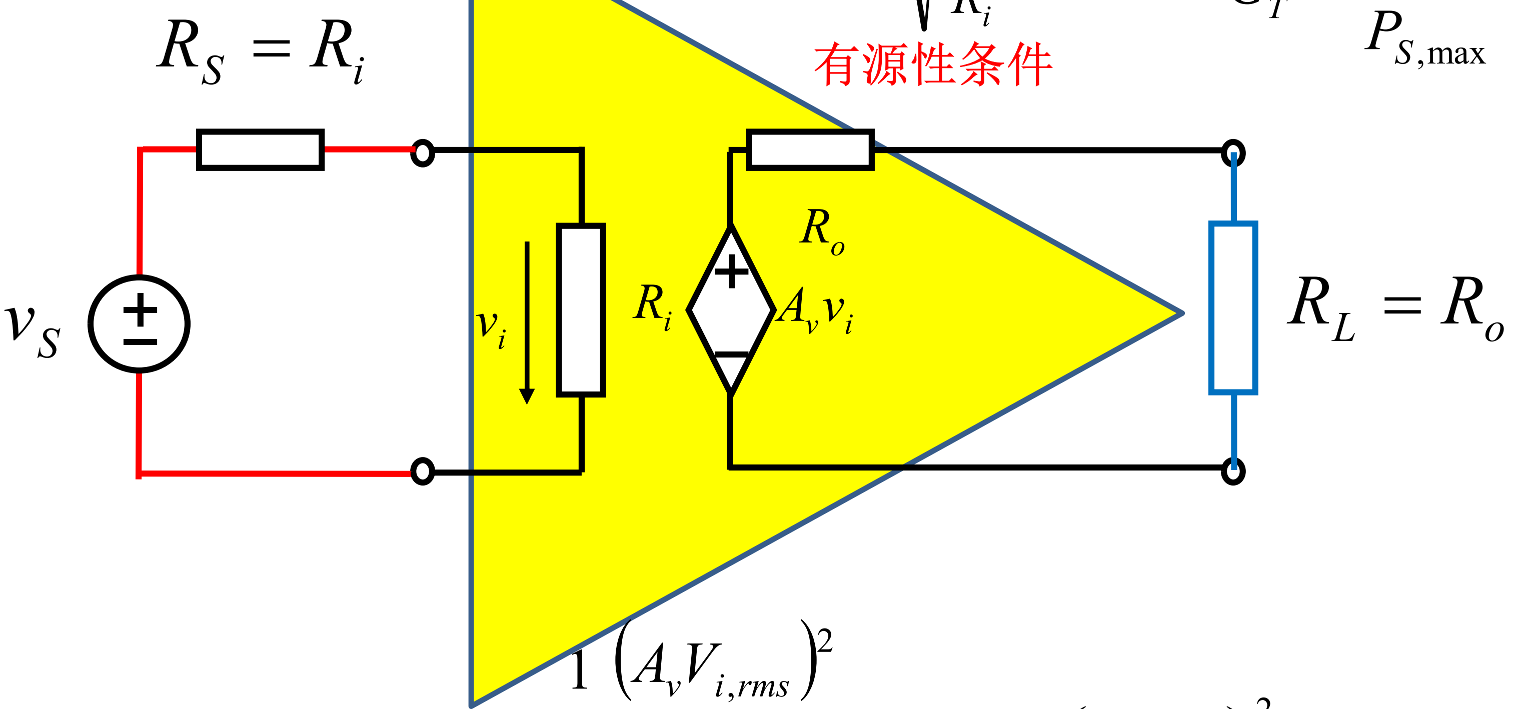
运放等效受控源是有源的，其有源性来自直流偏置电压源

有源则意味着放大器功率增益大于1

$$|A_v| > 2\sqrt{\frac{R_o}{R_i}}$$

有源性条件

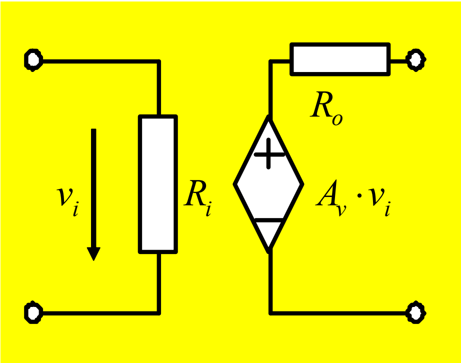
$$G_T = \frac{P_L}{P_{S,\max}}$$



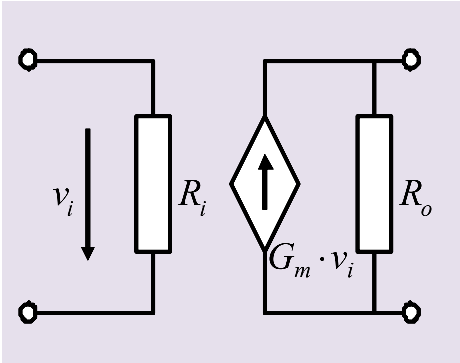
$$G_{T,\max} = \frac{P_{L,\max}}{P_{S,\max}} = \frac{\frac{1}{4}\frac{(A_v V_{i,rms})^2}{R_o}}{\frac{1}{4}\frac{V_{S,rms}^2}{R_i}} = \frac{R_i}{R_o} A_v^2 \left(\frac{V_{i,rms}}{V_{S,rms}}\right)^2 = \frac{1}{4}\frac{R_i}{R_o} A_v^2 > 1$$

放大器输出端口释放的功率
大于输入端口吸收的功率

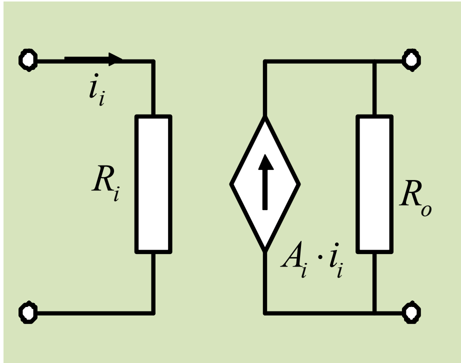
是真放大器吗？



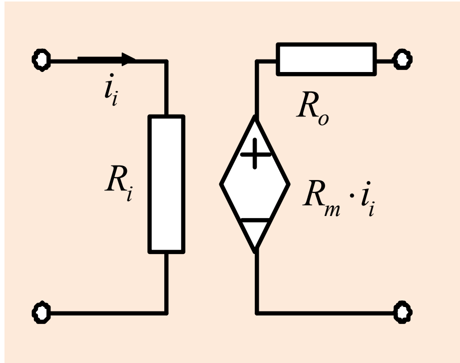
VCVS
电压放大器



VCCS
跨导放大器



CCCS
电流放大器



CCVS
跨阻放大器

$$\left|A_v\right| > 2\sqrt{\frac{R_o}{R_i}}$$

有源性条件

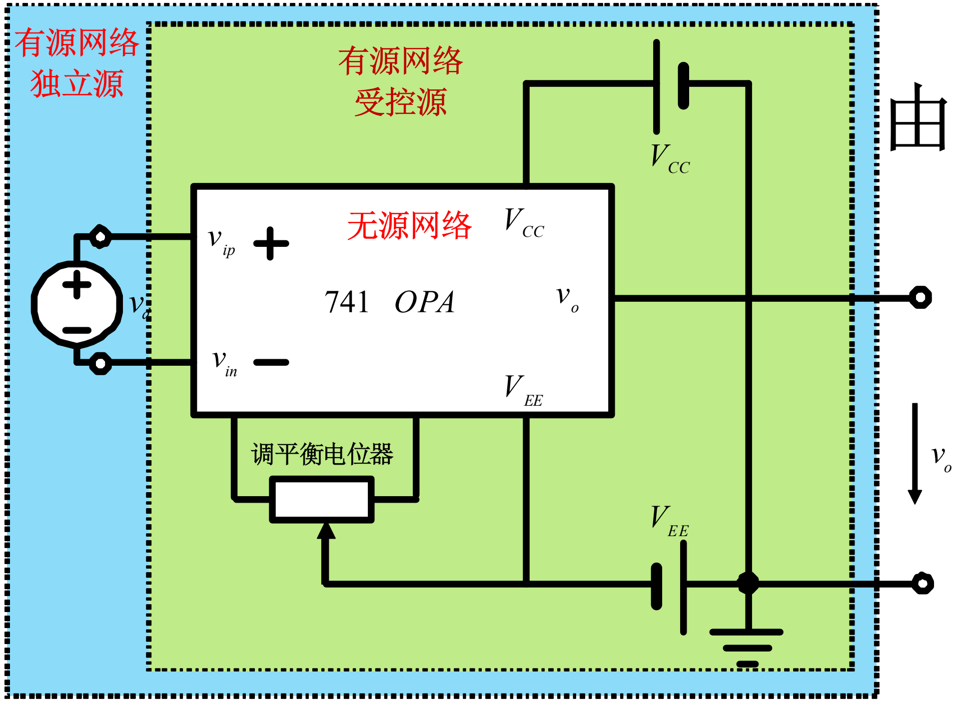
- 自行推导确认：跨导放大器，电流放大器，跨阻放大器的有源性条件？
  - 增益A_v，G_m，A_i，R_m足够大，大到能够抵偿输入电阻和输出电阻损耗时才有源
    - 有源意味着对外界有净功率输出，对放大器网络，与功率增益大于1等价

