电子电路与系统基础I

习题课第七讲

第五周作业讲解

李国林　　清华大学电子工程系

互易网络和非互易网络

- **Reciprocal Network and Nonreciprocal Network**

- 激励和响应位置可以互换的二端口网络是互易网络，激励和响应位置不能互换的二端口网络是非互易网络

- 互易网络一般针对线性网络而定义
  - 由线性电阻、线性电容（无初始电压）、线性电感（无初始电流）、传输线等互易元件构成的网络是互易网络

互易定理

$$\frac{-i_{2,short}}{v_{s1}} = -y_{21} = -y_{12} = \frac{-i_{1,short}}{v_{s2}}$$

两个方向的本征跨导增益相同

$$\frac{v_{2,open}}{i_{s1}} = z_{21} = z_{12} = \frac{v_{1,open}}{i_{s2}}$$

两个方向的本征跨阻增益相同

$$\frac{v_{2,open}}{v_{s1}} = g_{21} = -g_{12} = \frac{-i_{1,short}}{i_{s2}}$$

本征电压增益和反向本征电流增益相同

$$\frac{-i_{2,short}}{i_{s1}} = -h_{21} = h_{12} = \frac{v_{1,open}}{v_{s2}}$$

本征电流增益和反向本征电压增益相同

$$\Rightarrow \quad \Delta_T = AD - BC = 1$$

由线性时不变电阻/电容（无初始电压）/电感（无初始电流）构成的网络一定是互易网络

特勒根定理
Tellegen's Theorem

- 对于具有相同拓扑结构的两个电路网络，**N_1**和**N_2**，电路**N_1**的所有支路电压**v_k**和电路**N_2**对应支路电流**i_k**之积的和为零

$$\sum_{k=1}^{b} v_k i_k = 0$$

所有支路电压、电流按端口关联参考方向定义

- 特勒根（**Bernard D.H. Tellegen**）于**1952**发表
  – 特勒根定理是网络理论中最重要的定理之一

特勒根定理

- 特勒根定理可直接由**KVL**和**KCL**推导获得，反之，**KVL**和**KCL**亦可从特勒根定理反推获得，因而它和基尔霍夫定律等价
  - 适用于所有电路网络

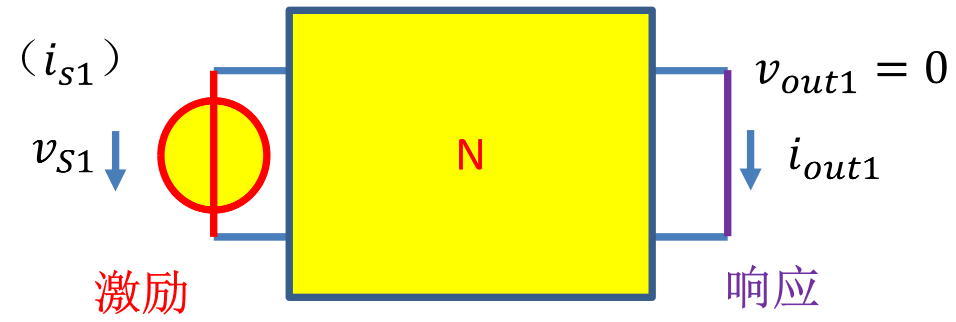
KVL+KCL→TT
KVL+TT→KCL
KCL+TT→KVL

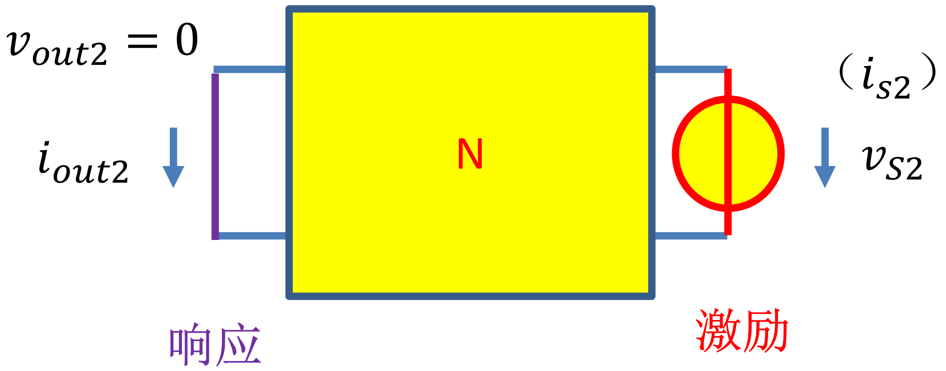
- 如果两个网络完全一致，$\mathbf{N_2}$就是$\mathbf{N_1}$自身，特勒根定理则对应着能量守恒
  - 电路中，元件释放的总功率等于元件吸收的总功率

$$\boxed{\sum_{k=1}^{b} v_k(t) i_k(t) = \sum_{k=1}^{b} p_k(t) = 0}$$

互易网络

- 由线性时不变电阻/电容(无初始电压)/电感（无初始电流）等互易元件构成的网络是互易网络





$$\sum_{k=1}^{b} v_k i'_k + v_{s1} i_{out2} + v_{out1} i_{s2} = 0$$

$$= \sum_{k=1}^{b} z_k i_k i'_k + v_{s1} i_{out2} + v_{out1} i_{s2}$$

$$\sum_{k=1}^{b} v'_k i_k + v_{out2} i_{s1} + v_{s2} i_{out1} = 0$$

$$= \sum_{k=1}^{b} z_k i'_k i_k + v_{out2} i_{s1} + v_{s2} i_{out1}$$

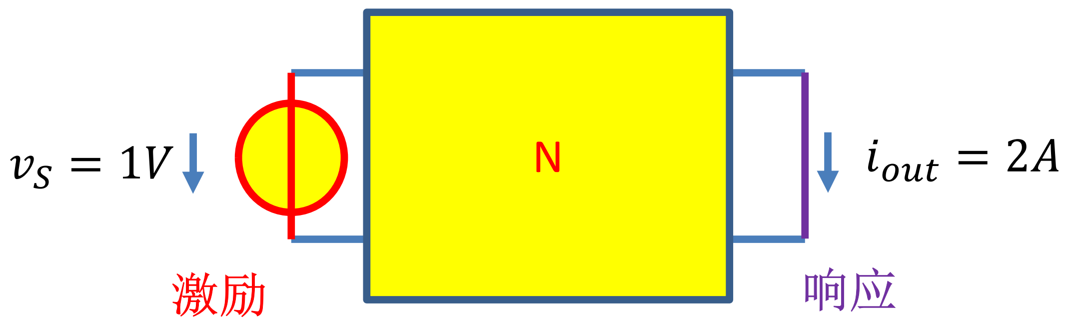
$$v_{s1} i_{out2} + v_{out1} i_{s2} = v_{out2} i_{s1} + v_{s2} i_{out1}$$

$$v_{s1} i_{out2} = v_{s2} i_{out1}$$

$$\frac{i_{out2}}{v_{s2}} = \frac{i_{out1}}{v_{s1}} \qquad -y_{12} = -y_{21}$$

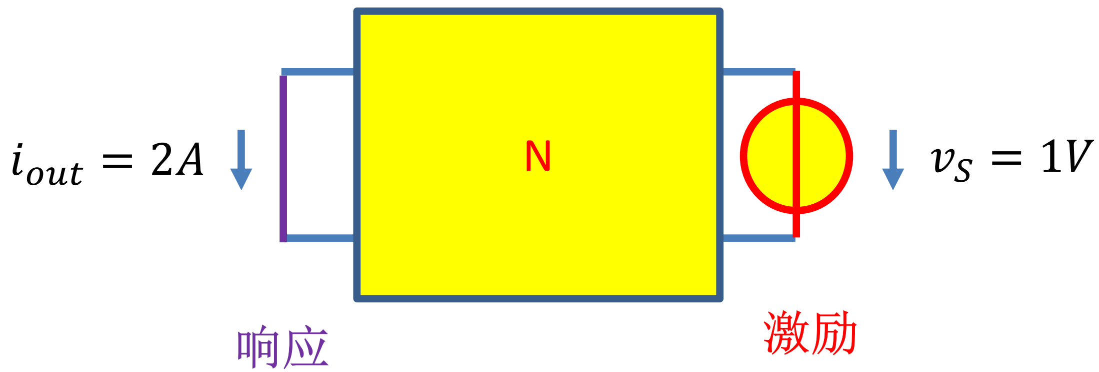
互易网络

- 互易网络，就是激励和响应可以互换位置的电路网络



$y_{21} = -2S$

$y_{12} = y_{21}$

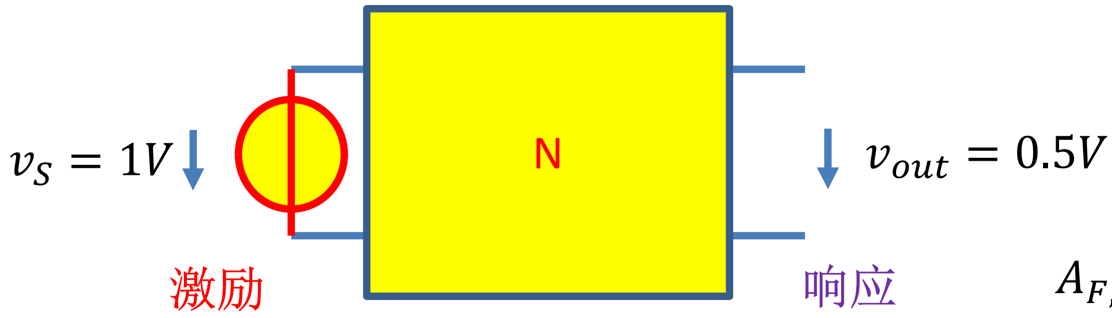


$y_{12} = -2S$

$z_{12} = z_{21}$

互易网络

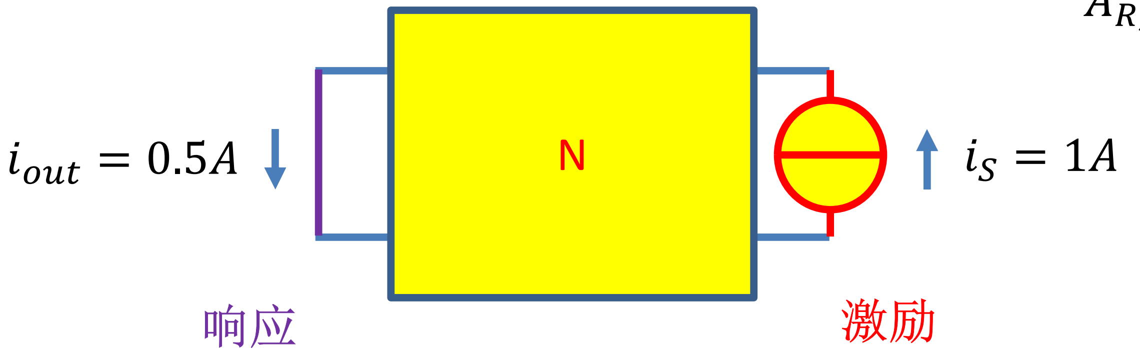
- 互易网络，就是激励和响应可以互换位置的电路网络



$$A_{F,v0} = g_{21} = 0.5$$

$$g_{21} = -g_{12}$$

$$A_{R,i0} = -g_{12} = 0.5$$



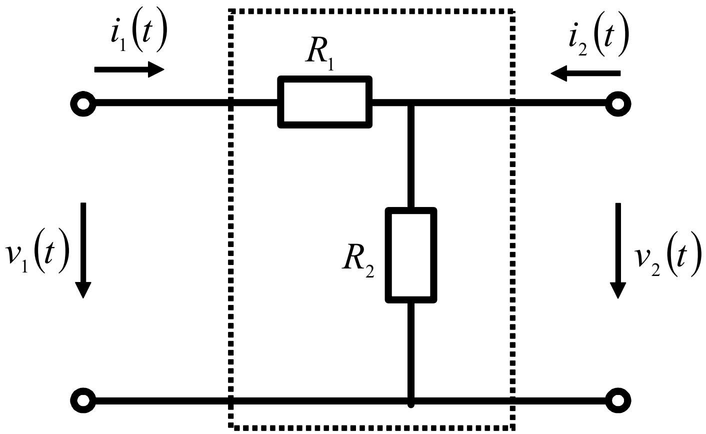
$$h_{12} = -h_{21}$$

对称网络

$z_{12} = z_{21}$

$z_{11} = z_{22}$

- 从两个端口看入没有区别的二端口网络是对称网络
  - 对称一定互易，互易未必对称



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

放大器一般是非互易网络

- 信号放大：能量转换
  - 电压、电流、功率等放大
    - 从有源性上考察：$P_\Sigma<0$或$G_{p,max}>1$：留作作业证明
      - 第4章研究如何将直流能量转换为交流能量

Amplifier

Voltage Amplifier

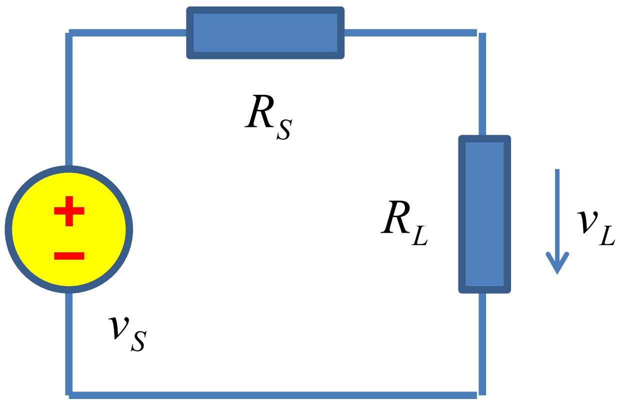
Current Amplifier

- 信号缓冲：基本放大器的单向性
  - 隔离源和负载
    - 电压缓冲器：电压增益为1的压控压源：电压跟随器
    - 电流缓冲器：电流增益为1的流控流源：电流跟随器

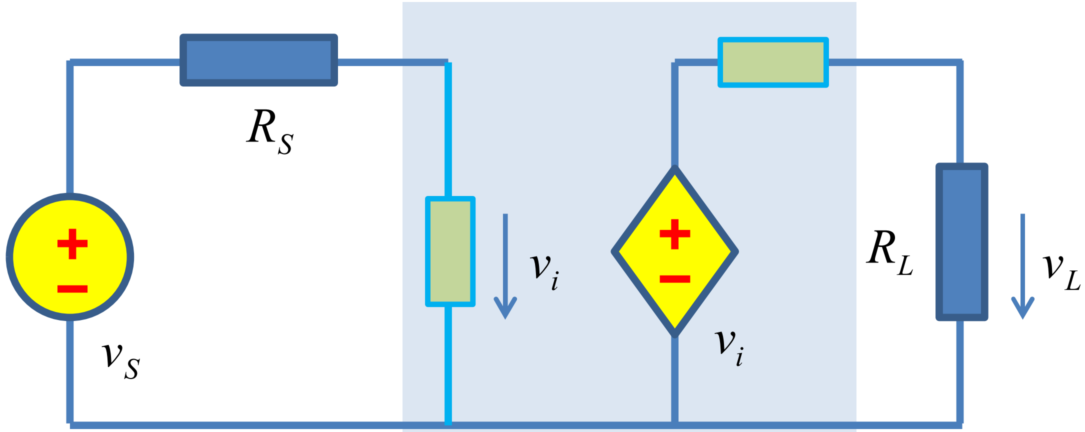
Follower

Buffer　一般默认缓冲器增益为1；增益不为1，也可称缓冲，因为起到缓冲隔离作用

- 信号线性转换：线性描述关系
  - 电压转电流　linear VI converter　Trans-conductance Amplifier
    - 压控流源
  - 电流转电压　linear IV converter　Trans-impedance Amplifier
    - 流控压源



分压，非线性失真，重载



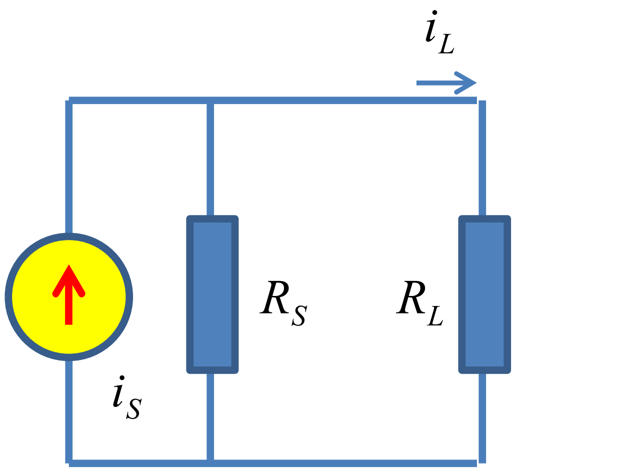
全压，非线性失真很小

$R_i >> R_S, R_o << R_L$ $v_L \approx v_S$ $\mathbf{g} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

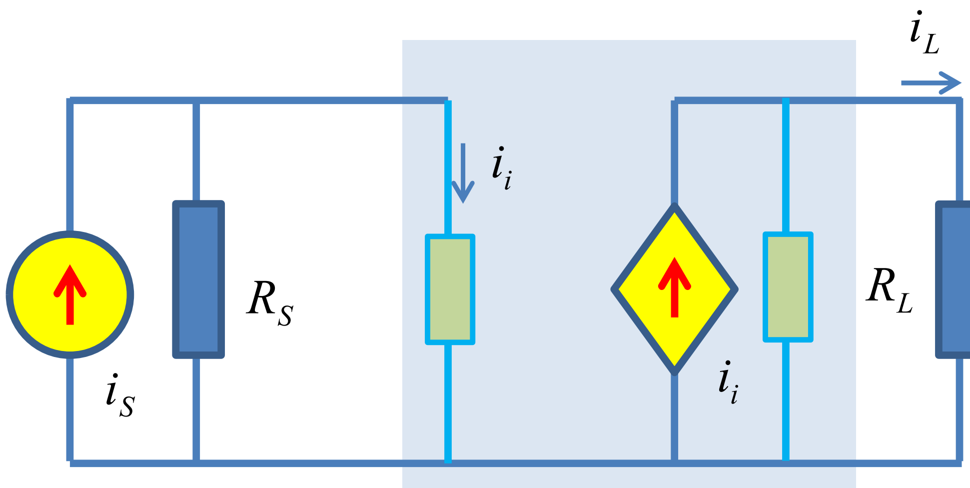
缓冲器

电压缓冲器：电压增益为1的接近理想压控压源的电压放大器

电流缓冲器：电流增益为1的接近理想流控流源的电流放大器



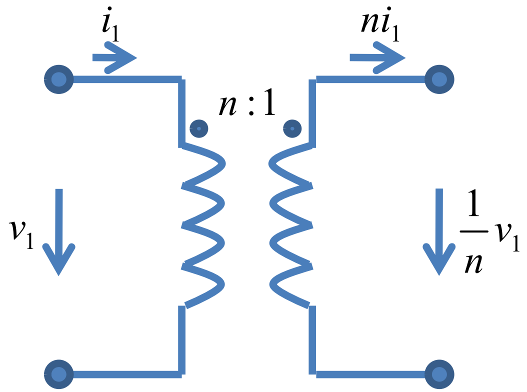
分流，非线性失真，重载



全流，非线性失真很小

$R_i << R_S, R_o >> R_L$ $i_L \approx i_S$ $\mathbf{h} \approx \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

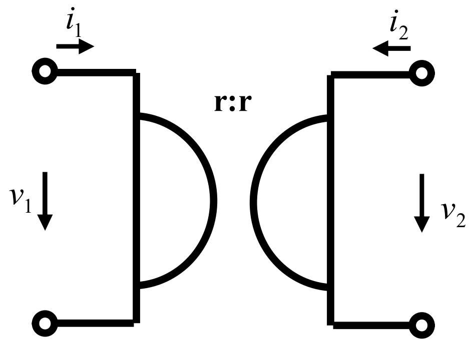
互易和非互易无损二端口网络



存在**hg**（互易无损），无**zy**表述

$$\mathbf{h}=\begin{bmatrix}0 & n\\ -n & 0\end{bmatrix}$$

同属性变换
电阻变电阻，RLC串联变RLC串联

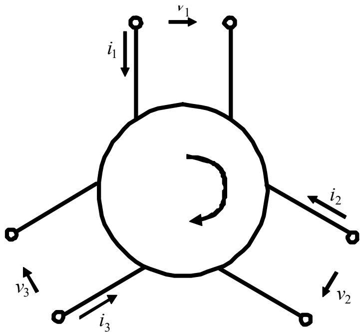


存在**zy**（非互易无损），无**hg**表述

$$\mathbf{z}=\begin{bmatrix}0 & -r\\ r & 0\end{bmatrix}$$

对偶变换
电阻变电导，电容变电感
RLC串联变GCL并联（RLC并联）

理想环行器是非互易无损网络



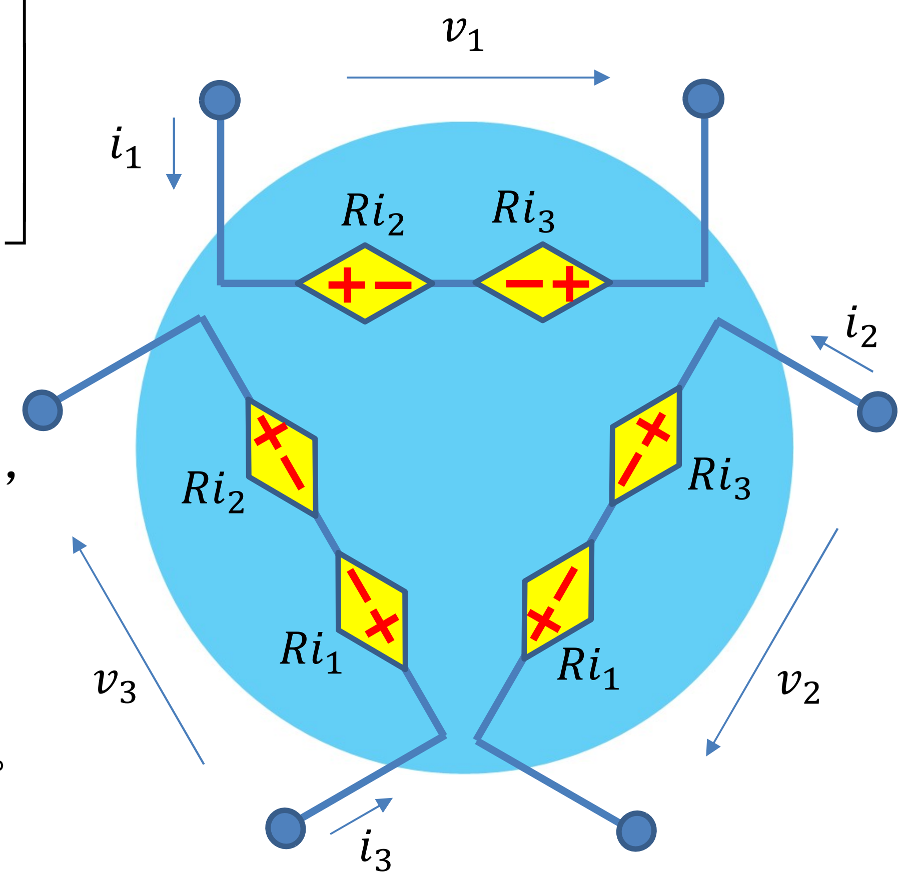
s参量是有载参量，zyhg是无载（短路开路）参量

$$
\mathbf{z}=\begin{array}{c}\left[\begin{array}{c:c:c} 0 & R & -R \\ -R & 0 & R \\ R & -R & 0 \end{array}\right] \\ \begin{array}{ccc} \text{端口1加源测试} & \text{端口2加源测试} & \text{端口3加源测试} \end{array}\end{array}
$$

端口2开路，端口3开路，端口1加恒流源i_s，端口1电压为0，故而z_{11}=0；端口2开路电压为-R*i_s，故而z_{21}=-R；端口3开路电压为R*i_s，故而z_{31}=R。

…

此为三个端口均开路时测得的开路参量z参量



$$
\mathrm{s}=\begin{array}{c}\left[\begin{array}{c:c:c} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{array}\right] \\ \begin{array}{ccc} \text{端口1加源测试} & \text{端口2加源测试} & \text{端口3加源测试} \end{array}\end{array}
$$

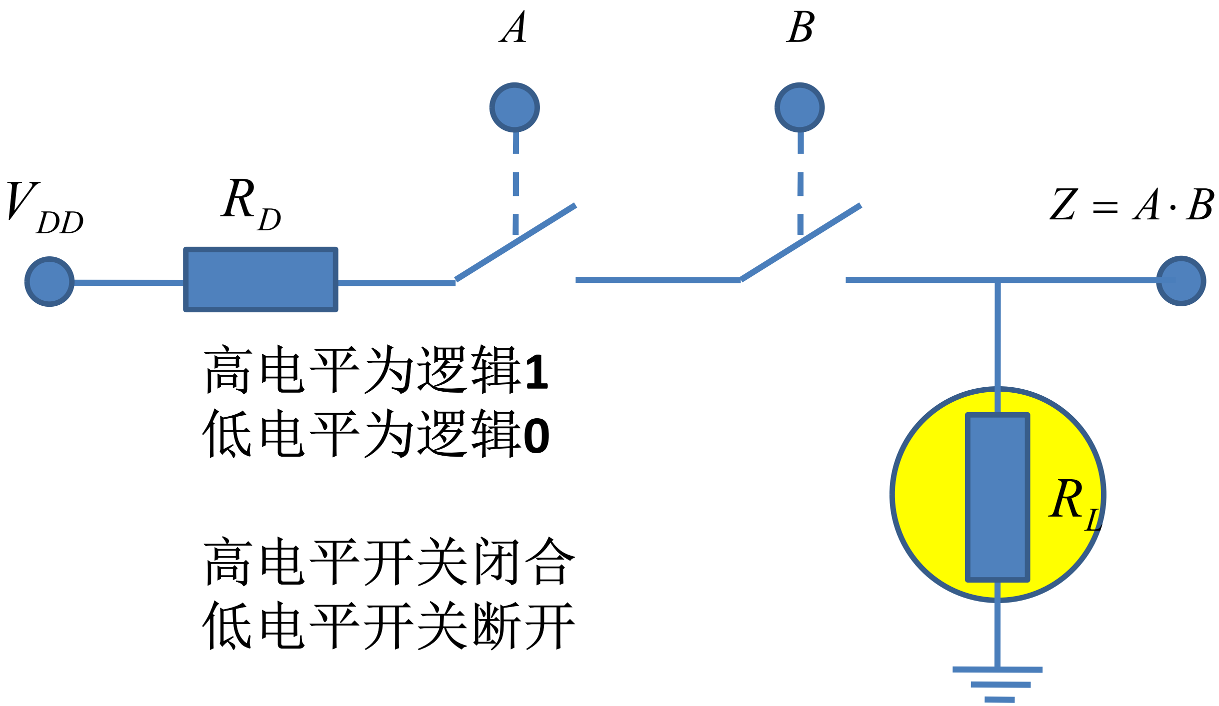
端口1加源（v_s,Z_0），端口1匹配无反射，s_{11}=0；功率全部传输至端口2，被端口2匹配负载Z_0吸收，由于存在电压反相，故而s_{21}=-1；端口3没有功率到达，故而s_{31}=0。

…

此为三个端口均端接匹配负载情况下的s参量

作业1：用开关实现逻辑与/或/非运算

- 开关闭合时等效电阻为零，开关断开时等效电阻为无穷。如图所示，说明该电路实现的是逻辑与功能
  - 请设计逻辑或、逻辑非功能



高电平为逻辑1
低电平为逻辑0

高电平开关闭合
低电平开关断开

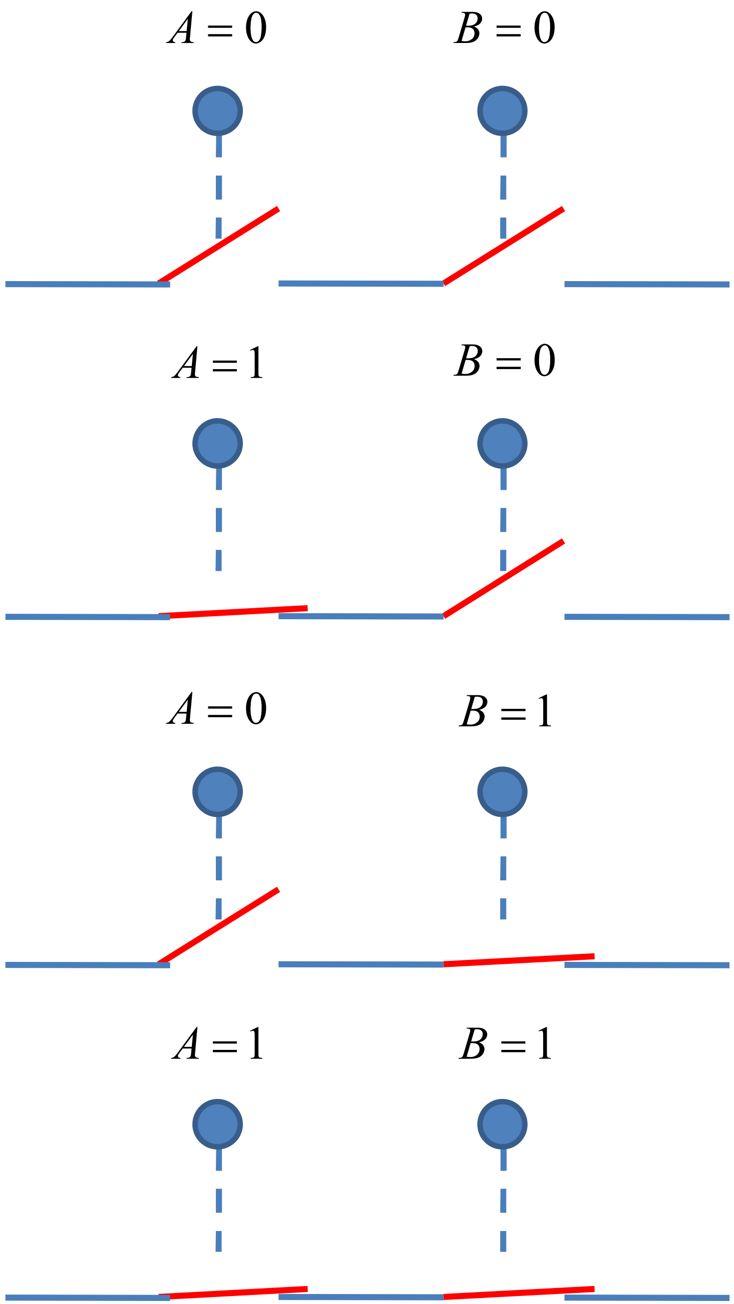
灯泡亮为逻辑1
灯泡灭为逻辑0

A	B	Z=AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	Z=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	Z=$\overline{A}$
0	1
1	0

