电子电路与系统基础I

理论课第四讲　电路基本定律和基本定理

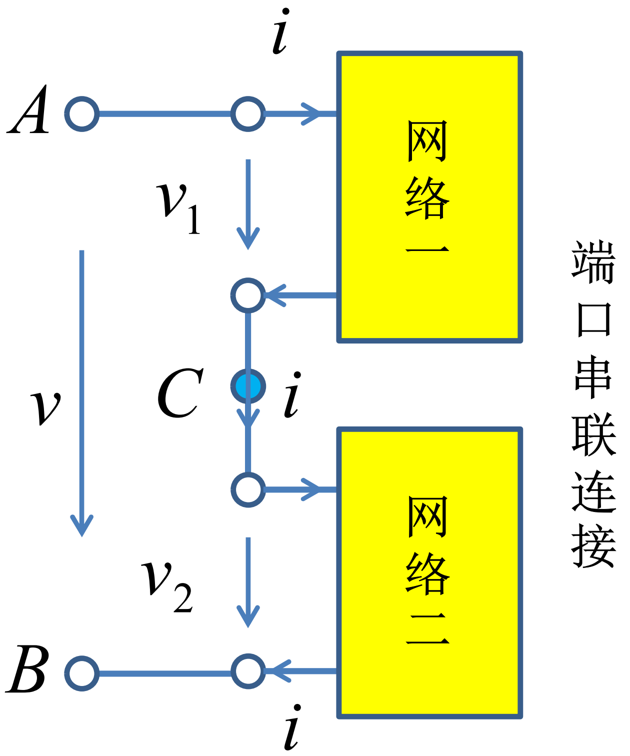
（基尔霍夫定律，电路方程的列写方法，替代定理，叠加定理）

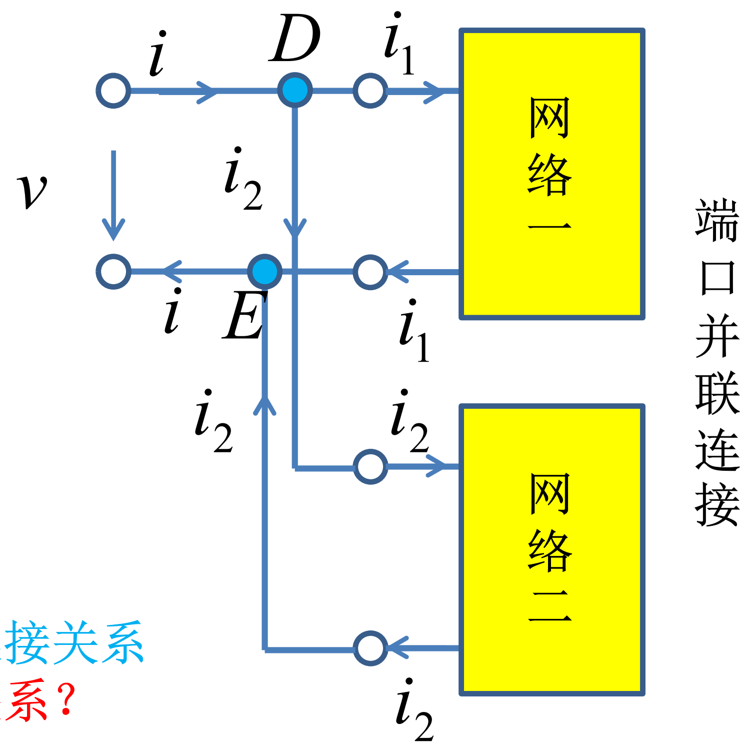
李国林
清华大学电子工程系

电路基本定律和基本定理　　大纲

- 电路分析过程就是列写电路方程，求解电路方程，对方程的解进行解析的过程
  - 如何列写出完备方程组？
- 列写电路方程的基本方法
  - 基本方法：支路电压电流法
    - **KVL+KCL+GOL**
- 缩减电路方程规模的方程列写方法
- 缩减端口个数的等效电路法

1.1 基尔霍夫定律





端口的简单连接关系

复杂连接关系？

$$v = v_1 + v_2$$
KVL

$$i = i_1 = i_2$$
KCL

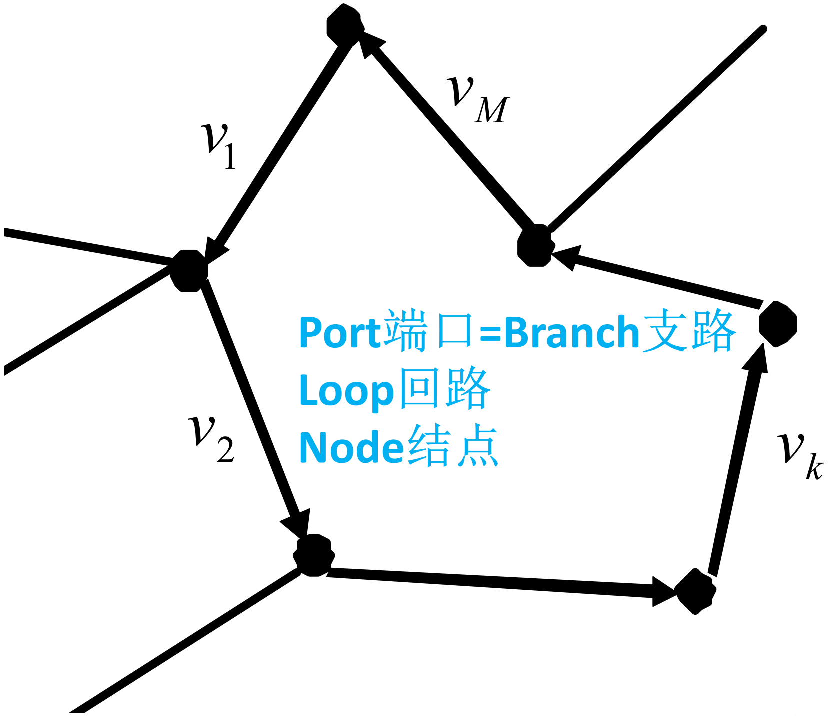
$$i = i_1 + i_2$$
KCL

$$v = v_1 = v_2$$
KVL

- 基尔霍夫电压定律（**KVL**）：两个结点之间的电压和路径无关
- 基尔霍夫电流定律（**KCL**）：流入一个结点的电流等于流出这个结点的电流

基尔霍夫电压定律

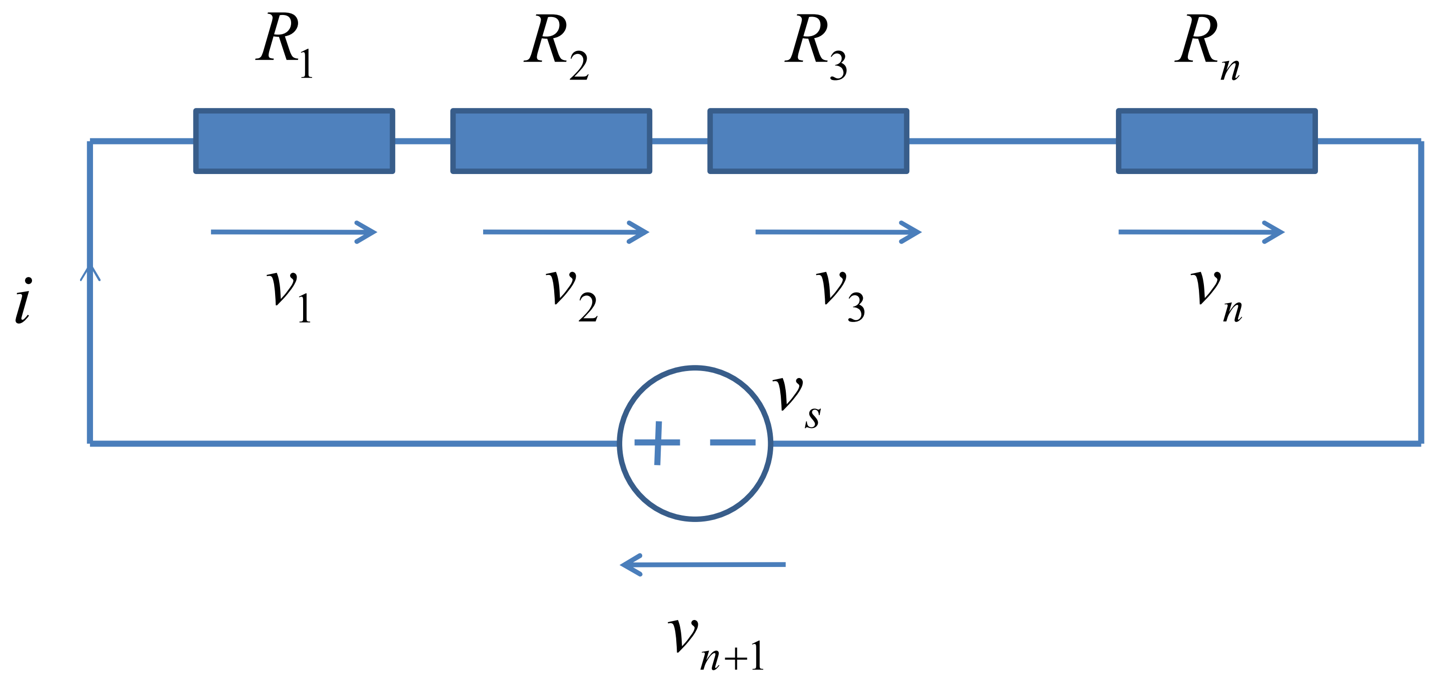
- **Kirchhoff's Voltage Law： KVL**
  – 一个闭合回路中的电压总和为零



$$\sum_{k=1}^{M} v_k = 0$$

箭头方向为参考方向，如果实际电压方向和参考方向同，则电压值为正，如果实际电压方向和参考方向反，则电压值为负

电阻串联例

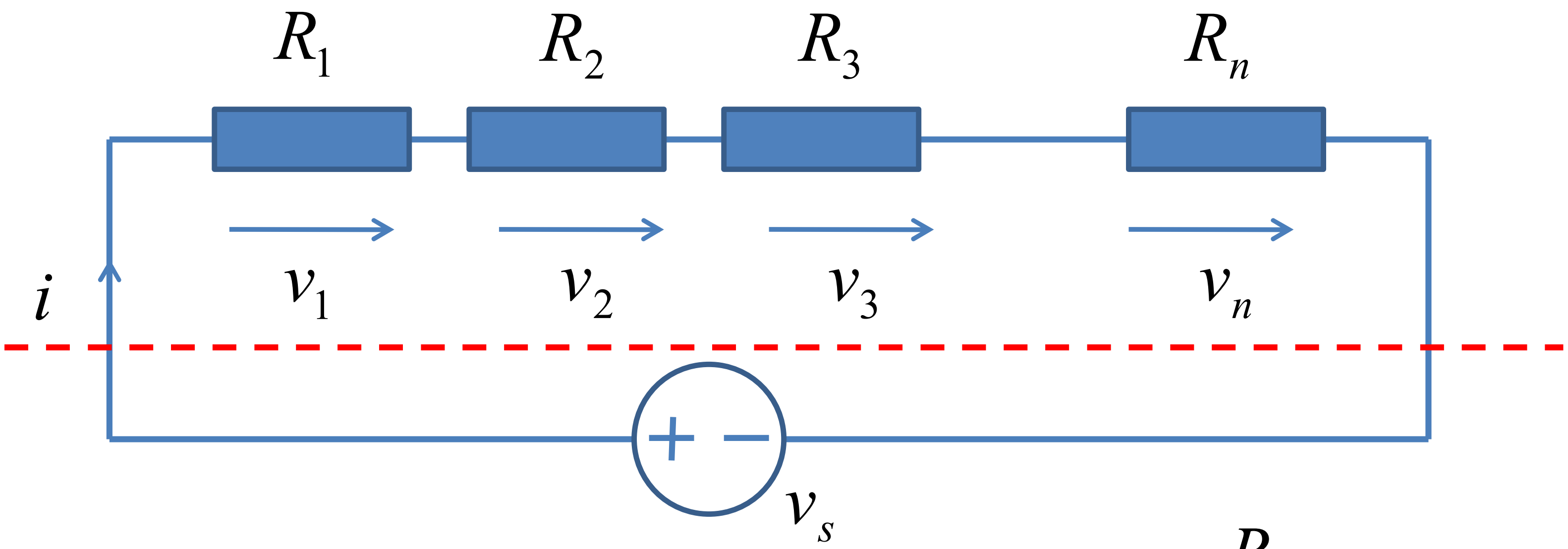


$$\sum_{k=1}^{n+1} v_k = 0$$

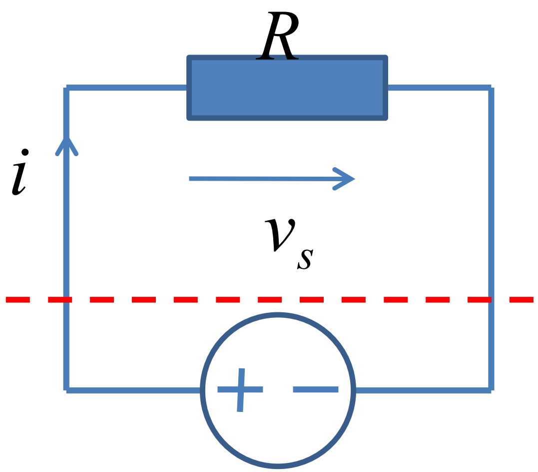
$$v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_n - v_s = 0$$ 环路总电压为零

$$v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_n = v_s$$ 环路中的电压降之和等于电动势之和

两点之间的电压和路径无关



$$
\begin{aligned}
v_s &= v_1 + v_2 + v_3 + \ldots + v_n \\
&= i \cdot R_1 + i \cdot R_2 + i \cdot R_3 + \ldots + i \cdot R_n \\
&= i \cdot \left(R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n\right) \\
&= i \cdot R
\end{aligned}
$$

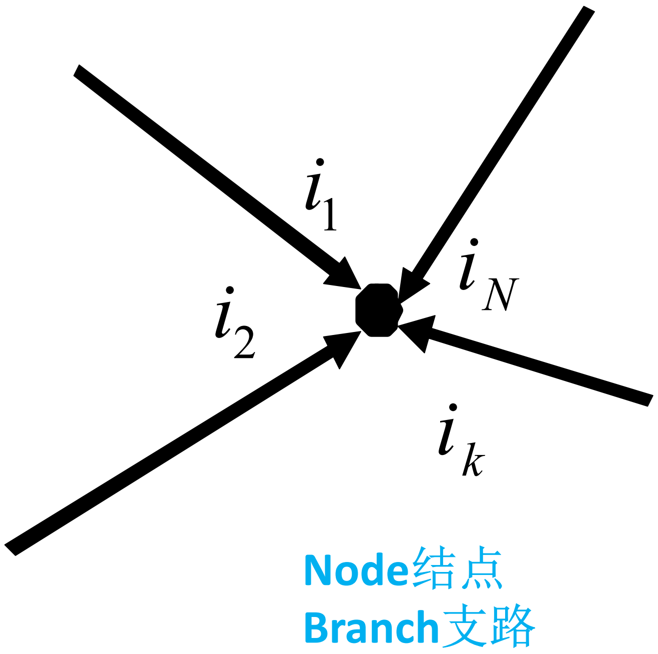


对电源而言，它面对的两种电阻并无差别：两者是等价的

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

基尔霍夫电流定律

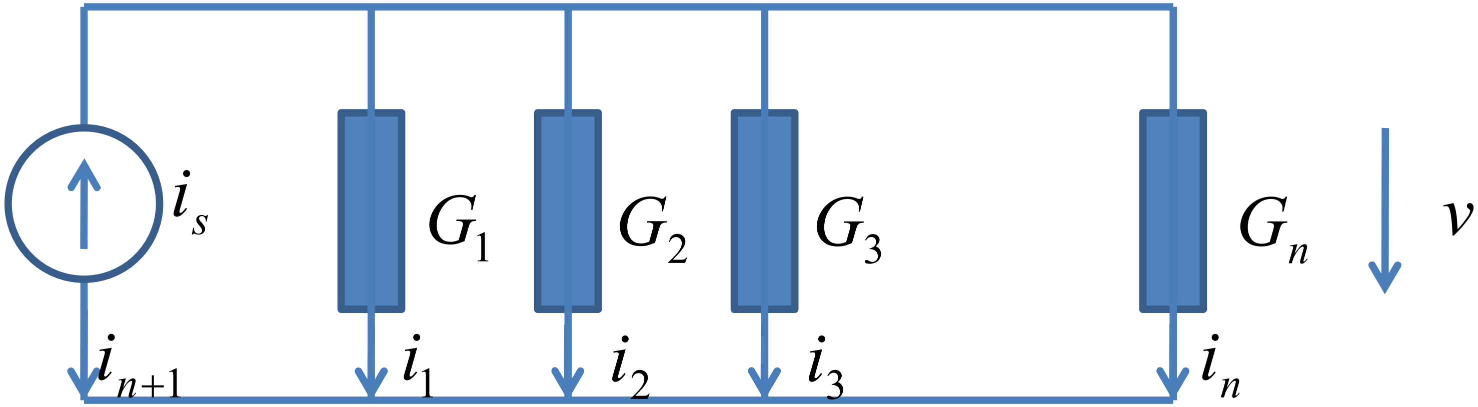
- **Kirchhoff’s Current Law： KCL**
  - 和某结点相连的所有支路上的电流之和为零