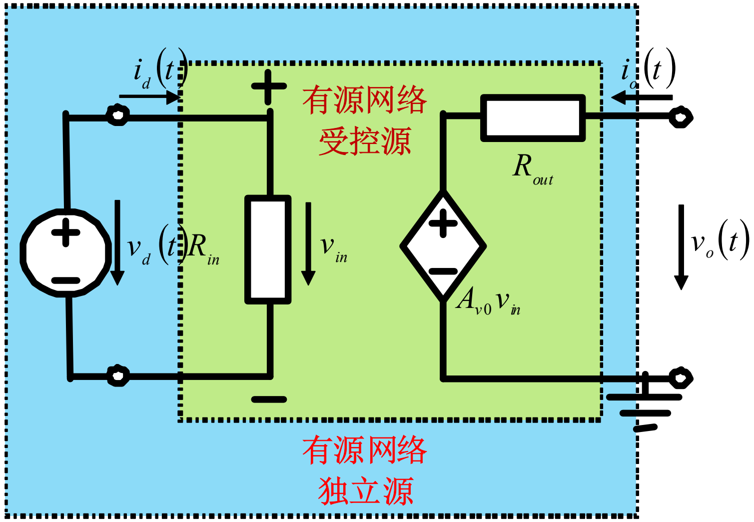
4.3 非独立源

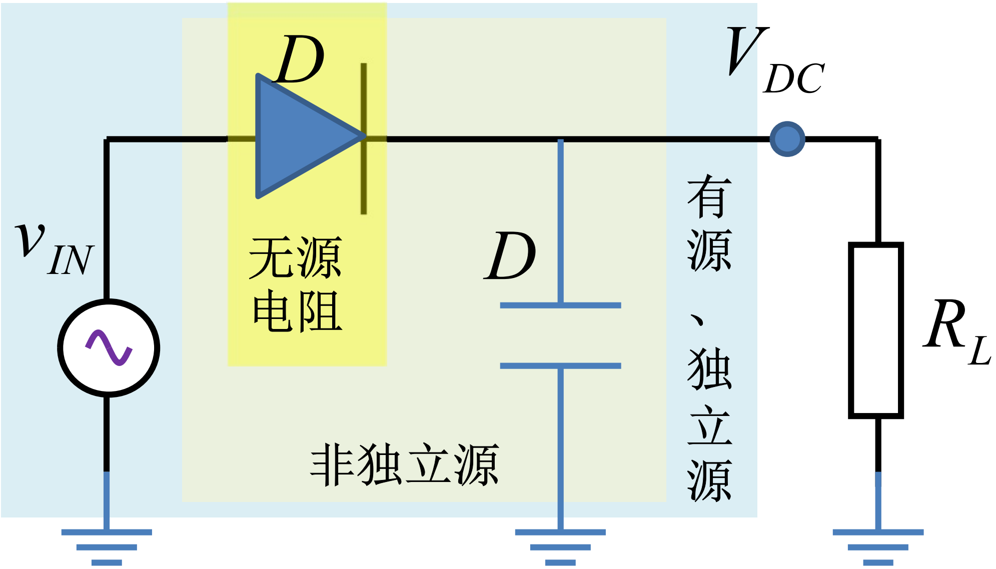
- 独立源**independent source**
  - 自在地向外部提供电能
    - 能量和信号来自电路系统外部，它为这个电路系统提供电能或信号激励

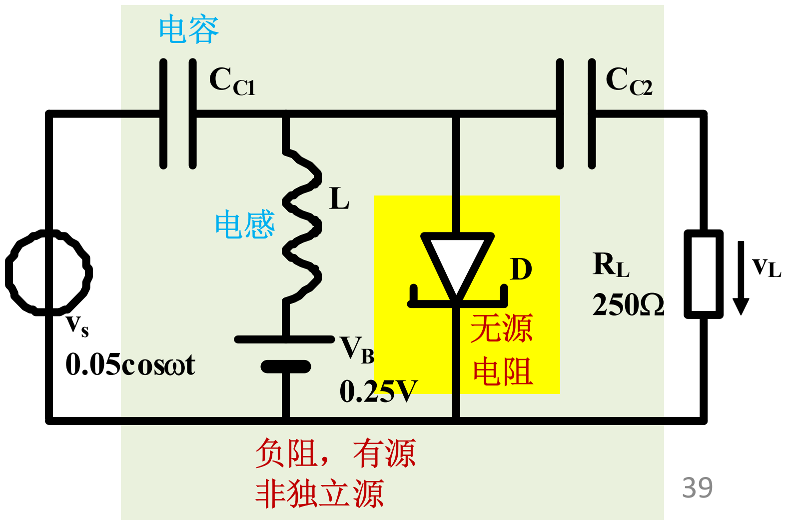
- 非独立源**dependent source**
  - 不能自在地向外部提供电能
    - 其能量来自为电路系统供电的独立源，为电路系统或系统外部负载提供电能或信号激励
  - **1**、受控源**controlled source**：受控源的输出受控于同一电路系统中某端口（支路）的电压或电流：端口间作用关系的描述
    - 压控压源（**VCVS**），压控流源（**VCCS** ），流控流源（**CCCS** ），流控压源（**CCVS** ）
  - **2**、等效负阻是另一种类型的非独立源：单端口伏安特性微分负斜率
    - 等效负阻是单端口的非独立源，受控源则是多端口的非独立源
  - **3**、还有其他非独立源
    - 如半波整流器，二极管稳压器等

有源/无源、独立/非独立
由网络边界（对外端口）决定









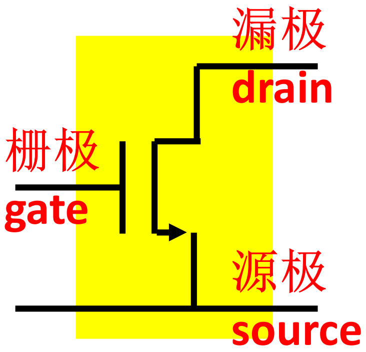
4.3 含线性受控源的戴维南-诺顿定理

- 求单端口网络的戴维南等效内阻时，要求内部独立源不起作用（置零），受控源如何处理？

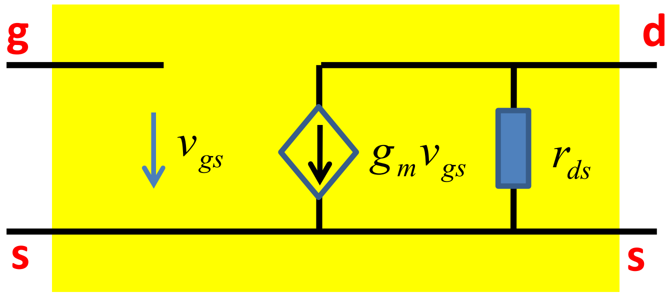
- 线性受控源仅仅用于描述端口之间的线性作用关系，因而求戴维南内阻时，独立源作用为**0**，但受控源代表的端口（支路）之间的作用关系并不会消失，必须保留受控源的作用
  - 受控源代表的端口之间的作用关系（内在的联系）不会因内部独立源消失而消失，外端口加压求流或加流求压时，这些受控源的作用关系就会显现出来

- 例**3.6.5**
  - 晶体管小信号放大器例
    - 晶体管被等效为压控流源

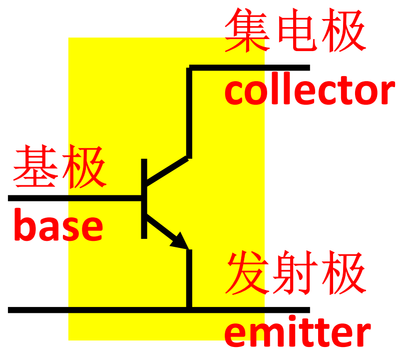
晶体管小信号线性等效电路



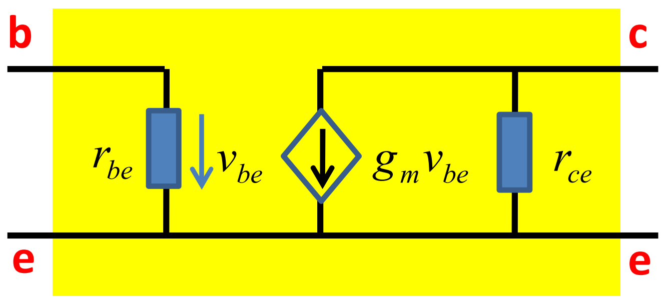
N-MOSFET



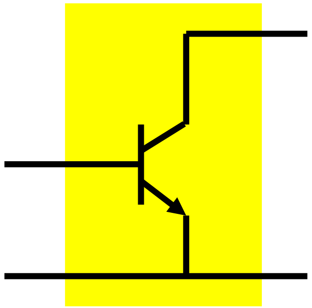
信号只要足够小，均可线性化，对交流小信号用线性化模型进行分析
第4章说明晶体管为什么被等效为压控流源