开关串联与运算



$$R = R_1 + R_2$$

有一个是开路（无穷大电阻），则整体行为就是开路（无穷大电阻）

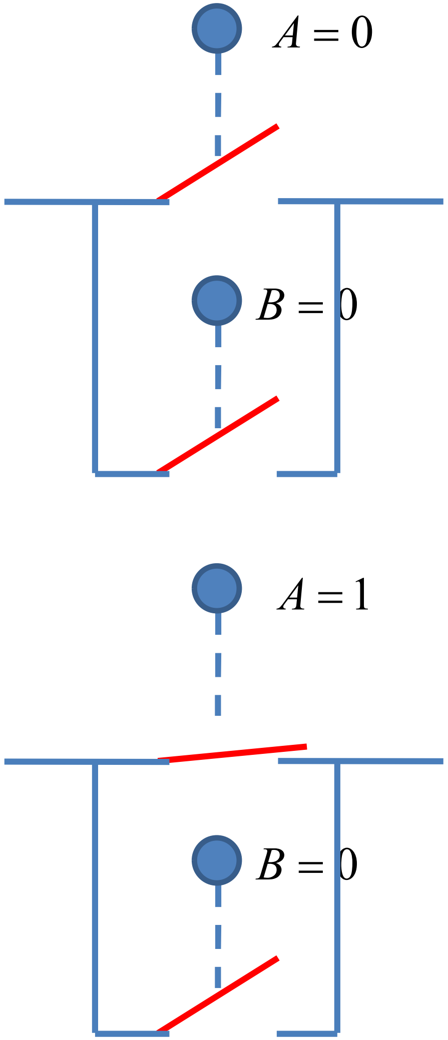
只有两个都闭合（零电阻），整体行为则是短路（零电阻）

短路则形成闭合回路，灯泡点亮，输出逻辑1：与运算

A	B	Z=AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

开关并联或运算

$$G = G_1 + G_2$$



有一个是短路（无穷大电导），则整体行为就是短路（无穷大电导）

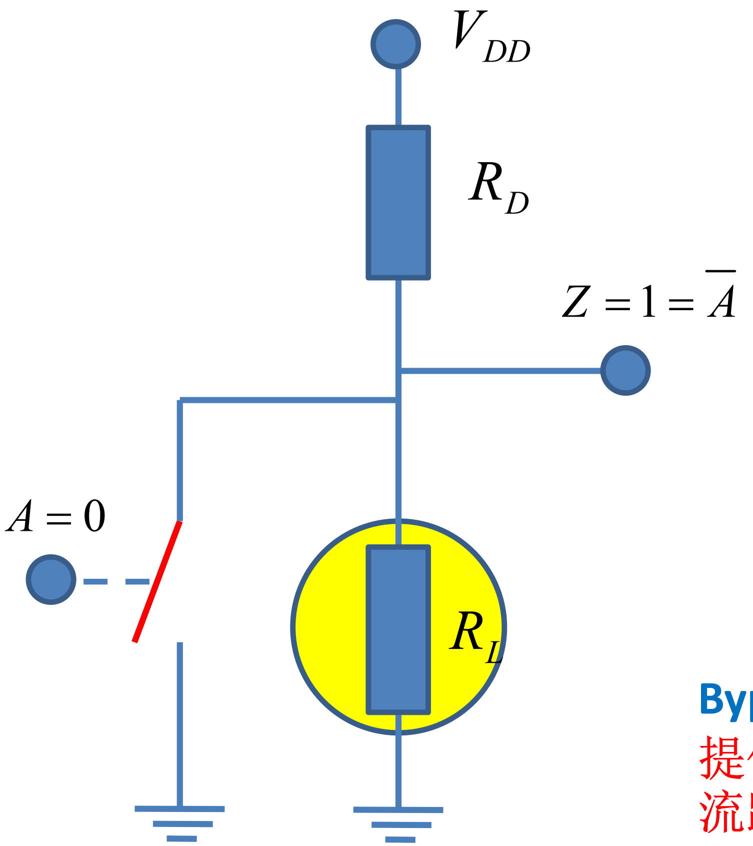
只有两个都断开（零电导），整体行为则是开路（零电导）

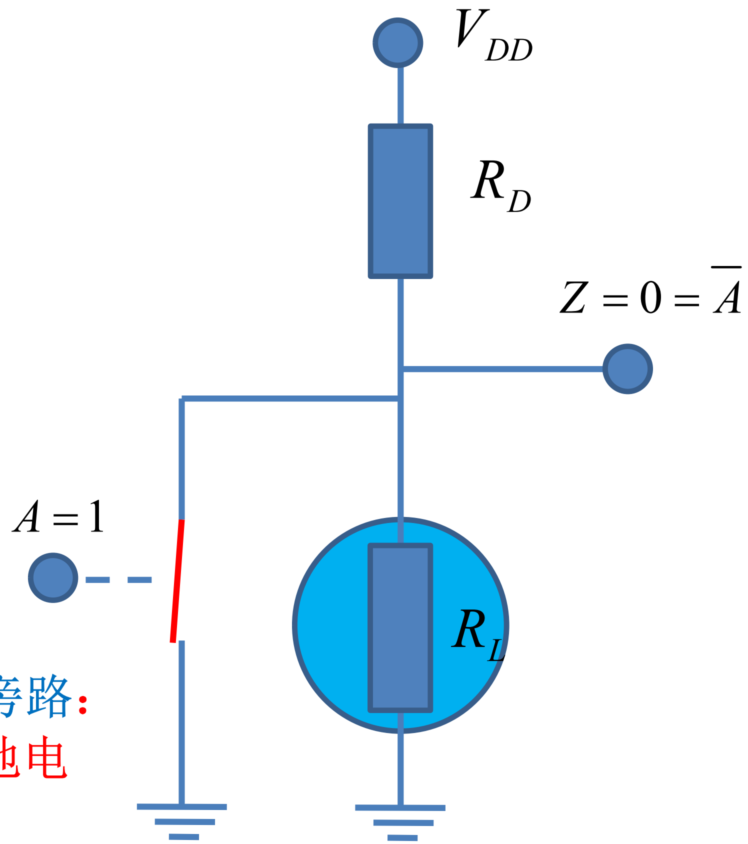
短路则形成闭合回路，灯泡点亮，输出逻辑1：或运算

A	B	Z=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

开关旁路非运算

A	Z=A
0	1
1	0





Bypass 旁路：
提供接地电流路径

数字门电路

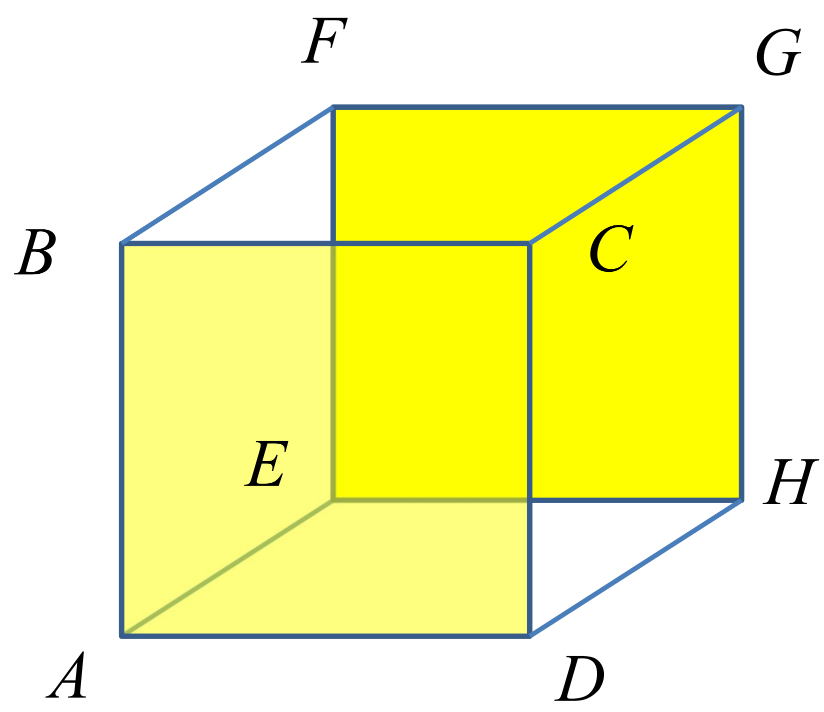
- 与、或、非运算是数字逻辑的基本运算

- 通过开关的串联、并联和旁路，实现与、或、非逻辑运算

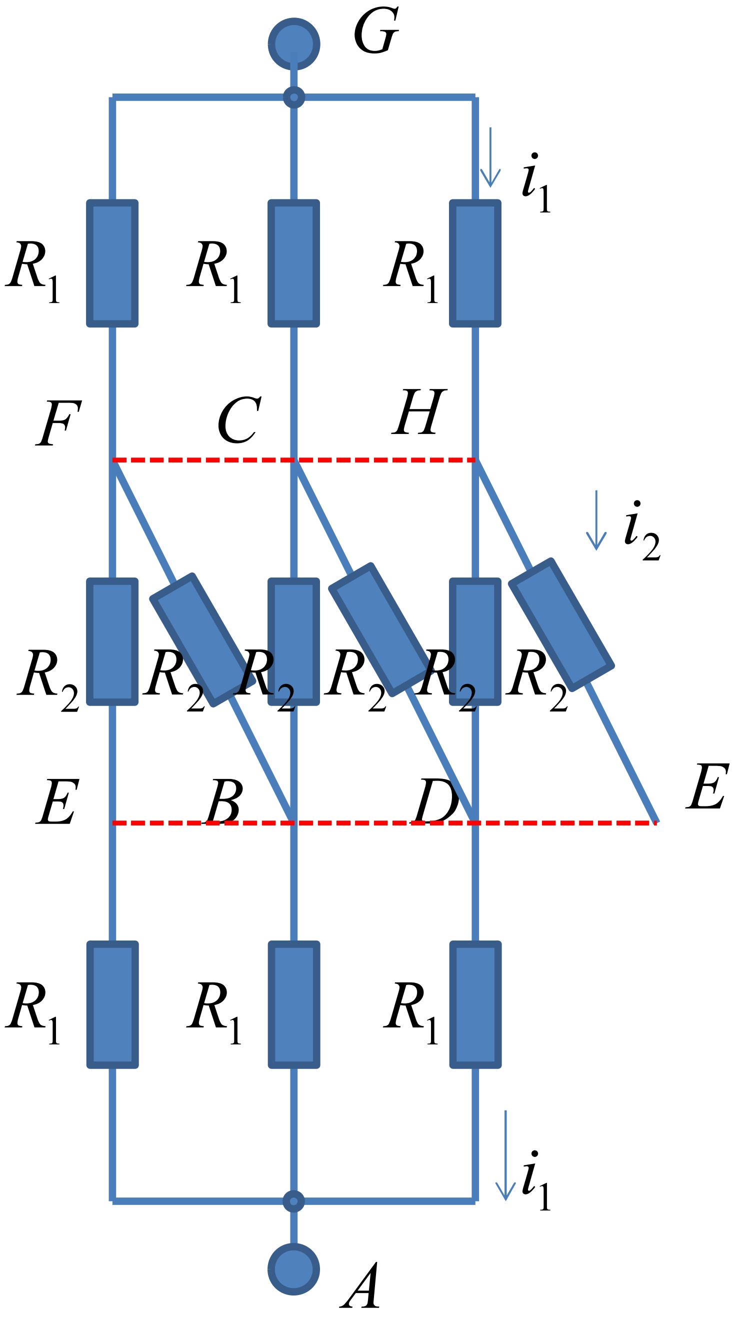
- 开关需要非线性电阻实现
  - 晶体管、二极管、…
    - 第4章讨论非线性电阻电路
    - 第7章（下学期）讨论数字电路设计

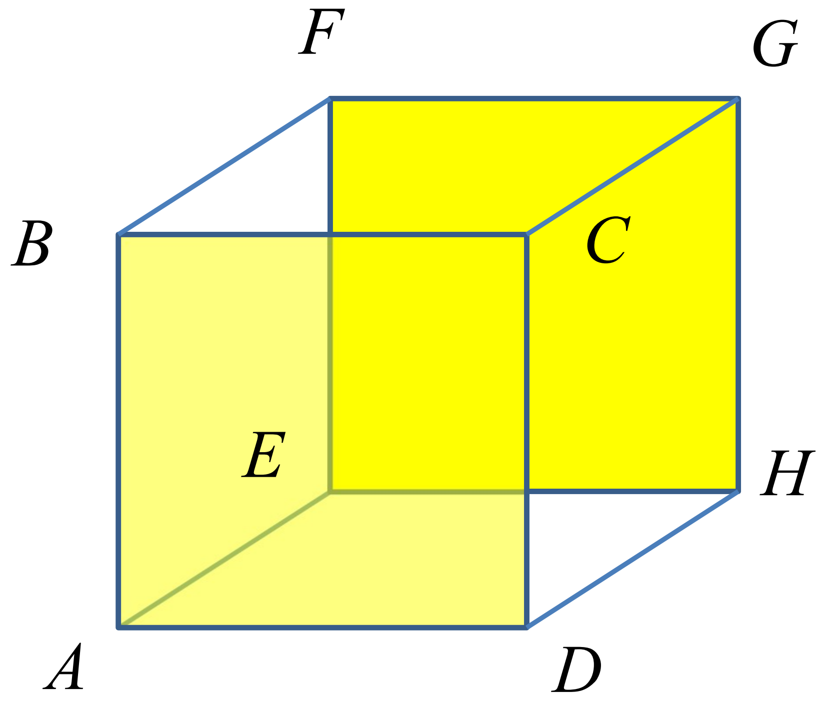
作业2 直观的理解力

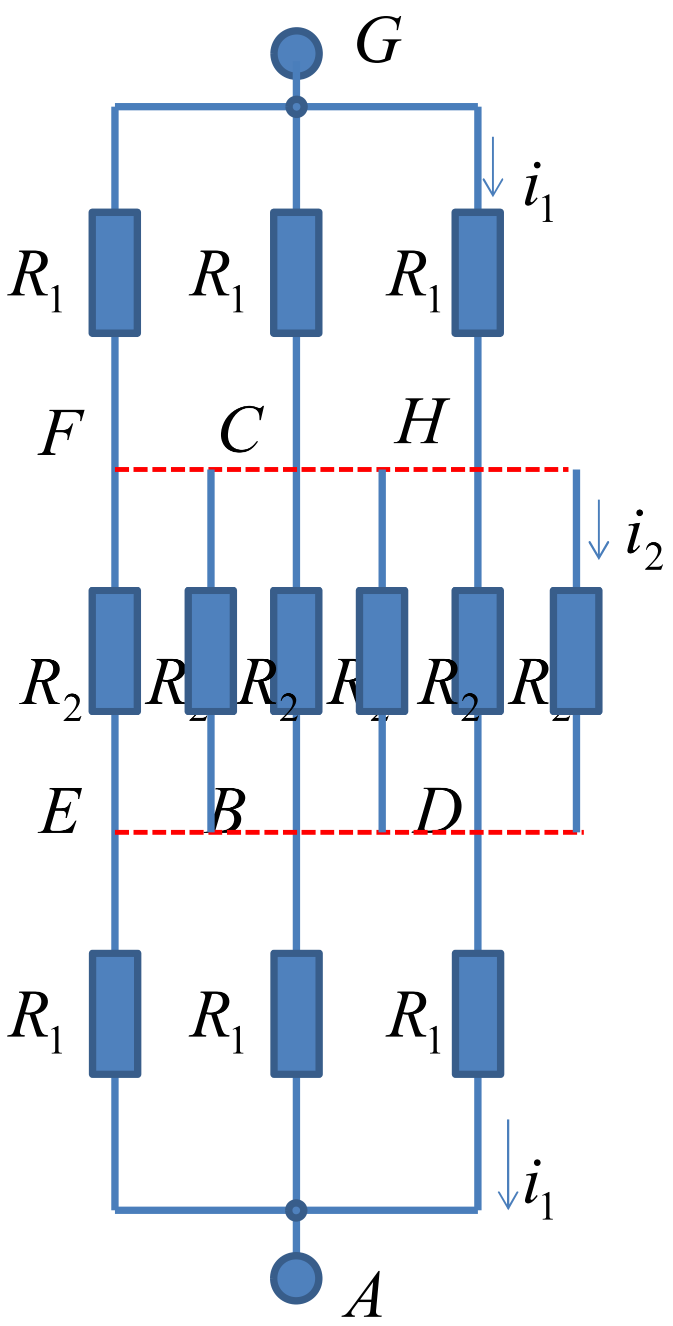
- 这是一个立方体盒子，每条边为一根金属丝电阻，现希望在对角顶点**AG**两端加上一个电源电压，立方体的**12**条边上有相同的热量发出，用于加热这个盒子内部空间。请问**12**条边上的电阻阻值具有什么样的关系才能达到热量均匀分布**12**条边的设计目标？你是如何直观地分析出这个结论的？
  - 如果不能直观分析，请列出数学表达式证明你的结论或推导出你的结论。
  - 假设**AG**两端所加电压为**220V**$_{rms}$交流电，从**A**到**G**为一个**1kW**的加热器，则**12**条边上的具体电阻阻值为多大？



拓扑结构
对称性







对称性

电流一分为二

$$i_1 = 2i_2$$

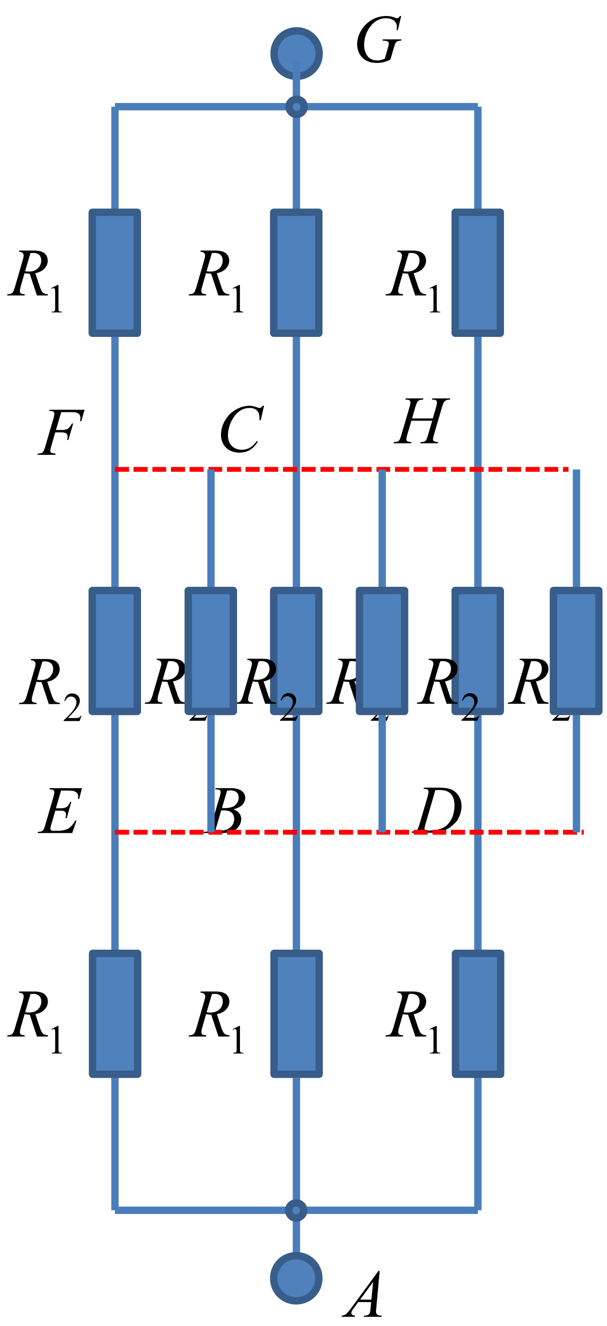
释放相同的热量：吸收相同的电功率

$$P = I_{1,rms}^2 R_1$$

$$= I_{2,rms}^2 R_2 = \frac{1}{4} I_{1,rms}^2 R_2$$

$\Rightarrow$ $R_2 = 4R_1$

直观解释：电流为**1/2**，电阻必须**4**倍才具有相同的功耗



$$R=\frac{1}{3}R_1+\frac{1}{6}R_2+\frac{1}{3}R_1$$

$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}R_2+\frac{1}{6}R_2+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}R_2=\frac{1}{3}R_2$$

$$P=\frac{V_{rms}^2}{R}=1kW=\frac{220^2}{\frac{1}{3}R_2}$$

$$R_2=3\times\frac{220^2}{1000}=145.2\Omega$$

$$R_1=\frac{1}{4}R_2=36.3\Omega$$

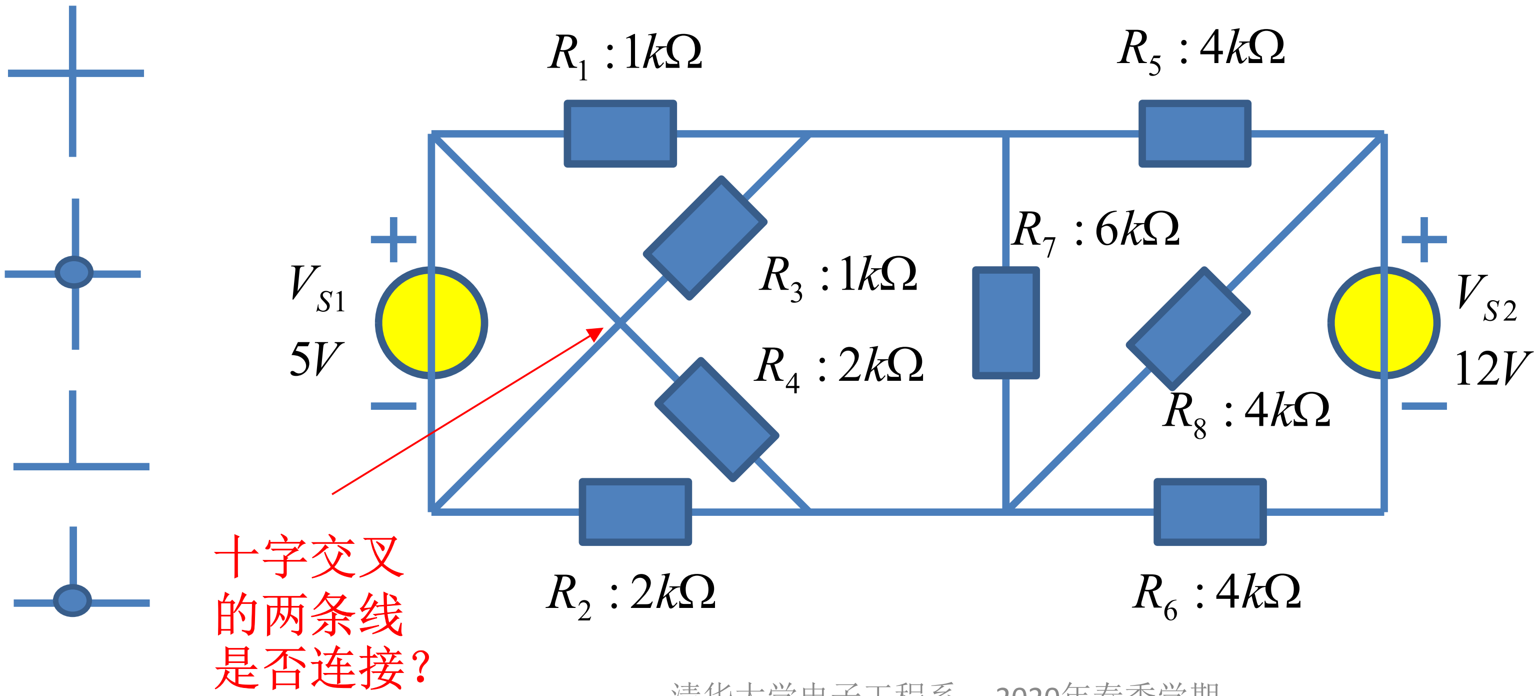
短路、开路替代的应用

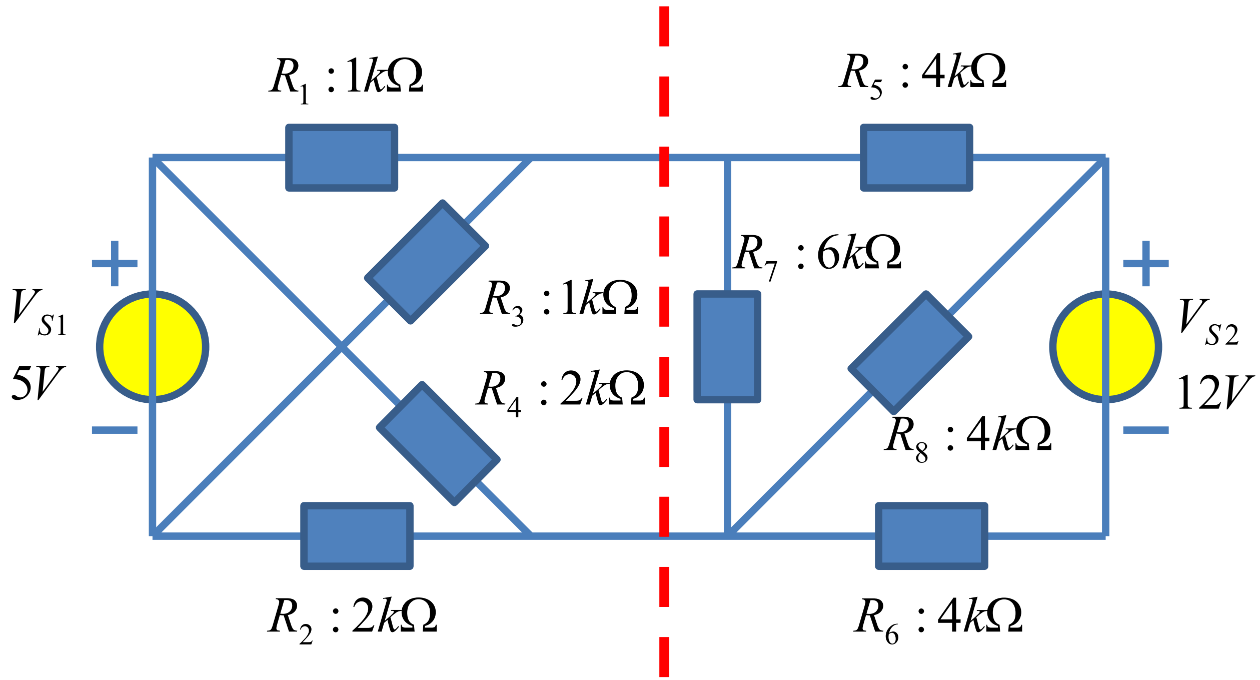
- 电路如果具有某种对称结构、或平衡结构（如电桥），则可直接给出短路、开路替代，简化电路分析
  - 开路两点电压相等可短路替代
  - 短路两点电流为零可开路替代