$$\sum_{k=1}^{N} i_k = 0$$

箭头方向为参考方向，如果实际电流方向和参考方向同，则电流值为正，如果实际电流方向和参考方向反，则电流值为负

电阻并联例



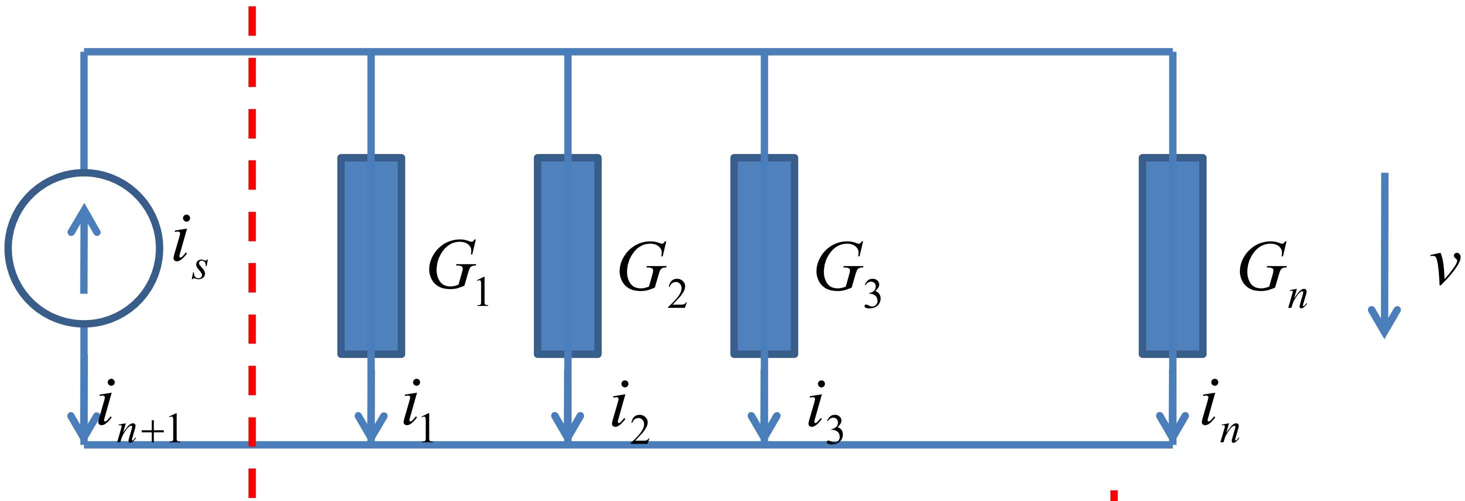
$$\sum_{k=1}^{n+1} i_k = 0$$

$$i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_n - i_s = 0$$

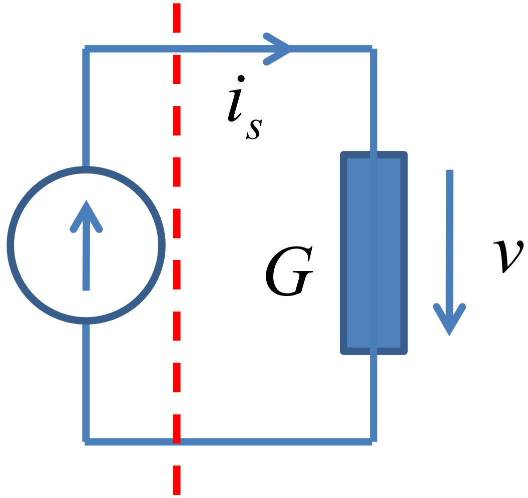
结点总电流为零

$$i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_n = i_s$$

流入结点的总电流等于流出结点的总电流



$$i_s = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots + i_n$$
$$= v \cdot G_1 + v \cdot G_2 + v \cdot G_3 + \ldots + v \cdot G_n$$
$$= v \cdot \left(G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_n \right)$$
$$= v \cdot G$$



对电源而言，它面对的两种电导并无差别：两者是等价的

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_n = \sum_{k=1}^{n} G_k$$

电阻串联

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

串联总电阻等于分电阻之和

电阻并联

并联总电导等于分电导之和

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \ldots + G_n = \sum_{k=1}^{n} G_k$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

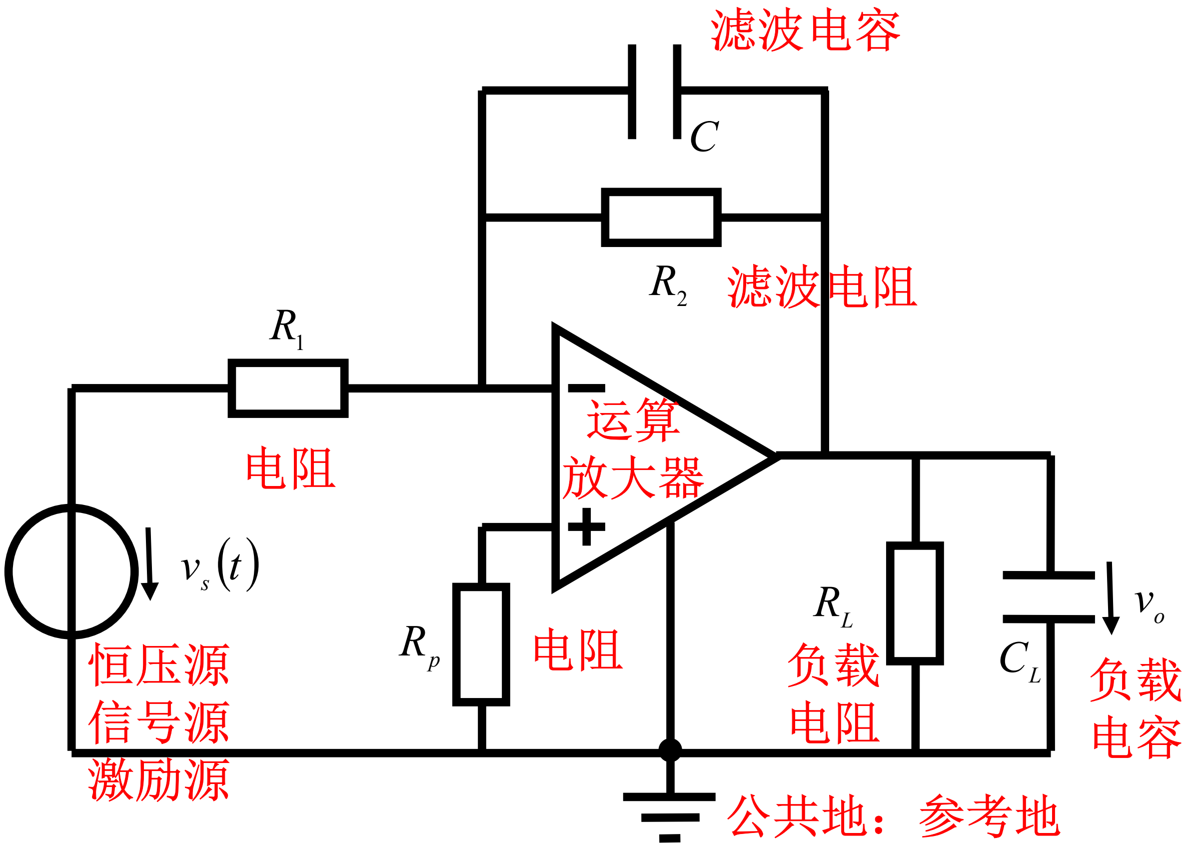
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

1.2 电路方程列写的基本方法

- 基尔霍夫定律描述的是元件、网络端口（支路）之间的连接关系
  - **KVL**，**KCL**
- 元件约束条件、网络端口方程描述的是元件、网络自身的电特性
  - **GOL**：欧姆定律为电阻元件约束条件，称元件约束条件为广义欧姆定律
- **KVL+KCL+GOL**方程可完备描述整个电路网络的特性
  - 求解方程组，根据对方程解的解析确认电路具有什么功能
- 支路电压电流法（**2b**法）：**KVL+KCL+GOL**
  - 某电路网络，有**b**条支路，**n**个结点
  - 以**b**条支路的支路电压和支路电流为待解未知量，共**2b**个待求量
  - 列**2b**个方程如下，可求解获得**2b**个待求量
    - **b**条支路，每个支路有一个元件约束条件（广义欧姆定律）
    - **n-1**个独立的**KCL**方程
    - **b-n+1**个独立的**KVL**方程