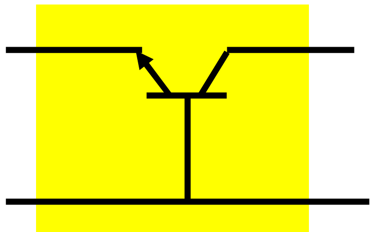
NPN-BJT



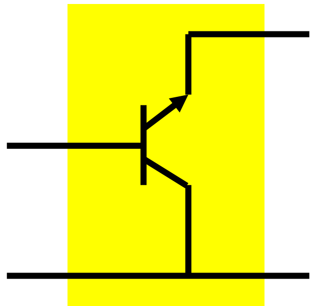
晶体管的三种组态



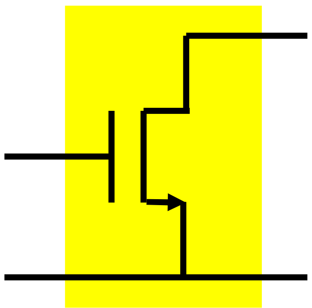
Common Emitter
CE：共射组态



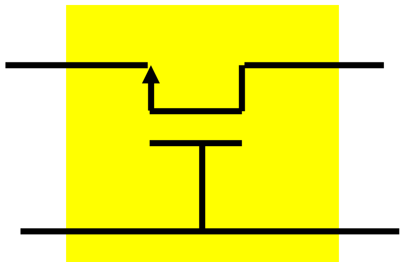
Common Base
CB：共基组态



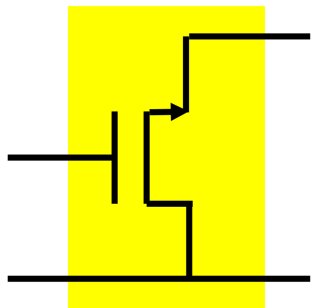
Common Collector
CC：共集组态



Common Source
CS：共源组态

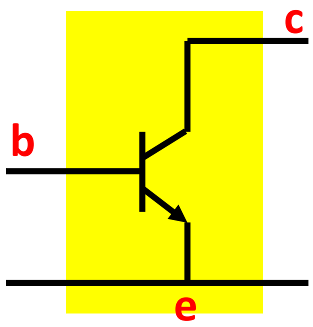


Common Gate
CG：共栅组态



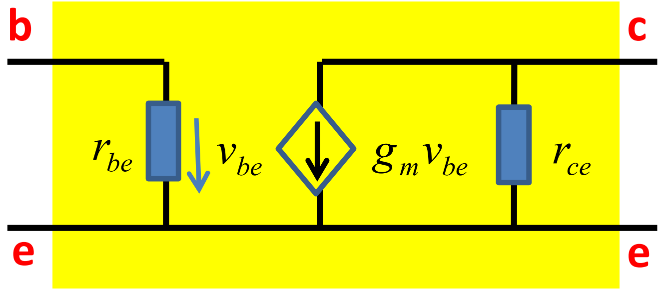
Common Drain
CD：共漏组态

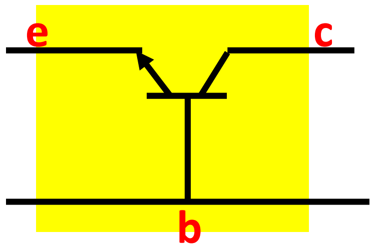
共射组态与共基组态



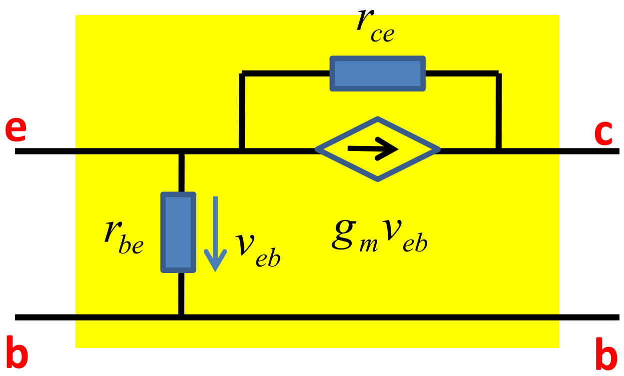
CE

NPN-BJT

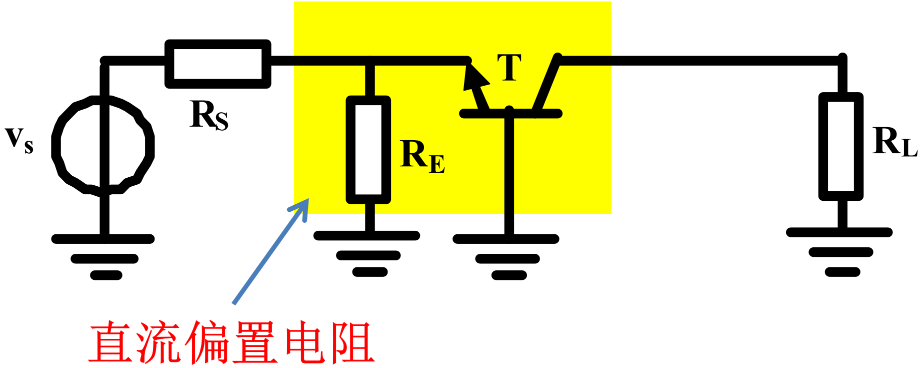




CB



共基组态放大器

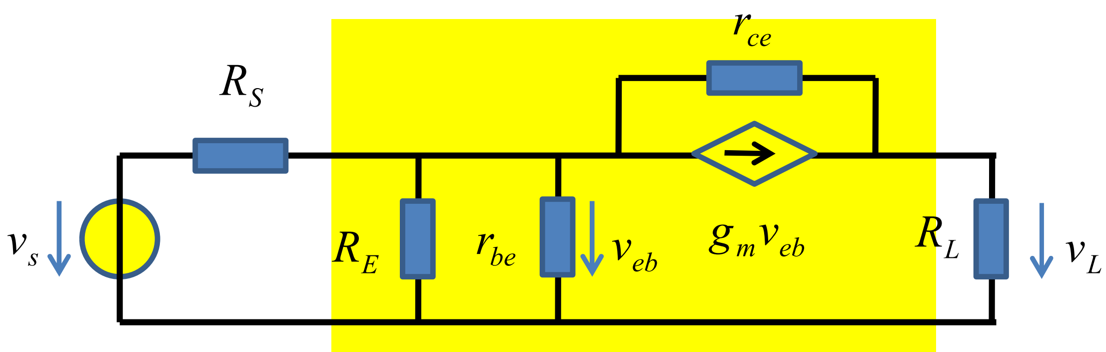


讲义例题**3.6.5**设定

已知

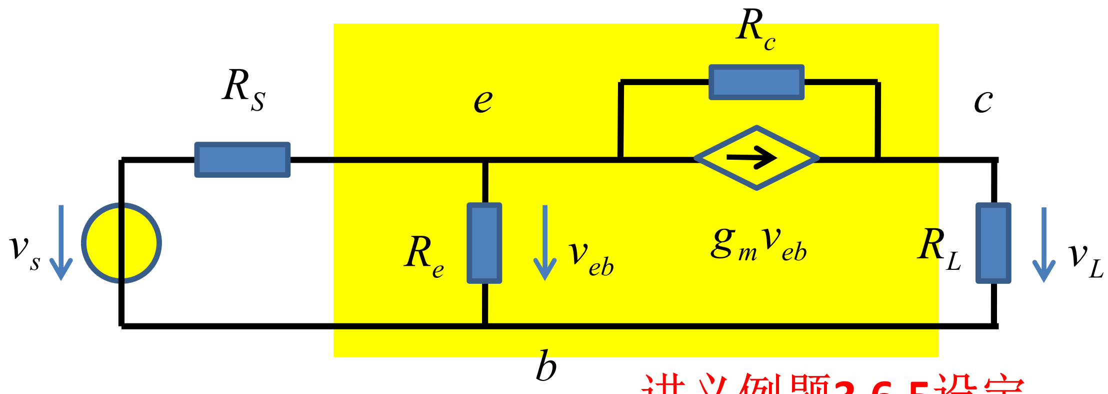
R_S=50Ω，R_E||r_{be}=1kΩ，r_{ce}=100kΩ，R_L=1kΩ，g_m=100mS