  - 理想运放输入端只能‘虚短’，不能用短路线替代，原因在于短路替代后可能存在短路电流，不满足‘虚断’特性

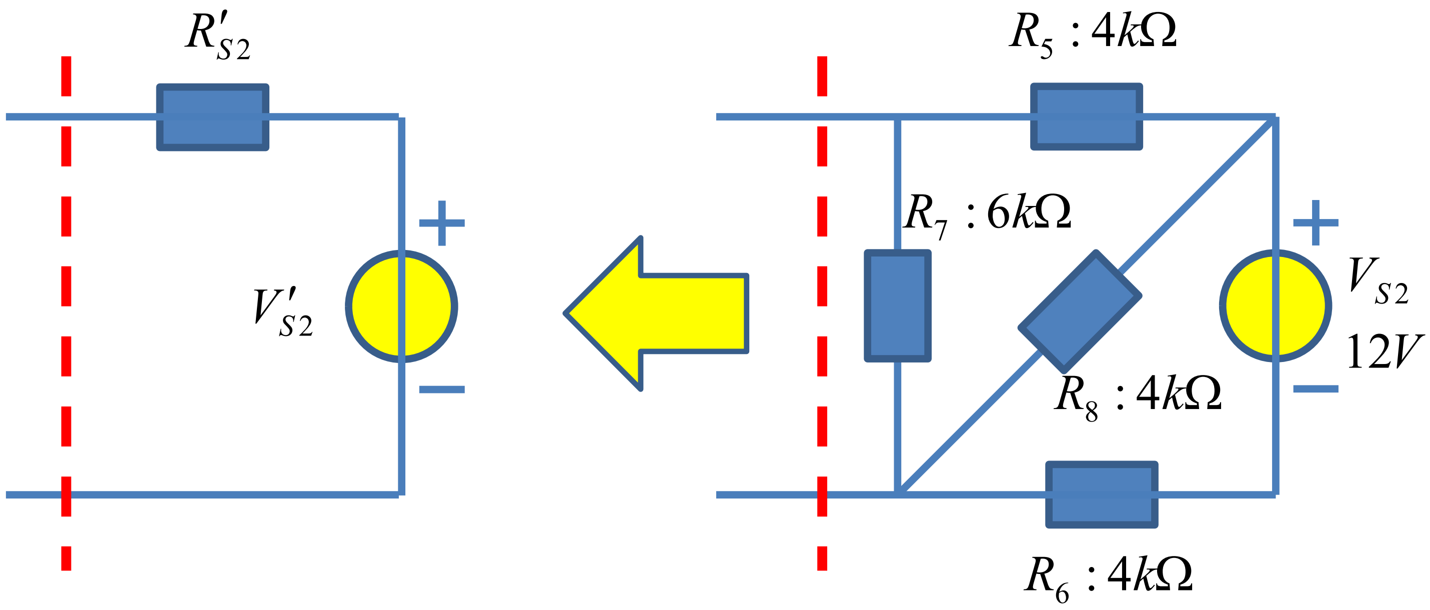
作业3：电路定理的运用练习

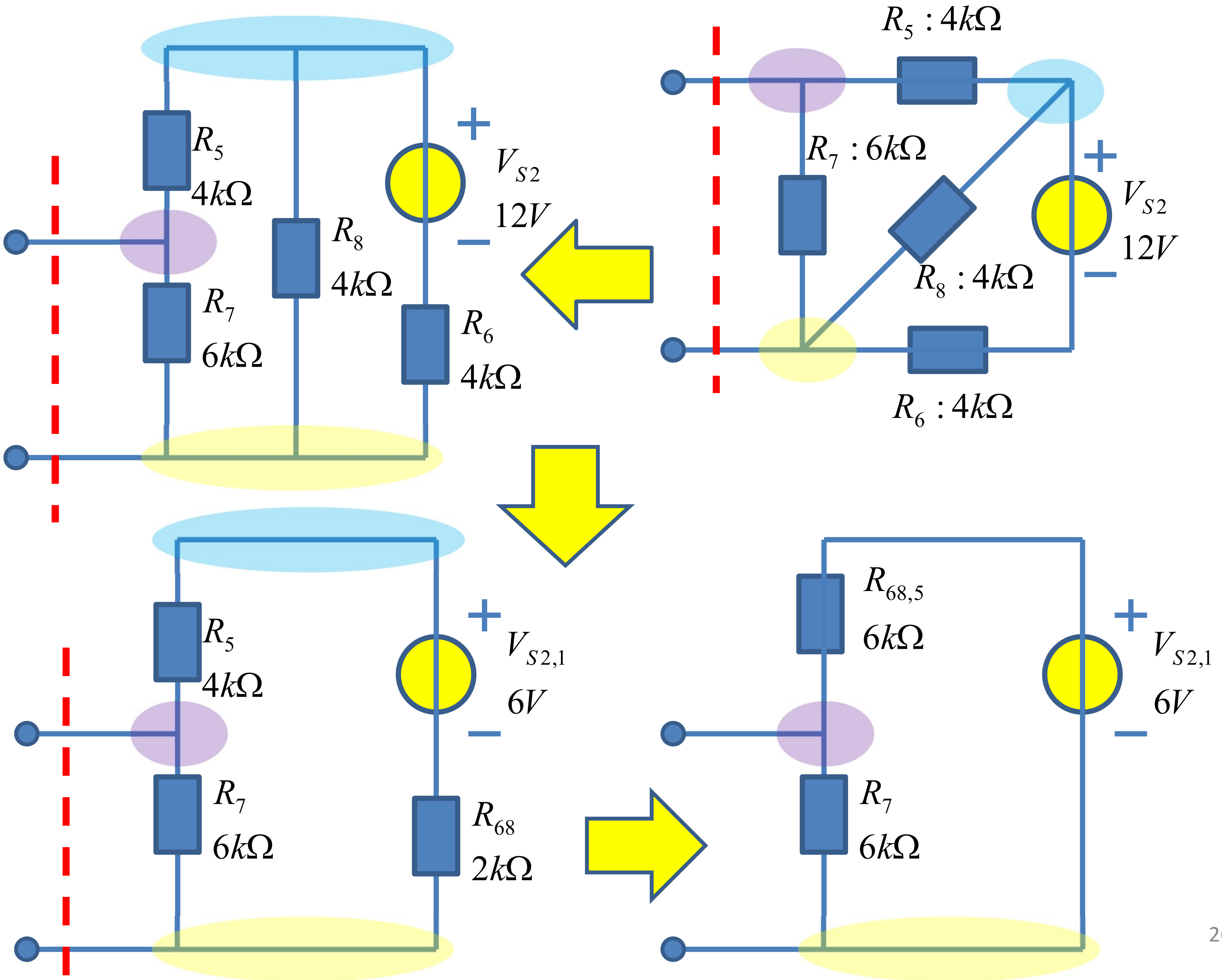
- 求图示电路中流过两个电压源的电流
  - 方法不限，随意解决，方法越多越好
    - 尽量利用电路定理
    - 自行研究：比较哪种方案更好

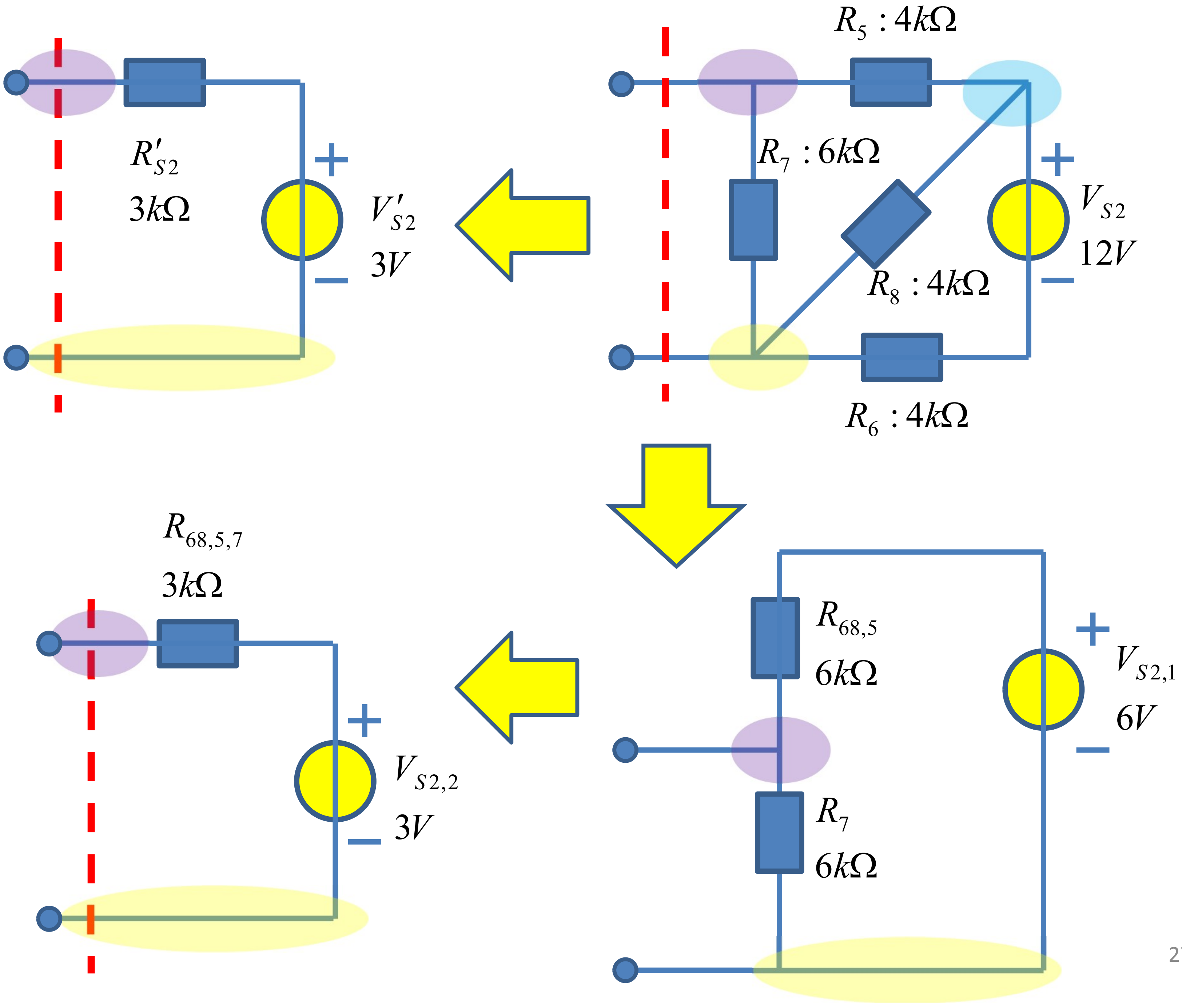




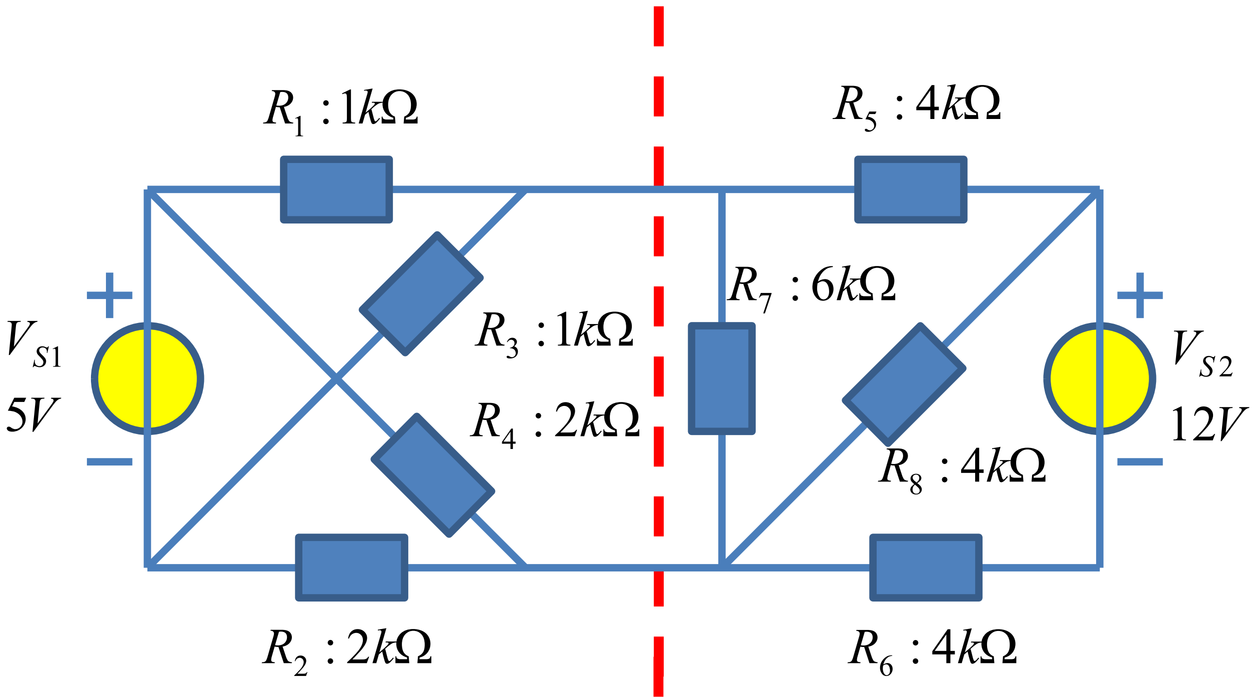
如果求V_{s1}上的电流，则可以变化除了V_{s1}支路之外的任何电路



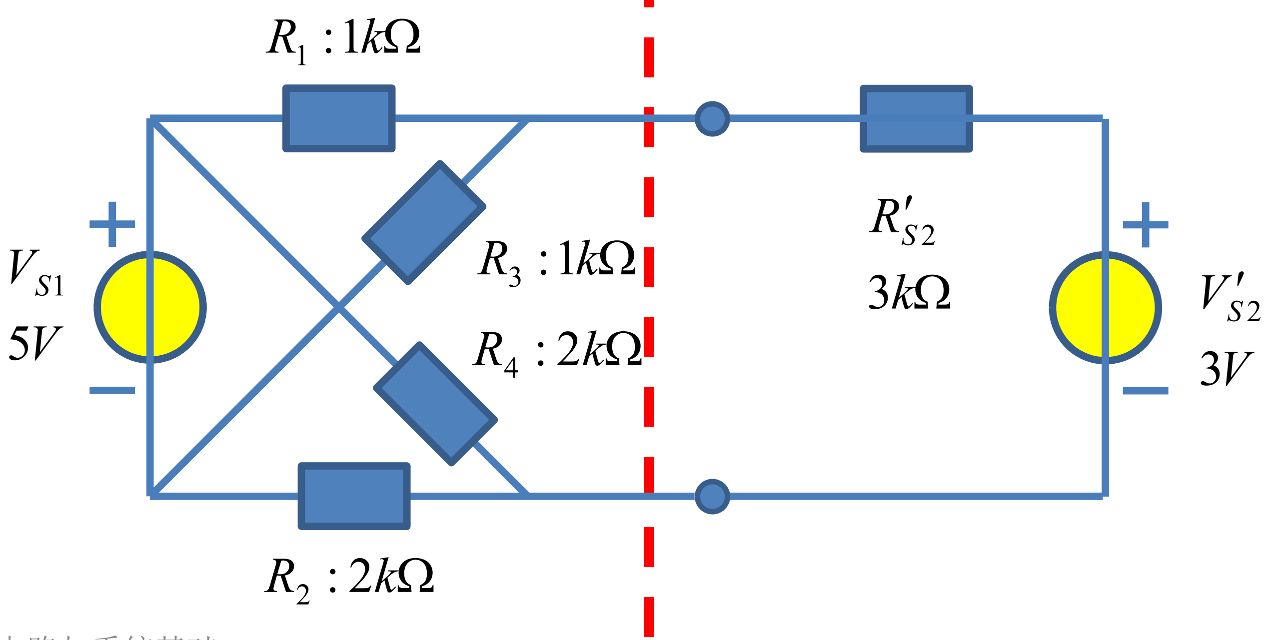

$R_5 : 4k\Omega$
$R_7 : 6k\Omega$
$R_8 : 4k\Omega$
$R_6 : 4k\Omega$
V_{S2} $12V$
R_5 $4k\Omega$
R_7 $6k\Omega$
R_8 $4k\Omega$
R_6 $4k\Omega$
V_{S2} $12V$
R_5 $4k\Omega$
R_7 $6k\Omega$
R_{68} $2k\Omega$
$V_{S2,1}$ $6V$
$R_{68,5}$ $6k\Omega$
R_7 $6k\Omega$
$V_{S2,1}$ $6V$



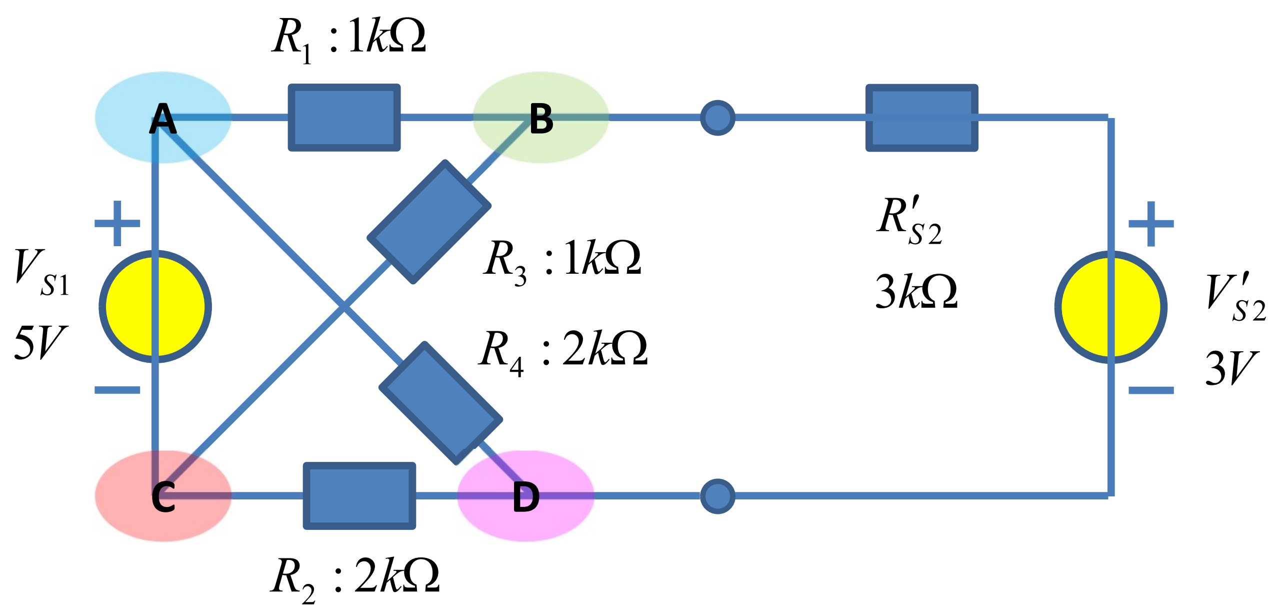
R_5 : $4k\Omega$
R_7 : $6k\Omega$
R_8 : $4k\Omega$
R_6 : $4k\Omega$
V_{S2}
$12V$
R'_{S2}
$3k\Omega$
V'_{S2}
$3V$
$R_{68,5}$
$6k\Omega$
R_7
$6k\Omega$
$V_{S2,1}$
$6V$
$R_{68,5,7}$
$3k\Omega$
$V_{S2,2}$
$3V$

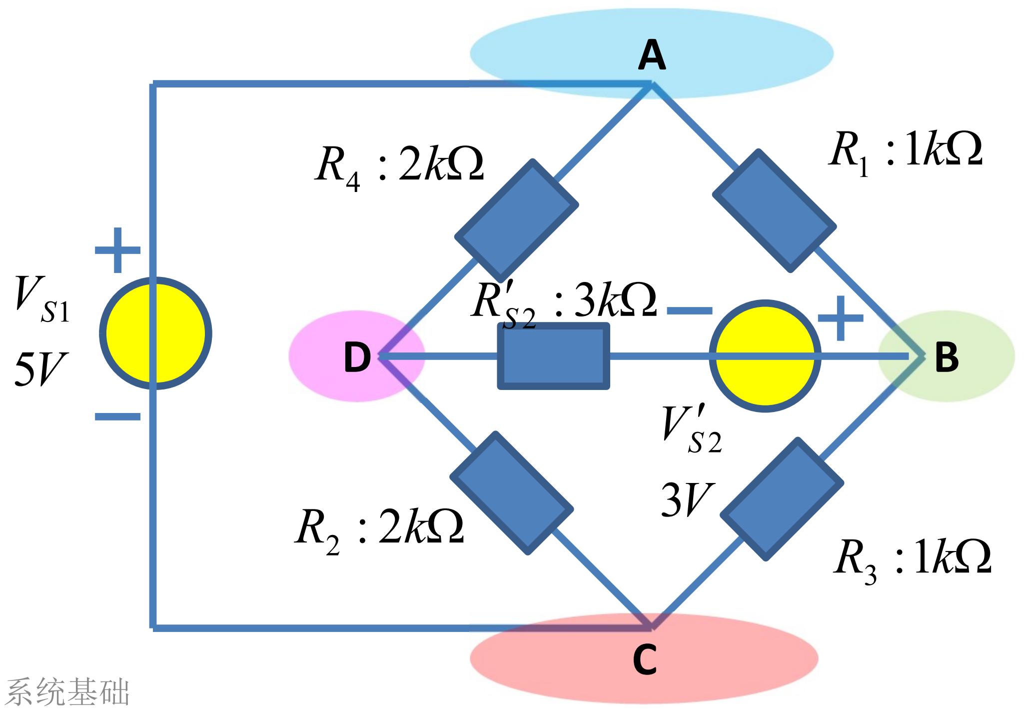


$R_1 : 1k\Omega$
$R_5 : 4k\Omega$
$R_7 : 6k\Omega$
$R_3 : 1k\Omega$
$R_4 : 2k\Omega$
V_{S1}
$5V$
V_{S2}
$12V$
$R_8 : 4k\Omega$
$R_2 : 2k\Omega$
$R_6 : 4k\Omega$

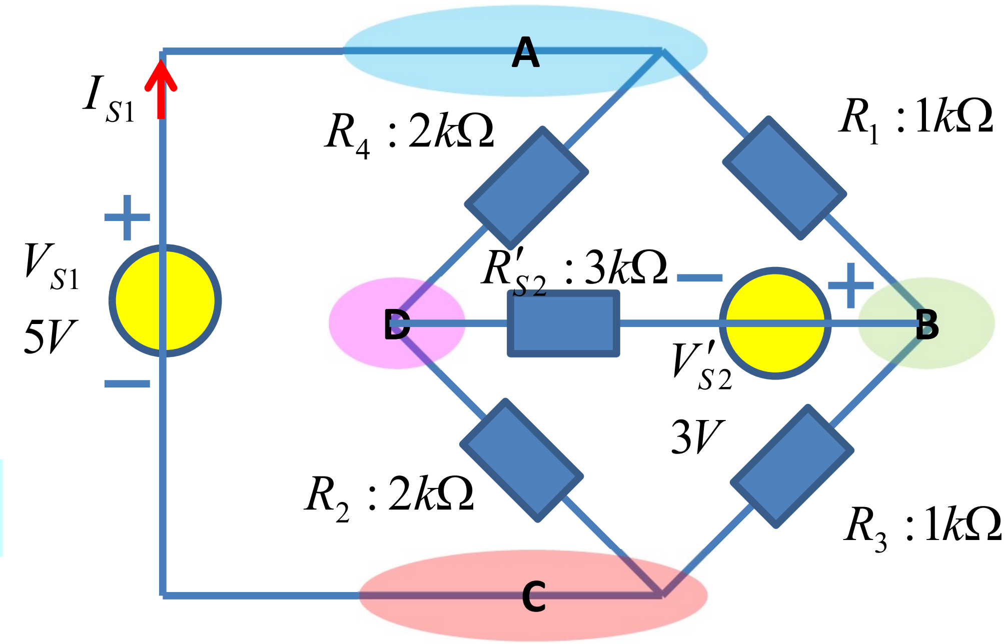


$R_1 : 1k\Omega$
$R_3 : 1k\Omega$
$R_4 : 2k\Omega$
V_{S1}
$5V$
R'_{S2}
$3k\Omega$
V'_{S2}
$3V$
$R_2 : 2k\Omega$

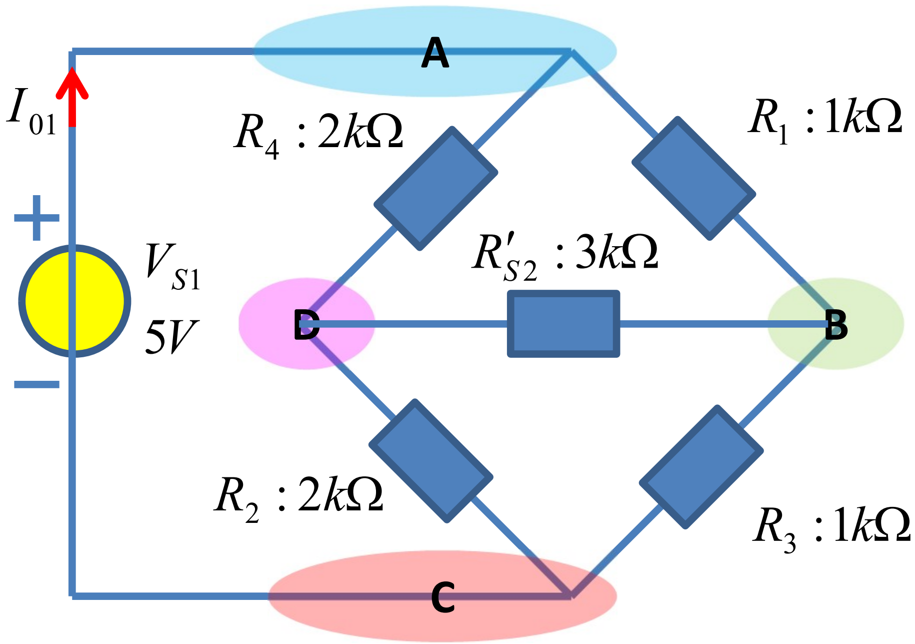

$R_1 : 1k\Omega$
A
B
C
D
V_{S1}
$5V$
$R_3 : 1k\Omega$
$R_4 : 2k\Omega$
R'_{S2}
$3k\Omega$
V'_{S2}
$3V$
$R_2 : 2k\Omega$


A
$R_4 : 2k\Omega$
$R_1 : 1k\Omega$
V_{S1}
$5V$
$R'_{S2} : 3k\Omega$
D
B
V'_{S2}
$3V$
$R_2 : 2k\Omega$
$R_3 : 1k\Omega$
C

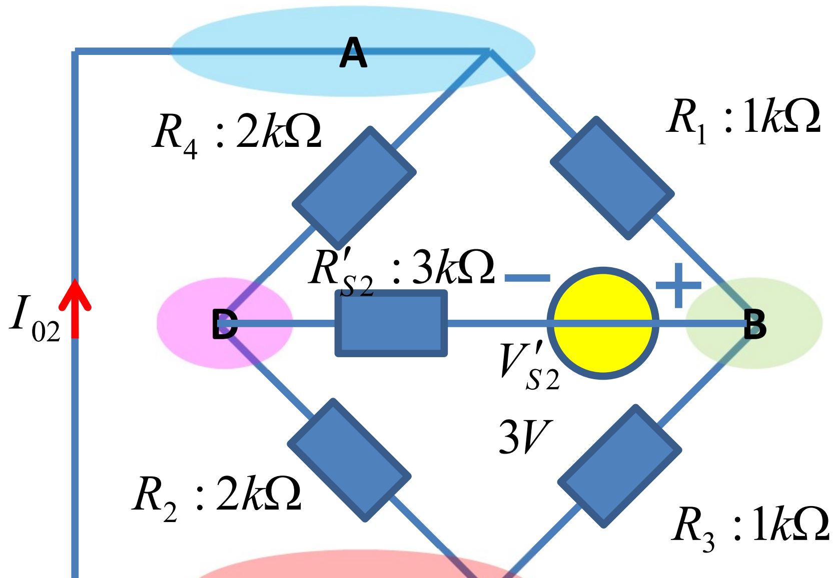
$$I_{S1} = I_{01} + I_{02}$$



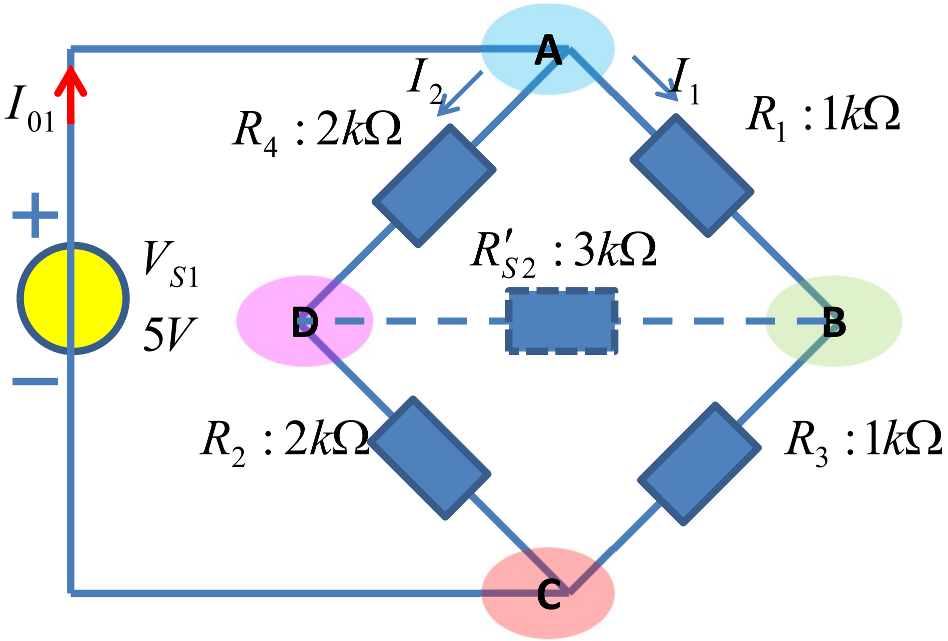
A
B
C
D
I_{S1}
V_{S1}
$5V$
$R_1 : 1k\Omega$
$R_2 : 2k\Omega$
$R_3 : 1k\Omega$
$R_4 : 2k\Omega$
$R'_{S2} : 3k\Omega$
V'_{S2}
$3V$