例1：电路方程列写



考察从源到负载的传输关系：最终可以确认这是一个低通滤波器

初级：电路分析

1、列写电路方程

2、求解电路方程

3、分析方程的解，解析电路功能

中级：电路积累

4、积累大量的单元电路，培养电路直观理解力；一眼看过去，就知道该电路大略具有什么功能，其后或方程求解，或原理分析，验证或精确化

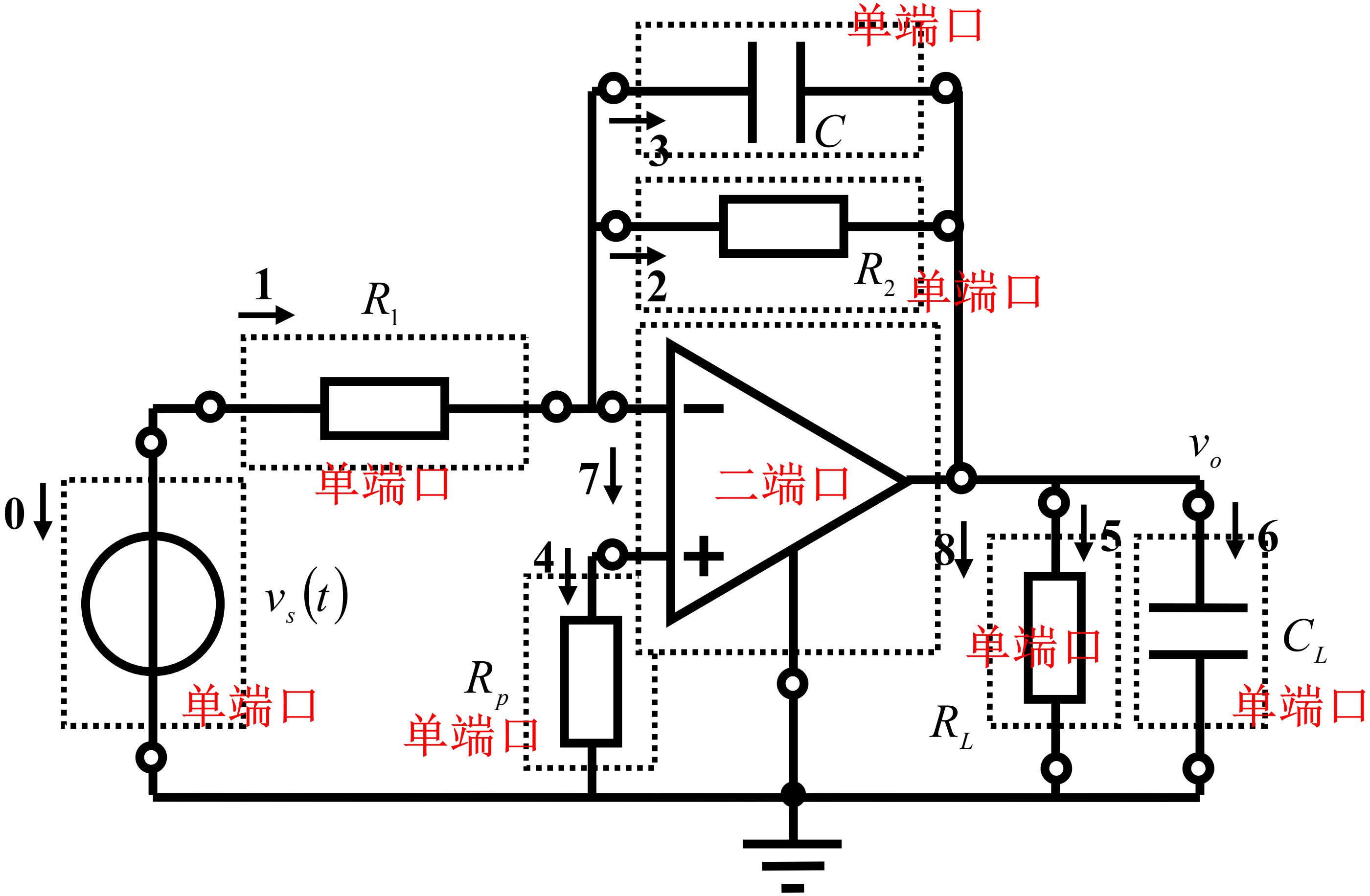
高级：电路设计

5、设计电路时，选择合适的电路结构实现某种需要的功能

6、自行提出某种结构，具有某种电路功能

7、提出新的器件结构，获得新的电路功能，…

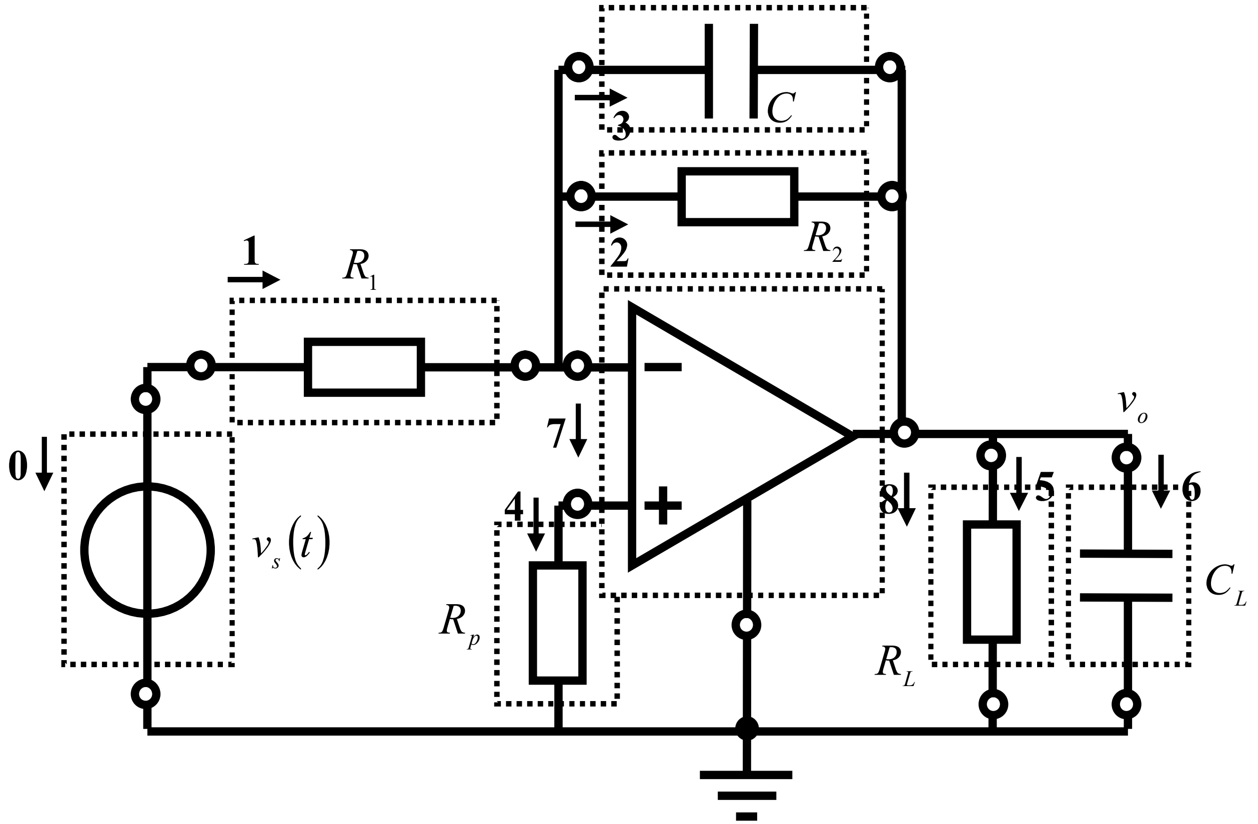
元件、网络切分：找对端口（支路）



9个端口就是9条支路，需9个端口描述方程（或9条支路的元件约束方程）

元件约束方程：GOL
一个端口、一条支路、一个方程

未知量列在方程左侧，
激励量列在方程右侧



$$v_0 = v_s(t)$$

$$v_1 - R_1 i_1 = 0$$

$$v_2 - R_2 i_2 = 0$$

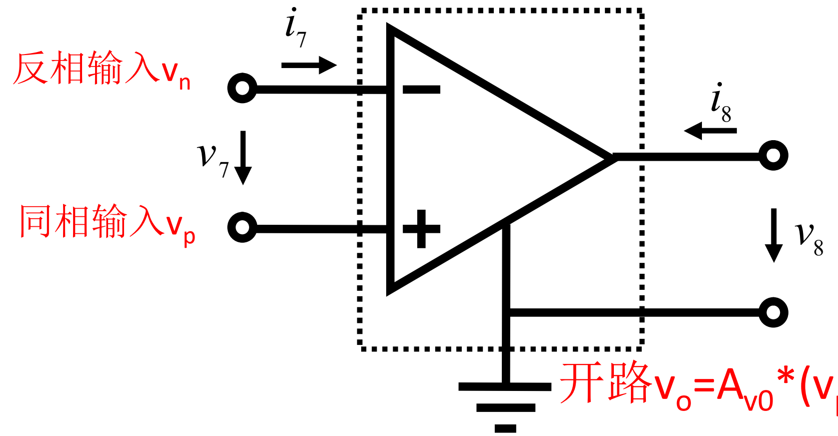
$$i_3 - C\frac{dv_3}{dt} = 0$$

$$v_4 - R_p i_4 = 0$$

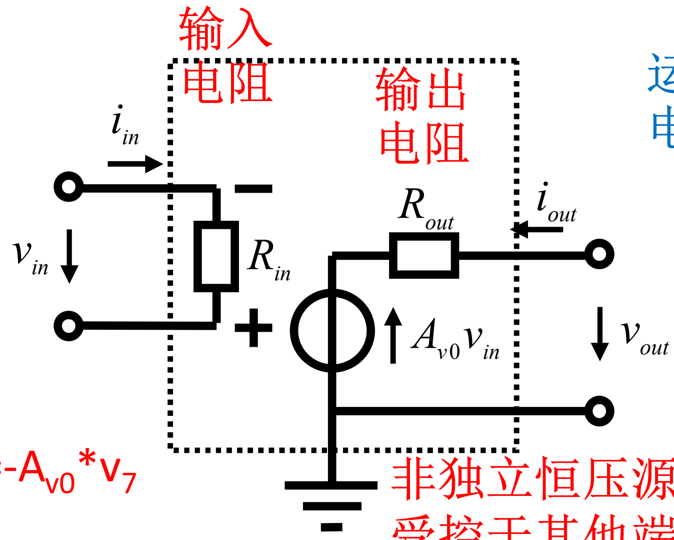
$$v_5 - R_L i_5 = 0$$

$$i_6 - C_L\frac{dv_6}{dt} = 0$$

运算放大器：二端口网络



开路$v_o=A_{v0}*(v_p - v_n)=-A_{v0}*v_7$



运放线性区
电路模型

非独立恒压源
受控于其他端口
受控源：下节课定义

输入端口：电阻伏安特性方程

$$v_7 - R_{in} i_7 = 0$$

输出端口：戴维南源伏安特性方程

$$v_8 - R_{out} i_8 + A_{v0} v_7 = 0$$

电压
增益

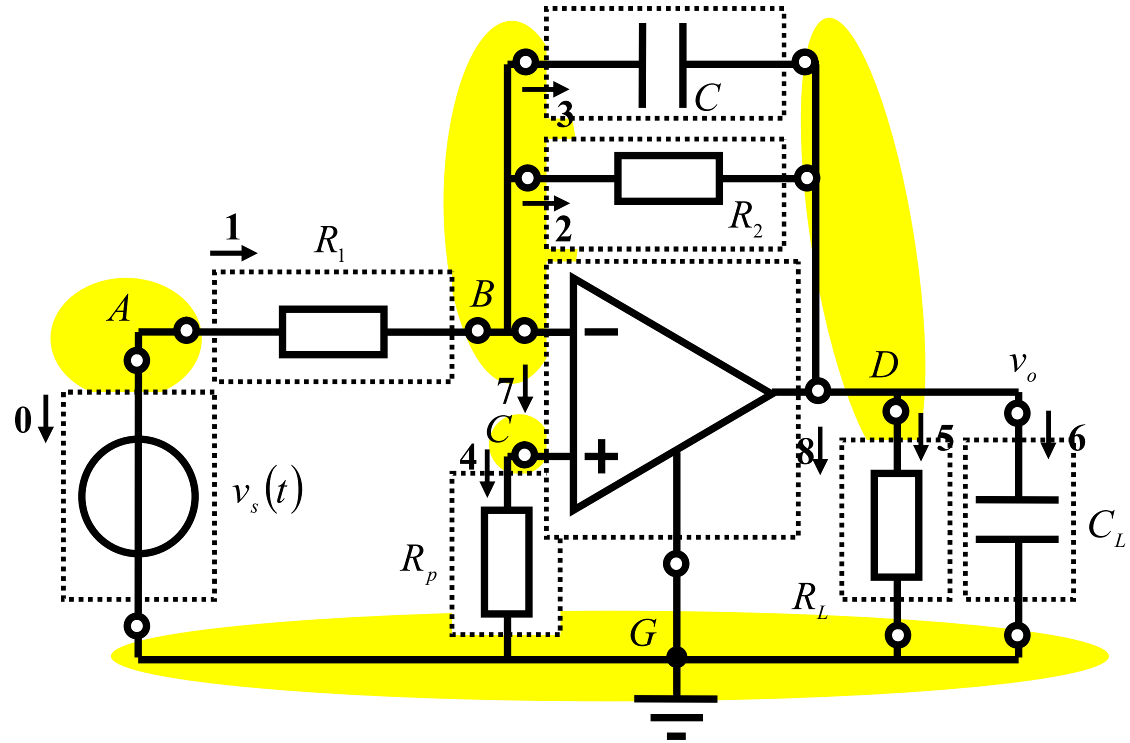
$$f_7\left(v_7, v_8; i_7, i_8\right) = 0$$

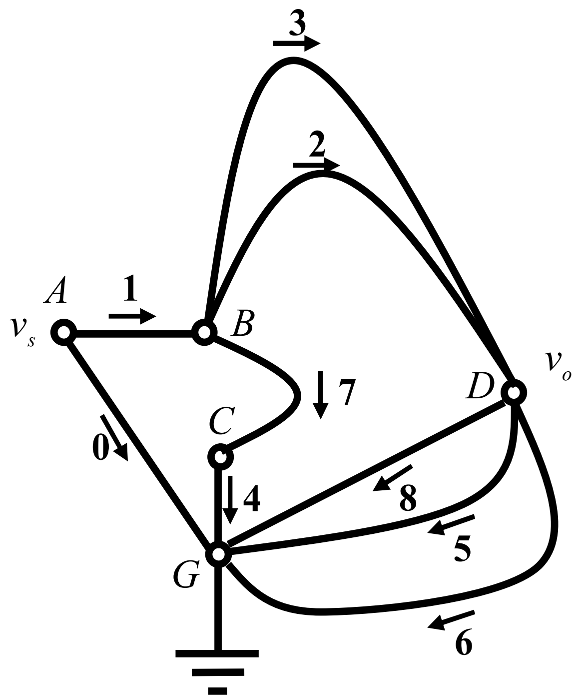
$$f_8\left(v_7, v_8; i_7, i_8\right) = 0$$

二端口网络的
一般性描述

拓扑：连接关系图

支路上是什么元件已经没有什么关系了；这里只考察连接关系





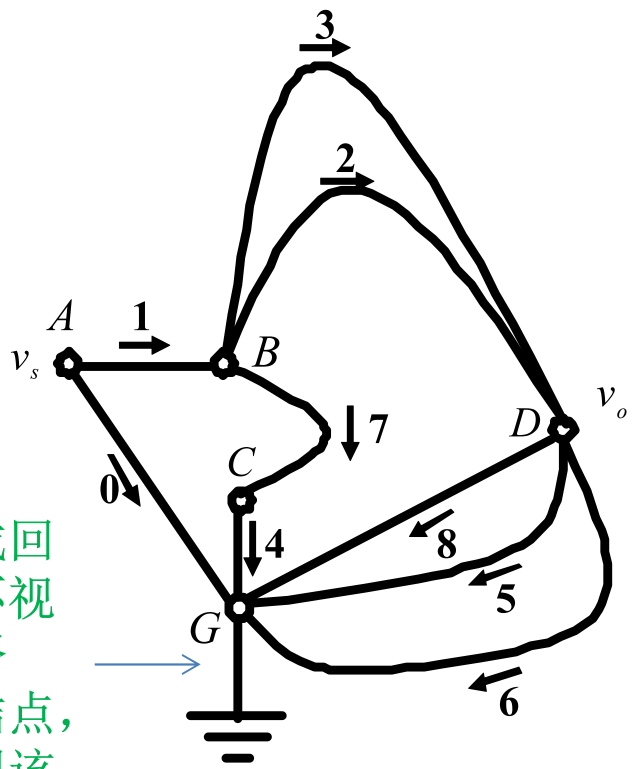
一个端口（**port**）对应一条支路（**branch**）
连接端口的端点（**terminal**）称为结点（**node**）

9条支路：b=9
0/1/2/3/4/5/6/7/8

5个结点：n=5
A/B/C/D/G

基尔霍夫电流方程：KCL

流入结点总电流为0



构不成回路的不视为支路

此为结点，仅说明该点电位为0

A $\boxed{-i_1 - i_0 = 0}$

B $\boxed{i_1 - i_2 - i_3 - i_7 = 0}$

C $\boxed{i_7 - i_4 = 0}$

D $\boxed{i_2 + i_3 - i_5 - i_6 - i_8 = 0}$

独立结点

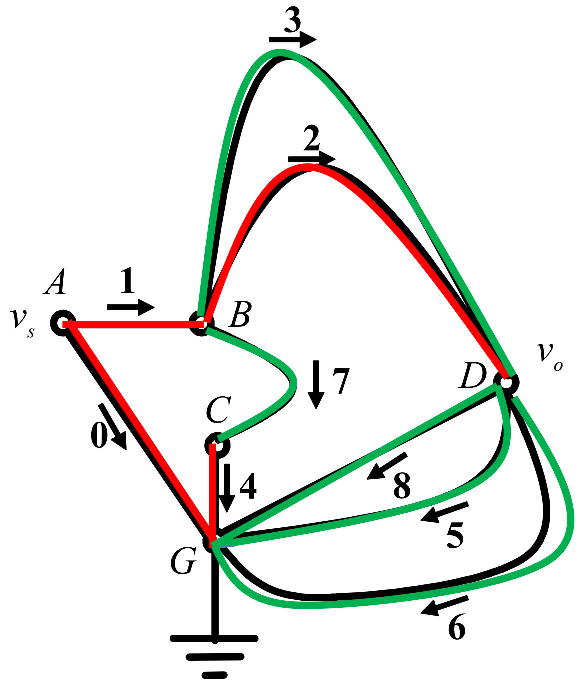
G $i_0 + i_4 + i_8 + i_5 + i_6 = 0$

5个结点：**n=5**

n-1个独立结点的**KCL**方程

基尔霍夫电压方程：KVL

回路总电压为**0**



9条支路：**b=9**
5个结点：**n=5**

b-n+1个独立回路
b-n+1个独立**KVL**方程

$$\boxed{v_1+v_7+v_4-v_0=0}$$ （**1-7-4-0**）

$$\boxed{v_3-v_2=0}$$ （**3-2**）

$$\boxed{v_2+v_8-v_4-v_7=0}$$ （**2-8-4-7**）

$$\boxed{-v_8+v_5=0}$$ （**8-5**）

$$\boxed{-v_5+v_6=0}$$ （**5-6**）

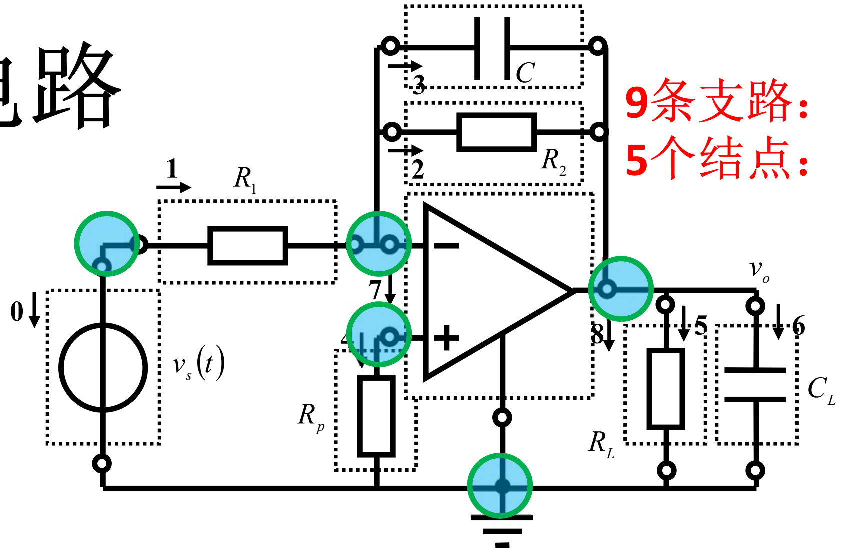
n个结点形成一棵连通树，共有**n-1**个树支
剩下的**b-n+1**个支路是树外连支，一条连支和树支或之前出现过的连支构成一个独立回路：每构成一个新独立回路，必有新连支加入其中

$$v_1+v_3+v_8-v_0=0$$ （**1-3-8-0**）

$$v_1+v_2+v_8-v_0=0$$ （**1-2-8-0**）

完备的电路方程组

2b个未知量
2b个方程



9条支路：b=9
5个结点：n=5

$$v_1 + v_7 + v_4 - v_0 = 0$$

$$v_3 - v_2 = 0$$

$$v_2 + v_8 - v_4 - v_7 = 0$$

$$-v_8 + v_5 = 0$$

$$-v_5 + v_6 = 0$$

b-n+1=5个独立KVL方程

$$-i_1 - i_0 = 0$$

$$i_1 - i_2 - i_3 - i_7 = 0$$

$$i_7 - i_4 = 0$$

$$i_2 + i_3 - i_5 - i_6 - i_8 = 0$$

n-1=4个独立KCL方程

$$v_0 = v_s(t)$$

$$v_1 - R_1 i_1 = 0$$

$$v_2 - R_2 i_2 = 0$$

$$i_3 - C\frac{dv_3}{dt} = 0$$

$$v_4 - R_p i_4 = 0$$

$$v_5 - R_L i_5 = 0$$

$$i_6 - C_L\frac{dv_6}{dt} = 0$$

$$v_7 - R_{in} i_7 = 0$$

$$v_8 - R_{out} i_8 + A_{v0} v_7 = 0$$

b=9个元件约束方程

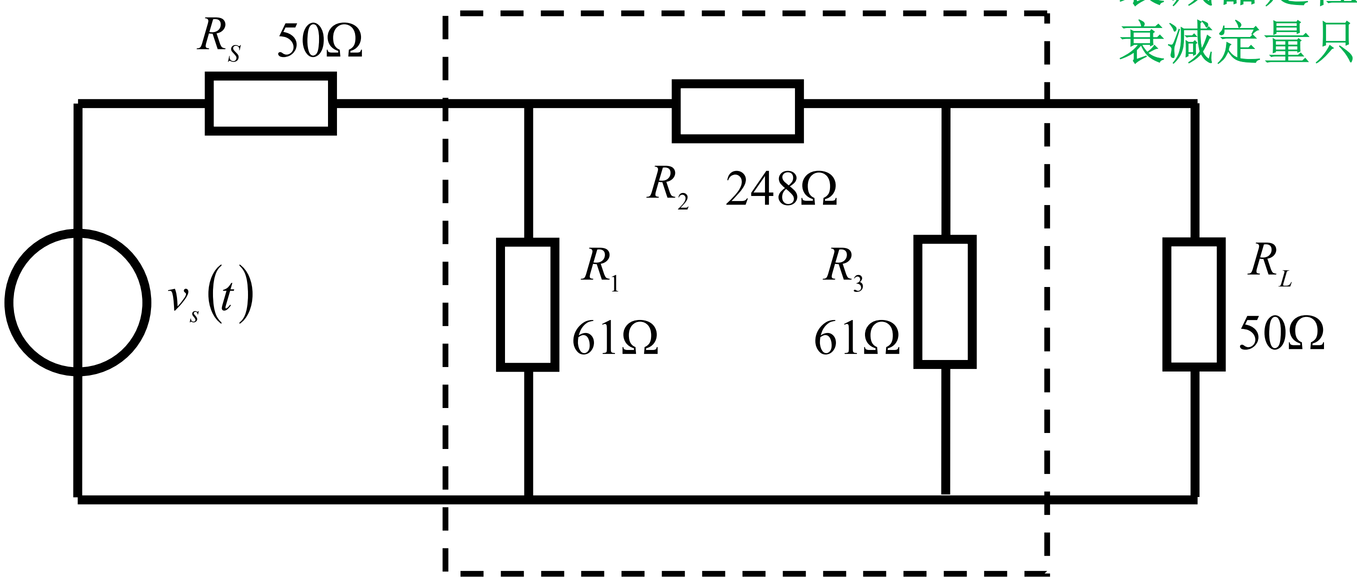
支路电压电流法

- 电路有**b**条支路（**b**个端口）和**n**个结点
- 以**b**条支路的支路电压、支路电流为未知量
  - 以**b**个端口的端口电压、端口电流为未知量
- 列写**2b**个方程，包括
  - **b**条支路的元件约束方程
    - **b**个端口的端口伏安特性方程**GOL**
  - **n-1**个独立结点的**KCL**方程
  - **b-n+1**个独立回路的**KVL**方程