求电压增益



$$A_v = \frac{v_L}{v_s}$$

方法一



讲义例题3.6.5设定

R_S=50Ω，
R_e=1kΩ，
R_c=100kΩ，
R_L=1kΩ，
g_m=100mS

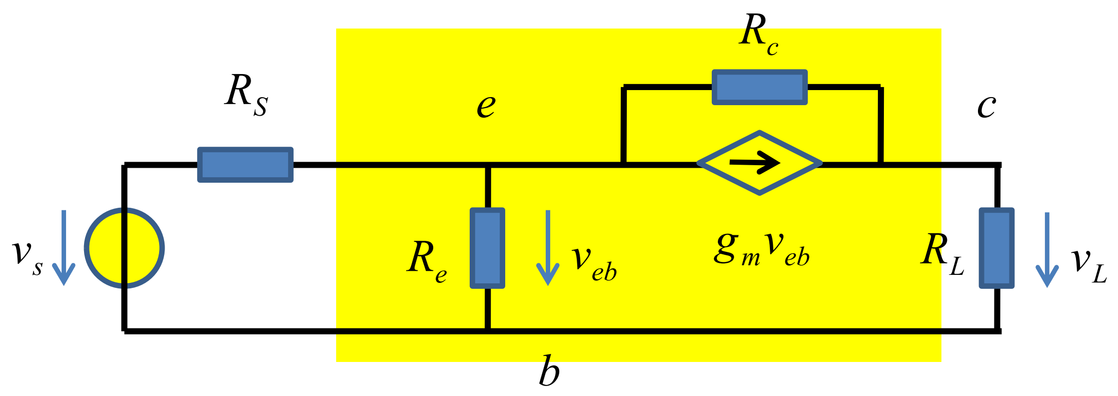
结点电压法

$$\begin{bmatrix} G_s+G_e+G_c & -G_c \\ -G_c & G_c+G_L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_e \\ v_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_s v_s - g_m v_e \\ g_m v_e \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_s+G_e+G_c+g_m & -G_c \\ -G_c-g_m & G_c+G_L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_e \\ v_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_s v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 20+1+0.01+100 & -0.01 \\ -0.01-100 & 0.01+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_e \\ v_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 20v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

结点电压法



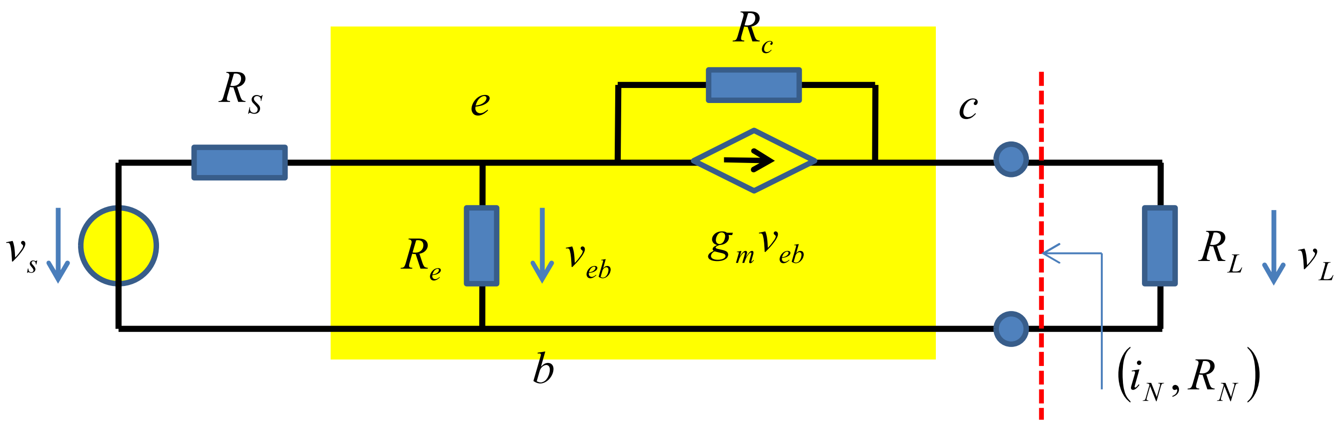
$$\begin{bmatrix} 121.01 & -0.01 \\ -100.01 & 1.01 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20v_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0083 & 0.0001 \\ 0.8250 & 0.9983 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 20v_s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1666 \\ 16.50 \end{bmatrix} v_s$$