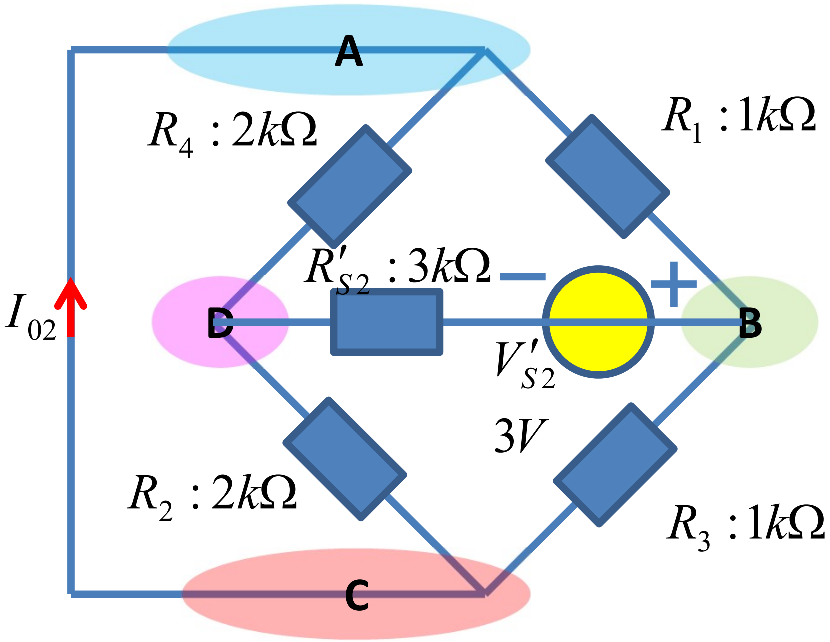
A
B
C
D
I_{01}
V_{S1}
$5V$
$R_1 : 1k\Omega$
$R_2 : 2k\Omega$
$R_3 : 1k\Omega$
$R_4 : 2k\Omega$
$R'_{S2} : 3k\Omega$



A
B
C
D
I_{02}
$R_1 : 1k\Omega$
$R_2 : 2k\Omega$
$R_3 : 1k\Omega$
$R_4 : 2k\Omega$
$R'_{S2} : 3k\Omega$
V'_{S2}
$3V$

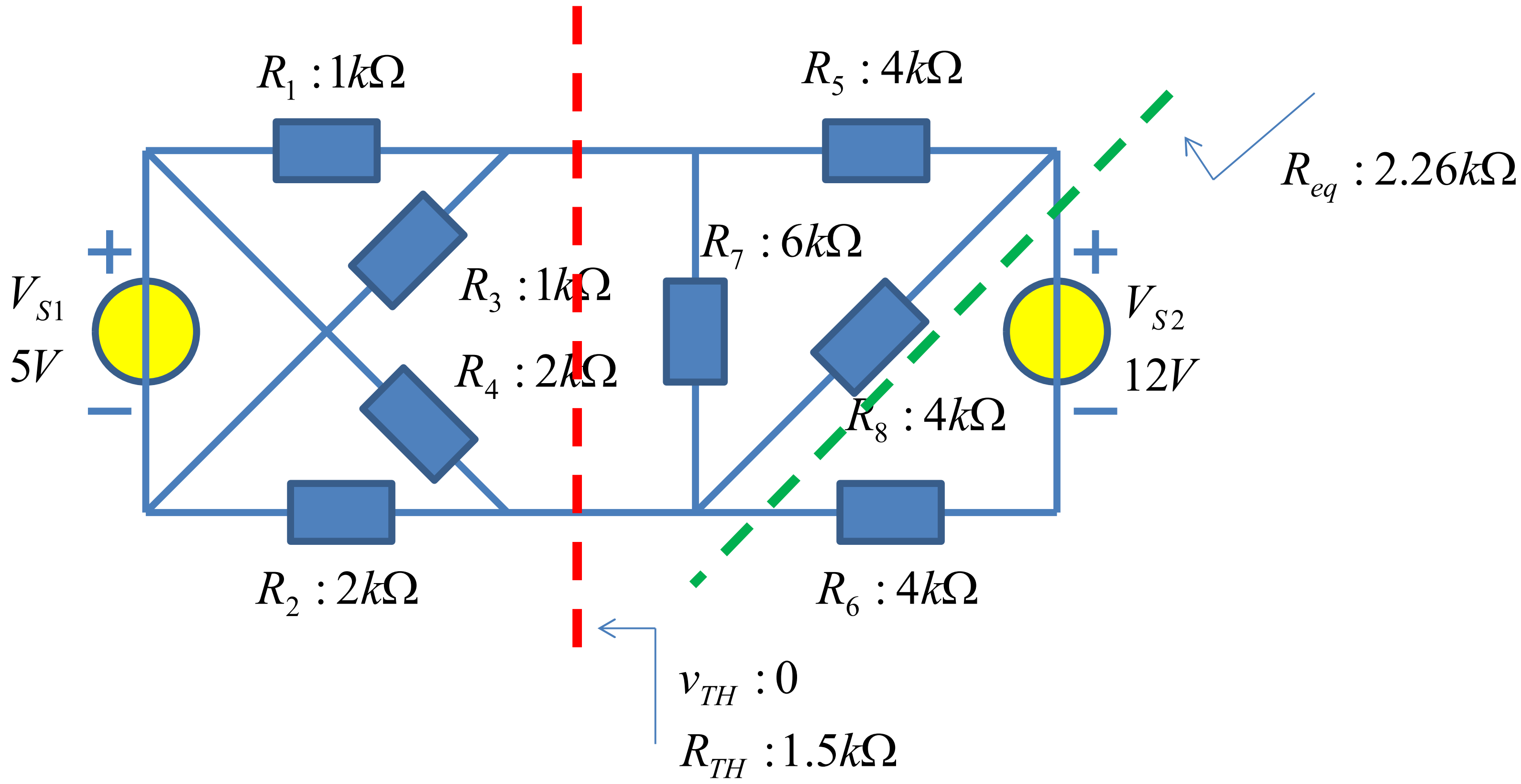


$$I_{01} = \frac{V_{S1}}{(R_1 + R_3) \| (R_2 + R_4)} = \frac{5V}{2k\Omega \| 4k\Omega} = 3.75mA$$



$$I_{02} = 0$$

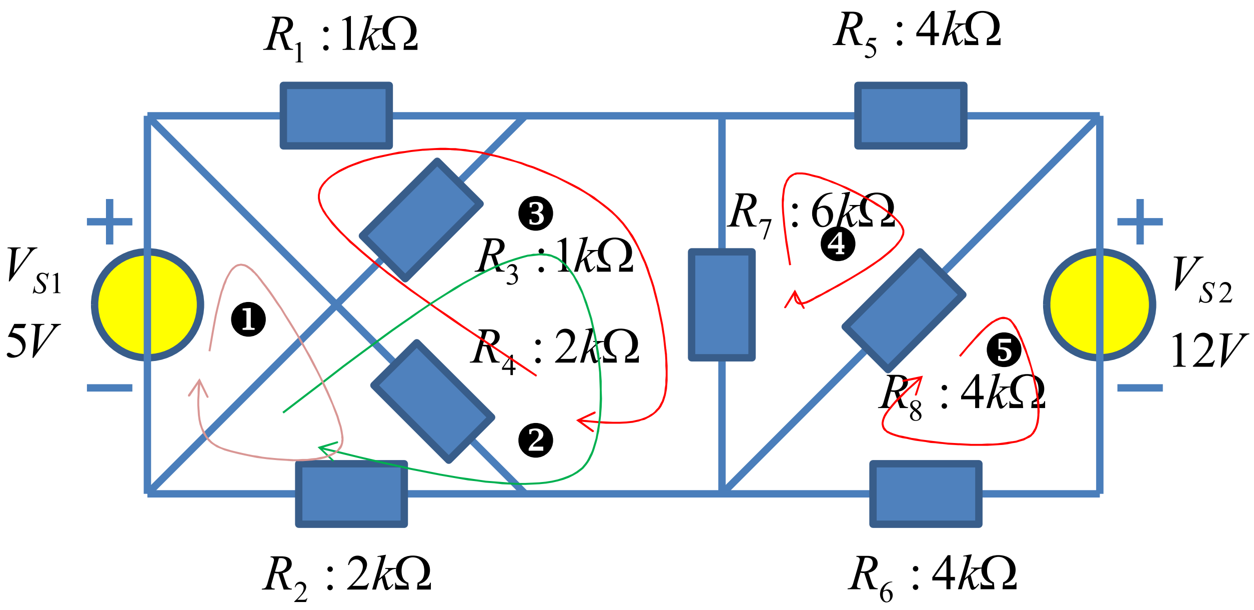
$$I_{S1} = I_{01} + I_{02} = 3.75mA$$



$$R_{eq} = \left(R_{TH} \parallel R_7 + R_5\right) \parallel R_8 = \left(1.2k\Omega + 4k\Omega\right) \parallel 4k\Omega = 5.2k\Omega \parallel 4k\Omega = 2.26k\Omega$$

$$I_{S2} = \frac{V_{S2}}{R_6 + R_{L2}} = \frac{12V}{4k\Omega + 2.26k\Omega} = 1.917mA$$

回路电流法验证确认



$$\begin{bmatrix} R_4+R_2 & R_2 & -R_4 & 0 & 0 \\ R_2 & R_3+R_7+R_2 & R_7 & -R_7 & 0 \\ -R_4 & R_7 & R_4+R_1+R_7 & -R_7 & 0 \\ 0 & -R_7 & -R_7 & R_7+R_5+R_8 & -R_8 \\ 0 & 0 & 0 & -R_8 & R_8+R_6 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_{l1} \\ i_{l2} \\ i_{l3} \\ i_{l4} \\ i_{l5} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} +V_{S1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -V_{S2} \end{bmatrix}$$

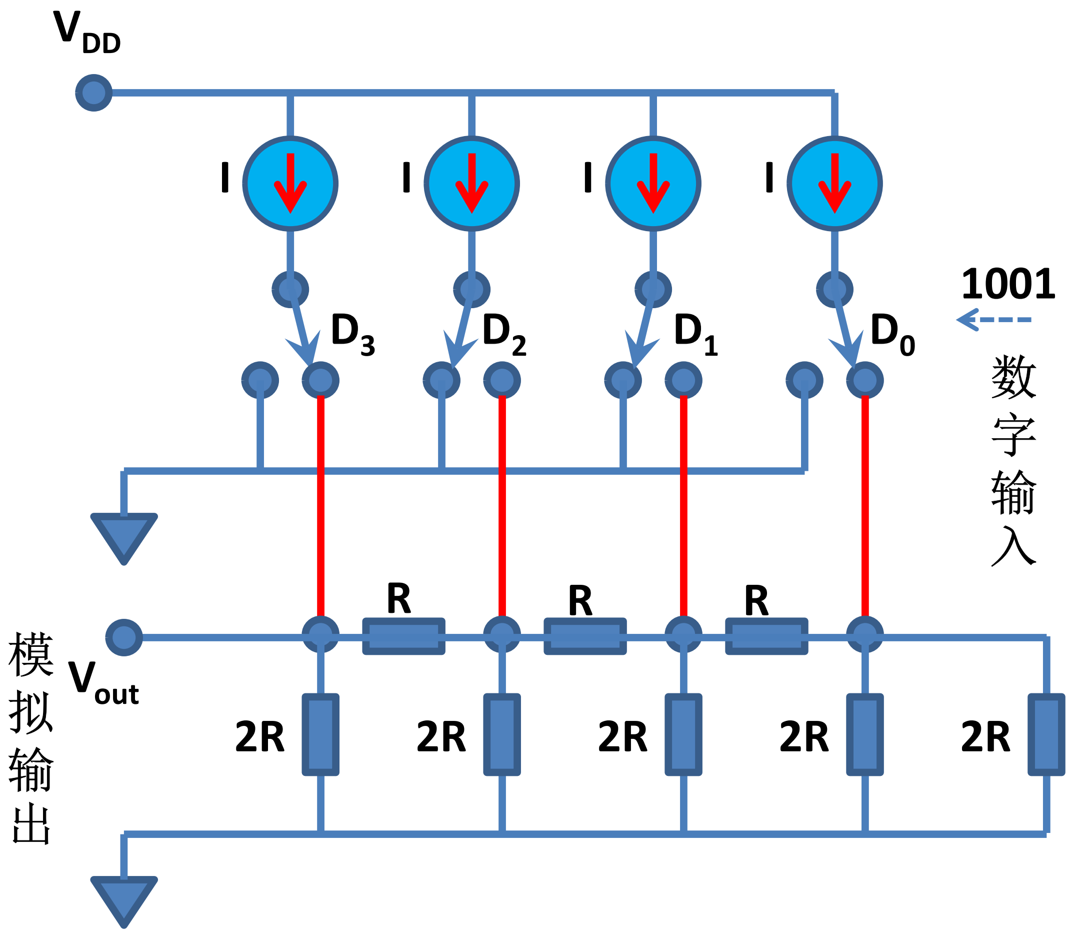
$$\begin{bmatrix} i_{l1} \\ i_{l2} \\ i_{l3} \\ i_{l4} \\ i_{l5} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} +3.7500 \\ -2.8333 \\ +2.1667 \\ -0.8333 \\ -1.9167 \end{bmatrix} mA$$

哪种方法好

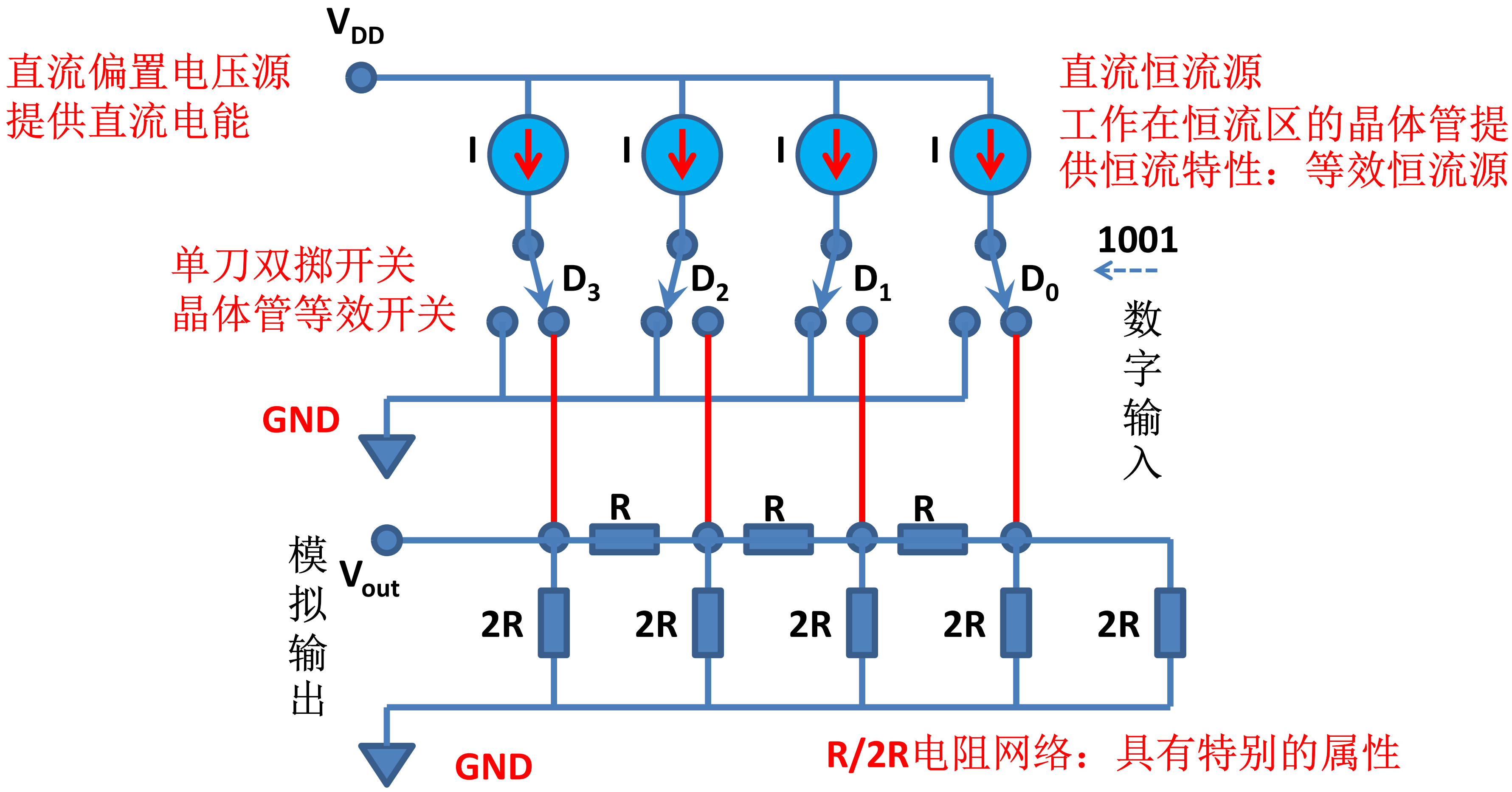
- 手工采用电路定律/定理随手算，直观方便
- 计算机辅助矩阵求逆，规范有效
- 没有计算机时，则需手工快速估算
  - 应用电路定理进行手工估算是基本要求
  - 电路定理的应用过程本质上是电路方程代入化简的过程
    - 数学方程求解的电路符号化：直观，具有明确的物理意义，容易检错纠错

作业4：电路定理的应用练习

- 请分析确认该电路具有DAC功能？
  - 可采用戴维南-诺顿定理简化分析
  - 其他任意方法分析亦可

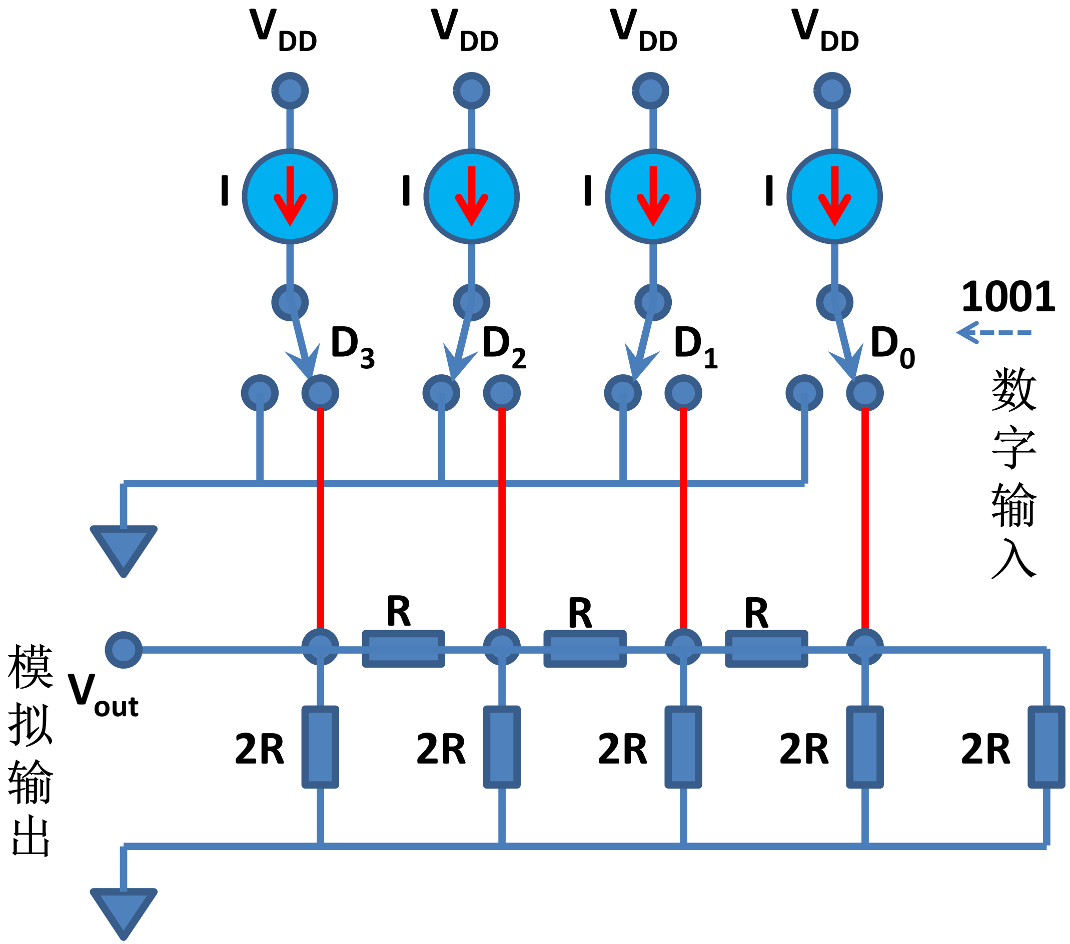


电路构件



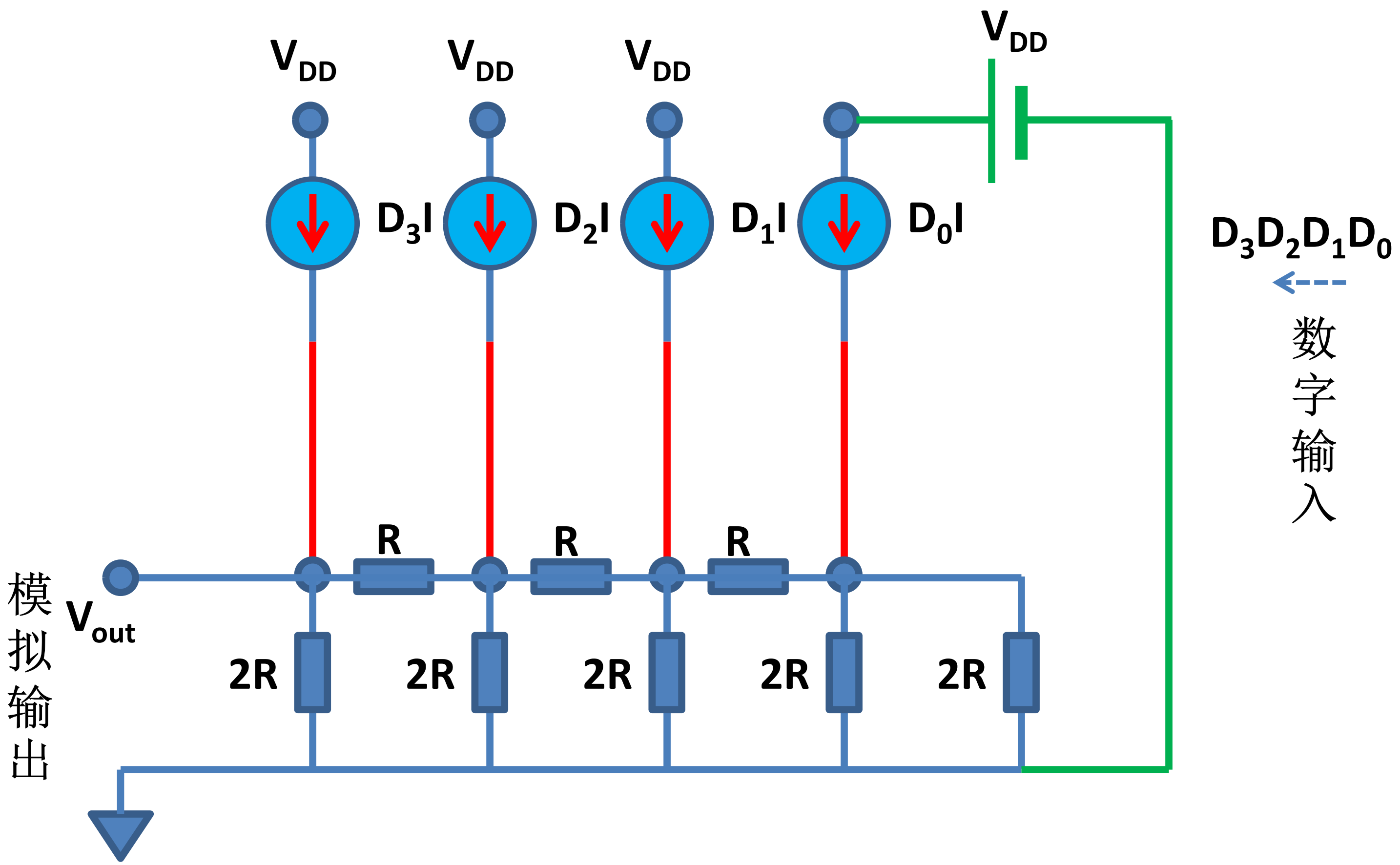
C/2C电容网络

分离：替代定理



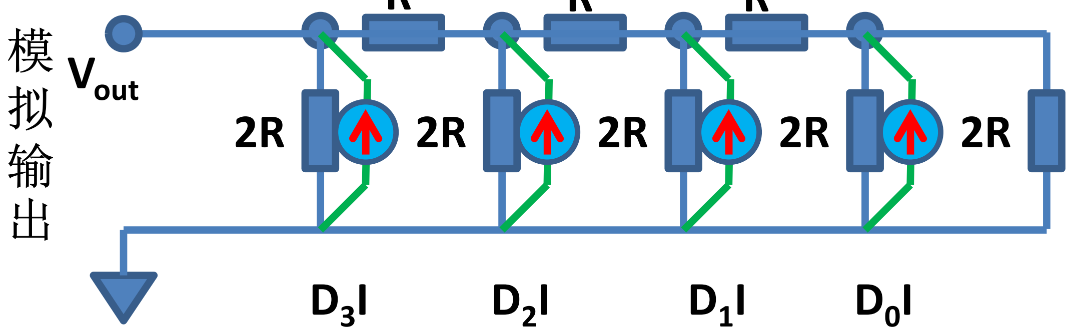
V_{DD}
V_{DD}
V_{DD}
V_{DD}
I
I
I
I
D_3
D_2
D_1
D_0
1001
数字输入
R
R
R
模拟输出
V_{out}
2R
2R
2R
2R
2R

恒流源

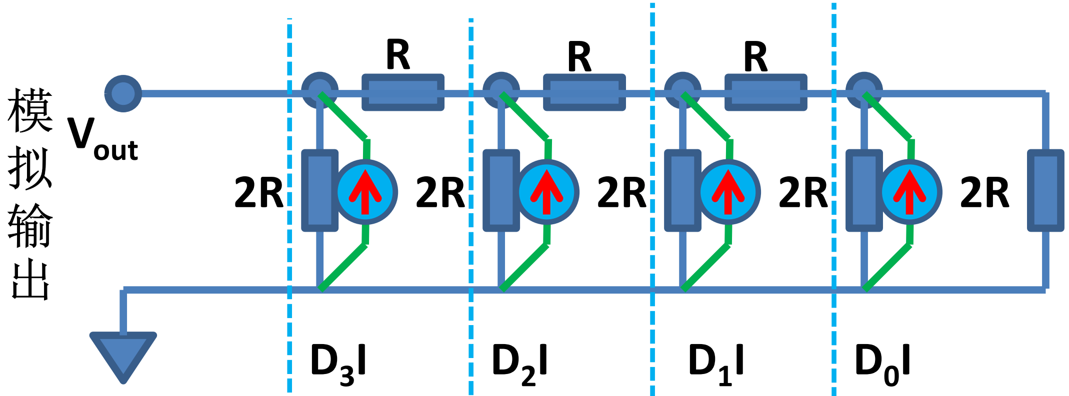


V_DD
V_DD
V_DD
V_DD
D3I
D2I
D1I
D0I
D3D2D1D0
数字输入
R
R
R
2R
2R
2R
2R
2R
模拟输出
Vout

电源合并：替代定理



戴维南-诺顿定理



$$V_{out} = v_{TH} = i_N R_N$$

$$= \left(D_3 + \frac{1}{2} D_2 + \frac{1}{4} D_1 + \frac{1}{8} D_0 \right) IR$$

$$= \left(2^3 D_3 + 2^2 D_2 + 2^1 D_1 + 2^0 D_0 \right) \frac{IR}{8}$$

$$= \Delta V \sum_{k=0}^{n-1} 2^k D_k$$

n=4bit DAC

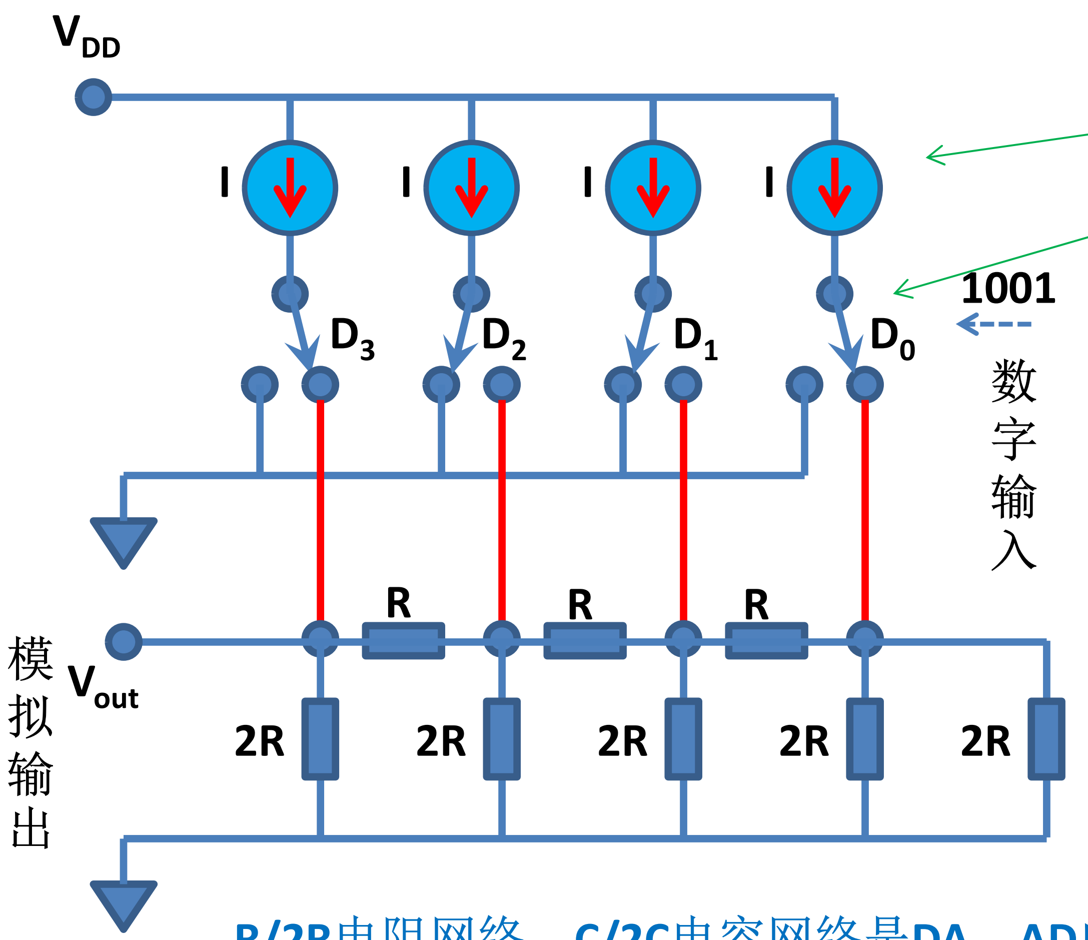
$$R_N = R$$
$$i_N = D_0 I$$

$$R_N = R$$
$$i_N = D_1 I + \frac{1}{2} D_0 I$$

$$R_N = R$$
$$i_N = D_2 I + \frac{1}{2}\left(D_1 I + \frac{1}{2} D_0 I \right)$$

$$R_N = R$$
$$i_N = D_3 I + \frac{1}{2}\left(D_2 I + \frac{1}{2}\left(D_1 I + \frac{1}{2} D_0 I \right)\right)$$