例2：电阻衰减器

- 分析下面电路，说明它是一个衰减器

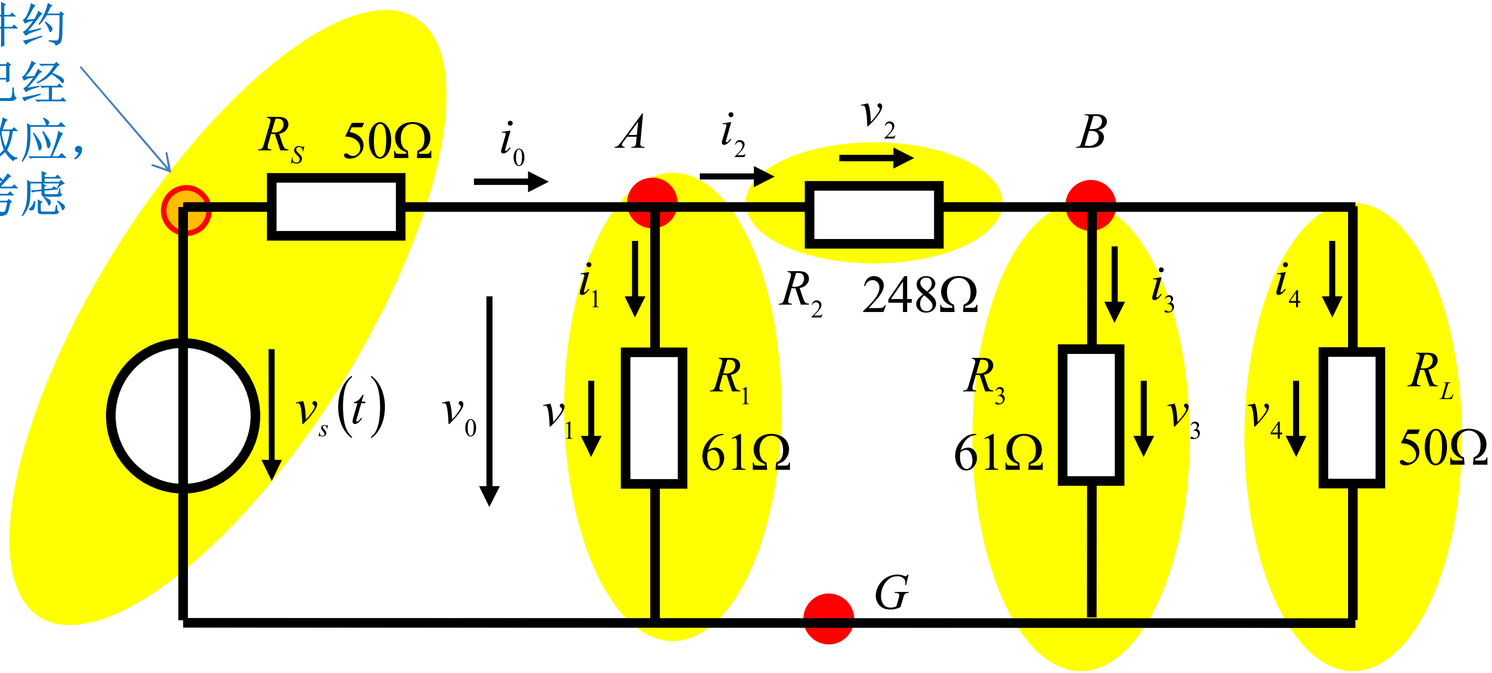
衰减器定性理解毫无问题
衰减定量只能列方程求解



信号源　　π型电阻衰减网络　　负载电阻

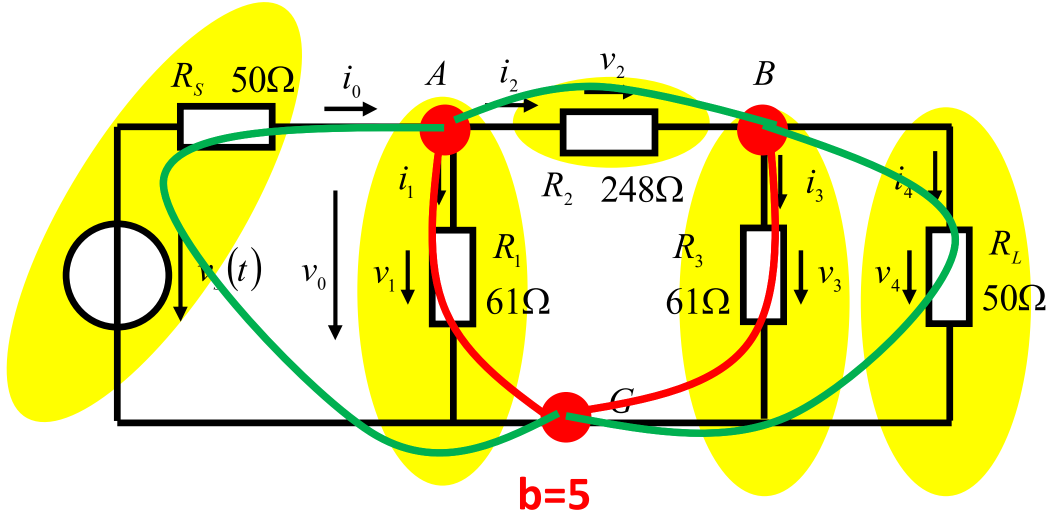
支路、结点分析

支路交汇点为结点，支路0的内部结点，元件约束方程已经包含其效应，无需再考虑



b=5
n=3

方程列写



b=5

n=3

$$v_0 + i_0 R_S = v_s$$

$$v_1 - i_1 R_1 = 0$$

$$v_2 - i_2 R_2 = 0$$

$$v_3 - i_3 R_3 = 0$$

$$v_4 - i_4 R_L = 0$$

b个支路元件约束方程

$$i_0 - i_1 - i_2 = 0$$

$$i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

n-1个独立结点的KCL方程

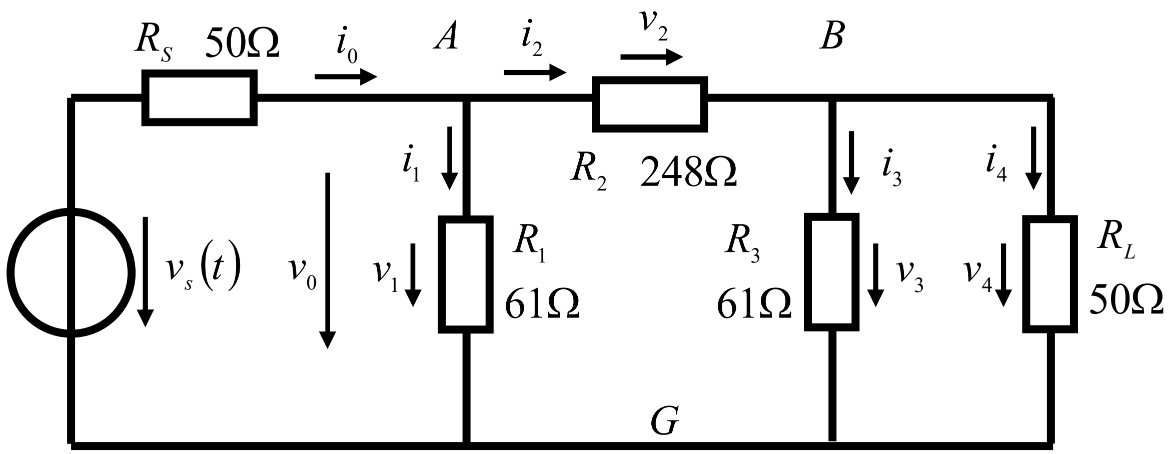
$$-v_0 + v_1 = 0$$

$$-v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

$$-v_3 + v_4 = 0$$

b-n+1个独立回路的KVL方程

线性电阻电路



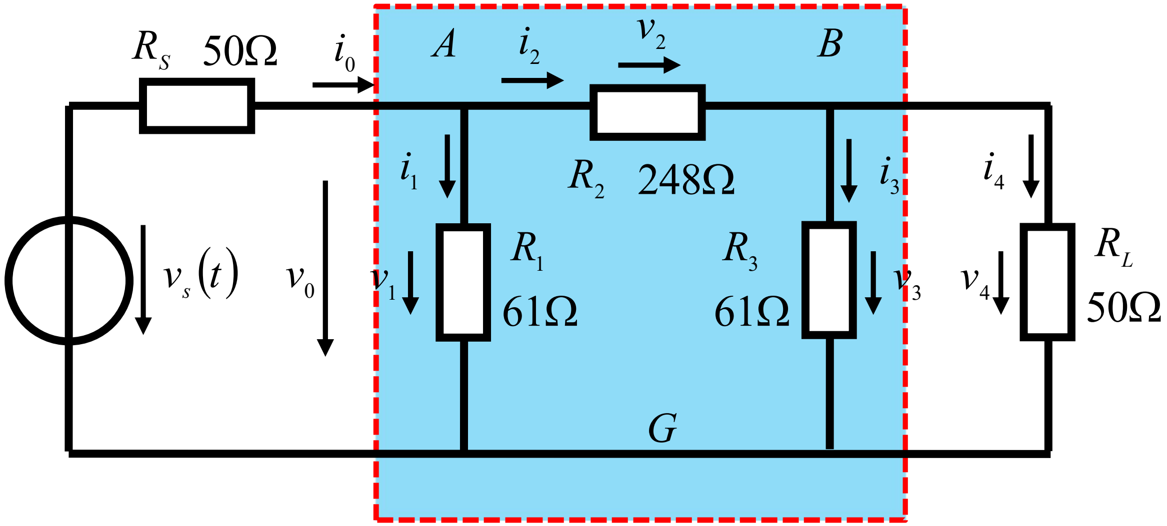
矩阵方程

电压影响系数　　　　电流影响系数　　　　响应量　　激励量

$$
\begin{array}{c}
\\ \\ \text{GOL} \\ \\ \\ \\ \text{KVL} \\ \\ \text{KCL} \\ \\
\end{array}
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -61 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -248 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -61 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -50 \\
-1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} v_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

电路结构的矩阵表述

方程求解与功能解析



$$v_L = v_4 = 0.0498 v_s$$

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4997 \\ 0.4997 \\ 0.4499 \\ 0.0498 \\ 0.0498 \\ 0.0100 \\ 0.0082 \\ 0.0018 \\ 0.0008 \\ 0.0010 \end{bmatrix} v_s$$

衰减系数

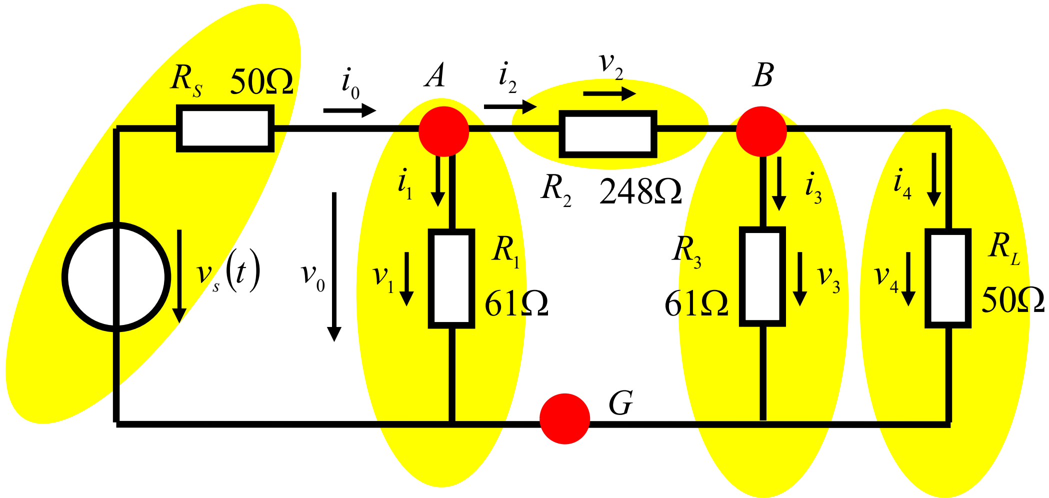
$$L = \frac{P_{S,\max}}{P_L} = \frac{\dfrac{V_{S,rms}^2}{4R_S}}{\dfrac{V_{L,rms}^2}{R_L}} = \frac{R_L}{4R_S}\left(\frac{V_{S,rms}}{V_{L,rms}}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{0.0498}\right)^2 = 100.63 = 20dB$$

20dB的衰减器：负载电阻只获得了信源额定功率的1%

二 降低方程规模的方程列写方法

- 支路电压电流法:**2b**
  - 最基本的方法：以**b**个支路的电压，电流为未知量，列写**2b**个方程
  - **b**个支路元件约束**OL**，**n-1**个**KCL**，**b-n+1**个**KVL**
- 支路电流法:**b**
  - 以**b**个支路的电流为未知量，列写**b**个方程
    - **n-1**个**KCL**，**b-n+1**个**KVL**
- 回路电流法:**b-n+1**
  - 以回路电流为未知量
    - 列写**b-n+1**个**KVL**方程
- 结点电压法:**n-1**
  - 设定其中一个结点为参考地结点，以**n-1**个结点电压为未知量
    - **n-1**个**KCL**方程

2.1 支路电流法



$$i_0 - i_1 - i_2 = 0$$

$$i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

$$i_0 R_S + i_1 R_1 = v_S$$

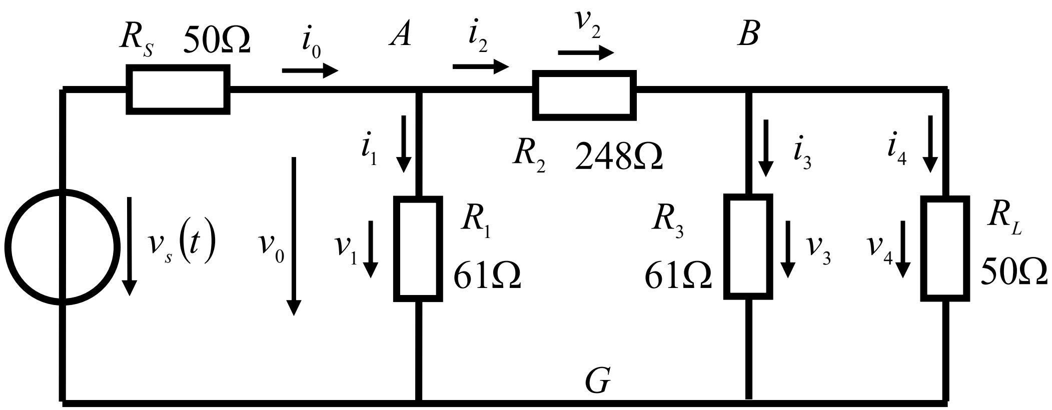
$$-i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0$$

$$-i_3 R_3 + i_4 R_4 = 0$$

n-1个独立KCL方程

b-n+1个独立KVL方程
元件约束直接代入

方程求解

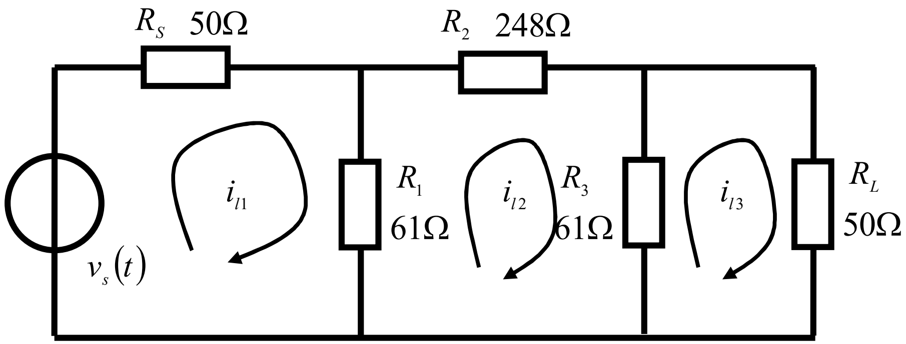


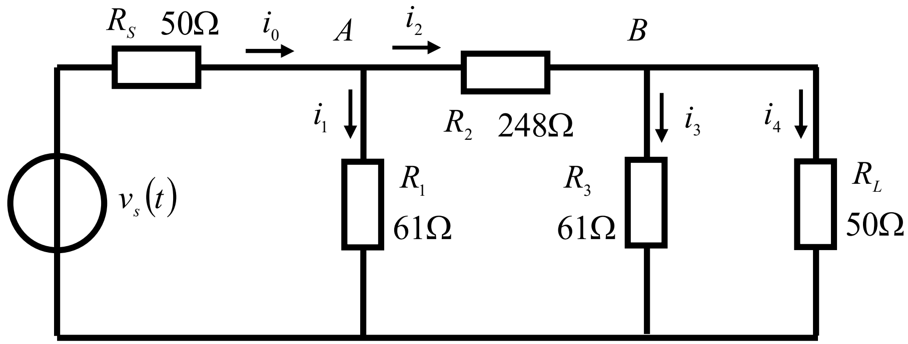
$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 50 & 61 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -61 & 248 & 61 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -61 & 50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0100 \\ 0.0082 \\ 0.0018 \\ 0.0008 \\ 0.0010 \end{bmatrix} v_s$$

$$v_L = i_4 R_L = 0.0010 v_s \times 50 = 0.05 v_s$$

支路电流法：就是列出以**b**条支路电流为未知量的电路方程：包括**n-1**个独立**KCL**方程，和**b-n+1**个独立**KVL**方程，其中**KVL**方程中的电压全部用元件约束关系代入，使得方程中只有支路电流是待求变量