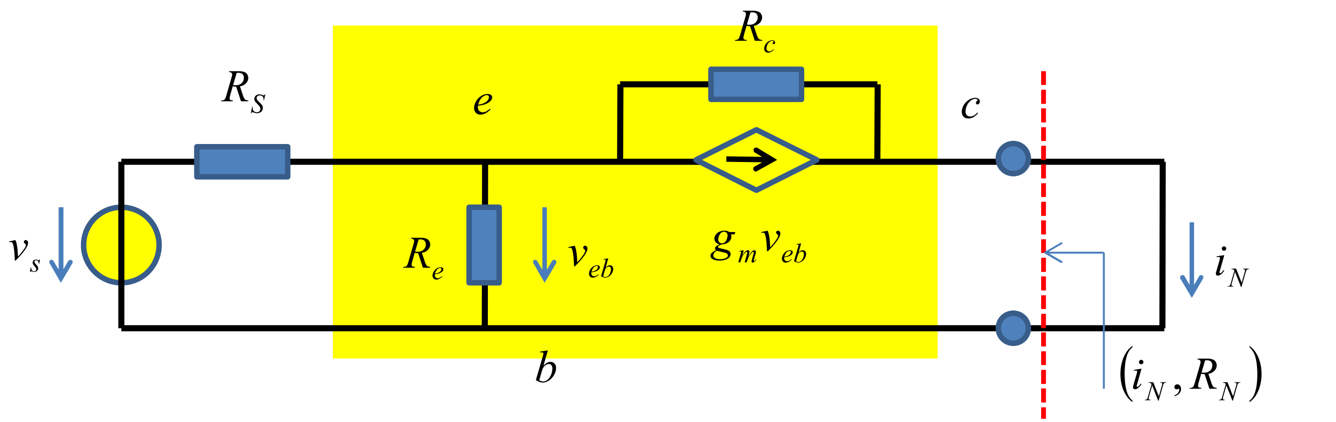
$$v_L(t) = 16.50 v_S(t)$$

这是一个增益为**24.3dB**的同相电压放大器

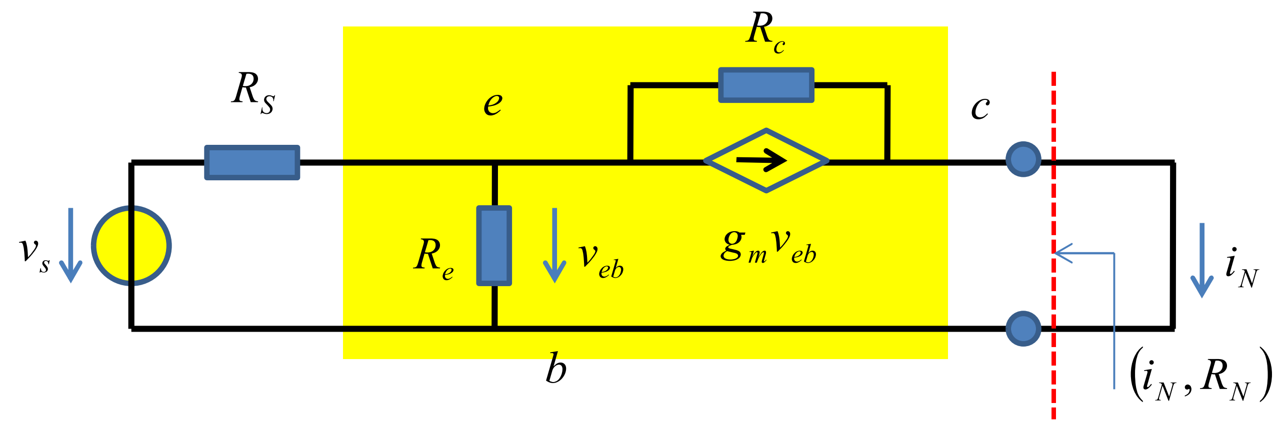
方法二：诺顿等效

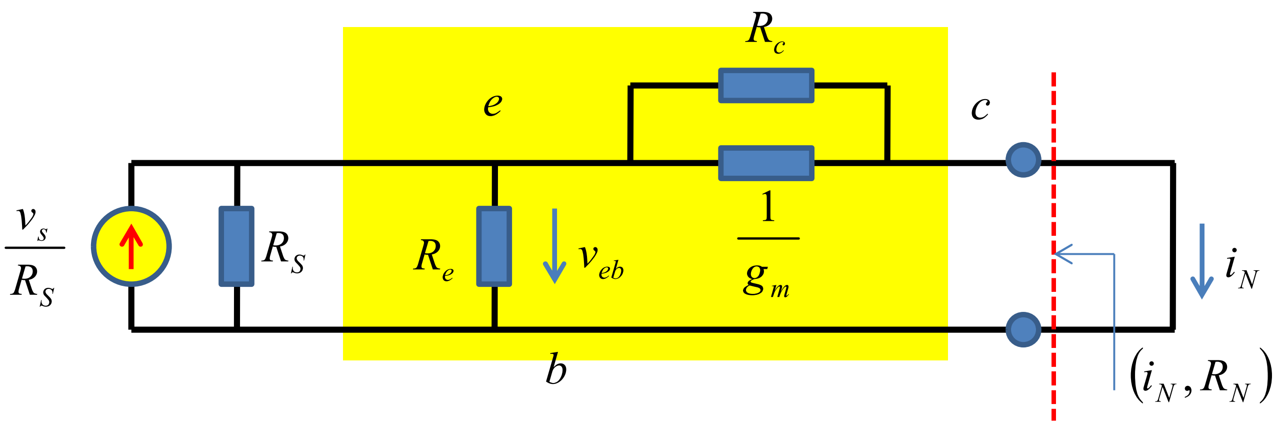


诺顿源电流为端口短路电流



诺顿源电流





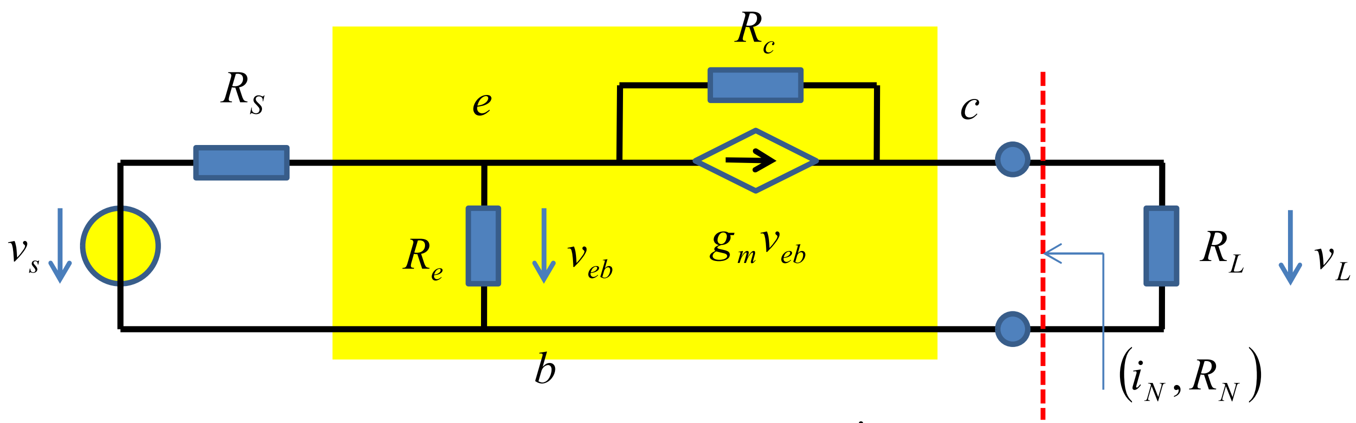
$$i_N = \frac{g_m + G_c}{G_s + G_e + g_m + G_c} G_s v_s$$

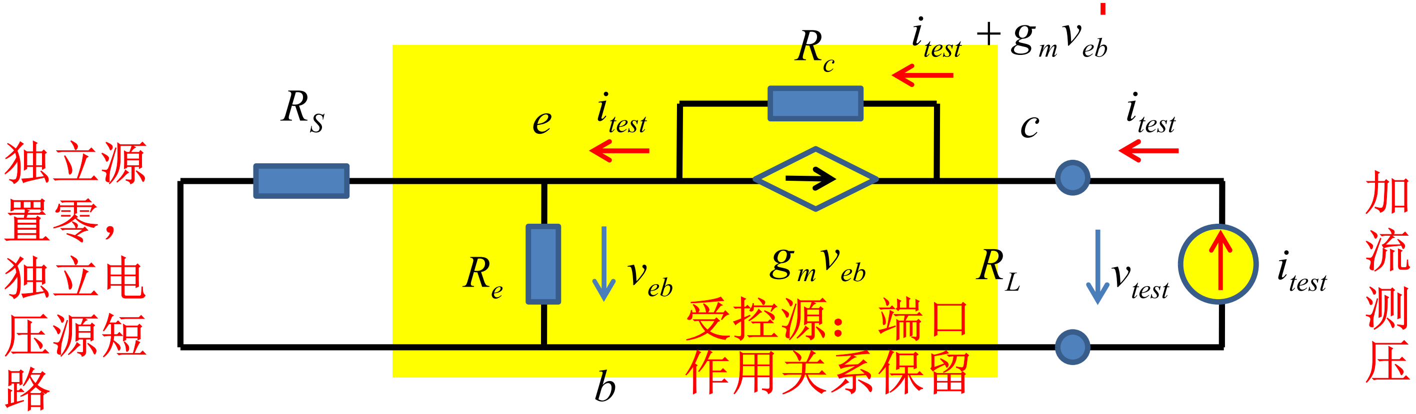
$$= \frac{100 + 0.01}{20 + 1 + 100 + 0.01} 20 v_s = 16.53 v_s$$

注意单位为**mS**
保险的做法是所有数值计算都用科学计数法，则可避免出错

$$i_N = 0.01653 v_s$$

诺顿源内阻

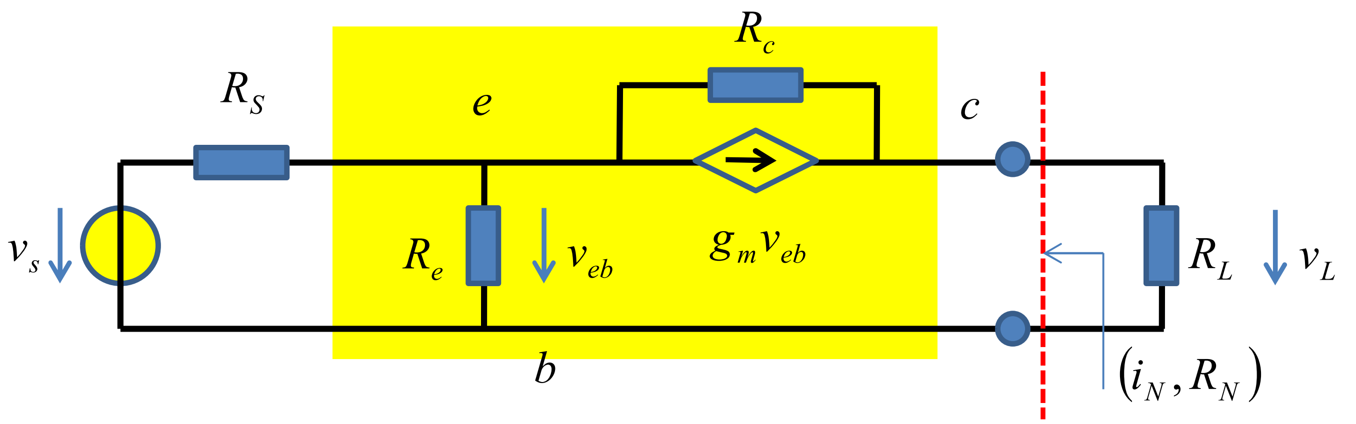


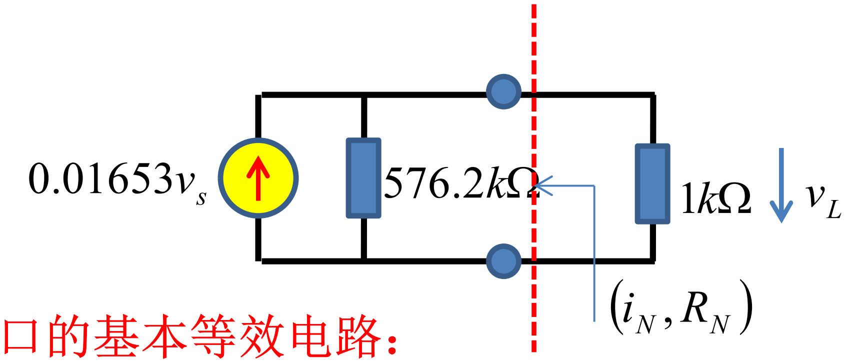


$$v_{test}=(i_{test}+g_m v_{eb})R_c+v_{eb}=i_{test}R_c+(g_m R_c+1)v_{eb}$$
$$=i_{test}R_c+(g_m R_c+1)\cdot i_{test}(R_s \parallel R_e)$$

$$R_N=\frac{v_{test}}{i_{test}}=R_c+(g_m R_c+1)\cdot(R_s \parallel R_e)$$
$$=100000+(0.1\times 100000+1)\cdot(50 \parallel 1000)$$
$$=100000+10001\times 47.62=576238\Omega=576.2k\Omega$$