为何这种结构？就是实际可实现结构

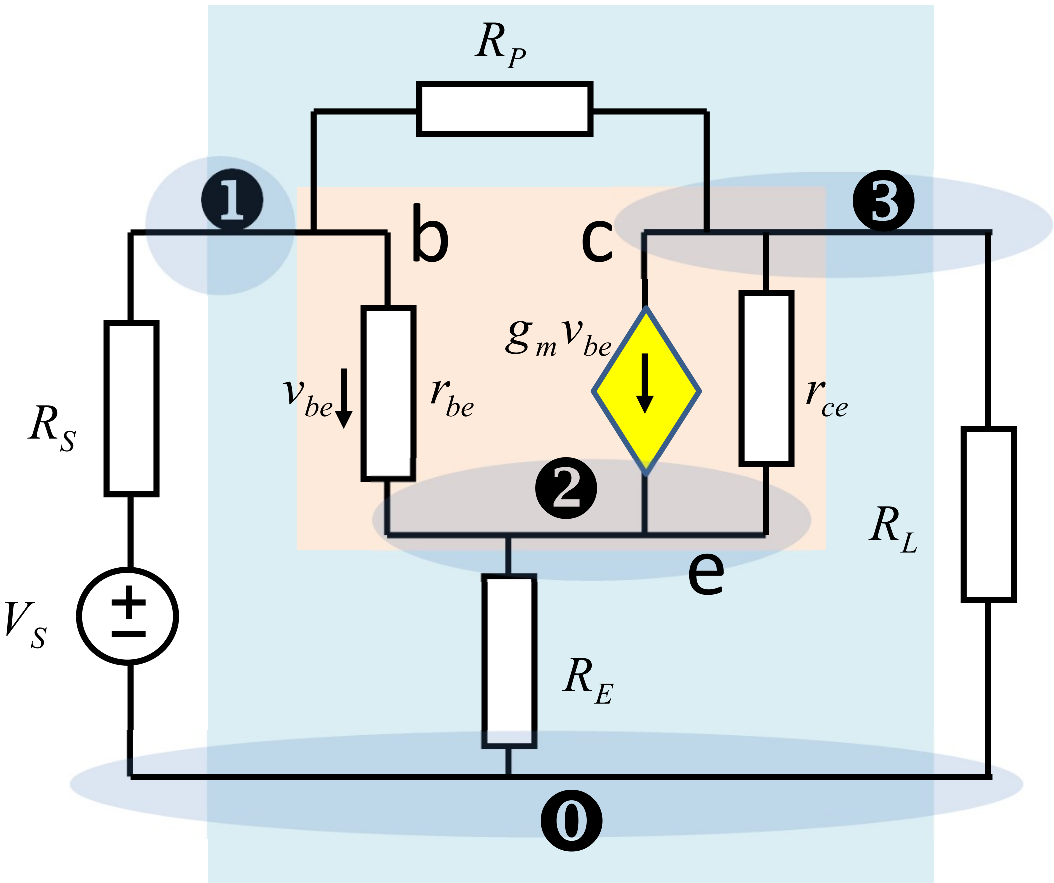


电流源和开关均可由晶体管在直流偏置电压源的偏置下得以实现

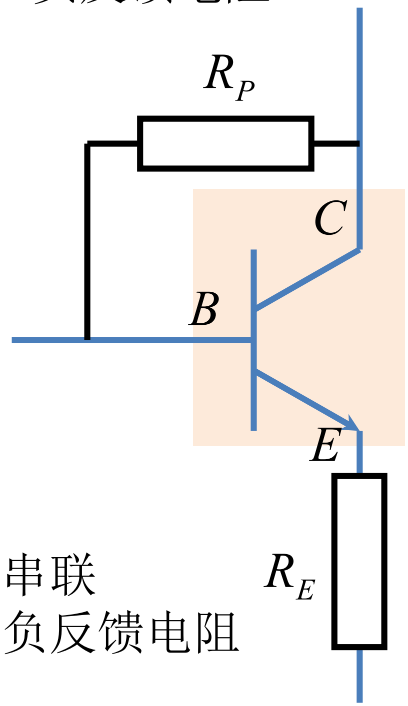
第4章：晶体管

R/2R电阻网络、C/2C电容网络是DA、AD电路的常见结构

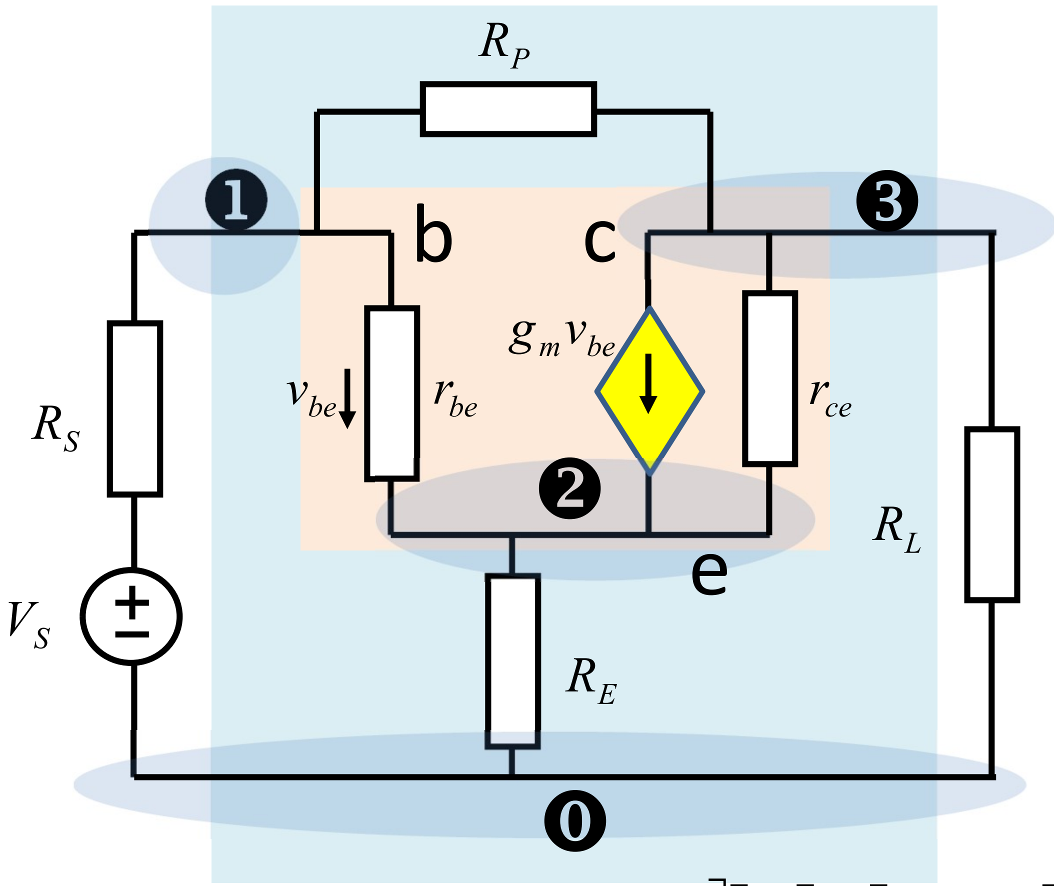
作业5 用结点电压法列写矩阵方程



并联
负反馈电阻



串联
负反馈电阻



$$\begin{bmatrix} G_S + g_{be} + G_p & -g_{be} & -G_p \\ -g_{be} & g_{be} + g_{ce} + G_E & -g_{ce} \\ -G_p & -g_{ce} & g_{ce} + G_p + G_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b \\ v_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S G_S \\ g_m v_{be} \\ -g_m v_{be} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S G_S \\ g_m (v_b - v_e) \\ g_m (v_e - v_b) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G_S + g_{be} + G_p & -g_{be} & -G_p \\ -g_{be} - g_m & g_{be} + g_{ce} + G_E + g_m & -g_{ce} \\ -G_p + g_m & -g_{ce} - g_m & g_{ce} + G_p + G_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b \\ v_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S G_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

结点电压法对受控源的处理

回路电流法

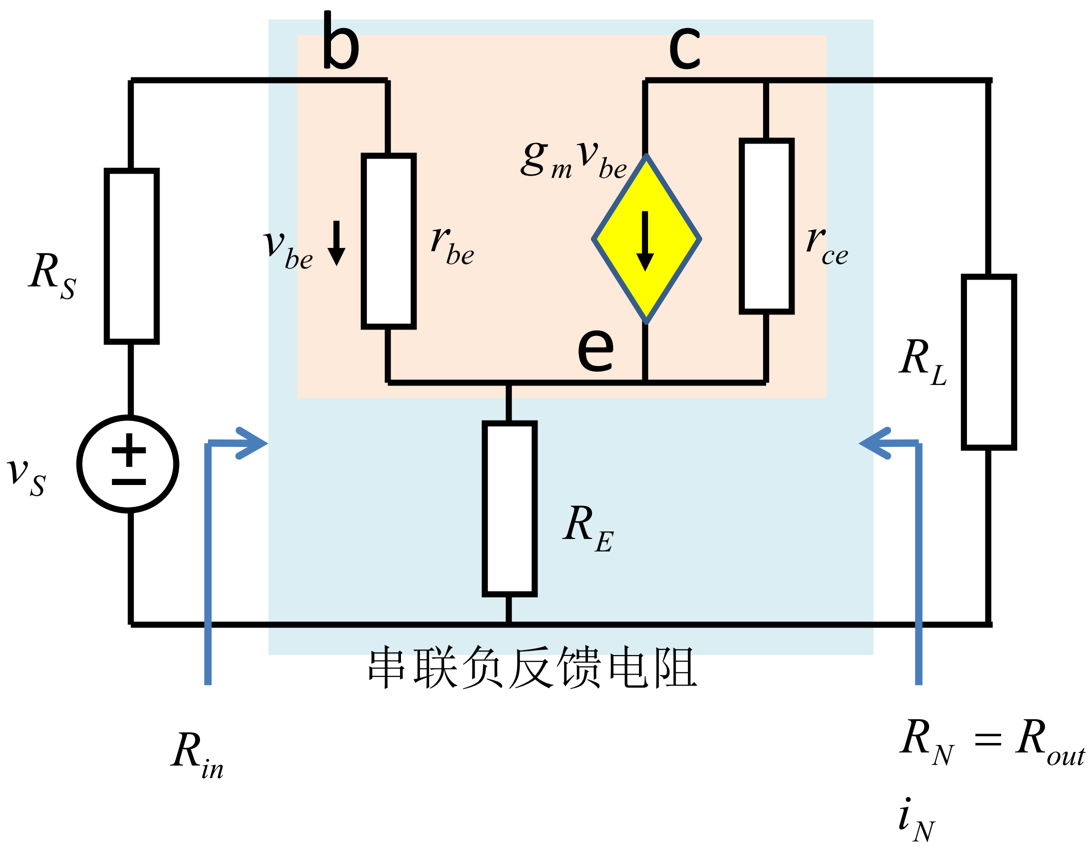
- 碰到受控源时，先和独立源一样的处理手法
  - 电流源**G=0**　　电压源**R=0**
  - 戴维南电压源转换为诺顿电流源

    诺顿电流源转换为戴维南电压源

回路电流

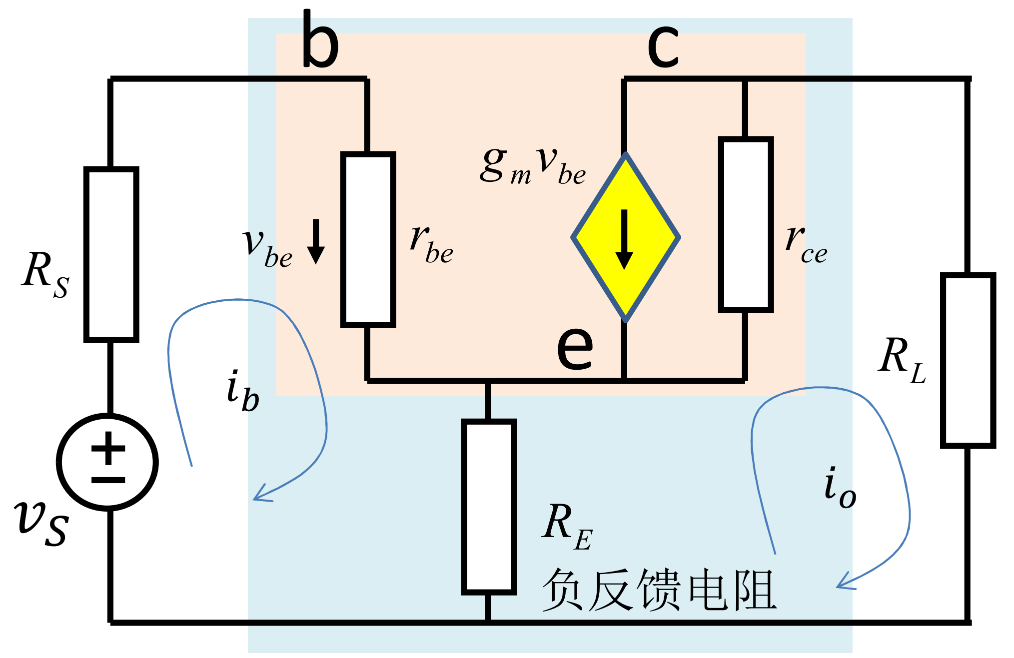
- 之后再把受控源的控制变量转换为结点电压（未知量），将其挪移到方程左侧，获得线性电路方程的矩阵形式
  - 独立源是独立的激励量，受控源代表了端口、支路之间的作用关系，不是独立的激励量

作业6：放大器分析



- 输入电阻：放大器输入端口看入的电阻，考虑负载电阻影响
- 输出电阻：放大器输出端口看入的电阻，是诺顿等效源内阻，考虑信源内阻影响（用诺顿定理时，只有独立源不起作用，受控源必须保留其作用）
- 等效诺顿电流：输出端口等效诺顿源的源电流
- 电压放大倍数：负载电阻电压与激励源电压之比
- 复杂公式需做量纲检查和极端检查确认结果无误

用回路电流法分析

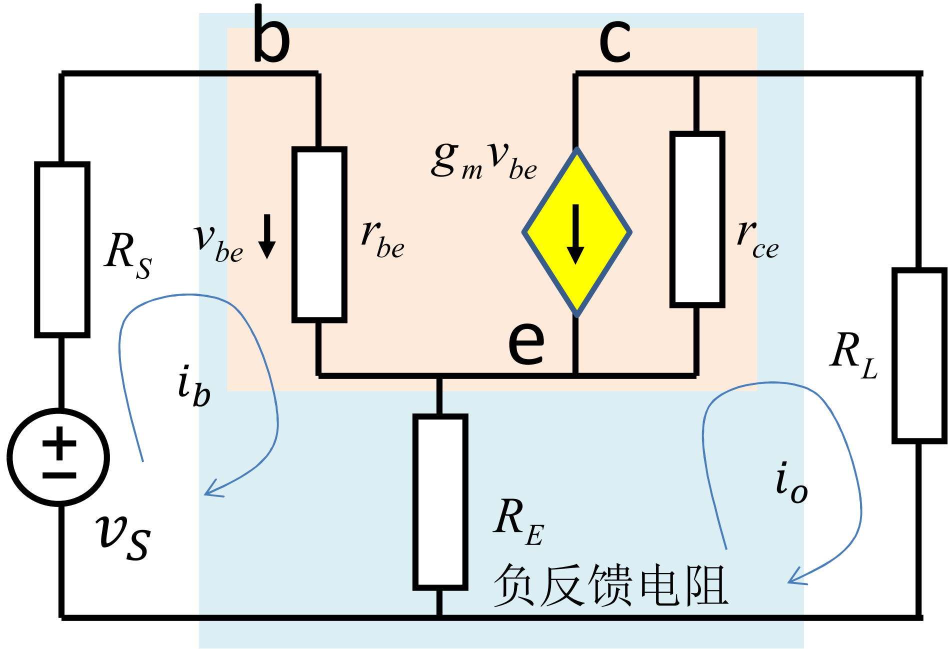


不画电路图，直接给等式，是不好的习惯，错了也不知道错在哪里！为什么错了？电路图的直观性缺失

一定要画图，上面标记支路电流、电压及方向（或回路电流。结点电压），这是初始定义，初始定义下的推导，才利于自己查错，他人查错

$$\begin{bmatrix} R_S + r_{be} + R_E & -R_E \\ -R_E & R_E + r_{ce} + R_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_S \\ -g_m v_{be} r_{ce} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_S \\ -g_m r_{be} r_{ce} i_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} R_S + r_{be} + R_E & -R_E \\ g_m r_{be} r_{ce} - R_E & R_E + r_{ce} + R_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_b \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

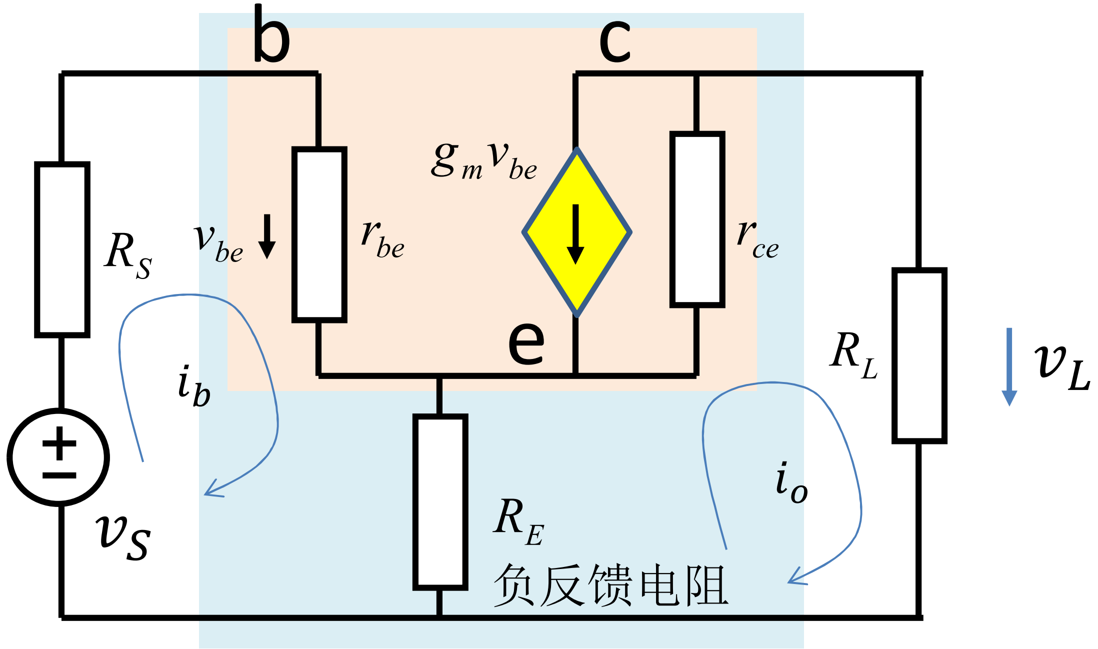


$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{R_S + r_{be} + R_E} & \boldsymbol{-R_E} \\ \boldsymbol{g_m r_{be} r_{ce} - R_E} & \boldsymbol{R_E + r_{ce} + R_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{i_b} \\ \boldsymbol{i_o} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v_S} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_b \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_E + r_{ce} + R_L & R_E \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} & R_S + r_{be} + R_E \end{bmatrix}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) - (g_m r_{be} r_{ce} - R_E)(-R_E)} \begin{bmatrix} v_S \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} R_E + r_{ce} + R_L \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} \end{bmatrix}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

放大倍数



$$\begin{bmatrix} i_b \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_E + r_{ce} + R_L \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} \end{bmatrix}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

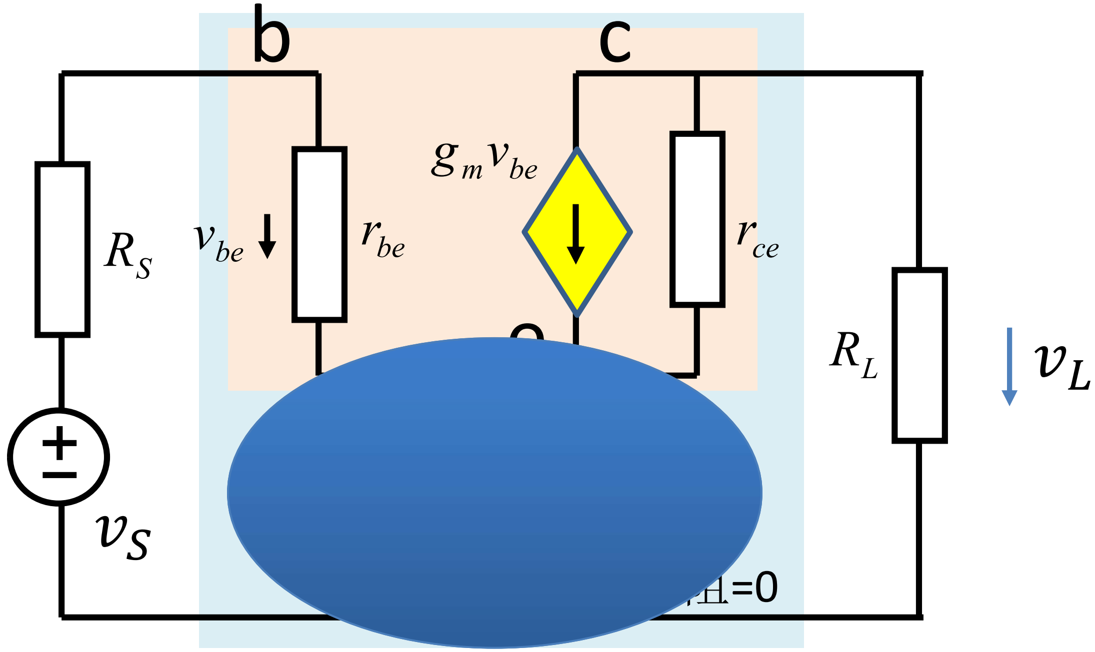
$$A_v = \frac{v_L}{v_S} = \frac{i_o R_L}{v_S} = \frac{(R_E - g_m r_{be} r_{ce}) R_L}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)}$$

凡是复杂一点的公式，都应做量纲检查，极端检查，确保基本无误

$$A_v \overset{R_E=0}{\hat{=}} \frac{-g_m r_{be} r_{ce} R_L}{(R_S + r_{be})(r_{ce} + R_L)}$$

极端检查
可否通过

$$A_v \overset{R_E=0}{\triangleq} \frac{-g_m r_{be} r_{ce} R_L}{(R_S + r_{be})(r_{ce} + R_L)}$$



$$v_{be} = \frac{r_{be}}{R_S + r_{be}} v_S$$

$$v_L = -g_m v_{be}(r_{ce}||R_L) = -g_m \frac{r_{be}}{R_S + r_{be}} v_S \frac{r_{ce} R_L}{r_{ce} + R_L} = \frac{r_{ce} R_L}{r_{ce} + R_L}(-g_m) \frac{r_{be}}{R_S + r_{be}} v_S$$

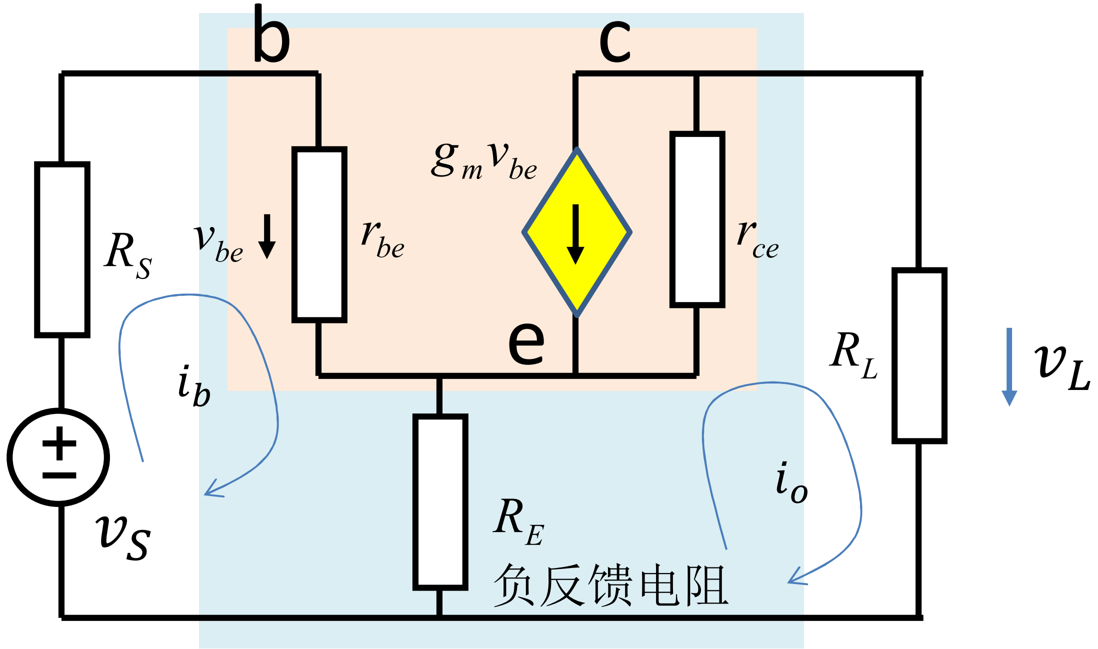
负反馈电阻为0，此为单向网络，
表达式物理意义清晰
极端检查通过！OK！

输出电流流过输出回路总电阻形成输出压

被本征跨导增益转换为输出电流

输入回路分压

输入电阻



$$\begin{bmatrix} i_b \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_E + r_{ce} + R_L \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} \end{bmatrix}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

$$v_b = i_b r_{be} + (i_b - i_o) R_E$$

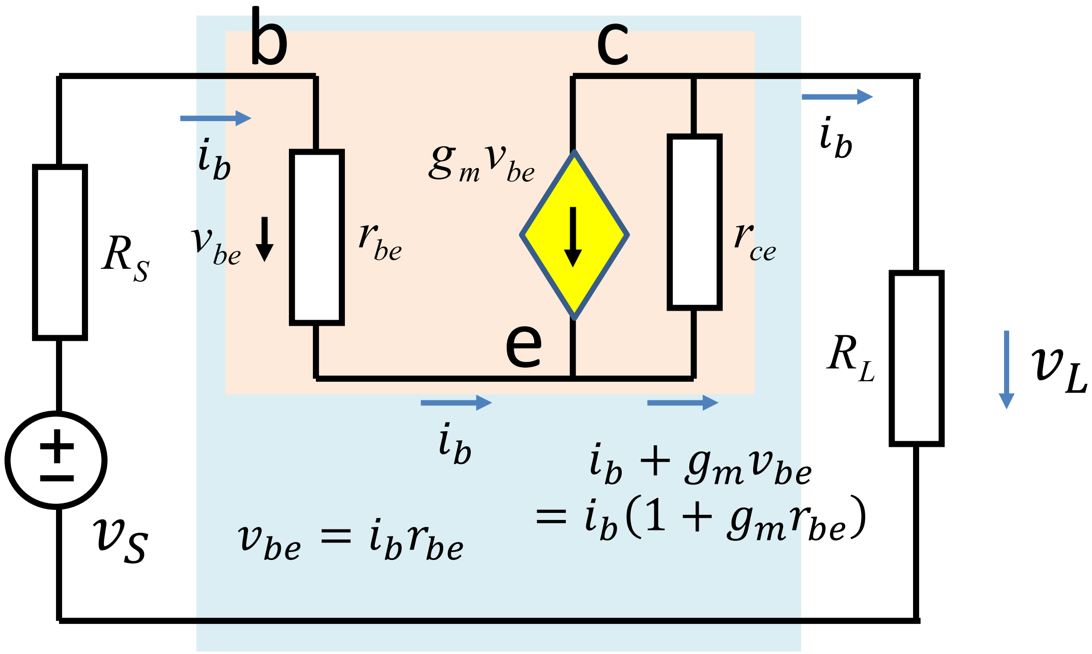
$$R_{in} = \frac{v_b}{i_b} = r_{be} + \left(1 - \frac{i_o}{i_b}\right) R_E = r_{be} + \left(1 - \frac{R_E - g_m r_{be} r_{ce}}{R_E + r_{ce} + R_L}\right) R_E$$