2.2 回路电流法





以b-n+1个独立回路的回路电流为未知量：降低电路规模

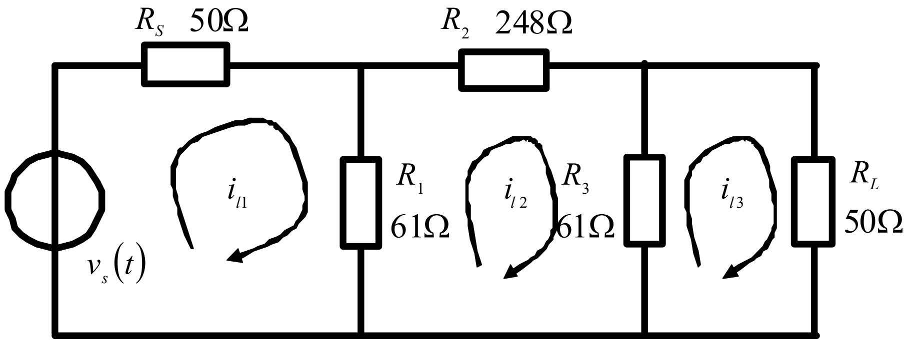
$$i_0 = i_{l1} \qquad i_1 = i_{l1} - i_{l2} = i_0 - i_2$$

$$i_2 = i_{l2} \qquad i_3 = i_{l2} - i_{l3} = i_2 - i_4$$

$$i_4 = i_{l3}$$

n-1个独立KCL方程内蕴在回路电流定义之中
不用再列写，只需列b-n+1个KVL方程即可

b-n+1个独立回路的KVL方程



$$i_{l1}R_s+(i_{l1}-i_{l2})R_1=v_s \qquad i_{l1}(R_s+R_1)+i_{l2}(-R_1)=v_s$$

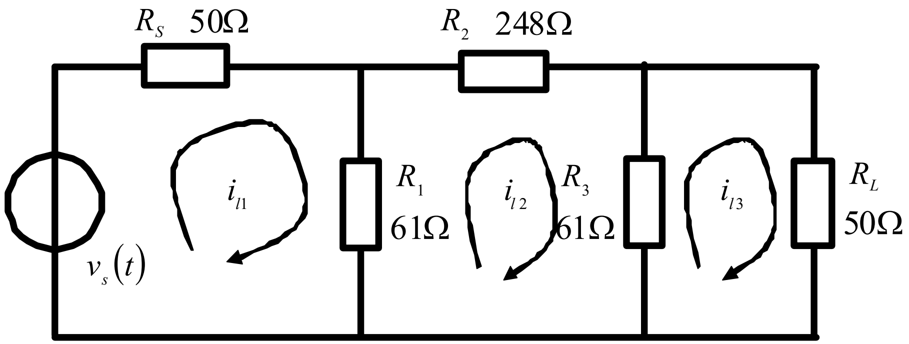
$$(i_{l2}-i_{l1})R_1+i_{l2}R_2+(i_{l2}-i_{l3})R_3=0 \Rightarrow i_{l1}(-R_1)+i_{l2}(R_1+R_2+R_3)+i_{l3}(-R_3)=0$$

$$(i_{l3}-i_{l2})R_3+i_{l3}R_L=0 \qquad i_{l2}(-R_3)+i_{l3}(R_3+R_L)=0$$

KVL方程：此回路的电压和等于此回路的电动势之和

只需列写b-n+1个KVL方程即可

以回路电流为待求量，n-1个KCL方程内蕴，b个元件约束代入其中



$$i_{l1}(R_s+R_1)+i_{l2}(-R_1)=v_s$$

$$i_{l1}(-R_1)+i_{l2}(R_1+R_2+R_3)+i_{l3}(-R_3)=0$$

$$i_{l2}(-R_3)+i_{l3}(R_3+R_L)=0$$

$$\begin{bmatrix} R_s+R_1 & -R_1 & 0 \\ -R_1 & R_1+R_2+R_3 & -R_3 \\ 0 & -R_3 & R_3+R_L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{l1} \\ i_{l2} \\ i_{l3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

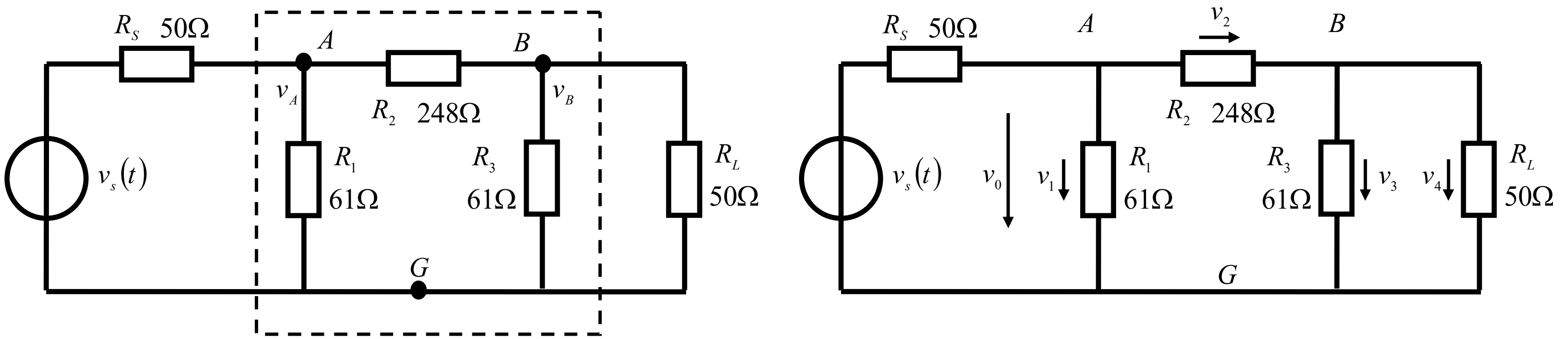
KVL方程：此回路的电压和等于此回路的电动势之和

$$\begin{bmatrix} 111 & -61 & 0 \\ -61 & 370 & -61 \\ 0 & -61 & 111 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{l1} \\ i_{l2} \\ i_{l3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} i_{l1} \\ i_{l2} \\ i_{l3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0100 \\ 0.0018 \\ 0.0010 \end{bmatrix}v_s$$

$$v_L=i_{l3}R_L=0.0010v_s\times 50=0.05v_s$$

2.3 结点电压法

以**n-1**个结点电压为未知量：
降低电路规模



$$v_0 = v_A$$

$$v_1 = v_A$$

$$-v_0 + v_1 = 0$$

$$v_2 = v_A - v_B$$

$$-v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

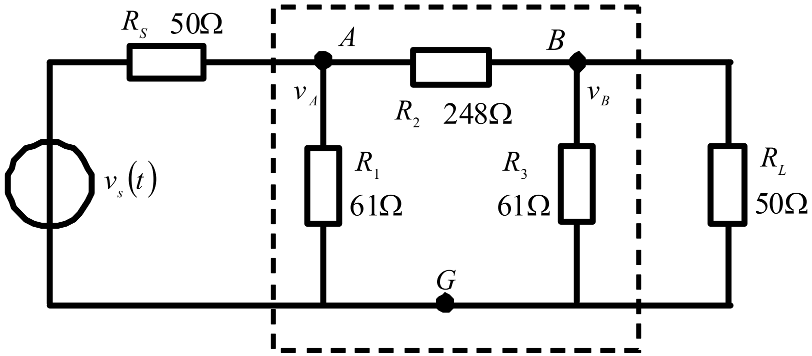
$$v_3 = v_B$$

$$v_4 = v_B$$

$$-v_3 + v_4 = 0$$

b-n+1个**KVL**方程内蕴在结点电压定义之中，因此无需再列写**KVL**方程，只需列写**KCL**方程即可

n-1个独立结点的KCL方程



KCL： 流出结点的电流之和为零

$$\frac{v_A - v_S}{R_S} + \frac{v_A}{R_1} + \frac{v_A - v_B}{R_2} = 0$$

$$\frac{v_B - v_A}{R_2} + \frac{v_B}{R_3} + \frac{v_B}{R_L} = 0$$

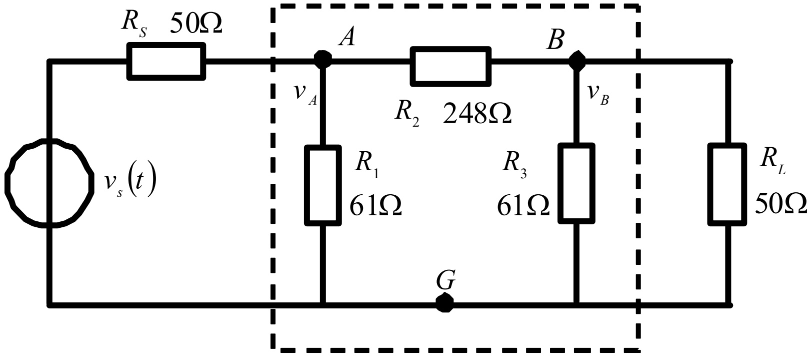
KCL:流出结点电流等于流入结点电流

$$v_A\left(\frac{1}{R_S} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + v_B\left(-\frac{1}{R_2}\right) = \frac{v_s}{R_S}$$

$$v_A\left(-\frac{1}{R_2}\right) + v_B\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_L}\right) = 0$$

只需列写**n-1**个**KCL**方程即可

以结点电压为待求量，**b-n+1**个**KVL**方程、**b**个元件约束已内蕴其中



$$v_A\left(\frac{1}{R_S}+\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+v_B\left(-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{v_s}{R_S}$$

$$v_A\left(-\frac{1}{R_2}\right)+v_B\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_L}\right)=0$$

$$\begin{bmatrix} G_S+G_1+G_2 & -G_2 \\ -G_2 & G_2+G_3+G_L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} G_S v_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

KCL方程：流出此结点的电流等于流入此结点的电流

$$\begin{bmatrix} 0.0404 & -0.004 \\ -0.004 & 0.0404 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0200v_s \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.4997 \\ 0.0498 \end{bmatrix}v_s$$

结点电压法只需列写n-1个方程即可，方程规模小
方程列写规律简单，易于编程实现

三、降低分析复杂度的等效电路法

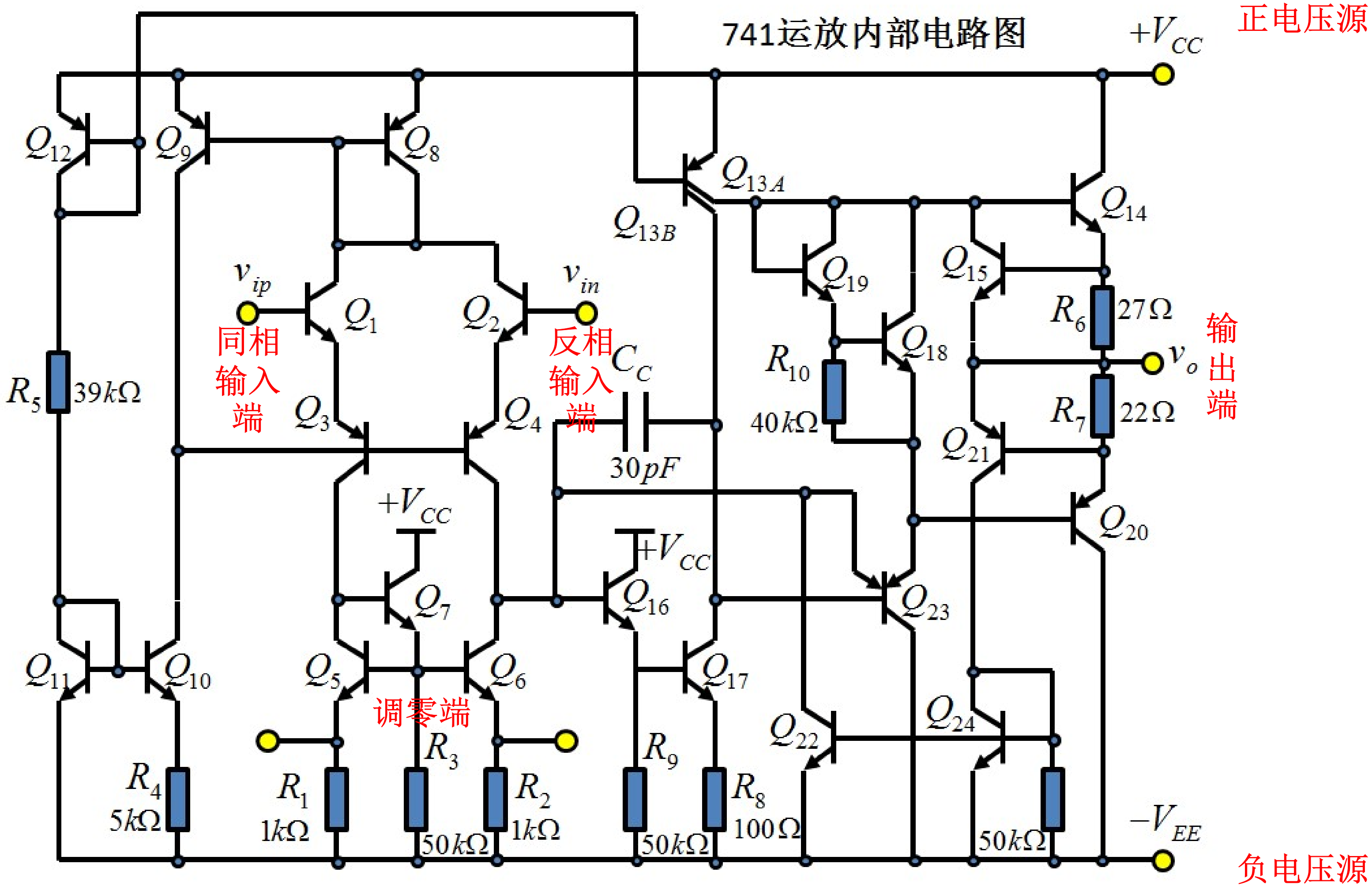
- 虽然支路电流法、回路电流法、结点电压法使得列写的电路方程个数大幅缩减，求解电路方程的规模大幅下降，但对于复杂电路，其方程规模仍然十分巨大，尤其是包含非线性、动态元件后，方程求解复杂度过高

- 对于包含成千上万个电路元件的大规模的或较大规模的电路分析，无论是计算机辅助设计，还是设计者自己对电路系统的把握，都需要我们进一步降低电路分析的复杂度
  - 分层设计
  - 在低层上进行多端口网络抽象，将低层网络的电特性用端口伏安特性表述，而不再关注低层网络内部结构、内部工作机制，这就是等效电路法