等效源驱动负载





源激励负载是所有对接端口的基本等效电路：
信息与能量传递的基本电路模型
戴维南-诺顿定理的重要性体现于此

$$v_L = i_N \cdot (R_N \parallel R_L) = 16.53mS \times v_s \times \frac{576.2k\Omega \times 1k\Omega}{576.2k\Omega + 1k\Omega}$$

$$= 16.53mS \times 0.9983k\Omega \times v_s = 16.50v_s$$

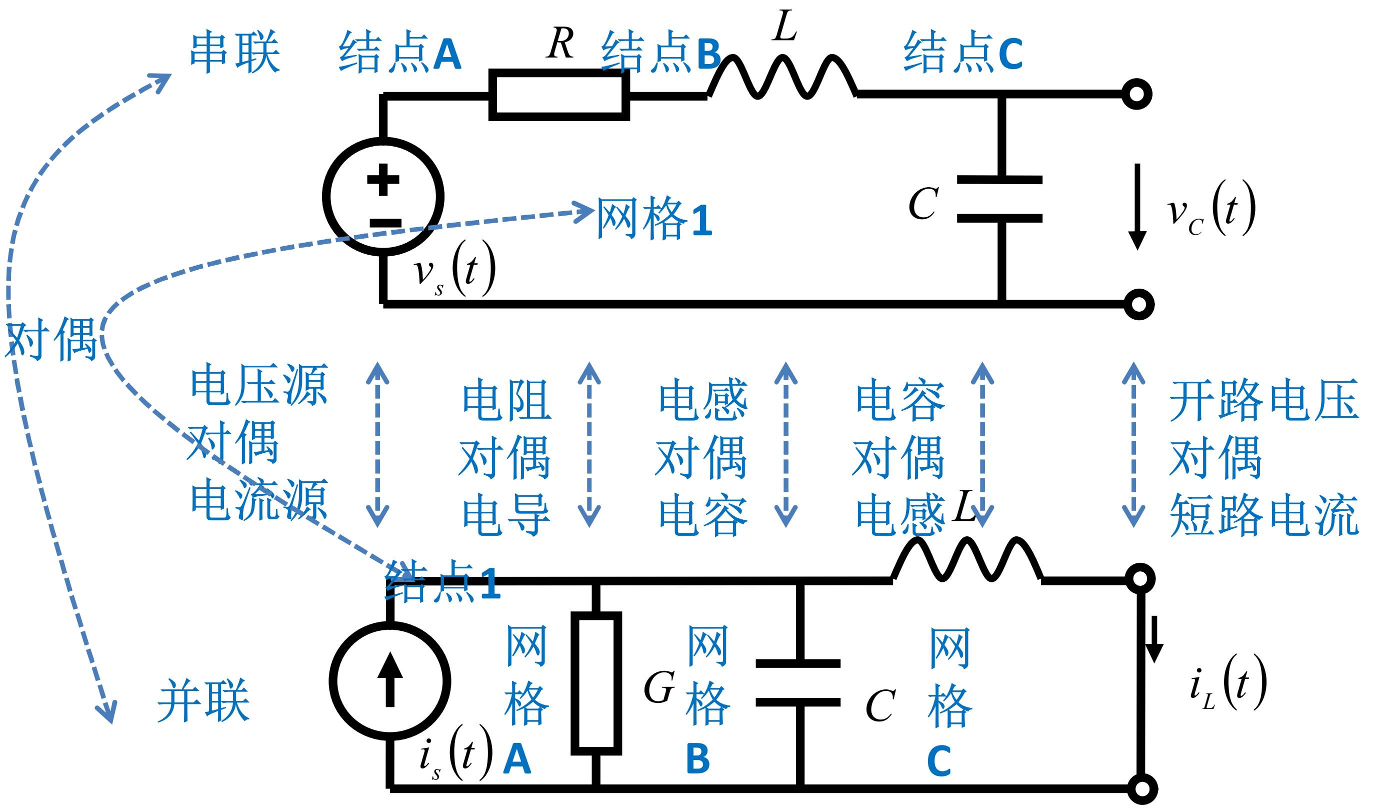
五 电路中的对偶量

对偶量duals及对偶关系式dual expression			
电压voltage	$v(t)$	$i(t)$	电流current
磁通magnetic flux	$v(t)=\frac{d\Phi(t)}{dt}$	$i(t)=\frac{dQ(t)}{dt}$	电荷electric charge
电阻resistance 欧姆定律	$v(t)=R\cdot i(t)$	$i(t)=G\cdot v(t)$	电导conductance 欧姆定律
线性电感 inductanc	$\Phi=Li$	$Q=Cv$	线性电容 capacitance
线性时不变电感	$v(t)=L\frac{di(t)}{dt}$	$i(t)=C\frac{dv(t)}{dt}$	线性时不变电容
短路short circuit	$v(t)=0$	$i(t)=0$	开路 open circuit
串联serial	$v=\sum_{k=1}^{n}v_k$ $R=\sum_{k=1}^{n}R_k$	$i=\sum_{k=1}^{n}i_k$ $G=\sum_{k=1}^{n}G_k$	并联parallel
分压 voltage divider	$v_{R2}=\frac{R_2}{R_1+R_2}v$	$i_{G2}=\frac{G_2}{G_1+G_2}i$	分流 current divider
结点node（广义结点）			网孔mesh（回路loop）
KVL	$\sum_{k=1}^{n}v_k=0$	$\sum_{k=1}^{n}i_k=0$	KCL
结点电压法 Node voltage analysis	$\mathbf{Gv}_n=\mathbf{i}_{\Sigma s}$	$\mathbf{Ri}_l=\mathbf{v}_{\Sigma s}$	网格/回路电流法 Mesh/Loop current analysis
诺顿定理 Norton’s theorem	$i(t)=i_N(t)+G_Nv(t)$	$v(t)=v_{TH}(t)+R_{TH}i(t)$	戴维南定理 Thevenin’s theorem
…			…