$$= r_{be} + \frac{r_{ce} + R_L + g_m r_{be} r_{ce}}{R_E + r_{ce} + R_L} R_E$$

极端检查R_E=0
单向网络输入电阻和负载无关
检查通过！

极端检查

$$\boldsymbol{R_E = \infty}$$



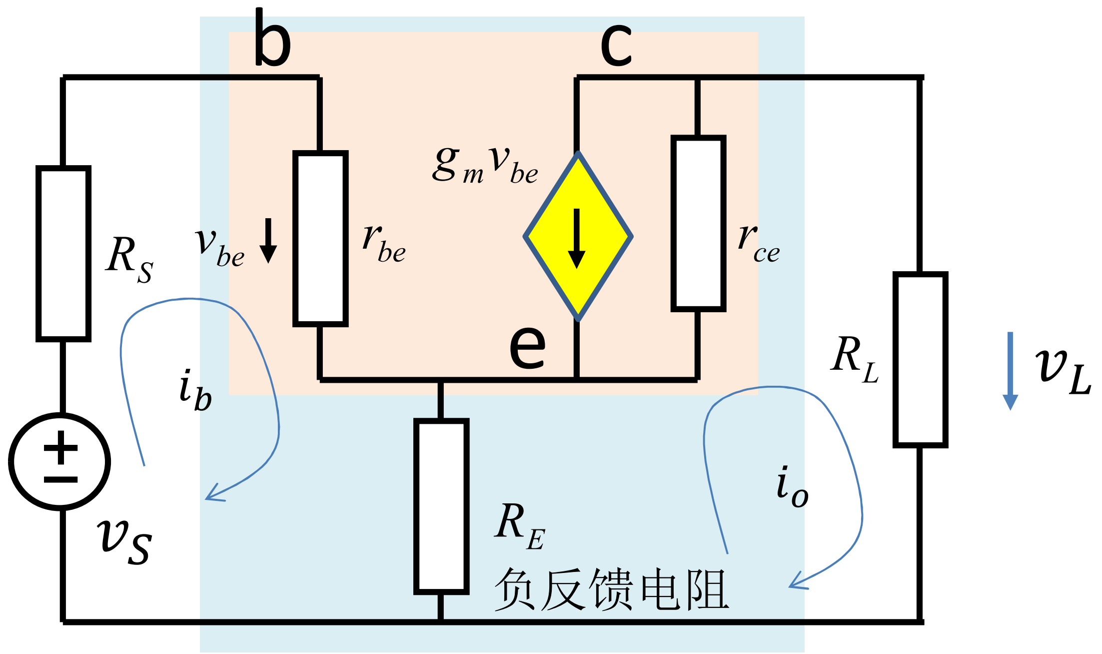
$$R_{in} = r_{be} + \frac{r_{ce} + R_L + g_m r_{be} r_{ce}}{R_E + r_{ce} + R_L} R_E \overset{R_E=\infty}{\cong} r_{be} + r_{ce} + R_L + g_m r_{be} r_{ce}$$

$$v_b = i_b r_{be} + i_b(1 + g_m r_{be}) r_{ce} + i_b R_L$$

$$R_{in} = \frac{v_b}{i_b} = r_{be} + r_{ce} + g_m r_{be} r_{ce} + R_L$$

第二个极端检查也通过！

输出诺顿等效电流

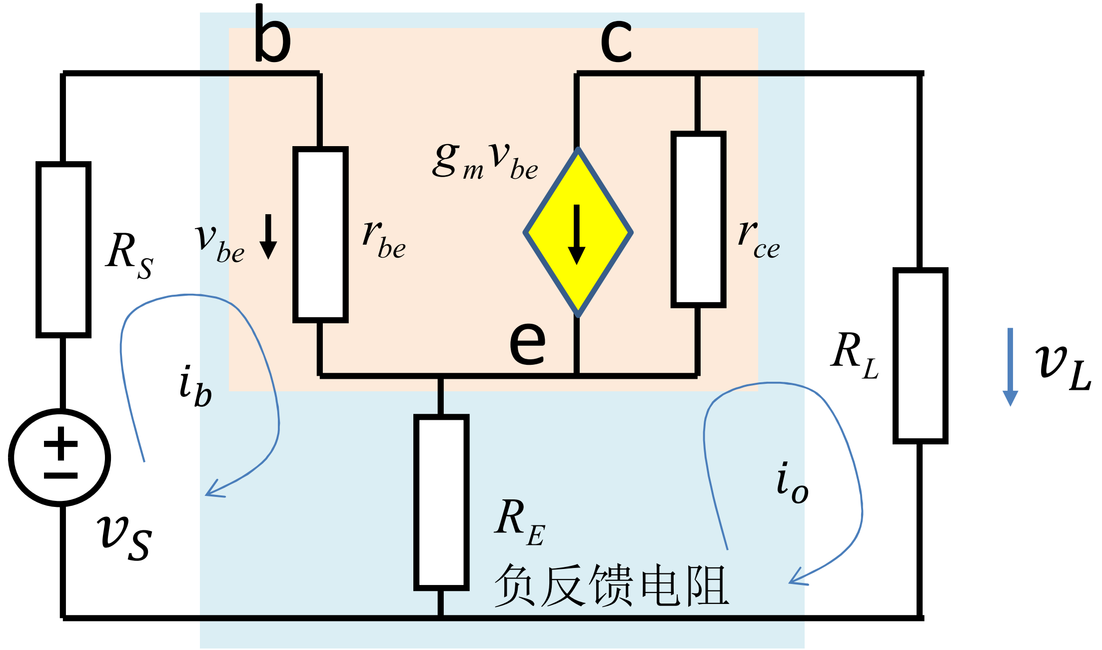


$$\begin{bmatrix} i_b \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_E + r_{ce} + R_L \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} \end{bmatrix}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

$$i_N = i_o \Big|_{R_L = 0} = \frac{R_E - g_m r_{be} r_{ce}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce}) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

输出戴维南等效电压

为了求诺顿内阻，可以先求戴维南电压

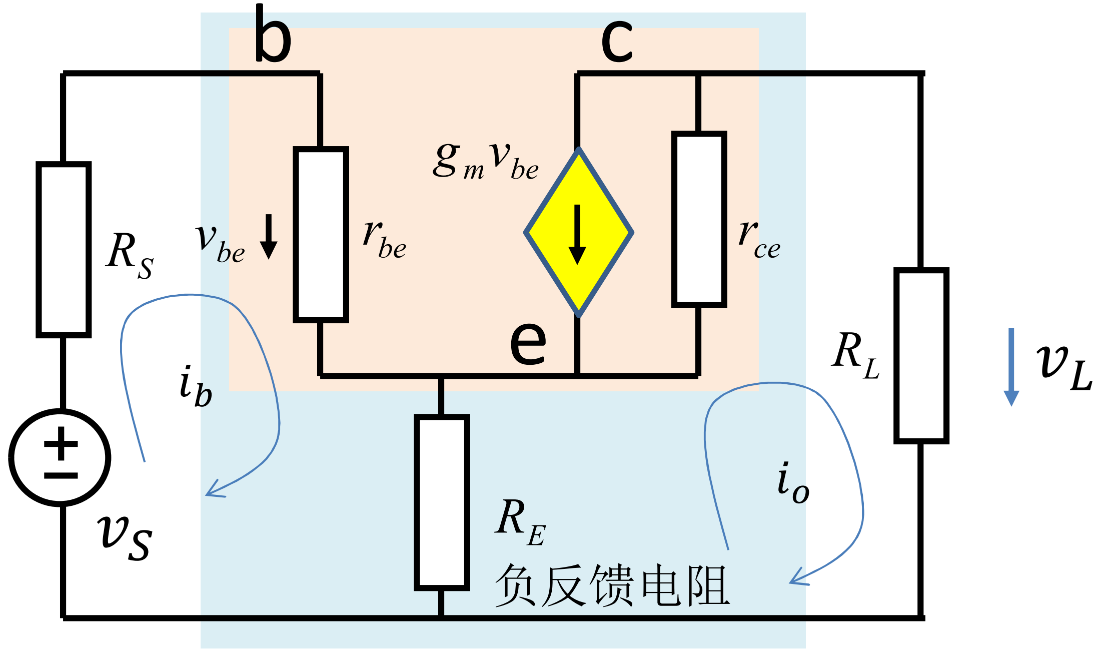


$$\begin{bmatrix} i_b \\ i_o \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_E + r_{ce} + R_L \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} \end{bmatrix}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

$$v_L = \frac{(R_E - g_m r_{be} r_{ce})R_L}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce} + R_L) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

$$v_{TH} = v_L \Big|_{R_L \to \infty} = \frac{(R_E - g_m r_{be} r_{ce})R_L}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_L)} v_S = \frac{R_E - g_m r_{be} r_{ce}}{R_S + r_{be} + R_E} v_S$$

输出电阻



$$v_{TH} = \frac{R_E - g_m r_{be} r_{ce}}{R_S + r_{be} + R_E} v_S$$

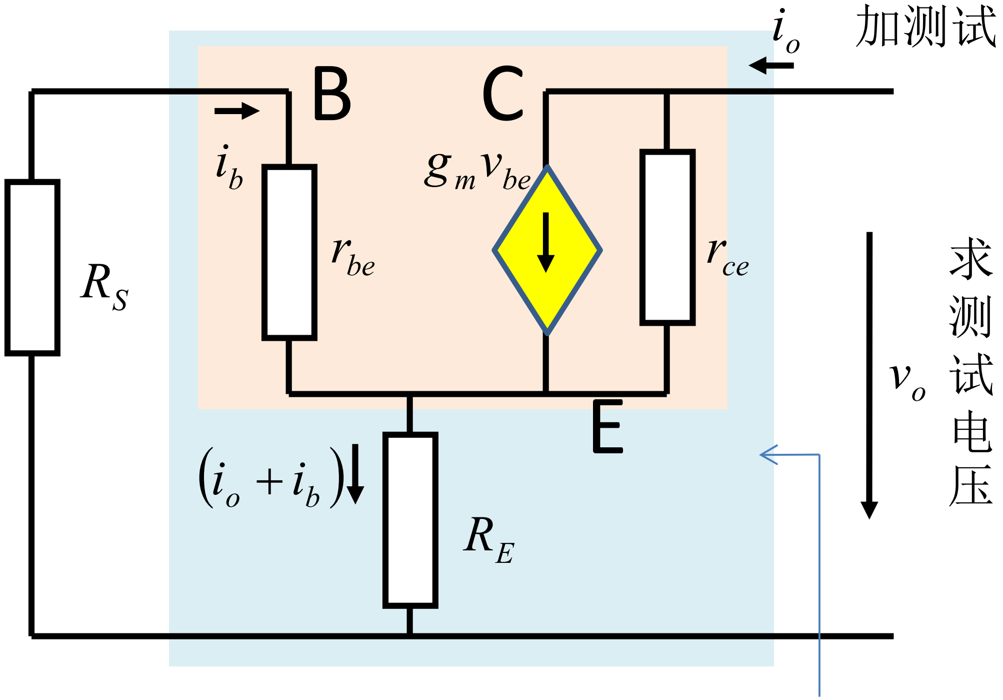
$$i_N = \frac{R_E - g_m r_{be} r_{ce}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce}) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

$$R_{out} = \frac{v_{TH}}{i_N} = \frac{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce}) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)}{R_S + r_{be} + R_E}$$

$$= r_{ce} + \frac{R_S + r_{be} + g_m r_{be} r_{ce}}{R_S + r_{be} + R_E} R_E$$

加流求压求电阻

$$v_o=(i_o-g_m r_{be} i_b)r_{ce}+(i_o+i_b)R_E$$
$$=i_o(r_{ce}+R_E)+i_b(R_E-g_m r_{be} r_{ce})$$



$$i_b R_S+i_b r_{be}+(i_o+i_b)R_E=0$$

$$i_b=-\frac{R_E}{R_S+r_{be}+R_E}i_o$$

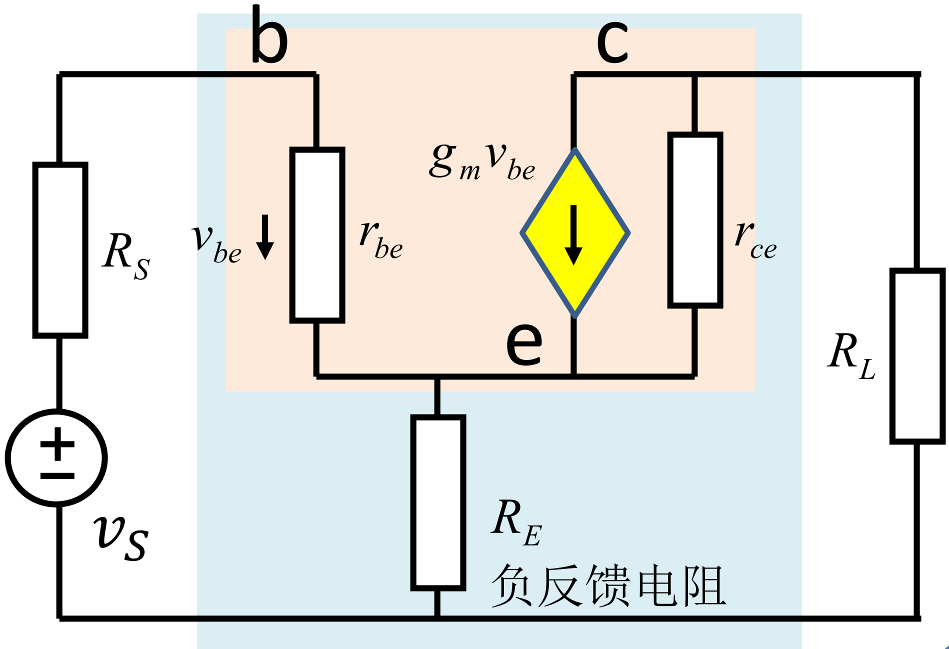
$$R_{out}=\frac{v_o}{i_o}$$

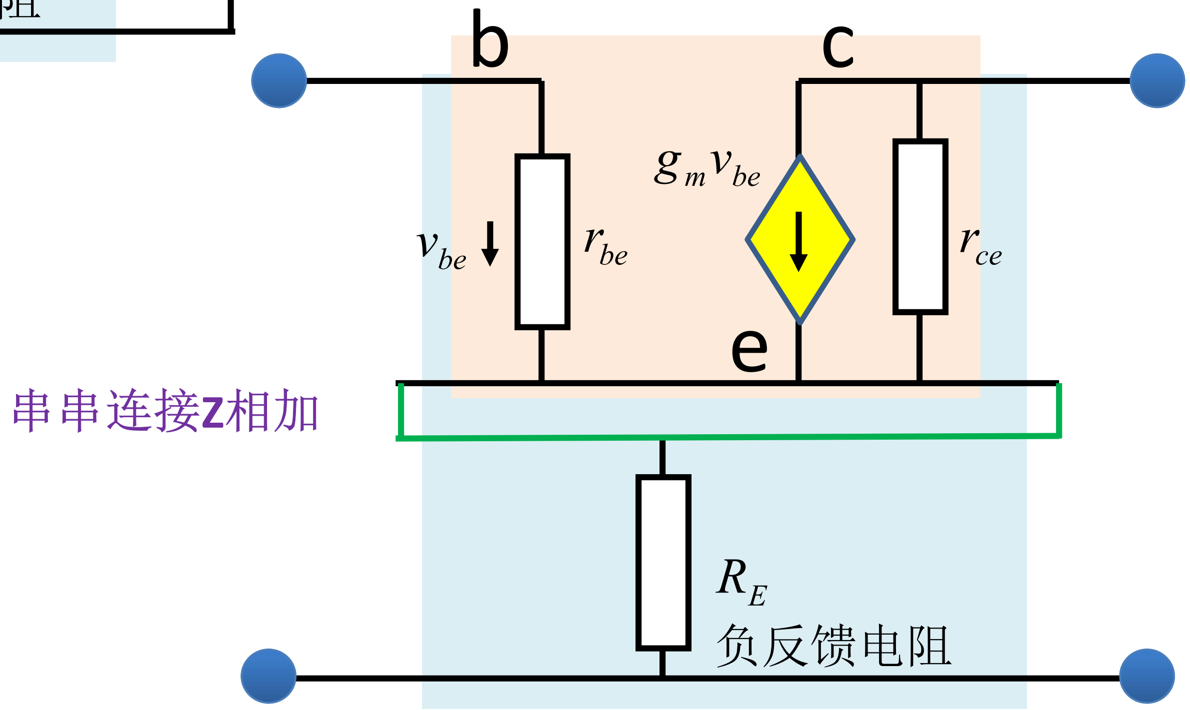
$$R_{out}=\frac{v_o}{i_o}=r_{ce}+R_E-\frac{i_b}{i_o}(g_m r_{be} r_{ce}-R_E)$$
$$=r_{ce}+R_E+\frac{R_E}{R_S+r_{be}+R_E}(g_m r_{be} r_{ce}-R_E)$$
$$=r_{ce}+\frac{g_m r_{be} r_{ce}+r_{be}+R_S}{R_S+r_{be}+R_E}R_E$$

求内阻时，取消独立源的作用，保留代表作用关系的受控源

双向网络，输入电阻和输出电阻和外接负载有关

利用网络参量

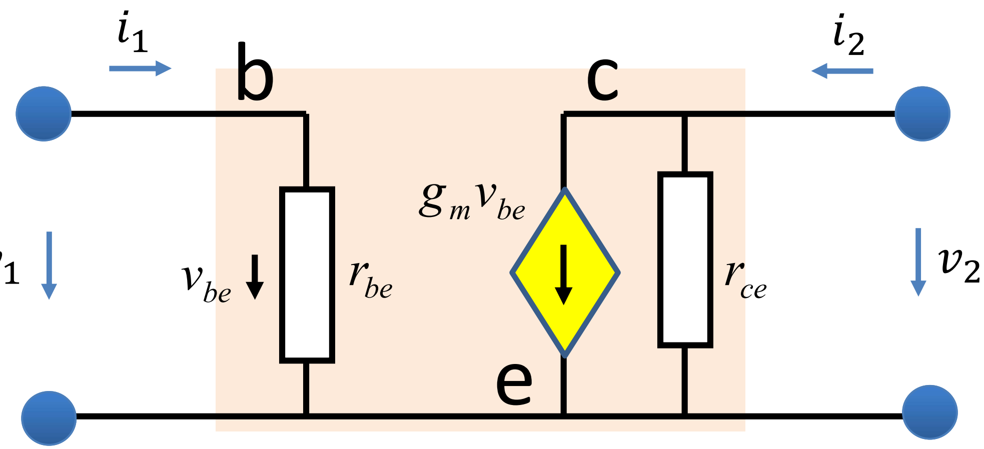

b
c
e
$g_m v_{be}$
v_{be}
r_{be}
r_{ce}
R_S
R_L
v_S
R_E
负反馈电阻


串串连接z相加
b
c
e
$g_m v_{be}$
v_{be}
r_{be}
r_{ce}
R_E
负反馈电阻

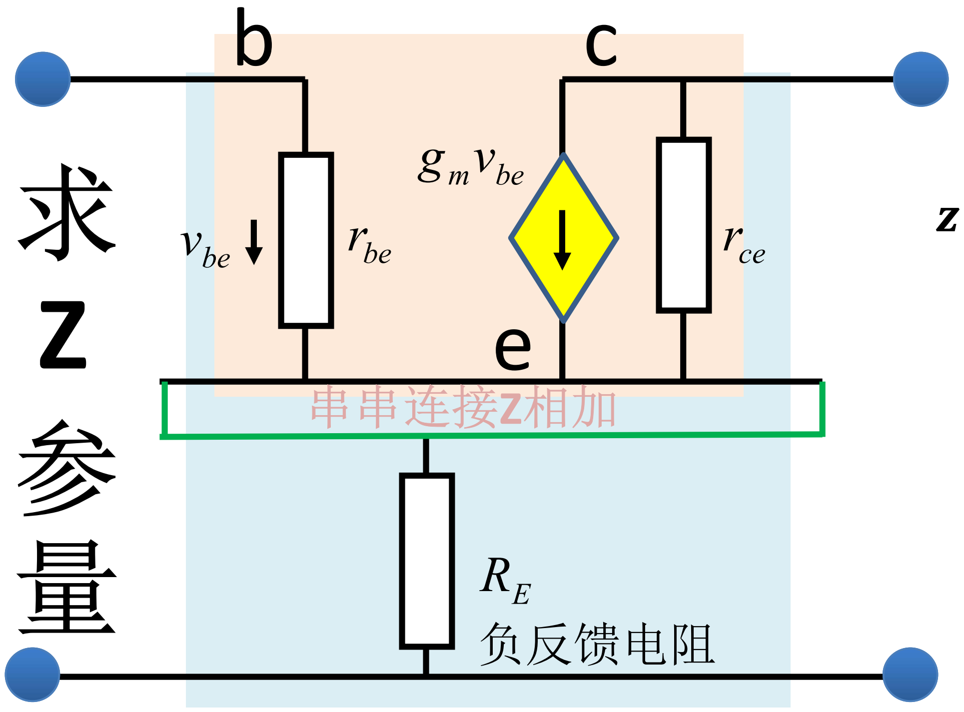
$v_1 = r_{be} i_1$

$$v_2 = (i_2 - g_m v_{be}) r_{ce} = -g_m r_{be} r_{ce} i_1 + r_{ce} i_2$$

$$\mathbf{z}_A = \begin{bmatrix} r_{be} & 0 \\ -g_m r_{be} r_{ce} & r_{ce} \end{bmatrix}$$

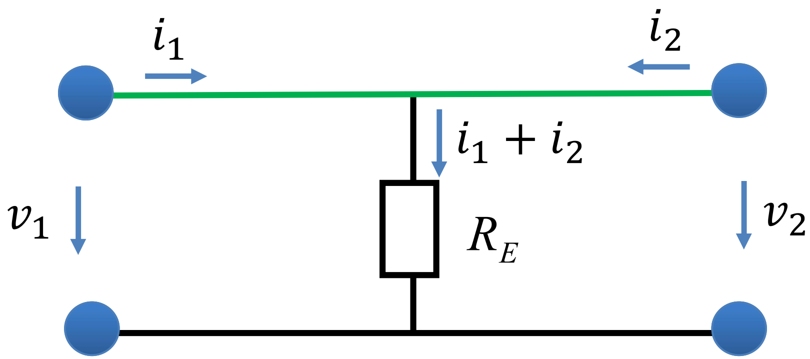


求Z参量



$$\mathbf{z} = \mathbf{z}_A + \mathbf{z}_F = \begin{bmatrix} r_{be} & 0 \\ -g_m r_{be} r_{ce} & r_{ce} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_E & R_E \\ R_E & R_E \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} r_{be} + R_E & R_E \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} & r_{ce} + R_E \end{bmatrix}$$



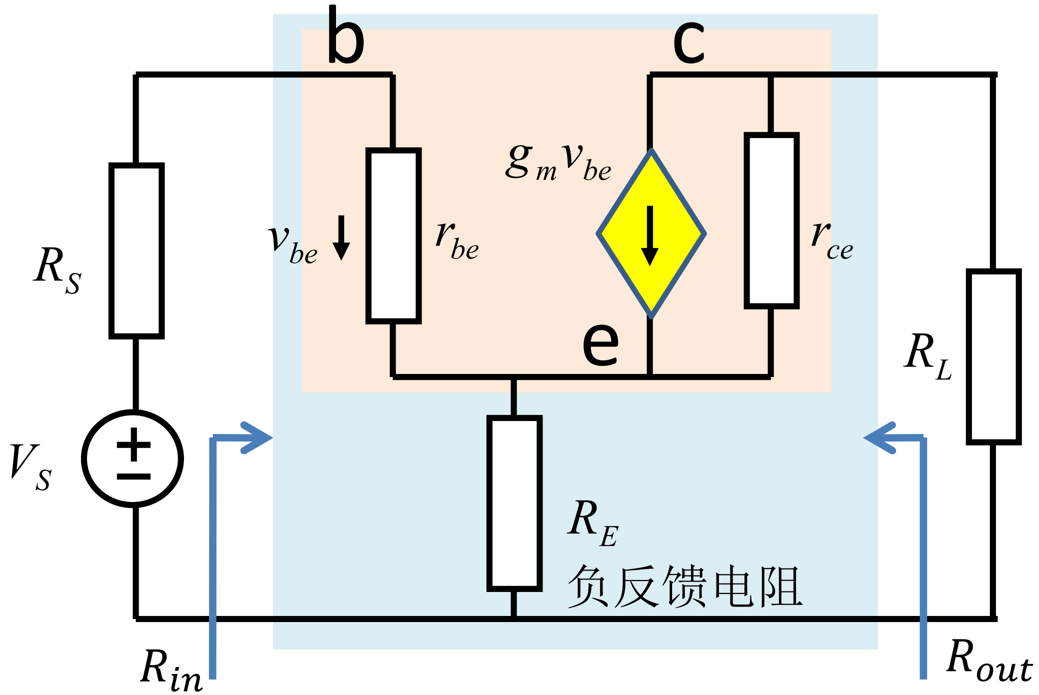
$v_1 = (i_1 + i_2) R_E$

$v_2 = (i_1 + i_2) R_E$

$$\mathbf{z}_F = \begin{bmatrix} R_E & R_E \\ R_E & R_E \end{bmatrix}$$

57

由Z参量求输入、输出电阻



$$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix} r_{be} + R_E & R_E \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} & r_{ce} + R_E \end{bmatrix}$$

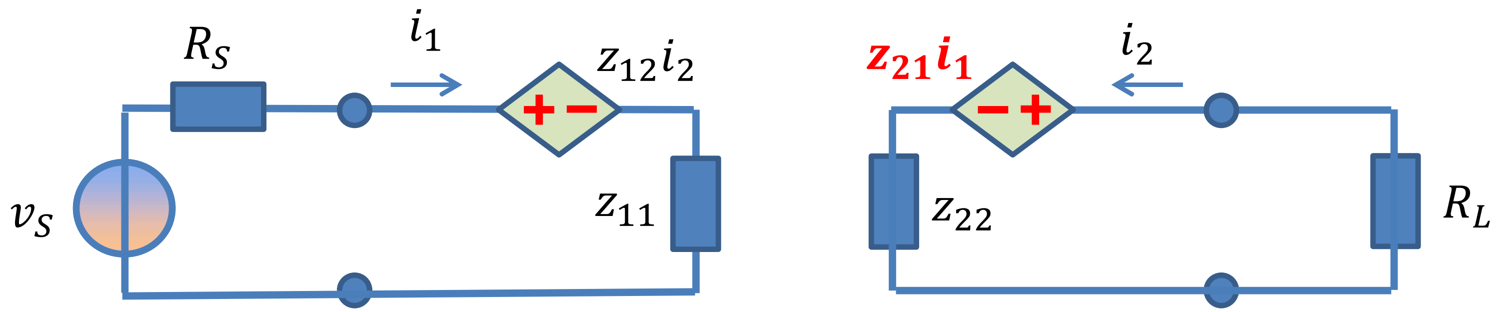
$$z_{in} = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + R_L}$$

$$z_{out} = z_{22} - \frac{z_{21} z_{12}}{z_{11} + R_S}$$

$$R_{in} = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + R_L} = r_{be} + R_E - \frac{R_E(R_E - g_m r_{be} r_{ce})}{r_{ce} + R_E + R_L} = r_{be} + R_E \frac{r_{ce} + R_L + g_m r_{be} r_{ce}}{r_{ce} + R_E + R_L}$$

$$R_{out} = z_{22} - \frac{z_{21} z_{12}}{z_{11} + R_S} = r_{ce} + R_E - \frac{R_E(R_E - g_m r_{be} r_{ce})}{r_{be} + R_E + R_S} = r_{ce} + R_E \frac{r_{be} + R_S + g_m r_{be} r_{ce}}{r_{be} + R_E + R_S}$$

由Z参量求传递函数（电压增益）



$$i_1 = \frac{v_S - z_{12}i_2}{R_S + z_{11}} \qquad i_2 = -\frac{z_{21}i_1}{R_L + z_{22}} = -\frac{z_{21}}{R_L + z_{22}}\frac{v_S - z_{12}i_2}{R_S + z_{11}}$$