低层次设计：

设计741芯片时，必须设计结构、晶体管尺寸、版图

741运放内部电路

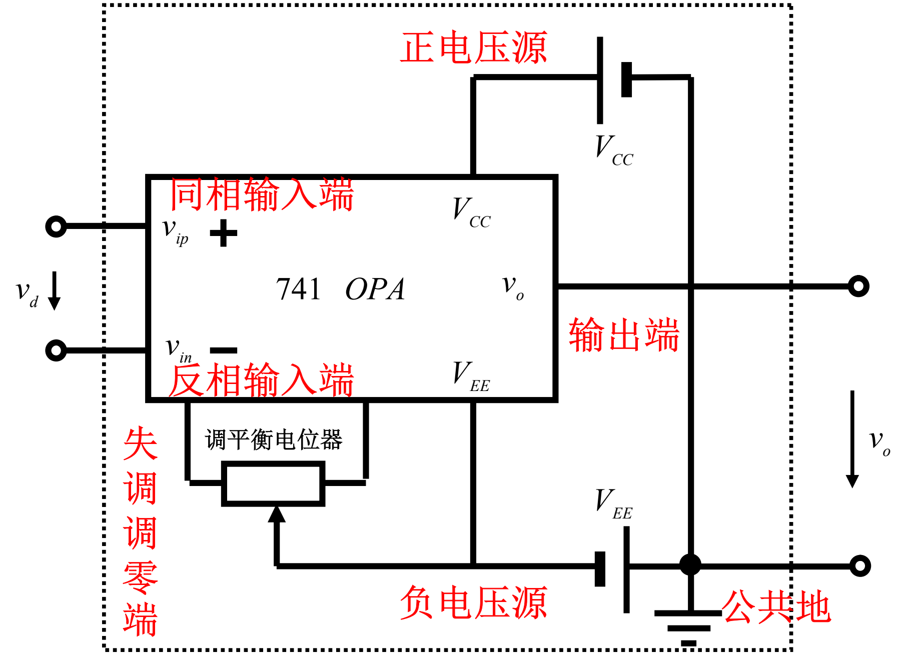


对外引出7个端点

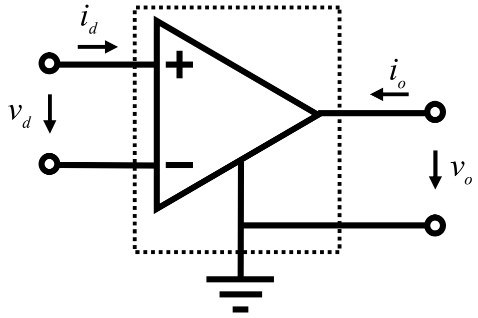
BJT： Bipolar Junction Transistor

运放等效电路

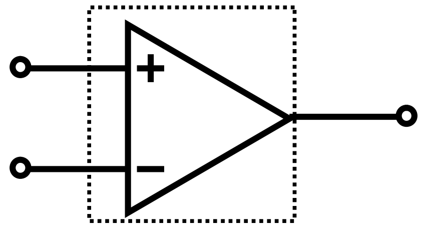
高层次应用：应用741实现其他功能电路时，无需关注741内部电路



（a）实际运放外部连接关系

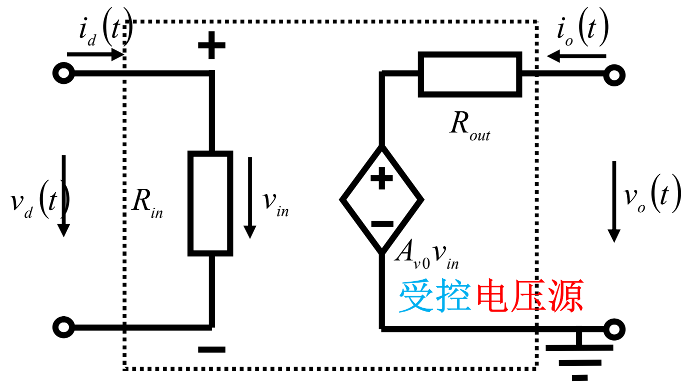


（b）运放符号：（带地）



（c）运放符号：（默认带地）

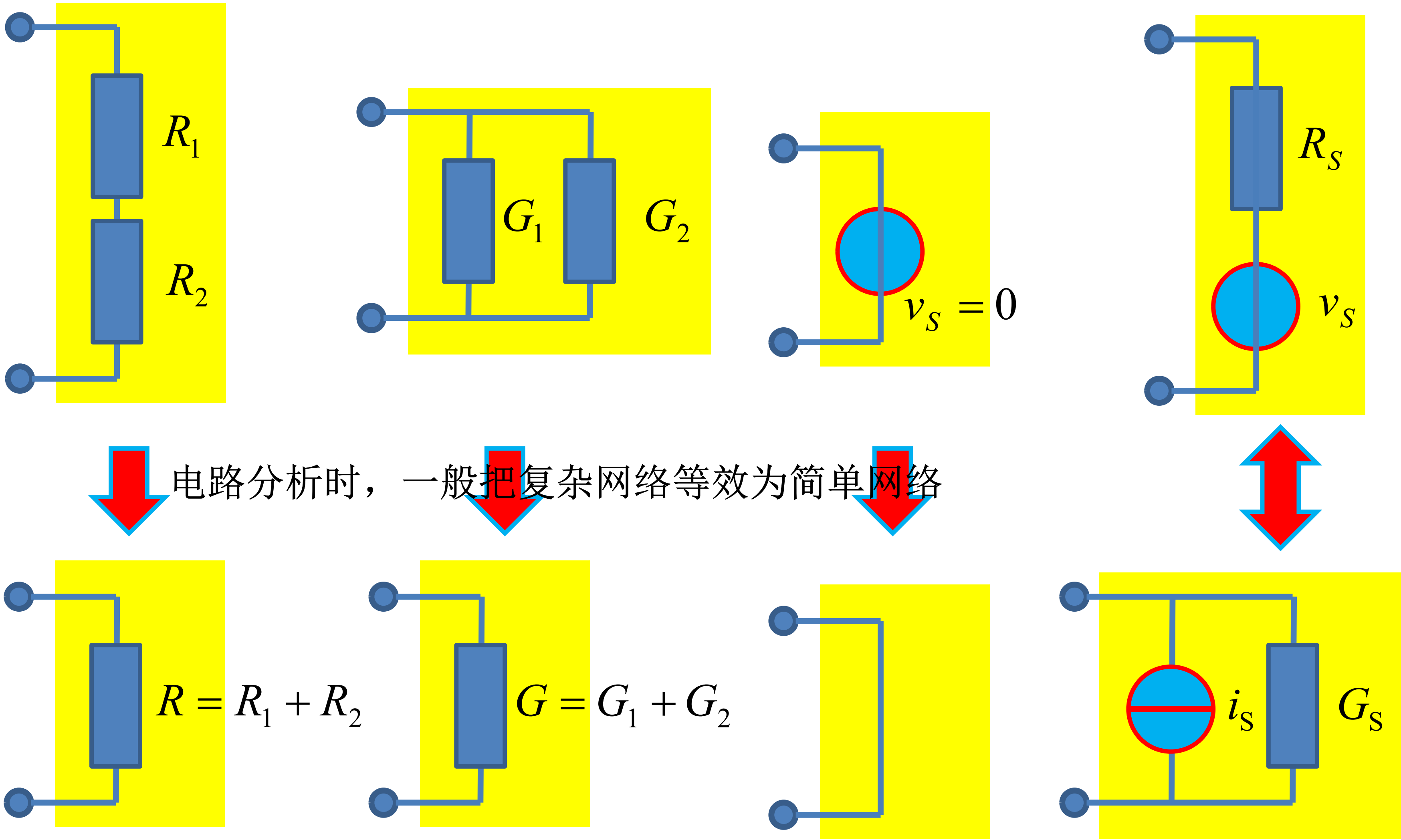
调零端确保等效电路的简单性



非独立源

（d）运放二端口等效电路

已讨论过的等效电路例



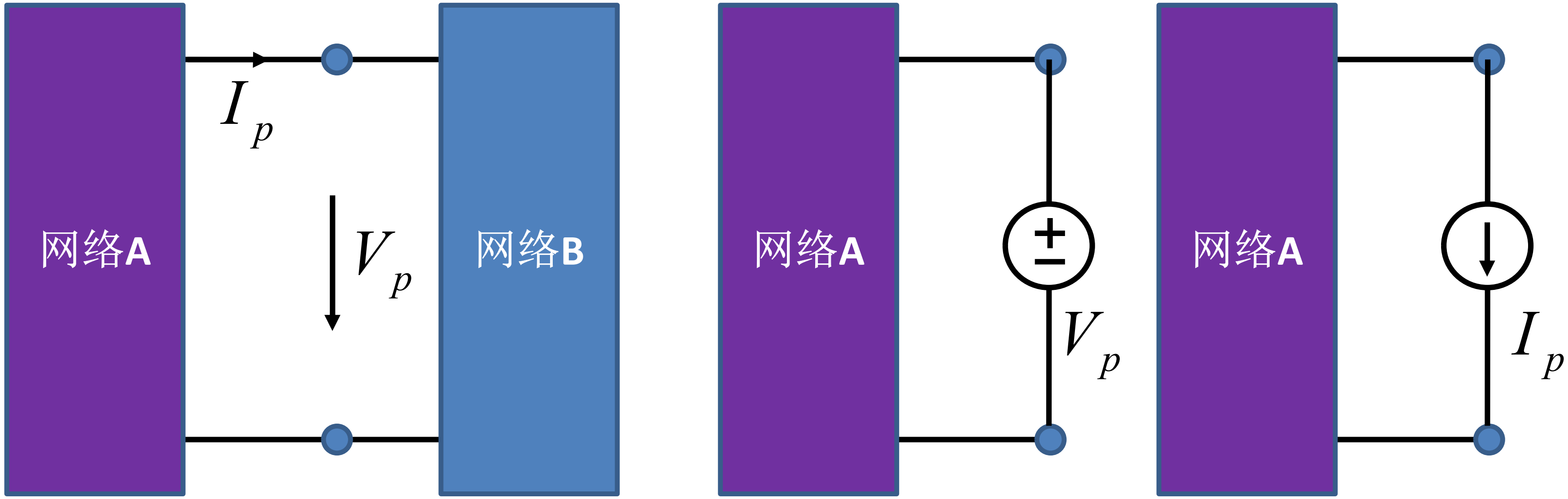
降低分析复杂度的等效电路法

- **3.1** 替代定理
- **3.2** 叠加定理

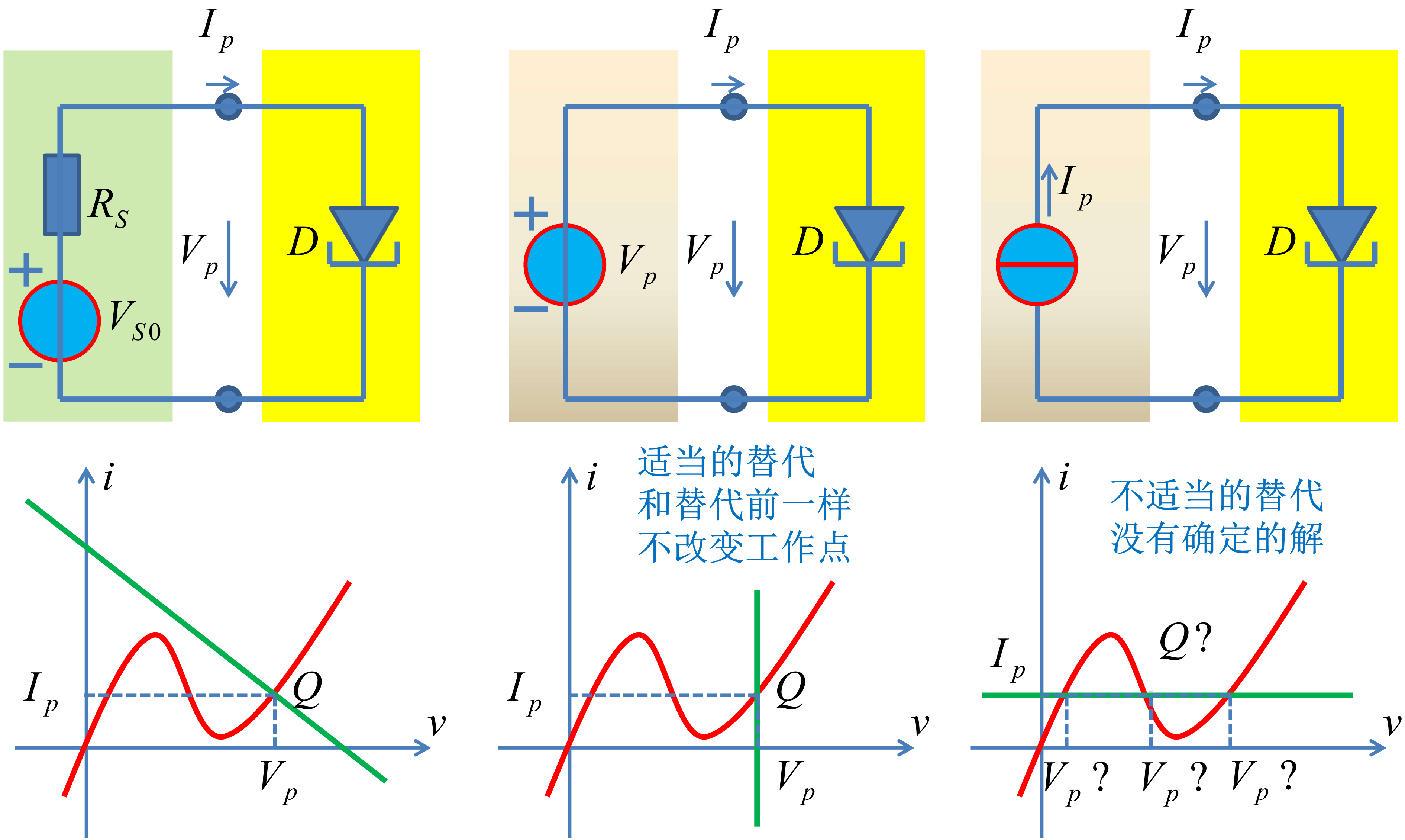
- **3.3** 线性网络的等效
  - 单端口等效　　　　下周
    - 加压求流法，加流求压法
    - 戴维南－诺顿定理
  - 二端口等效　　　　下下周
    - 受控源元件的引入
    - 线性二端口网络参量：二端口网络的戴维南－诺顿定理

3.1 替代定理

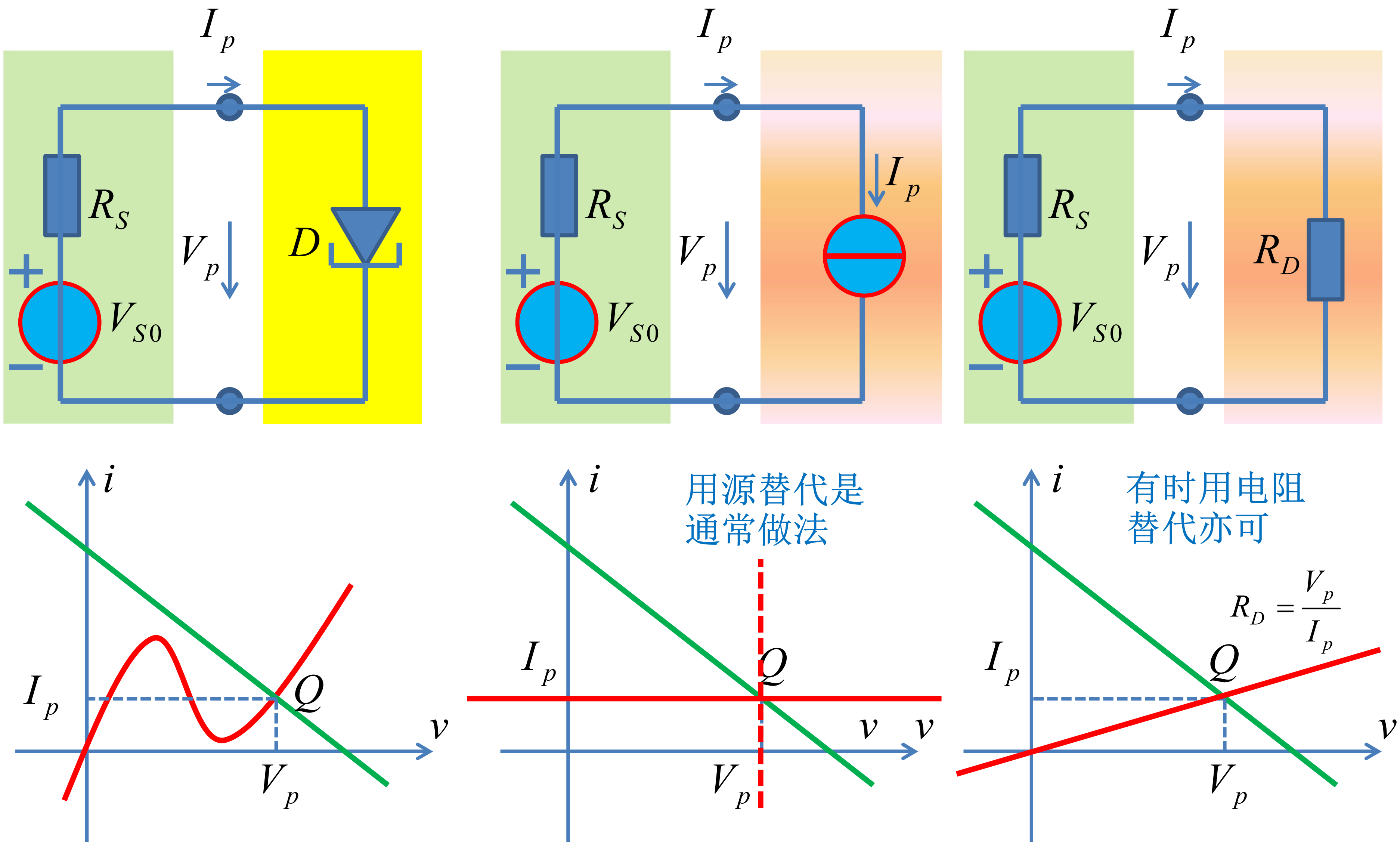
- 如果一个电路网络可分割为两个单端口网络的对接关系，假设该端口的端口电压为V_p，端口电流为I_p，则可以用理想电压源$V_s=V_p$，或理想电流源$I_s=I_p$替代任意一个单端口网络，而另一个单端口网络内部的电压、电流均维持不变
  - 假设两个单端口网络之间除了该对接端口的连接关系外，没有其他作用关系