知其一则知其二

对偶电路举例

$$LC\frac{d^2v_C(t)}{dt^2}+RC\frac{dv_C(t)}{dt}+v_C(t)=v_s(t)$$

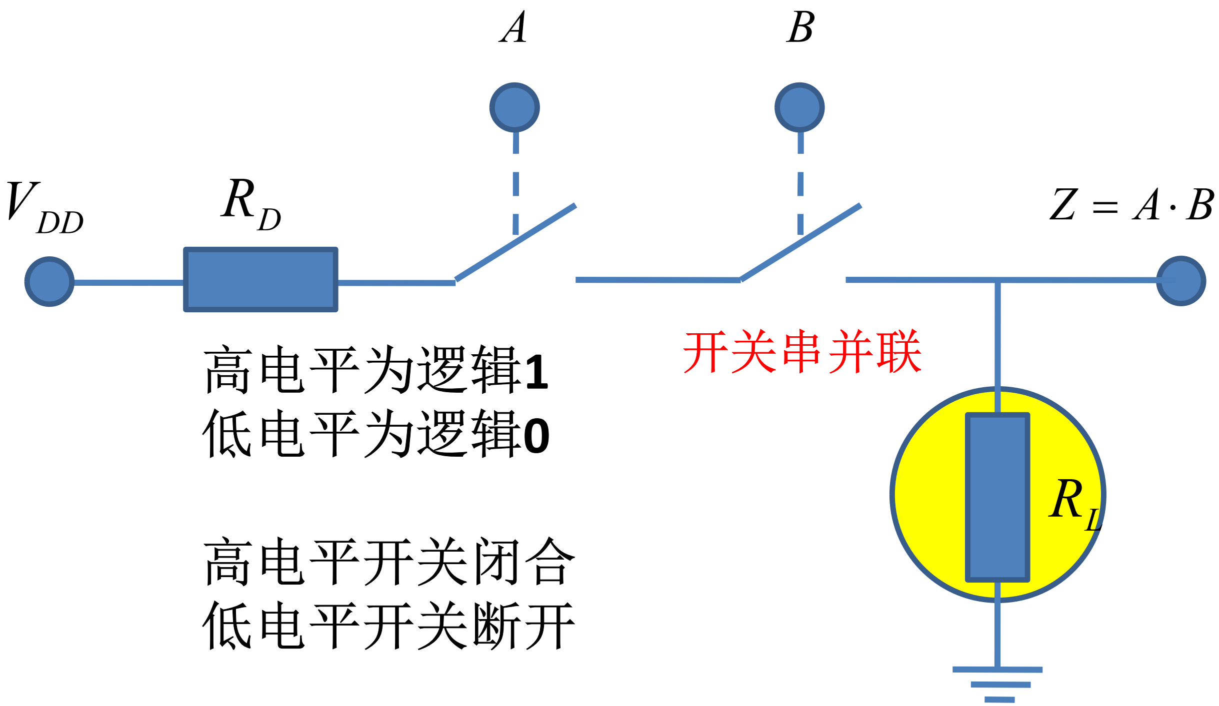


电路方程中对偶量互换后，形式一样；因而只需研究其一，其二由对偶关系直接获取即可

$$CL\frac{d^2i_L(t)}{dt^2}+GL\frac{di_L(t)}{dt}+i_L(t)=i_s(t)$$

作业1：用开关实现逻辑与/或/非运算

- 开关闭合时等效电阻为0，开关断开时等效电阻为无穷。如图所示，说明该电路实现的是逻辑与功能
  - 请设计逻辑或、逻辑非功能



高电平为逻辑1
低电平为逻辑0

高电平开关闭合
低电平开关断开

灯泡亮为逻辑1
灯泡灭为逻辑0

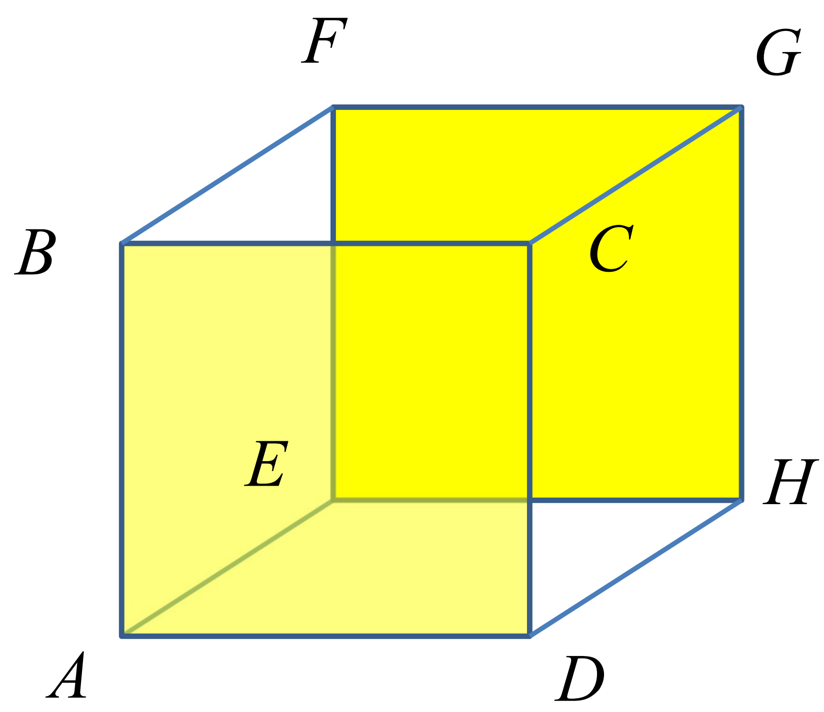
A	B	Z=AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	Z=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	$Z=\overline{A}$
0	1
1	0

作业2 直观的理解力

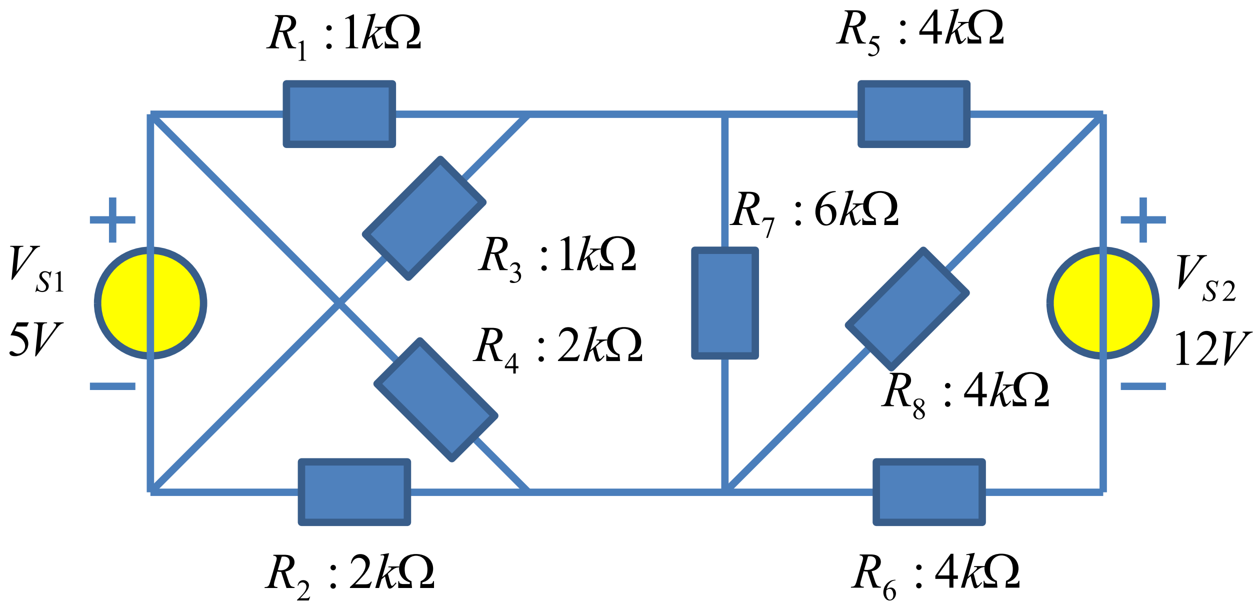
- 这是一个立方体盒子，每条边为一根金属丝电阻，现希望在对角顶点**AG**两端加上一个电源电压，立方体的**12**条边上有相同的热量发出，用于加热这个盒子内部空间。请问**12**条边上的电阻阻值具有什么样的关系才能达到热量均匀分布**12**条边的设计目标？你是如何直观地分析出这个结论的？
  - 如果不能直观分析，请列出数学表达式证明你的结论或推导出你的结论。
  - 假设**AG**两端所加电压为**220V$_{rms}$**交流电，从**A**到**G**为一个**1kW**的加热器，则**12**条边上的具体电阻阻值为多大？



对称性，相同电压可短接（替代定理），....