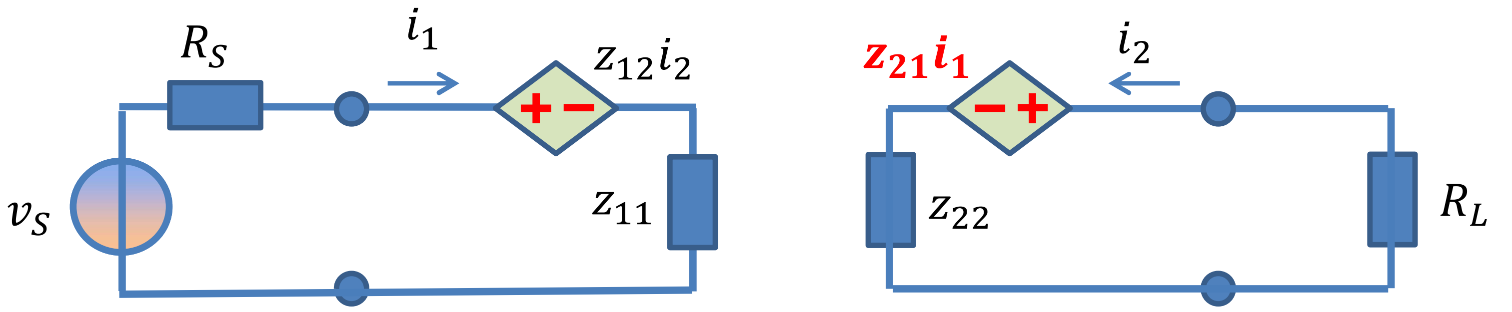
$$(R_L + z_{22})(R_S + z_{11})i_2 = -z_{21}v_S + z_{21}z_{12}i_2$$

$$z_{21}v_S = \big(z_{21}z_{12} - (R_L + z_{22})(R_S + z_{11})\big)i_2$$

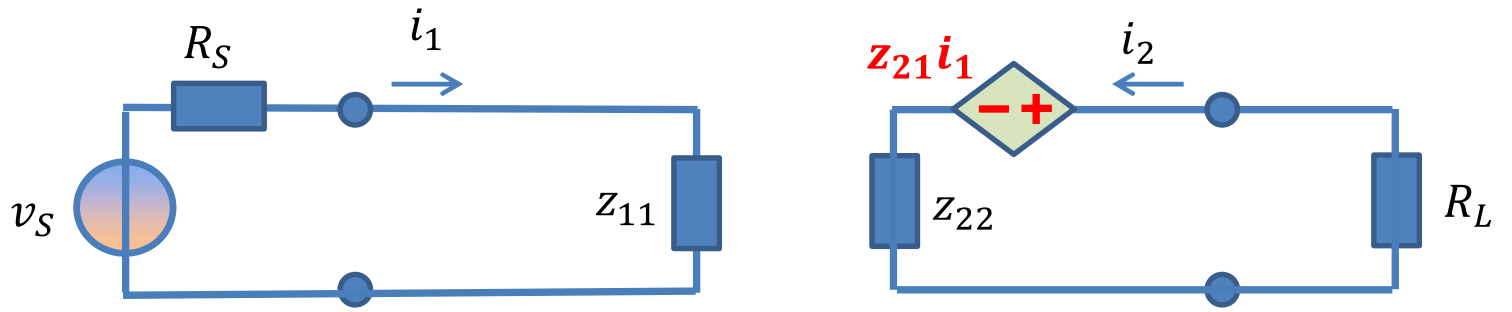
$$H = \frac{v_L}{v_S} = A_v = \frac{-i_2R_L}{v_S} = \frac{-z_{21}R_L}{z_{21}z_{12} - (R_L + z_{22})(R_S + z_{11})}$$

凡是复杂一点的公式，都应做量纲检查，极端检查，确保基本无误

极端检查：单向网络



$$A_v=\frac{-z_{21}R_L}{z_{21}z_{12}-(R_L+z_{22})(R_S+z_{11})}\overset{z_{12}=0}{=}\frac{z_{21}R_L}{(R_L+z_{22})(R_S+z_{11})}$$

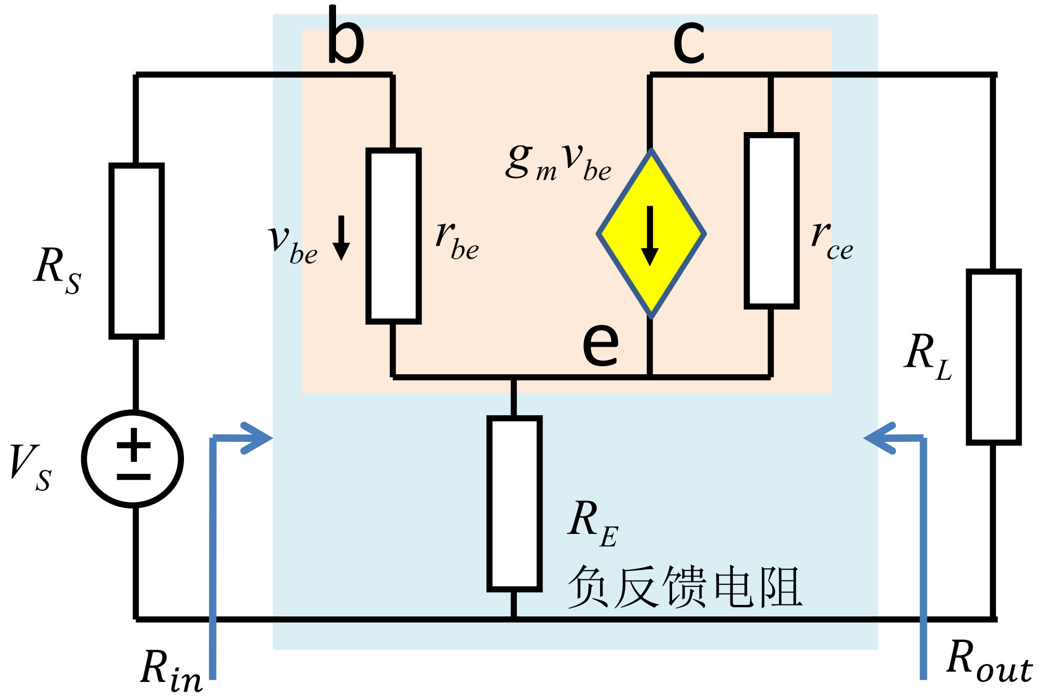


$$i_1=\frac{v_S}{R_S+z_{11}}$$

$$v_L=\frac{R_L}{R_L+z_{22}}z_{21}i_1=\underbrace{\frac{R_L}{R_L+z_{22}}}_{\text{输出回路电压在负载电阻上的分压为负载电压}}\underbrace{z_{21}}_{\text{被本征跨阻增益转换为输出回路电压}}\underbrace{\frac{1}{R_S+z_{11}}v_S}_{\text{输入电压被输入回路总电阻转化为输入回路电流}}$$

极限检查通过，继续下一步

由Z参量求电压增益



$$\boldsymbol{z} = \begin{bmatrix} r_{be} + R_E & R_E \\ R_E - g_m r_{be} r_{ce} & r_{ce} + R_E \end{bmatrix}$$

$$A_v = \frac{z_{21} R_L}{(R_L + z_{22})(R_S + z_{11}) - z_{21} z_{12}}$$

$$= \frac{(R_E - g_m r_{be} r_{ce}) R_L}{(R_L + r_{ce} + R_E)(R_S + r_{be} + R_E) - R_E (R_E - g_m r_{be} r_{ce})}$$

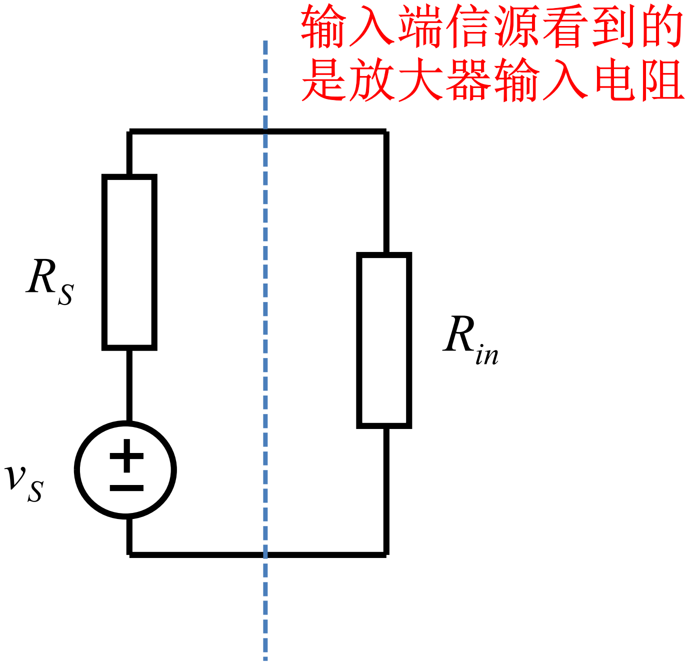
本题答案

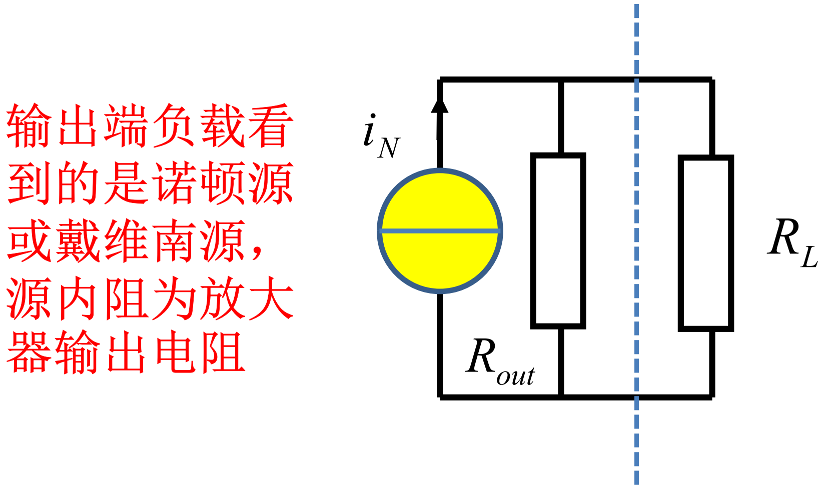
$$A_v = \frac{(R_E - g_m r_{be} r_{ce}) R_L}{(R_L + r_{ce} + R_E)(R_S + r_{be} + R_E) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)}$$

$$i_N = \frac{R_E - g_m r_{be} r_{ce}}{(R_S + r_{be} + R_E)(R_E + r_{ce}) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)} v_S$$

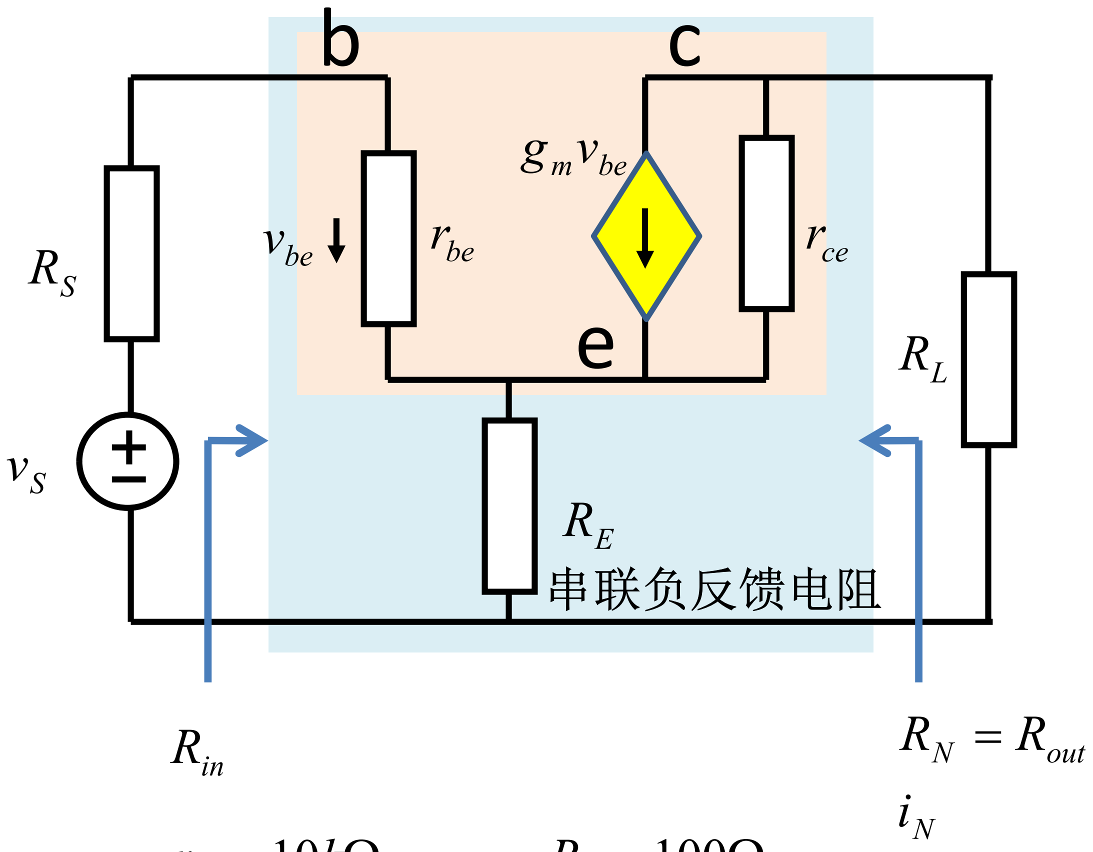
$$R_{in} = r_{be} + \frac{g_m r_{be} r_{ce} + r_{ce} + R_L}{R_L + r_{ce} + R_E} R_E$$

$$R_{out} = r_{ce} + \frac{g_m r_{be} r_{ce} + r_{be} + R_S}{R_S + r_{be} + R_E} R_E$$





拓展研究：小心求证，大胆化简



$r_{be} = 10k\Omega$

$r_{ce} = 100k\Omega$

$g_m = 40mS$

$R_S = 100\Omega$

$R_E = 1k\Omega$

$R_L = 10k\Omega$

- 在我们没有具体数值大小概念前，上述计算是正解
- 如果有具体数值大小概念，在分析中，应合理弃小取大，便于记忆

$$r_{be}=10k\Omega \qquad R_S=100\Omega$$
$$r_{ce}=100k\Omega \qquad R_E=1k\Omega$$
$$g_m=40mS \qquad R_L=10k\Omega$$

10倍则可认为远远大于，分析时则可将小值丢弃：抓主要矛盾

$$R_{in}=r_{be}+\frac{g_m r_{be} r_{ce}+r_{ce}+R_L}{R_L+r_{ce}+R_E}R_E \overset{\substack{R_L<<r_{ce}\\R_E<<r_{ce}}}{\approx} r_{be}+(g_m r_{be}+1)R_E \overset{R_E<<r_{be}}{\approx} r_{be}(1+g_m R_E)$$

371.35kΩ **410kΩ** **+10.4%**

$$R_{out}=r_{ce}+\frac{g_m r_{be} r_{ce}+r_{be}+R_S}{R_S+r_{be}+R_E}R_E \overset{\substack{R_S<<r_{be}\\R_E<<r_{be}}}{\approx} r_{ce}+(1+g_m r_{ce})R_E \overset{R_E<<r_{ce}}{\approx} (1+g_m R_E)r_{ce}$$

3.7045MΩ **4.1MΩ** **+10.7%**

$$i_N=\frac{R_E-g_m r_{be} r_{ce}}{(R_S+r_{be}+g_m r_{be} r_{ce}+r_{ce})R_E+(R_S+r_{be})r_{ce}}v_S$$

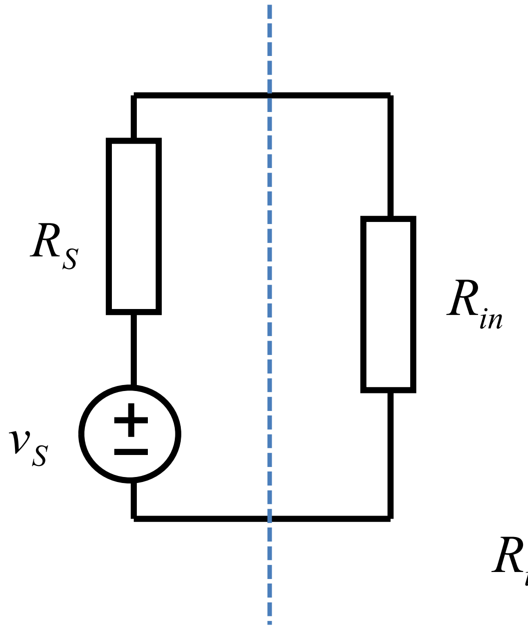
$$\overset{R_S<<r_{be}}{\approx} \frac{R_E-g_m r_{be} r_{ce}}{(r_{be}+g_m r_{be} r_{ce}+r_{ce})R_E+r_{be} r_{ce}}v_S$$

-0.9727mS

$$\overset{R_E<<r_{be},r_{ce}}{\approx} \frac{-g_m r_{be} r_{ce}}{g_m r_{be} r_{ce} R_E+r_{be} r_{ce}}v_S=-\frac{g_m}{1+g_m R_E}v_S$$

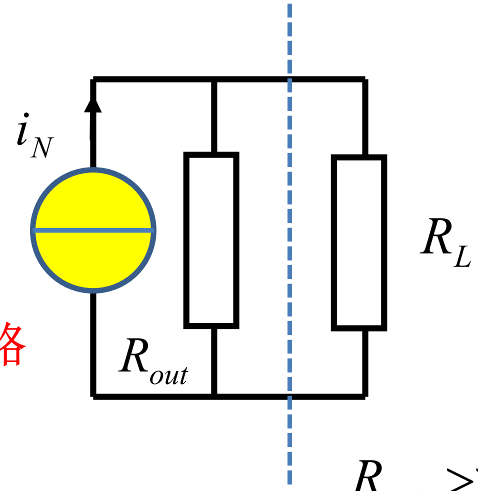
-0.9756mS **+0.3%**

误差很大吗？很小！



输入回路

$R_{in} >> R_S$



输出回路

$R_{out} >> R_L$

$$v_{in} = \frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} v_S$$

$$= \frac{371.35k}{371.35k + 0.1k} v_S = 0.99973 v_S$$

$$\approx \frac{410k}{410k + 0.1k} v_S = 0.99976 v_S$$

+0.0025%

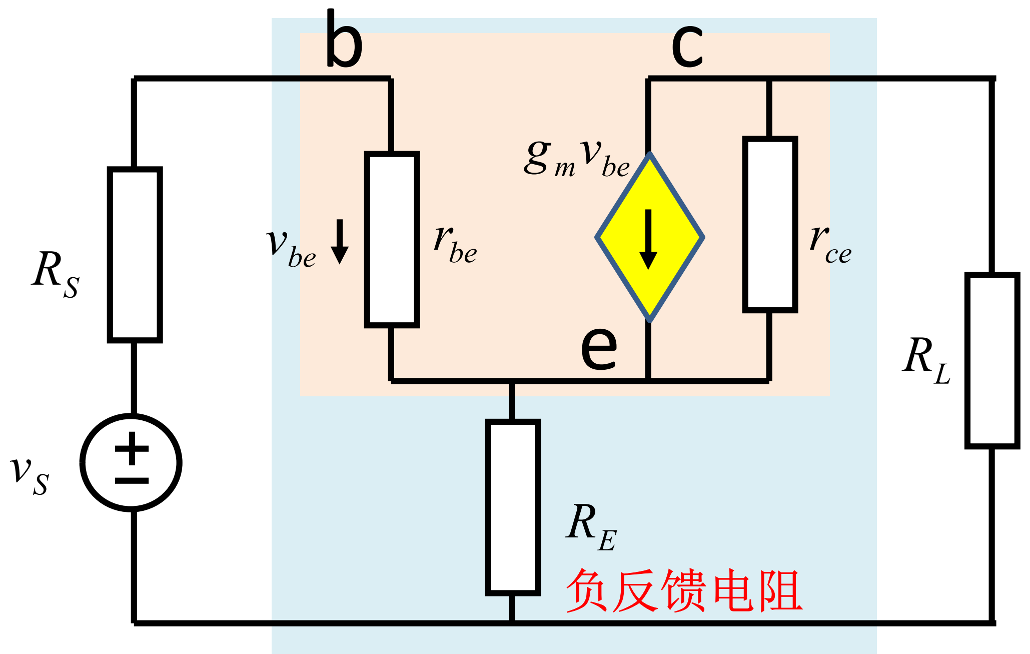
$$v_{out} = i_N \frac{R_{out} R_L}{R_{out} + R_L}$$

$$= -0.9727m \times 9.973k \times v_S = -9.7012 v_S$$

$$\approx -0.9756m \times 9.976k \times v_S = -9.7324 v_S$$

+0.32%

结点电压法确认



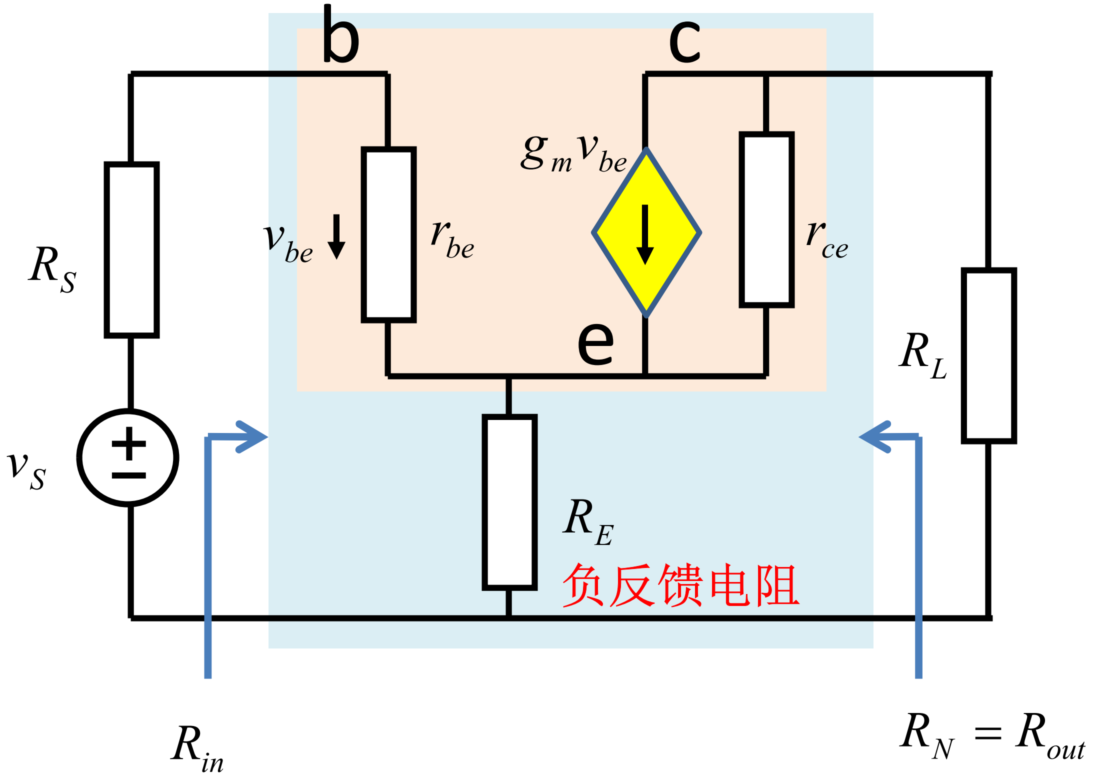
$$\begin{bmatrix} G_S+g_{be} & -g_{be} & 0 \\ -g_{be}-g_m & g_{be}+g_{ce}+G_E+g_m & -g_{ce} \\ g_m & -g_{ce}-g_m & g_{ce}+G_L \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_b \\ v_e \\ v_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} v_S G_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10+0.1 & -0.1 & 0 \\ -0.1-40 & 0.1+0.01+1+40 & -0.01 \\ 40 & -0.01-40 & 0.01+0.1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_b \\ v_e \\ v_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10v_S \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_b \\ v_e \\ v_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.9997 \\ 0.9728 \\ -9.7012 \end{bmatrix}v_S$$

和诺顿等效结果一致

抓住主要矛盾：简单记忆



$$R_S << r_{be}, R_L << r_{ce}$$

$$R_E << r_{be}, r_{ce}$$

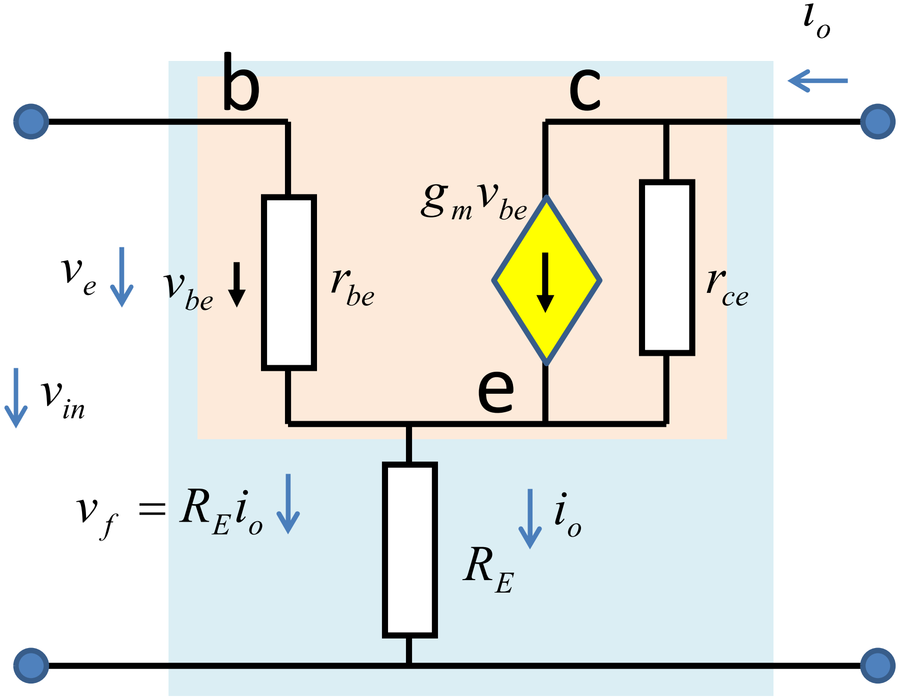
$$R_{in} \approx (1 + g_m R_E) r_{be}$$

$$R_{out} \approx (1 + g_m R_E) r_{ce}$$

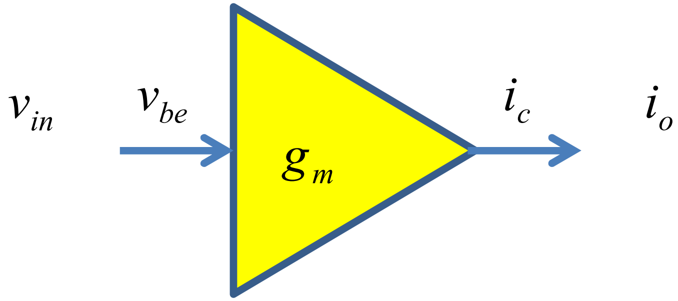
$$i_N \approx -\frac{g_m}{1 + g_m R_E} v_S$$

为何有这样规整的结果？
负反馈结构的必然结果！

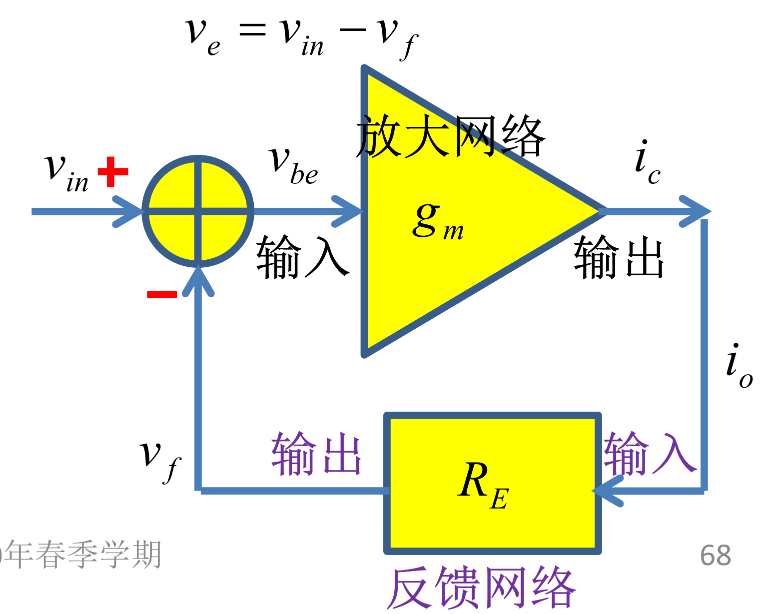
何谓负反馈？



负反馈放大器



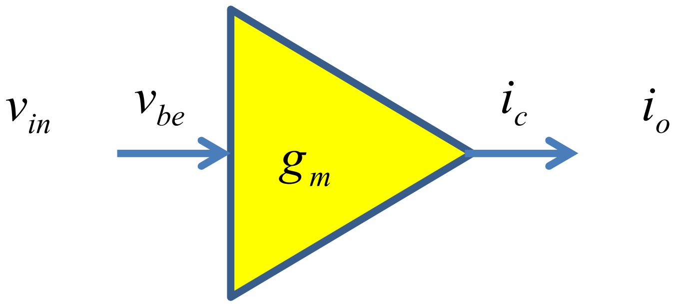
BJT：没有负反馈的跨导放大器



负反馈：环路中的扰动环路一周后反向抵消
如果正向加强，则为正反馈

负反馈作用：稳定输出

负反馈原理分析：环路增益



没有负反馈的理想跨导放大器

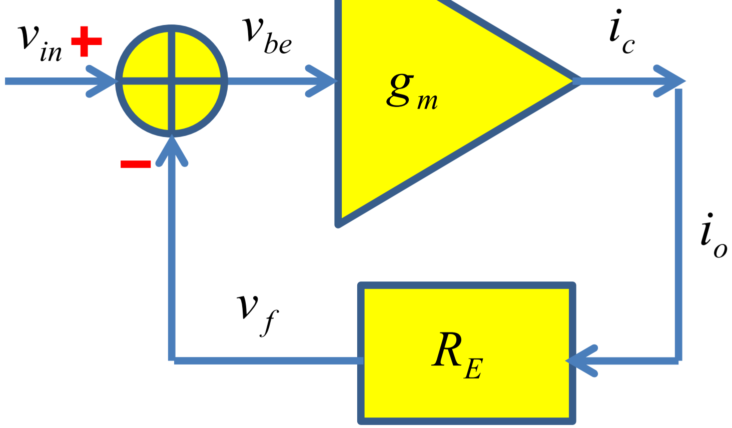
$$i_o = g_m v_{in}$$ 没有负反馈

输出短路电流

$$v_f = i_o R_E$$

$$v_e = v_{in} - v_f = v_{in} - i_o R_E$$

$$v_e = v_{in} - v_f$$



理想跨导放大网络+理想跨阻反馈网络

$$i_o = i_c = g_m v_{be} = g_m v_e = g_m \left(v_{in} - i_o R_E\right)$$

$$i_o = \frac{g_m}{1 + \underline{\underline{g_m R_E}}} v_{in} = g_{mf} v_{in}$$ 有负反馈