简单替代例

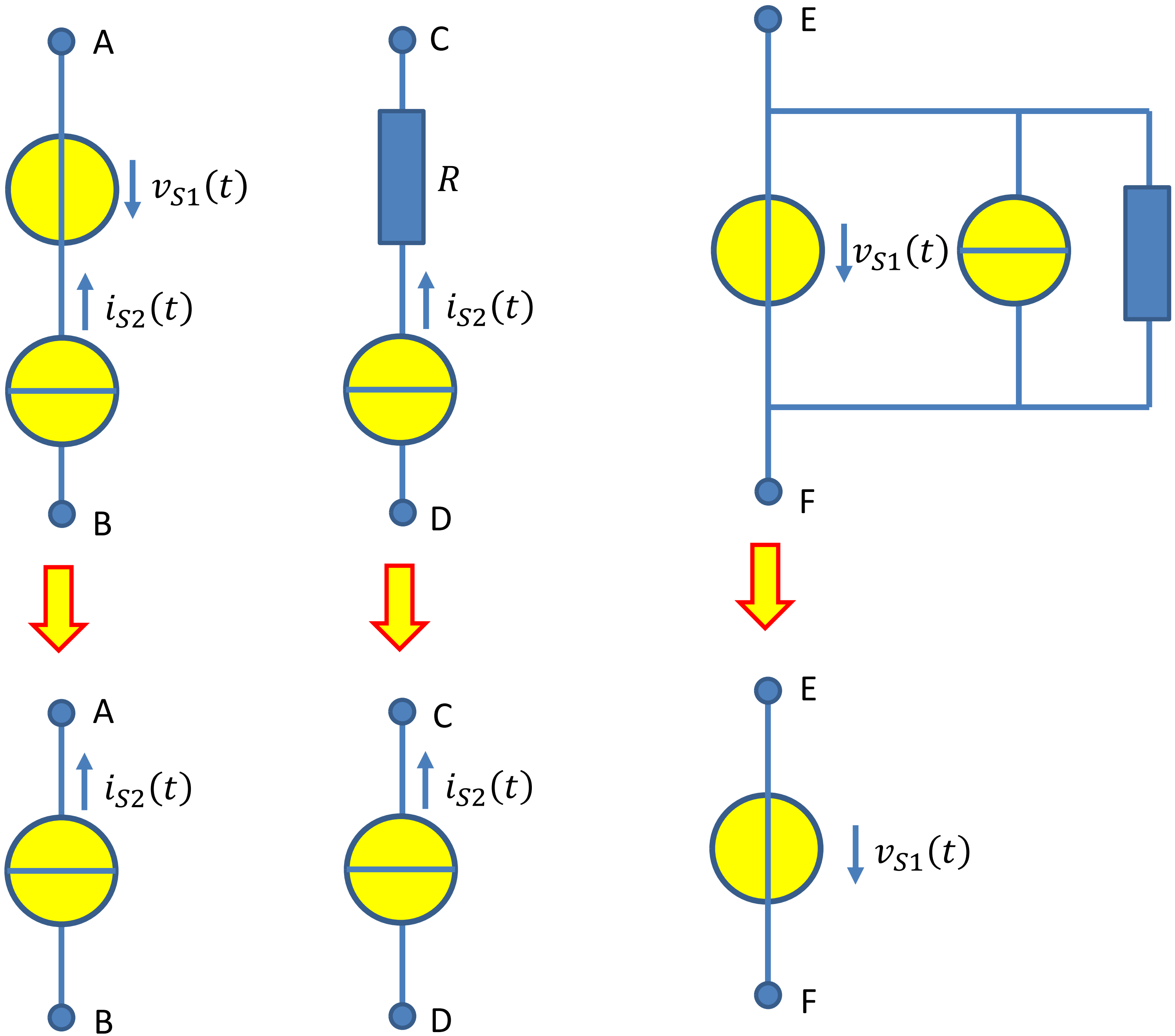


简单替代例



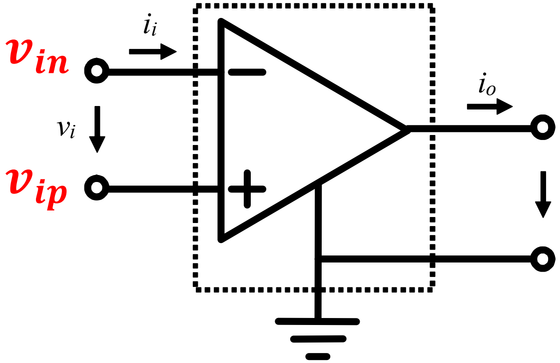
I_p
R_S
V_p
V_{S0}
D
I_p
R_S
V_p
V_{S0}
I_p
I_p
R_S
V_p
V_{S0}
R_D
i
I_p
Q
v
V_p
i
用源替代是
通常做法
I_p
Q
v
v
V_p
i
有时用电阻
替代亦可
$R_D = \frac{V_p}{I_p}$
I_p
Q
v
V_p

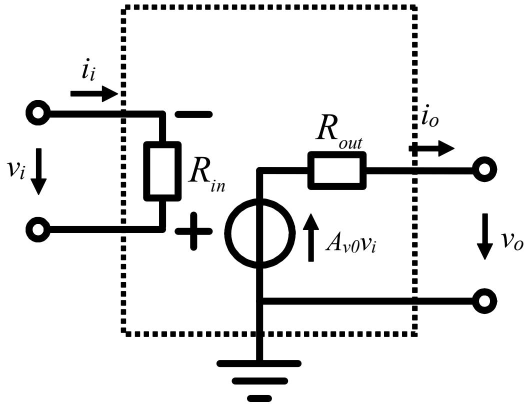
源替代例

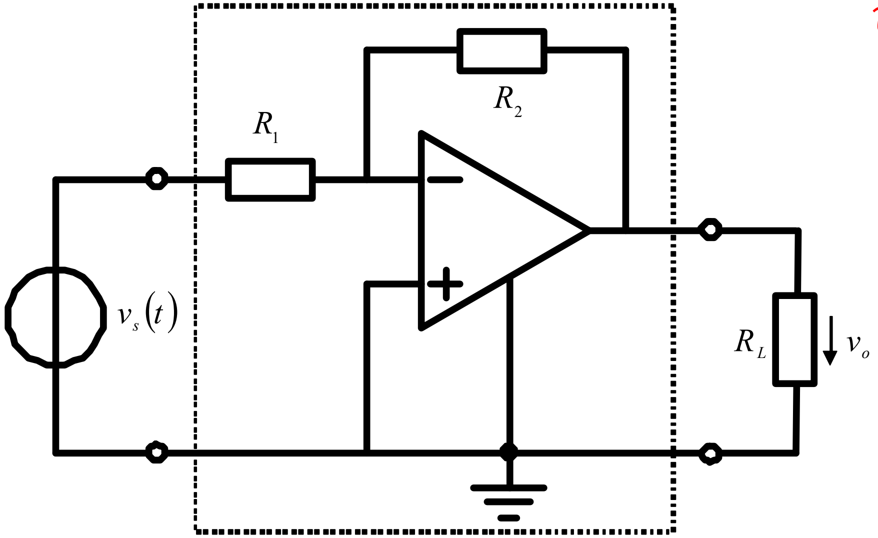


例3

列写电路方程
说明电路功能





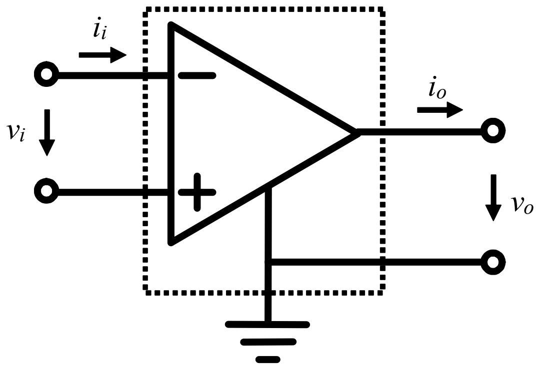


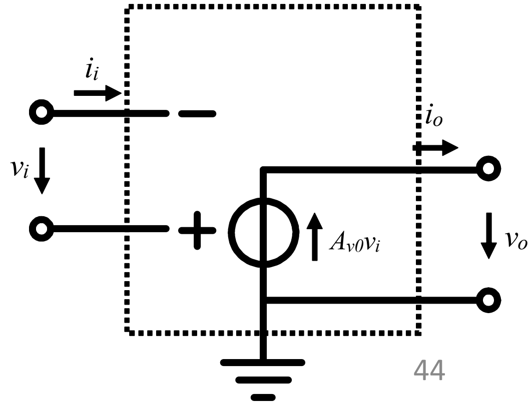
$$v_{o,open} = A_{v0}(v_{ip} - v_{in}) = -A_{v0}v_i$$

输出开路电压为输出端口等效戴维南源电压

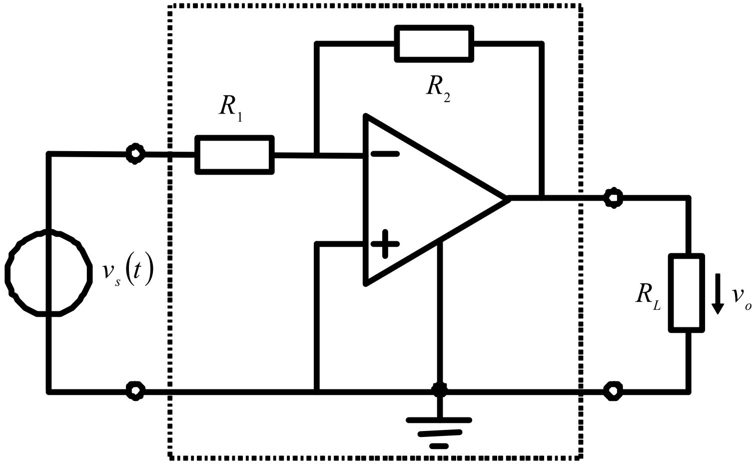
运算放大器参量：

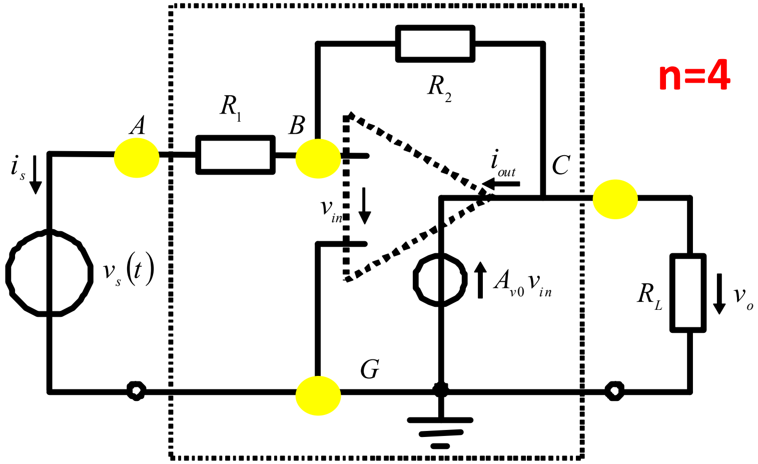
输入电阻无穷大
输出电阻为0
电压增益极大





恒压源替代





$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)v_B=\frac{v_s}{R_1}+\frac{-A_{v0}v_B}{R_2}$$

$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1+A_{v0}}{R_2}\right)v_B=\frac{v_s}{R_1}$$

$$v_o=-A_{v0}v_B=-\frac{A_{v0}}{1+(1+A_{v0})\frac{R_1}{R_2}}v_s$$

$$v_B=\frac{v_s}{1+(1+A_{v0})\frac{R_1}{R_2}}$$

解的解析

$$v_o = -\frac{A_{v0}}{1+(1+A_{v0})\frac{R_1}{R_2}} v_s \xrightarrow{A_{v0}\to\infty} -\frac{R_2}{R_1} v_s$$

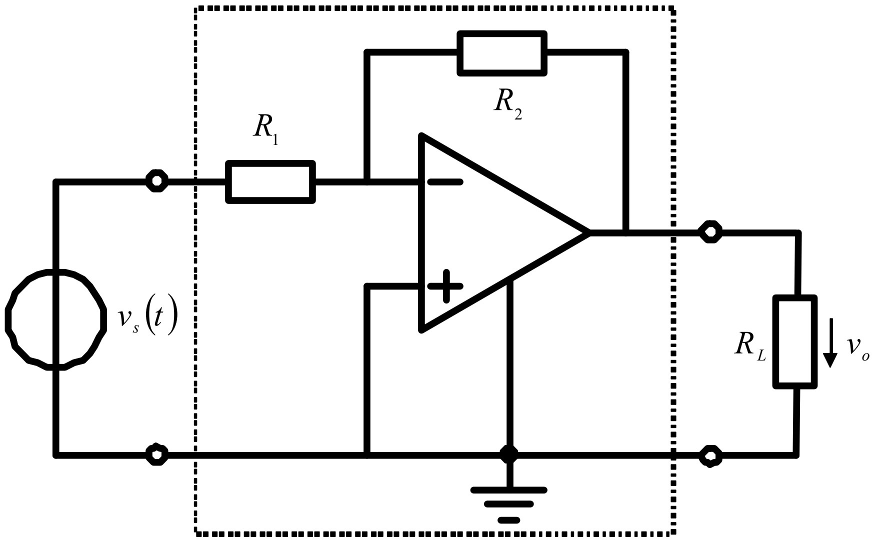
$$= -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1+\frac{1}{A_{v0}}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)} v_s$$

$$\overset{A_{v0}\gg 1+\frac{R_2}{R_1}}{\approx} -\frac{R_2}{R_1} v_s$$

化简的要点

极致化处理

找到主项



$$v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_s$$

$$\left(R_{in} = \infty, R_{out} = 0, A_{v0} = \infty\right)$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_s} = -\frac{R_2}{R_1}$$

运算放大器参量：

输入电阻无穷大
输出电阻为**0**
电压增益极大

如果运放输入电阻无穷大，输出电阻为**0**，电压增益无穷大，那么图示虚框内电路就是一个电压增益完全由运放外部网络决定的反相电压放大器：运算放大器名称的来由，可以完成各种运算功能，包括放大、加法、指数、调制、…

3.2 叠加定理

- 叠加定律仅适用于线性电路
  - 在一个电路中，可能有多个独立源同时激励

- 网络**N**是一个线性时不变电阻电路，它内部包含**n**个独立恒压源$\mathbf{v_{s1},\ldots v_{sn}}$和**m**个独立恒流源$\mathbf{i_{s1},\ldots i_{sm}}$，那么该电路中的任意一个支路电压或支路电流都可以表述为如下的线性叠加形式，

$$P_1 v_{s1}(t) + P_2 v_{s2}(t) + \ldots + P_n v_{sn}(t) + Q_1 i_{s1}(t) + Q_2 i_{s2}(t) + \ldots + Q_m i_{sm}(t)$$

  - 其中系数 $\mathbf{P_i(i=1,2,\ldots,n)}$和$\mathbf{Q_j(j=1,2,\ldots,m)}$仅由网络**N**决定，它们和独立源的源电压和源电流大小无关

叠加定理的另外一种表述

- 叠加定理
  - 线性电路中，所有独立源同时激励时所产生的总响应，等于各独立源单独激励时所产生的分响应的代数和
    - 这是由线性系统的均匀性和叠加性所决定的
    - 单独激励：其他源不起作用
      - 独立电压源不起作用：短路处理
      - 独立电流源不起作用：开路处理

$$r = f\left(v_{s1}, i_{s2}, v_{s3}, ..\right)$$

叠加性 $$= f\left(v_{s1}, 0, 0, \ldots\right) + f\left(0, i_{s2}, 0, \ldots\right) + f\left(0, 0, v_{s3}, ..\right) + \ldots$$

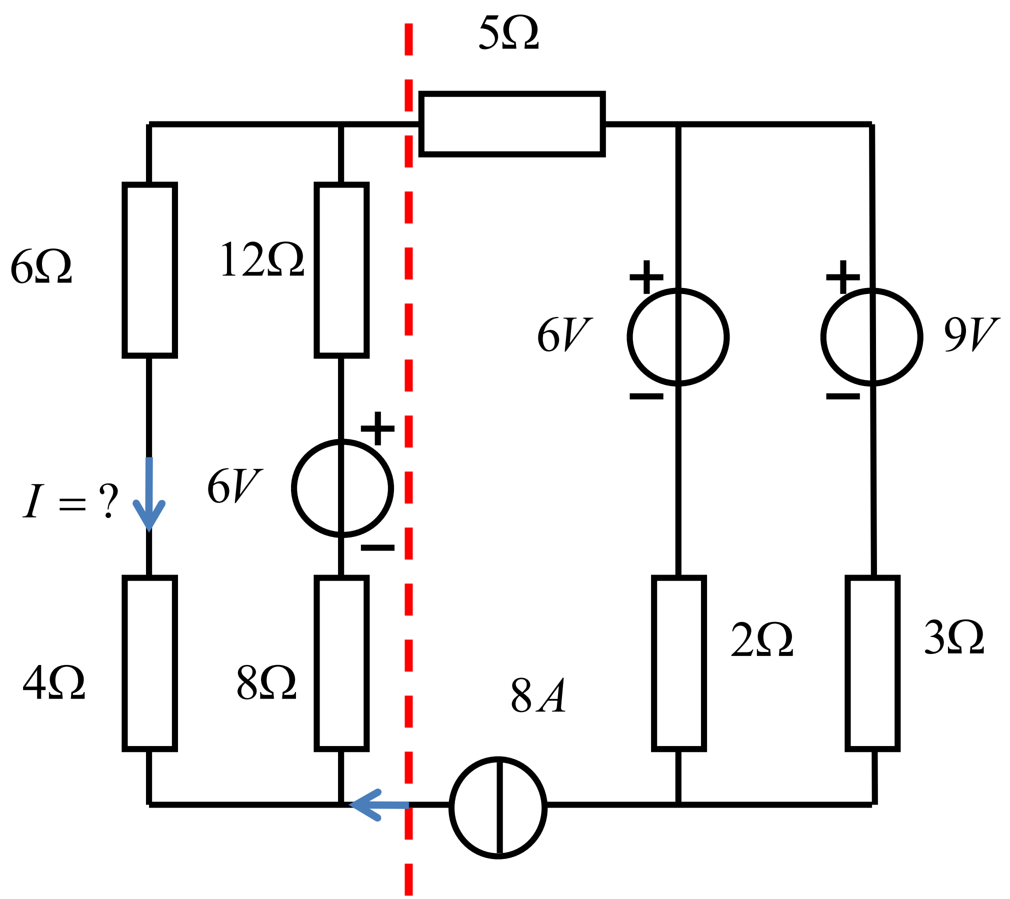
$$= r_1 + r_2 + r_3 + \ldots$$

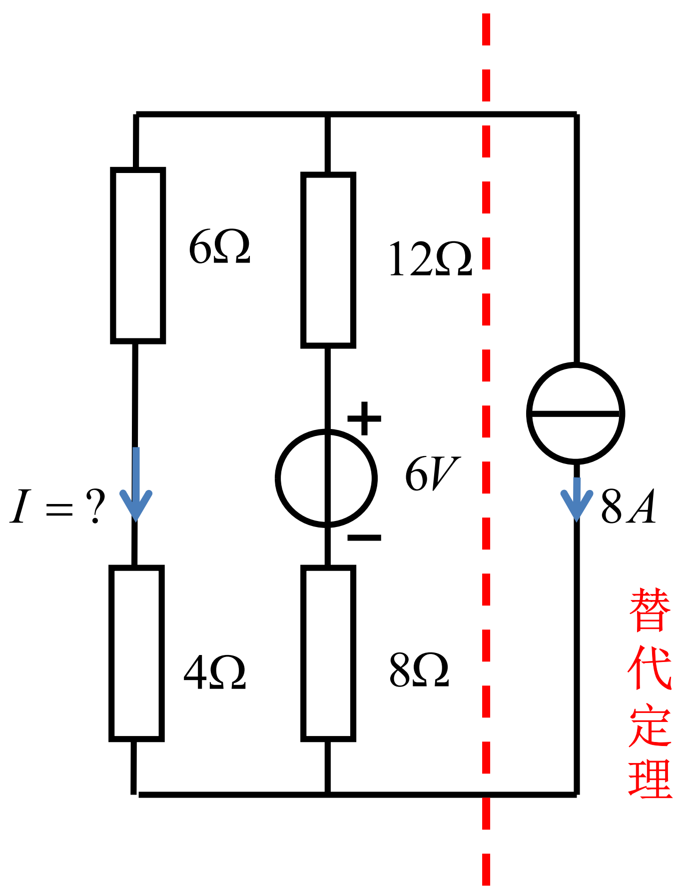
均匀性 $$= f\left(1, 0, 0, \ldots\right)v_{s1} + f\left(0, 1, 0, \ldots\right)i_{s2} + f\left(0, 0, 1, ..\right)v_{s3} + \ldots$$