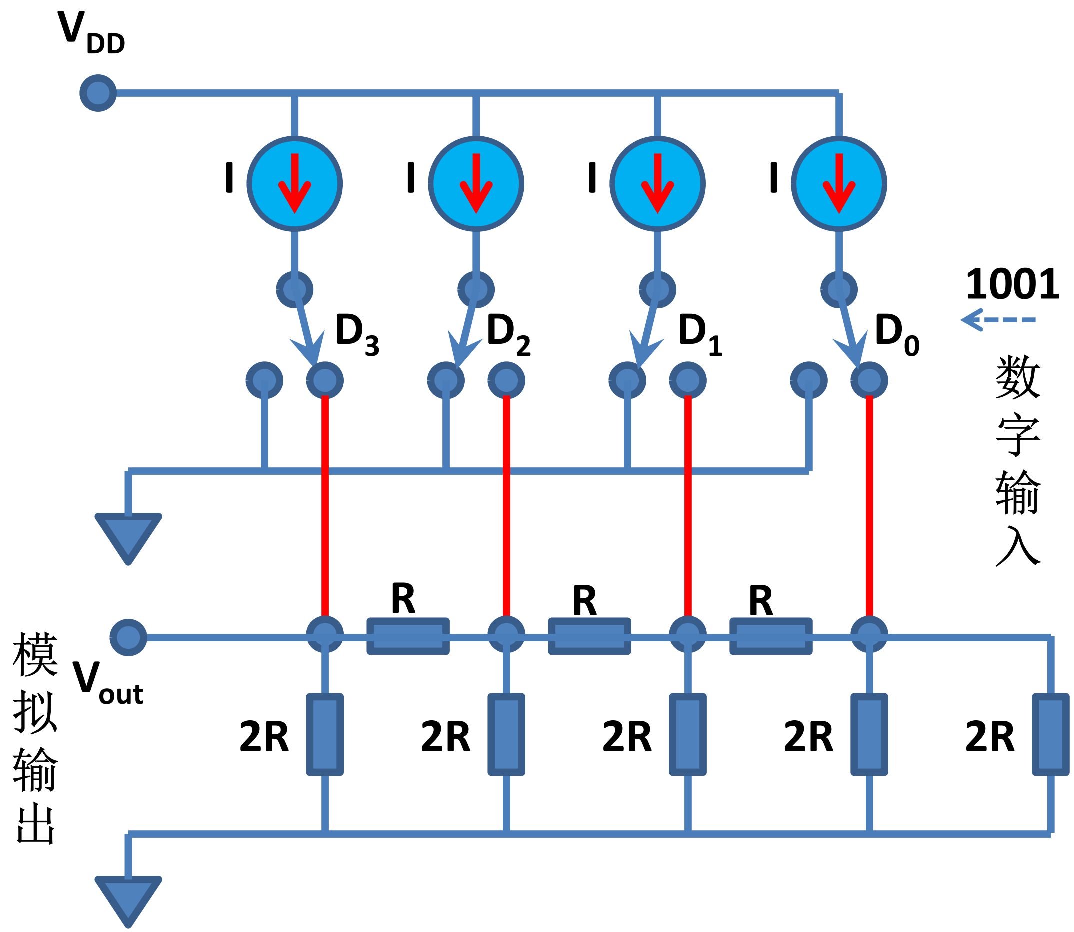
作业3：电路定理的运用练习

- 求图示电路中流过两个电压源的电流
  - 方法不限，随意解决，方法越多越好
    - 尽量利用电路定理
    - 自行研究：比较哪种方案更好

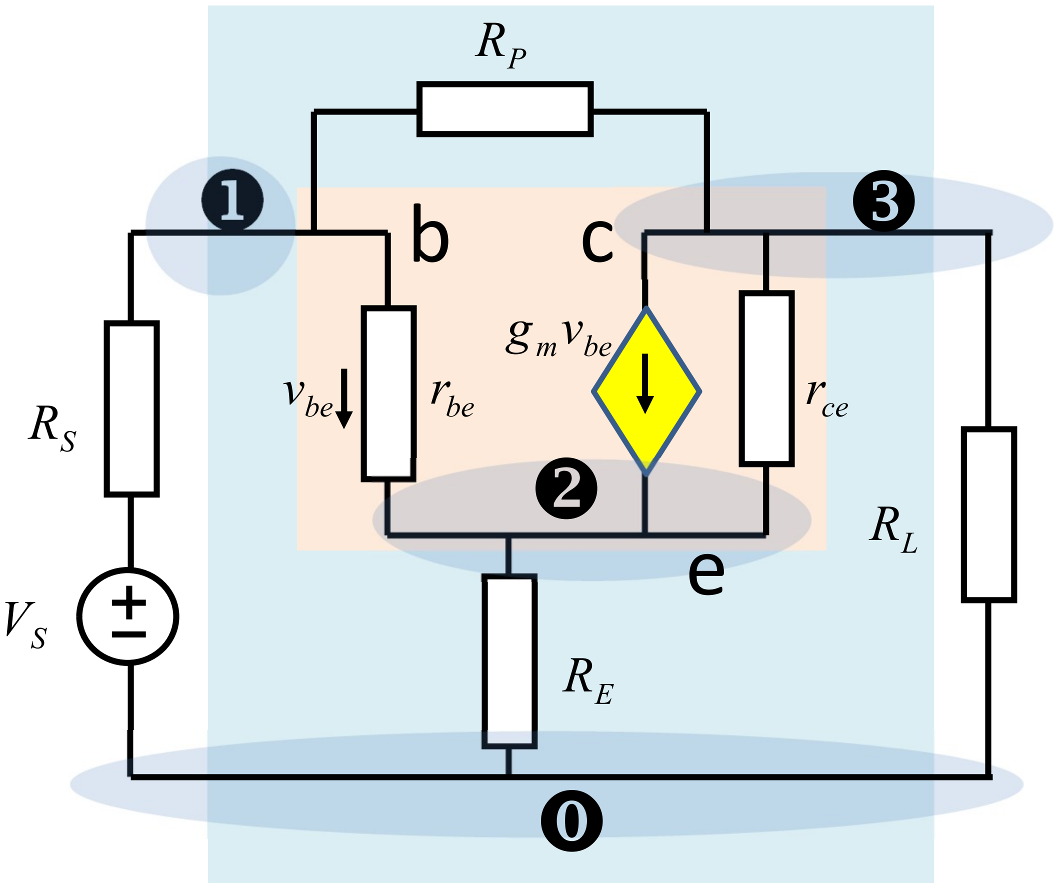


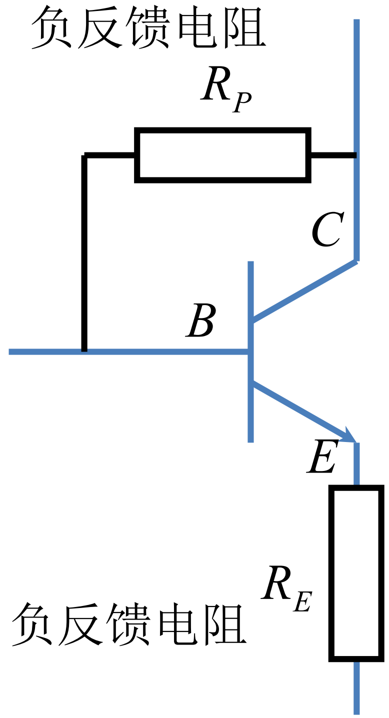
作业4：电路定理的应用练习

- 请分析确认该电路具有DAC功能？
  - 可采用替代定理、戴维南-诺顿定理等电路定理简化分析
  - 其他任意方法分析亦可

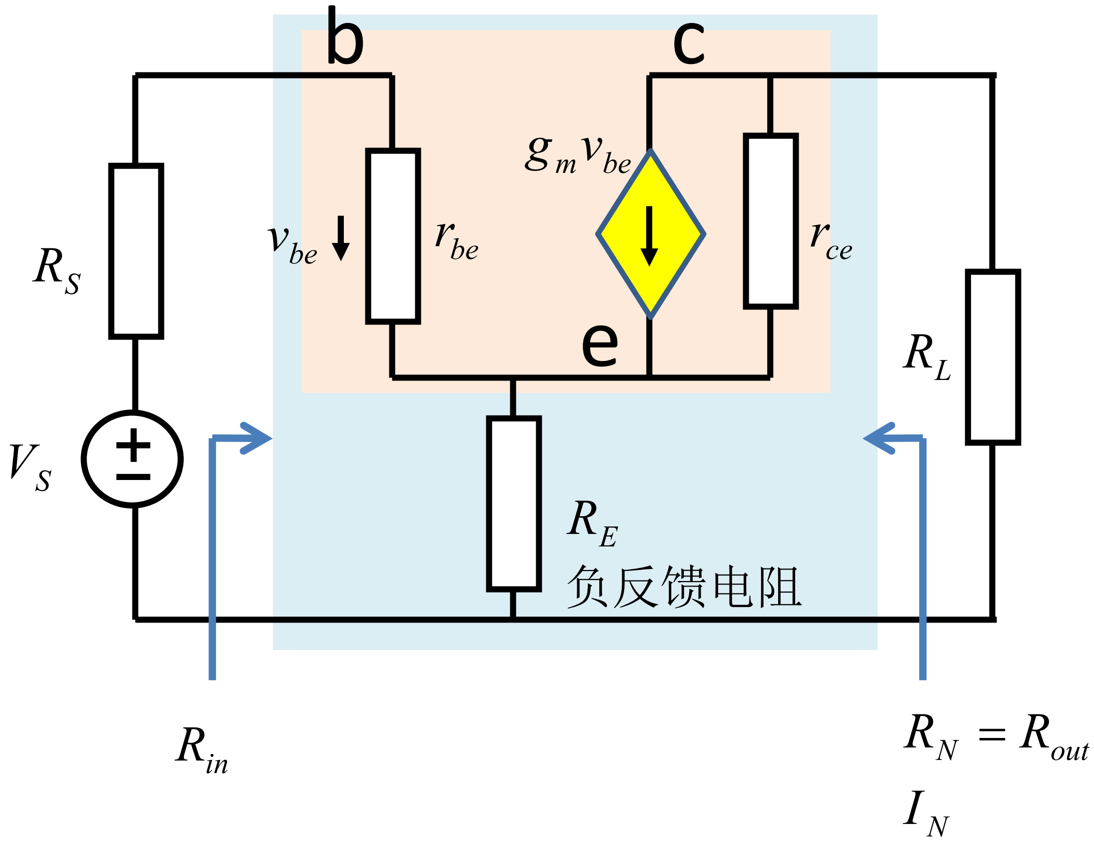


作业5 用结点电压法列写矩阵方程





作业6：放大器分析



- 输入电阻：放大器输入端口看入的电阻，考虑负载电阻影响
- 输出电阻：放大器输出端口看入的电阻，是诺顿等效源内阻，考虑信源内阻影响（用诺顿定理时，只有独立源不起作用，受控源必须保留其作用）
- 等效诺顿电流：输出端口等效诺顿源的源电流
- 电压放大倍数：负载电阻电压与激励源电压之比
- 复杂公式需做量纲检查和极端检查确认结果无误

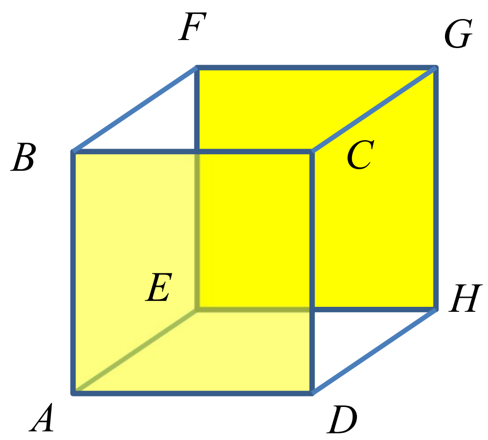
作业7：放大器的有源性条件

- 请推导（方法不限）：
  - （**1**）跨导放大器满足什么条件时，它才是有源的（能够向外输出功率）？
  - （**2**）满足上述有源性条件前提下，又满足什么条件时，基本放大器可向外输出最大功率？最高功率增益为多少？

电压放大器的有源性条件 $\left|A_v\right| > 2\sqrt{\dfrac{R_o}{R_i}}$

CAD仿真

- 通过仿真
  - 确认作业2设计是成功的
  - 确认作业6推导是正确的



$$r_{be} = 10k\Omega$$
$$r_{ce} = 100k\Omega$$
$$g_m = 40\text{mS}$$
$$R_E = 1k\Omega$$
$$R_S = 100\Omega$$
$$R_L = 10k\Omega$$