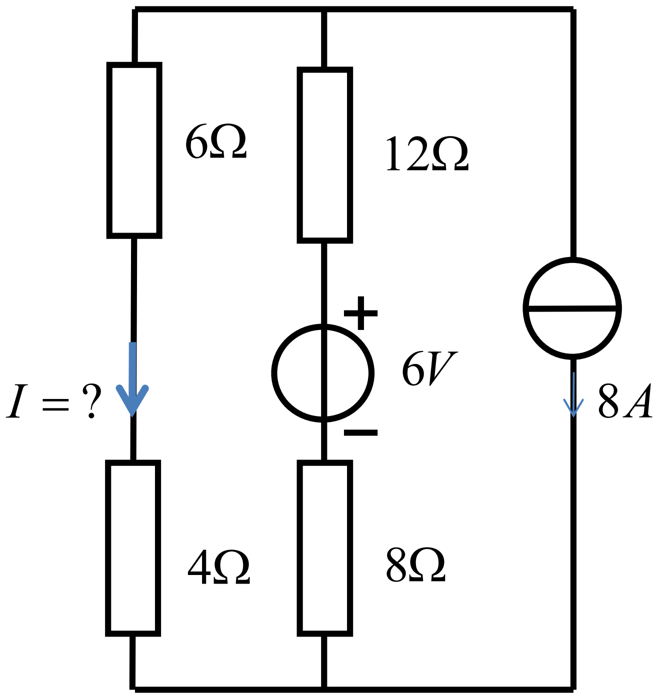
$$= \lambda_1 v_{s1} + \lambda_2 i_{s2} + \lambda_3 v_{s3} + \ldots$$

- 求I=?

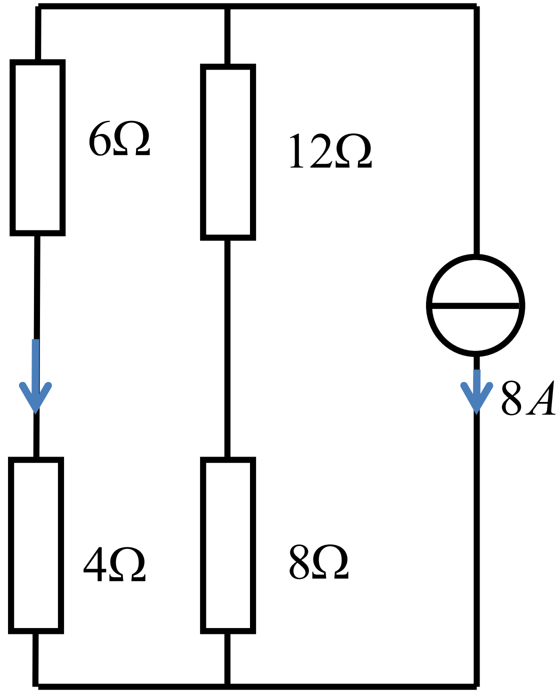
例4







$$I_1 = \frac{\frac{20\cdot 10}{20+10}\cdot(-8)}{10} = -\frac{16}{3}A$$



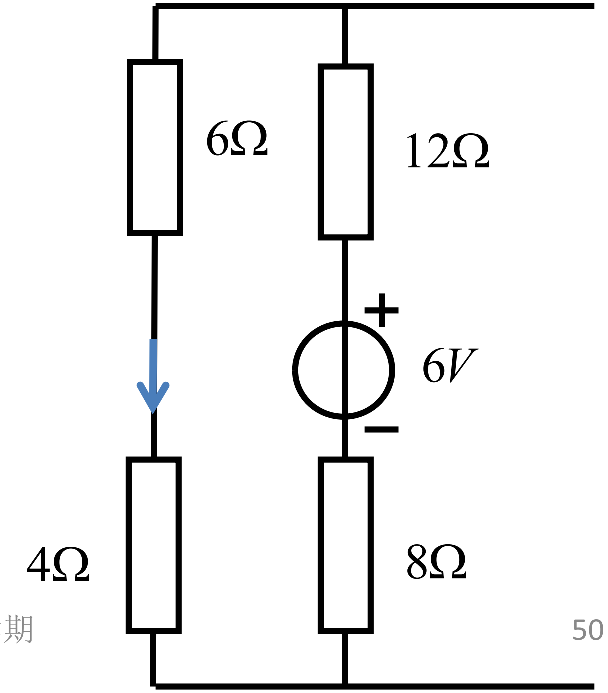
叠加定理

$$I = I_1 + I_2$$

$$= -\frac{16}{3} + \frac{1}{5} = -5.13A$$

$$I_2 = \frac{6}{12+6+4+8}$$

$$= \frac{6}{30} = \frac{1}{5}A$$



本节小结

基尔霍夫电压定律**KVL** 基尔霍夫电流定律**KCL** 广义欧姆定律**GOL**

（**b-n+1**） 端口连接关系描述 （**n-1**） （**b**） 端口电特性描述

支路电压电流法（**2b**）

支路电流法（**b**） 回路电流法（**b-n+1**） 结点电压法（**n-1**）

同一层次的电路方程规模的缩减

分层电路抽象：等效电路法：降低分析复杂度

加流求压/加压求流：等效方法

单端口

二端口

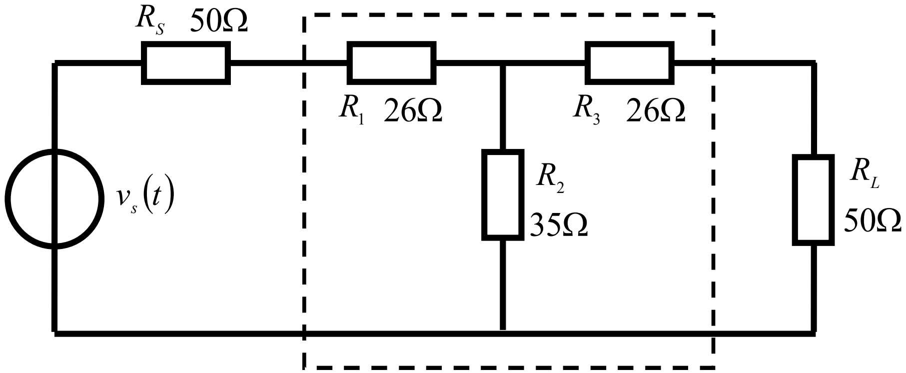
n端口
可以自二端口推广

叠加定理（线性网络）
特勒根定理

替代定理
戴维南-诺顿定理（线性）

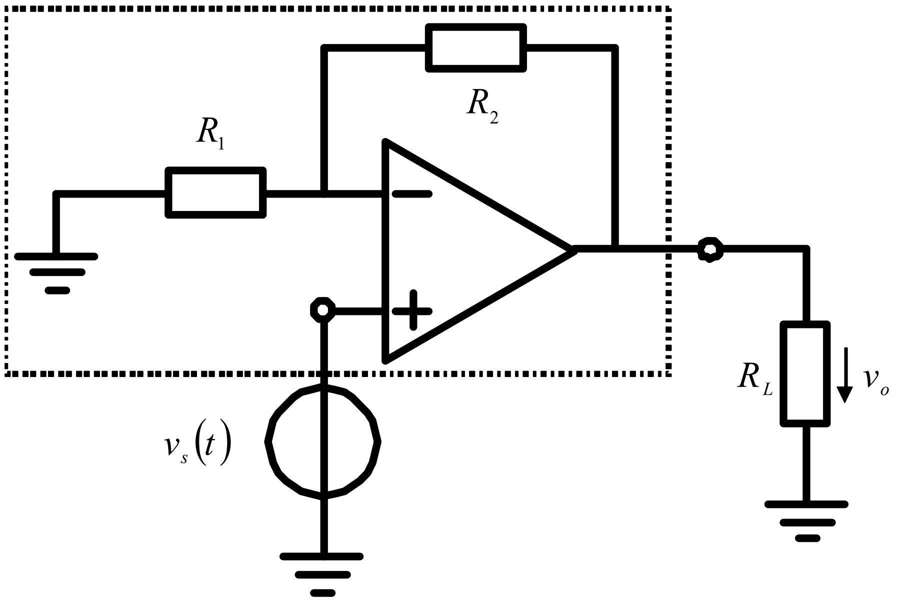
线性二端口网络参量
（戴维南-诺顿定理）
互易定理

作业1：T型电阻衰减网络

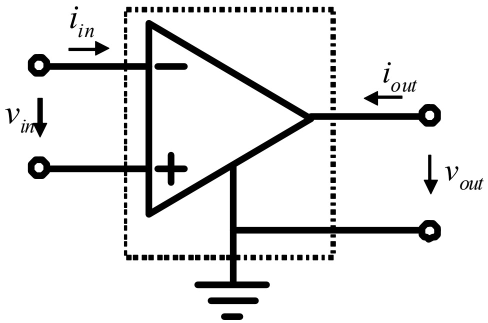


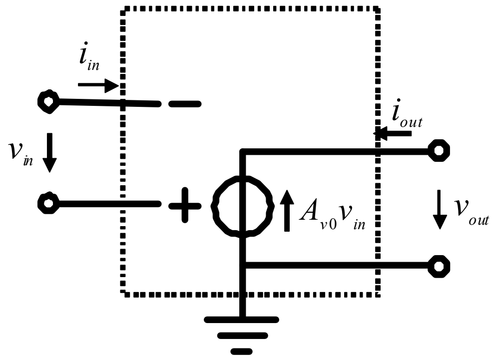
- 用支路电压电流法、支路电流法、回路电流法、结点电压法列写上述电路的电路方程
  - 选取其中的一种方法，矩阵求逆求解，获得负载电压与源电压之间的比值关系，说明衰减系数为多大

作业2：同相电压放大器



- 用任意方法列写电路方程，求解，分析电路功能
  - 先假设运放存在有限增益，再延拓到无限大增益情况

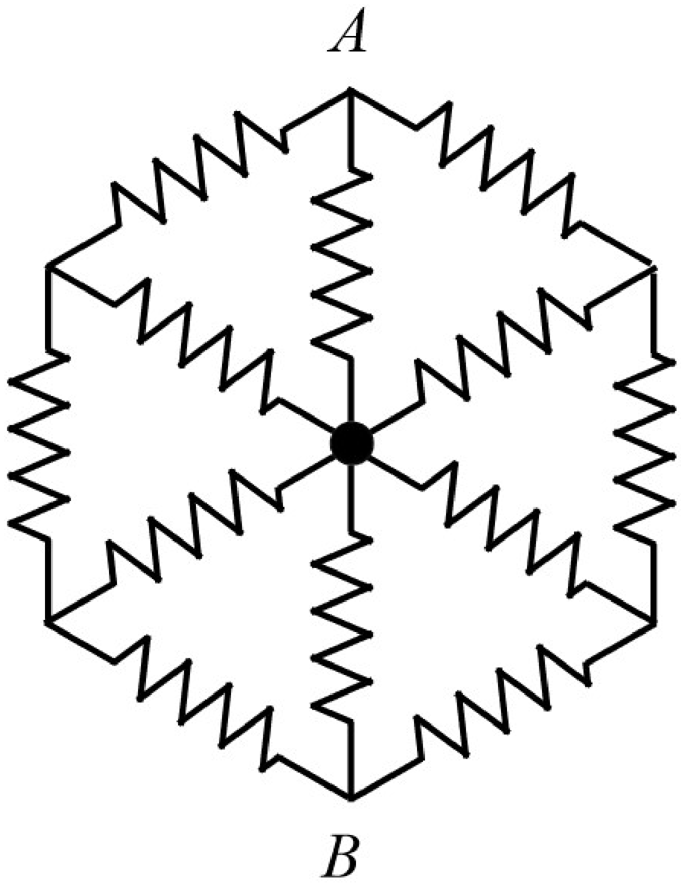




运算放大器参量：

输入电阻无穷大
输出电阻为**0**
电压增益极大

作业3 求电阻



求如图所示电路A、B结点间的电阻。所有电阻均为1Ω。

可以利用对称性减少未知量，

可以用替代定理（短路替代连接等电位点、开路替代无电流连接）切分网络，以简化分析

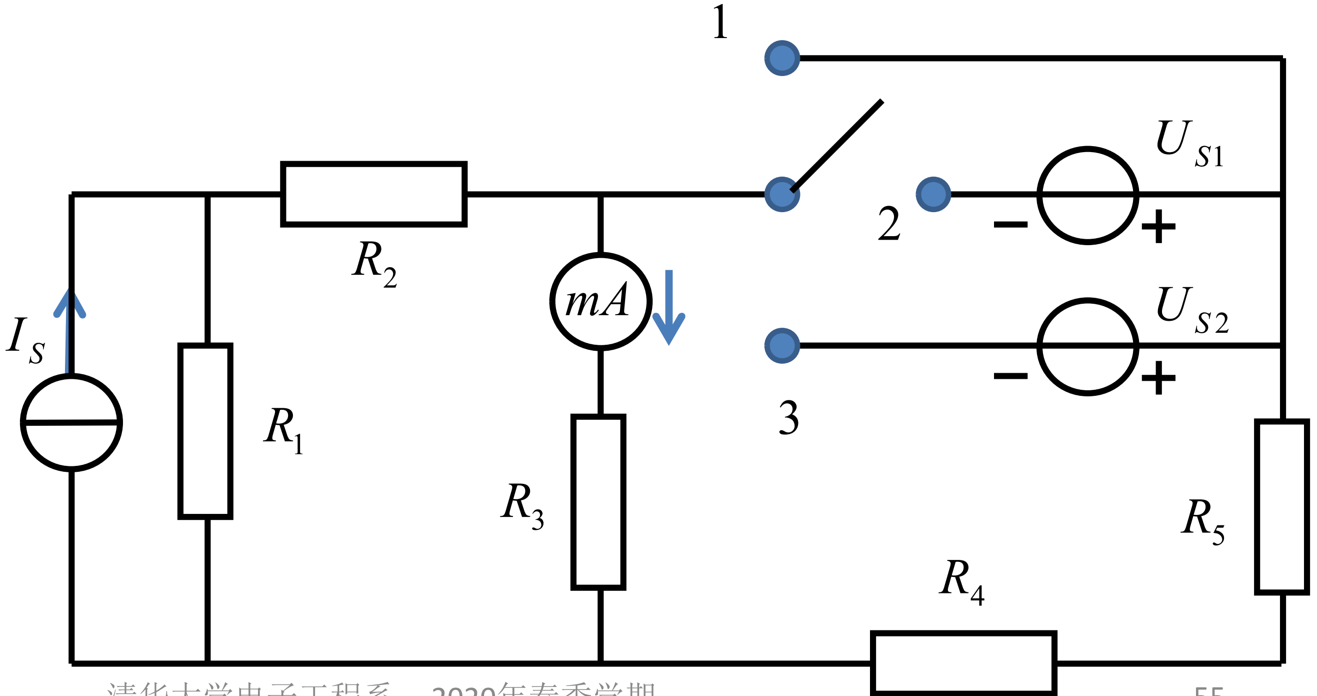
作业4

- 当开关置于位置1时，毫安表读数为40mA，当开关置于位置2时，毫安表读数为-60mA，问：当开关置于位置3时，毫安表读数是多少？
  - 毫安表可视为短路线，毫安表检测该短路线电流并显示出来

$$U_{S1} = 10V$$

$$U_{S2} = 15V$$

- 分析：
- 1、这是线性电路
- 2、有多个源
- 叠加定理可以采用



CAD

- 对如图所示电路，请理论分析并通过**CAD**工具测试其输入电阻，输出电阻和衰减系数，确认两者符合
- 假设输入信号为单频正弦波，测量结点**A**电压 $\boldsymbol{v_A(t)}$，之后把结点**A**左侧电路用恒压源$\boldsymbol{v_A(t)}$替代，验证替代定理，即负载上获得电压并未改变