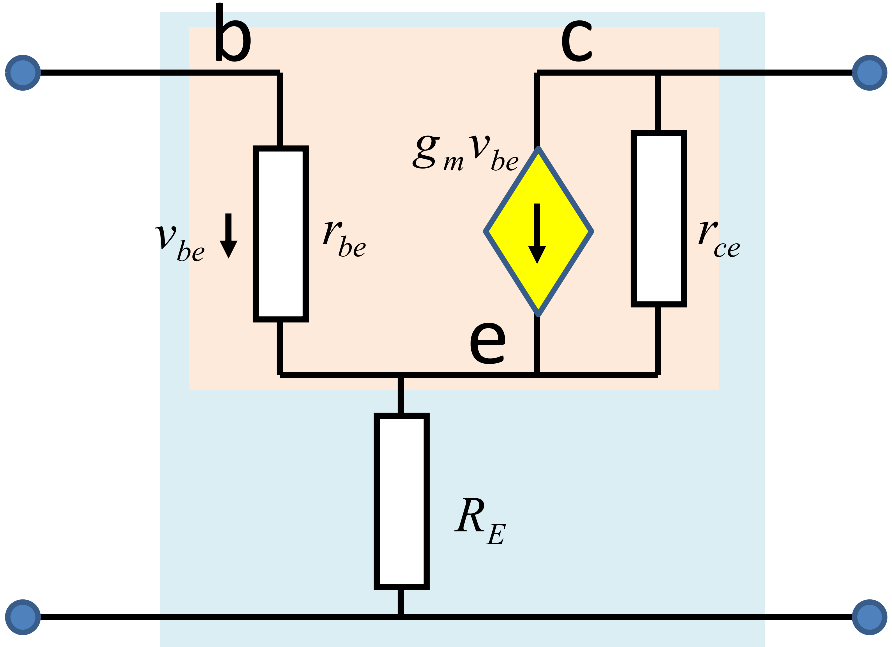
环路增益：信号环路一周的放大倍数

$$g_{mf} = \frac{g_m}{1 + g_m R_E} \overset{g_m R_E >> 1}{=} \frac{1}{R_E}$$ 反馈系数决定闭环增益

细致分析
串串连接z相加

$$\mathbf{y}_{BJT}=\begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.1mS & 0 \\ 40mS & 0.01mS \end{bmatrix}$$

最适描述矩阵



负反馈放大器

$r_{be}=10k\Omega$ $\quad g_m=40mS$

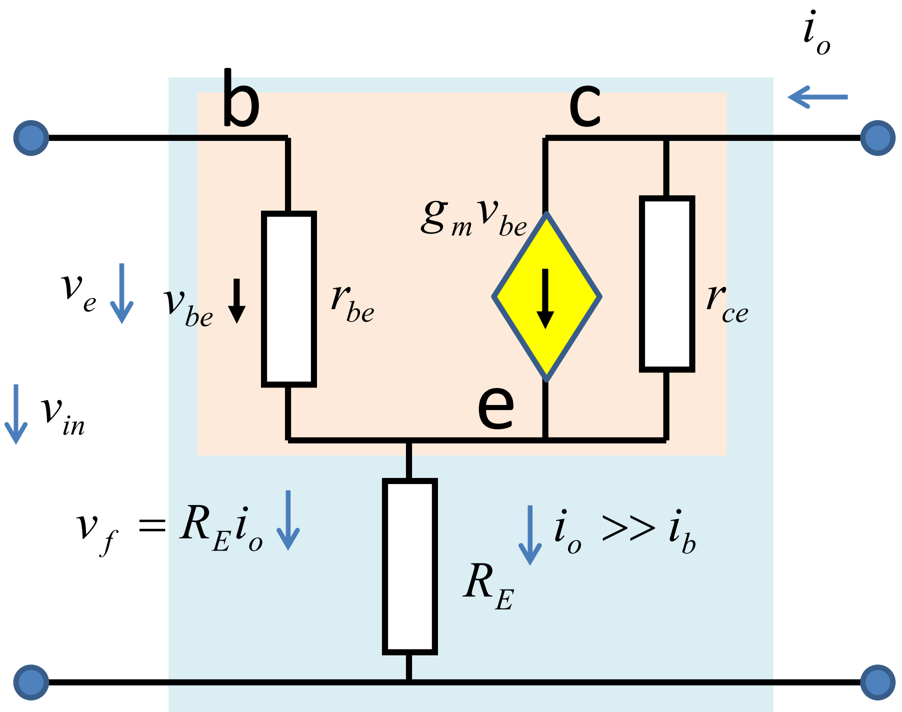
$r_{ce}=100k\Omega$ $\quad R_E=1k\Omega$

$$\mathbf{z}_{BJT}=\begin{bmatrix} r_{be} & 0 \\ -g_m r_{be} r_{ce} & r_{ce} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 10k\Omega & 0 \\ -40M\Omega & 100k\Omega \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}_F=\begin{bmatrix} R_E & R_E \\ R_E & R_E \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1k\Omega & 1k\Omega \\ 1k\Omega & 1k\Omega \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}_{AF}=\mathbf{z}_{BJT}+\mathbf{z}_F$$
$$=\begin{bmatrix} r_{be}+R_E & R_E \\ -g_m r_{be} r_{ce}+R_E & r_{ce}+R_E \end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix} 11k\Omega & 1k\Omega \\ -39.999M\Omega & 101k\Omega \end{bmatrix}$$

串串负反馈形成压控流源



负反馈放大器

负反馈：环路一周反变化

检测输出电流

输出电流中的波动被负反馈抑制，形成接近理想的恒流源

通过从输入电压中扣除反馈电压形成负反馈控制，形成压控特性

压控流源

描述压控流源的最适参量矩阵为y参量矩阵

$$\mathbf{z}_{AF} = \mathbf{z}_{BJT} + \mathbf{z}_F$$

$$= \begin{bmatrix} 11k\Omega & 1k\Omega \\ -39.999M\Omega & 101k\Omega \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_{AF} = \mathbf{z}_{AF}^{-1}$$

串串负反馈：压控流源最适描述

$$\mathbf{y}_{BJT}=\begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.1mS & 0 \\ 40mS & 0.01mS \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{z}_{AF}=\mathbf{z}_{BJT}+\mathbf{z}_F=\begin{bmatrix} 11 & 1 \\ -39999 & 101 \end{bmatrix}k\Omega$$

$$\mathbf{y}_{AF}=\mathbf{z}_{AF}^{-1}=\begin{bmatrix} 0.0024568 & -0.0000243 \\ 0.9729749 & 0.0002676 \end{bmatrix}mS\approx\begin{bmatrix} 0.0025 & 0.0000 \\ 0.9730 & 0.0003 \end{bmatrix}mS$$

纯数值看接近理想压控流源，但看不清原理，原理公式需要符号表述

$$\mathbf{z}_{AF}=\begin{bmatrix} r_{be}+R_E & R_E \\ -g_m r_{be} r_{ce}+R_E & r_{ce}+R_E \end{bmatrix}\overset{\substack{R_E<<r_{be}\\ R_E<<r_{ce}\\ R_E<<g_m r_{be} r_{ce}}}{\approx}\begin{bmatrix} r_{be} & R_E \\ -g_m r_{be} r_{ce} & r_{ce} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_{AF}=\mathbf{z}_{AF}^{-1}\approx\frac{1}{r_{be}r_{ce}+g_m r_{be} r_{ce} R_E}\begin{bmatrix} r_{ce} & -R_E \\ g_m r_{be} r_{ce} & r_{be} \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{1+g_m R_E}\begin{bmatrix} g_{be} & -R_E g_{be} g_{ce} \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}\approx\frac{1}{1+g_m R_E}\begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}=\frac{1}{1+g_m R_E}\mathbf{y}_{BJT}$$

串串负反馈：更接近理想压控流源

开环跨导放大器参量

$$r_{in}=r_{be}$$

$$r_{out}=r_{ce}$$

$$g_{m0}=g_m$$

$$\mathbf{y}_{BJT}=\begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{r_{be}} & 0 \\ g_m & \frac{1}{r_{ce}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 40 & 0.01 \end{bmatrix} mS$$

$$\mathbf{y}_{AF}=\mathbf{z}_{AF}^{-1}\approx\frac{1}{1+g_mR_E}\begin{bmatrix} g_{be} & 0 \\ g_m & g_{ce} \end{bmatrix}=\frac{1}{1+g_mR_E}\mathbf{y}_{BJT}=\frac{1}{1+g_mR_E}\begin{bmatrix} \frac{1}{r_{be}} & 0 \\ g_m & \frac{1}{r_{ce}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{r_{inf}} & 0 \\ g_{mf} & \frac{1}{r_{outf}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y}_{AF}\approx\begin{bmatrix} \frac{1}{r_{inf}} & 0 \\ g_{mf} & \frac{1}{r_{outf}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{1}{(1+g_mR_E)r_{be}} & 0 \\ \frac{g_m}{1+g_mR_E} & \frac{1}{(1+g_mR_E)r_{ce}} \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} 0.0025 & 0.0000 \\ 0.9730 & 0.0003 \end{bmatrix} mS \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_{mf} & 0 \end{bmatrix}$$

串串负反馈使得跨导放大器更接近理想于理想压控流源

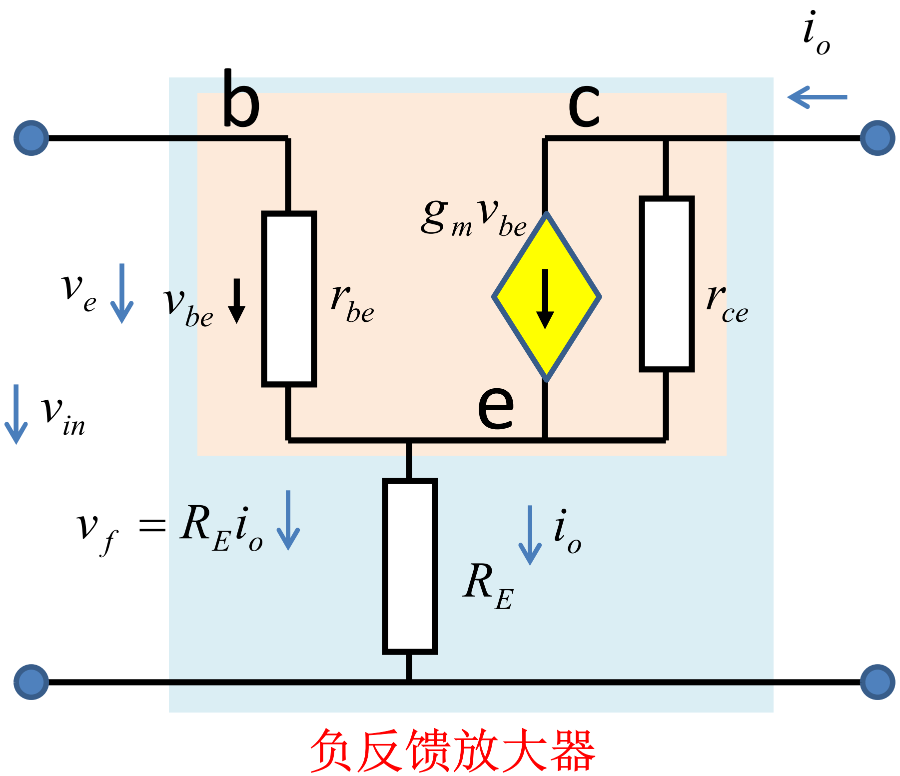
闭环跨导放大器参量

$$r_{inf}\approx(1+g_mR_E)r_{be}$$

$$r_{outf}\approx(1+g_mR_E)r_{ce}$$

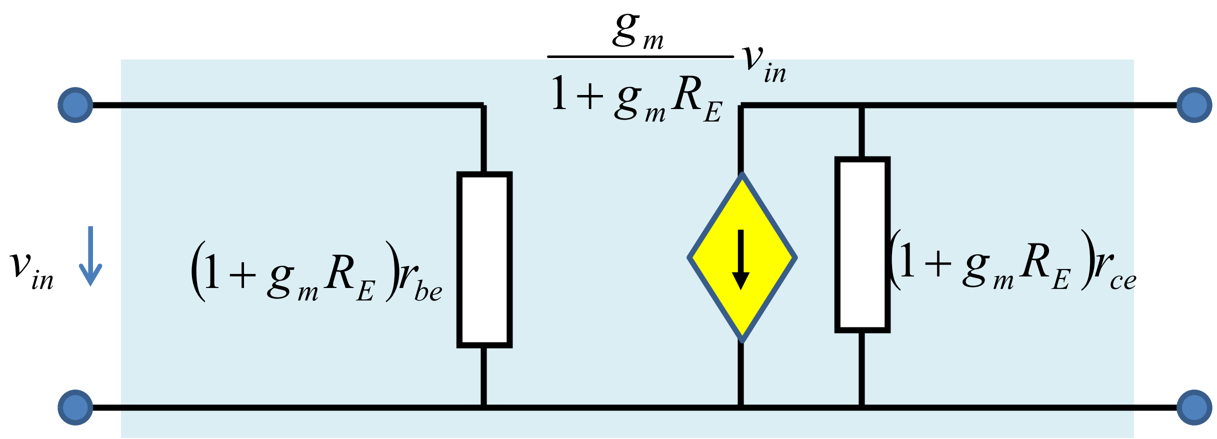
$$g_{mf}\approx\frac{g_m}{1+g_mR_E}$$

简化的等效电路



$$R_E \ll r_{be}, r_{ce}$$

$$\frac{1}{g_m} \ll r_{be}, r_{ce}$$

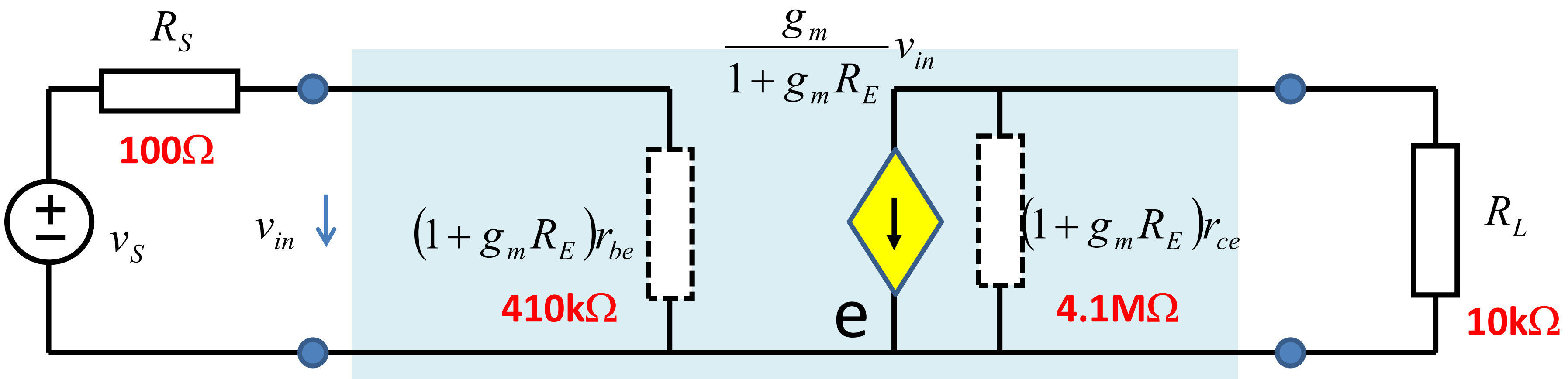


负反馈原理近似分析

$$A_v = \frac{(R_E - g_m r_{be} r_{ce})R_L}{(R_L + r_{ce} + R_E)(R_S + r_{be} + R_E) + R_E(g_m r_{be} r_{ce} - R_E)}$$

$$A_{vf} \approx -\frac{g_m}{1 + g_m R_E} R_L$$

我们喜欢简单的结论，容易记忆，物理意义明确



和信源内阻比，视为开路　　　和负载电阻比，视为开路

$$\frac{v_L}{v_S} = -g_{mf} R_L \cdot \frac{r_{inf}}{r_{inf} + R_S} \cdot \frac{G_L}{G_L + g_{outf}} \approx -g_{mf} R_L$$

$$= -\frac{g_m}{1 + g_m R_E} R_L$$

用负反馈原理计算出的近似解最？简约的公式表述！！

$$= -\frac{40mS}{1 + 40mS \cdot 1k\Omega} \times 10k\Omega = -9.7561$$

相差**+0.56%**

$$v_{out} = -9.7012 v_S$$

用回路电流法、结点电压法、诺顿等效计算出的精确解

再简约

负反馈的各种优点和好处，会在第**4**章、第**5**章及后续章节陆续深入讨论

$$\frac{v_L}{v_S}=-g_{mf}R_L\cdot\frac{r_{inf}}{r_{inf}+R_S}\cdot\frac{G_L}{G_L+g_{outf}}\approx -g_{mf}R_L$$

$$=-\frac{g_m}{1+g_mR_E}R_L=-\frac{40mS}{1+40mS\cdot 1k\Omega}\times 10k\Omega=-9.7561$$

$$\approx -\frac{R_L}{R_E}=-\frac{10k}{1k}=-10$$

重要结论：

在深度负反馈（**T=g_mR_E>>1**）条件下，负反馈放大器的增益由负反馈网络决定，和放大器参量无关

佐证案例：

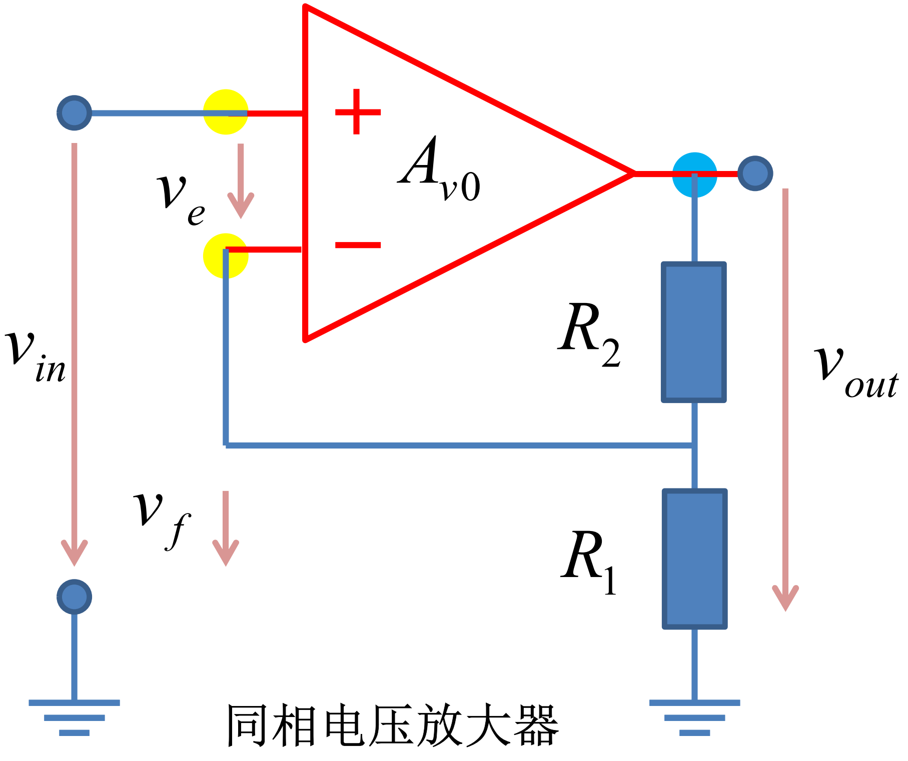
理想运放电路（同相放大器、反相放大器）的放大倍数由反馈网络决定，其根本原因就是极高的运放增益导致深度负反馈

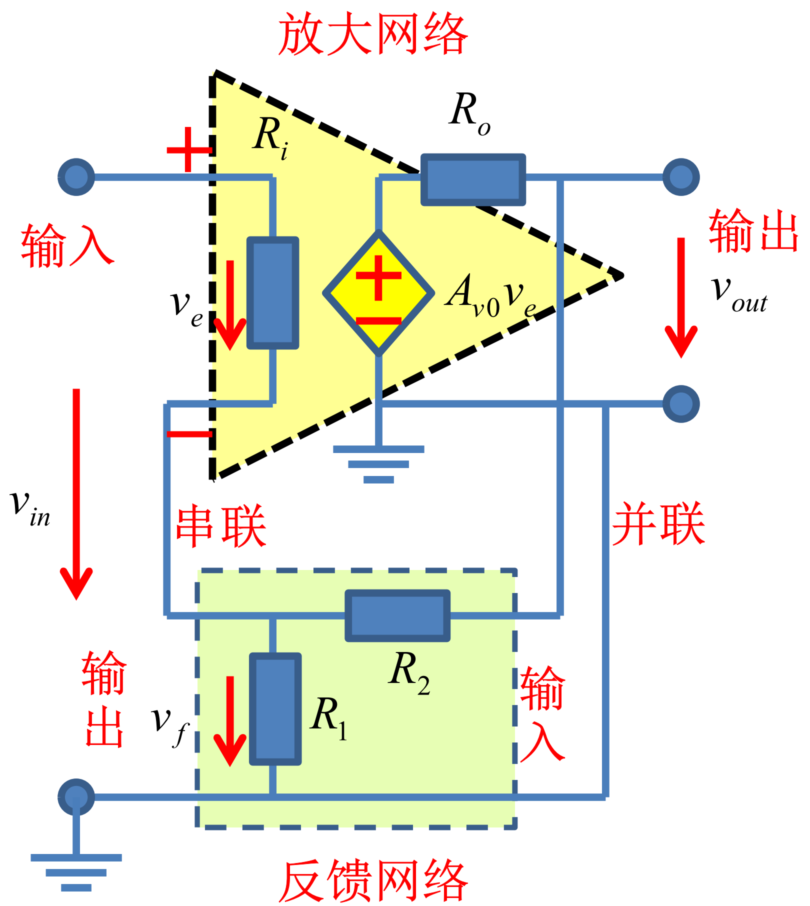
电路分析与设计中的极致化原则

- 在理解的基础上，大胆放弃小项，只保留主项
  - 大胆抽象，总结规律，应用到电路设计中
  - 总结规律：串串负反馈可形成接近理想压控流源的跨导放大器
    - 输入电阻增大：$r_{be}(1+g_m R_E)$
    - 输出电阻增大： $r_{ce}(1+g_m R_E)$
    - 跨导增益变小：$g_m/(1+g_m R_E)$ ~(深度负反馈)~ $1/R_E$
      - 深度负反馈条件下，闭环增益等于反馈系数的倒数

- 原理理解基础上，记忆并直接应用原理性结论进行估算、设计
  - 计算机数值计算结果不能帮助我们设计，只能验证我们的设计是否符合设想

本周作业8说明
二端口网络连接关系分析





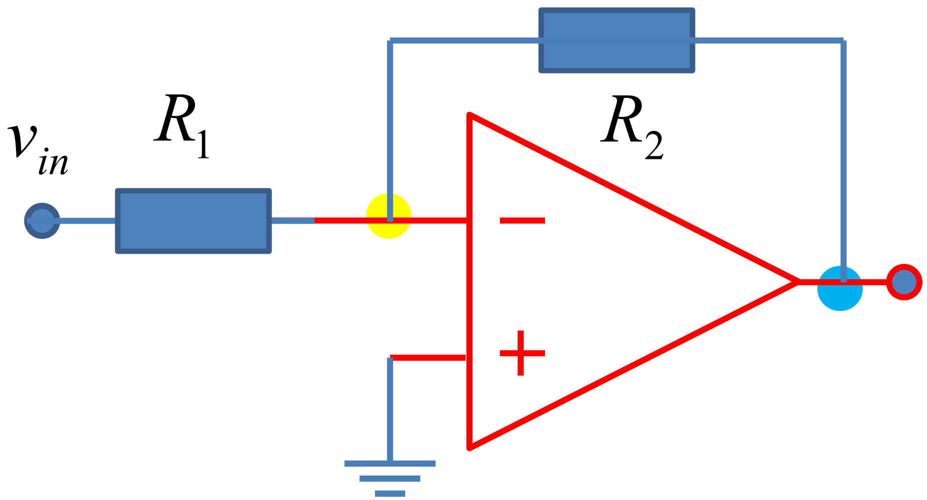
反馈输出点和放大输入点不同：串联
反馈输入点和放大输出点相同：并联

串并连接h相加

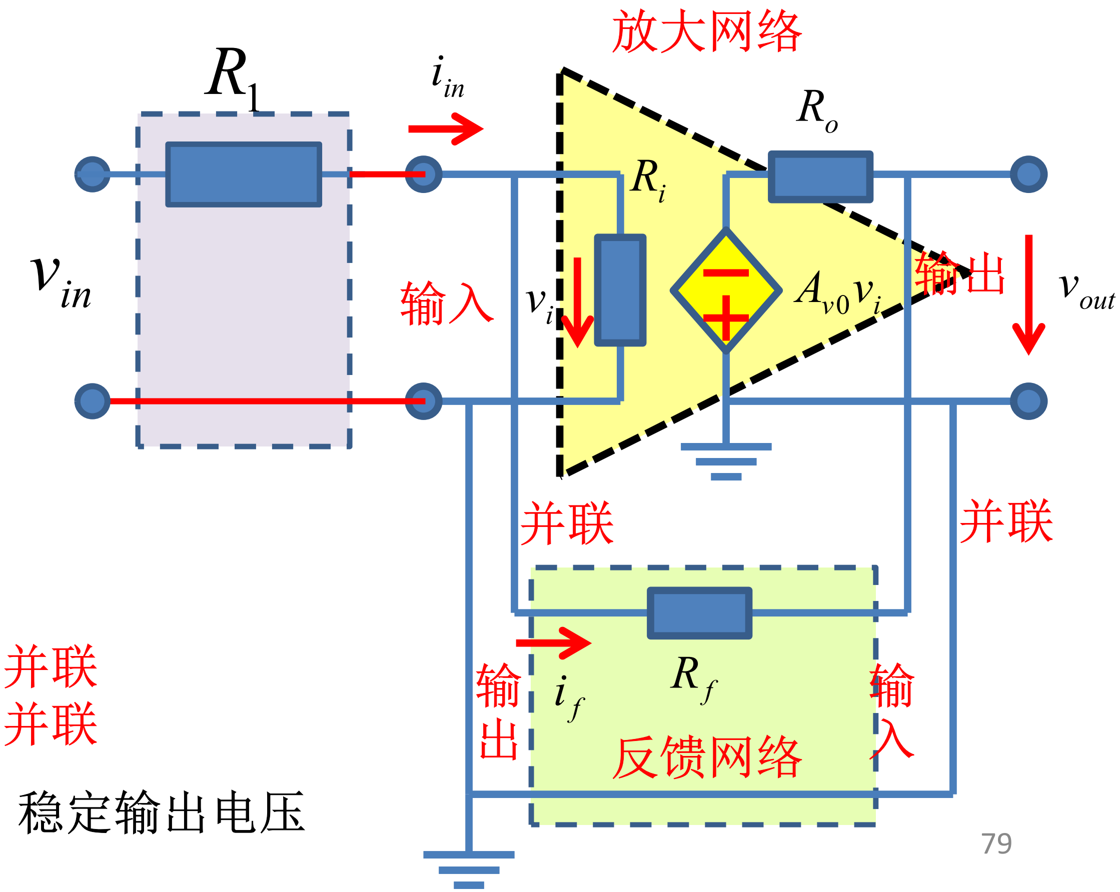
检测输出电压，形成反馈电压，稳定输出电压
接近理想压控压源（g）

并并连接

并并连接y相加



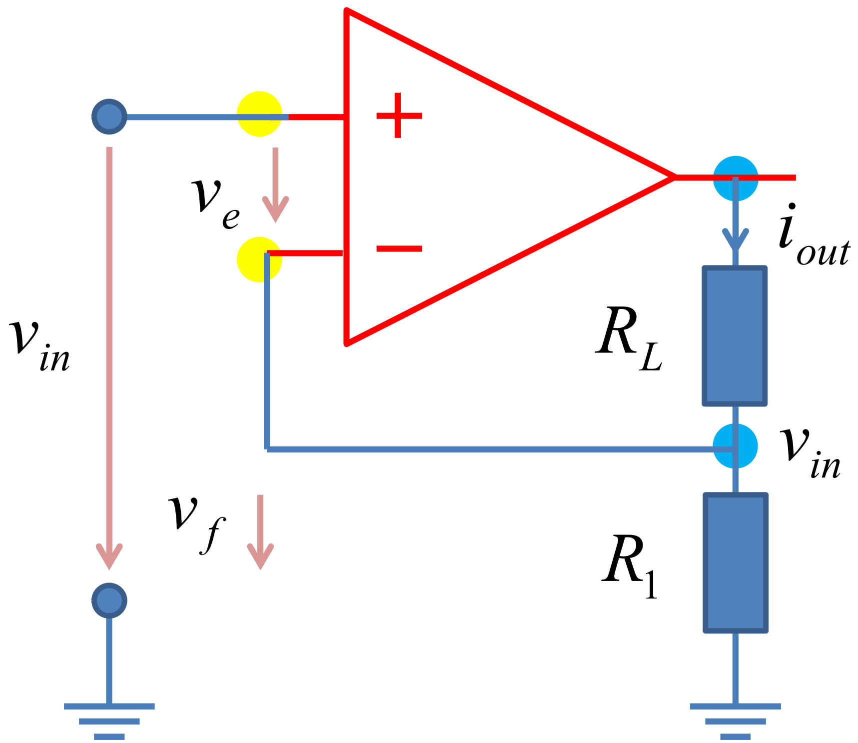
反相电压放大电路

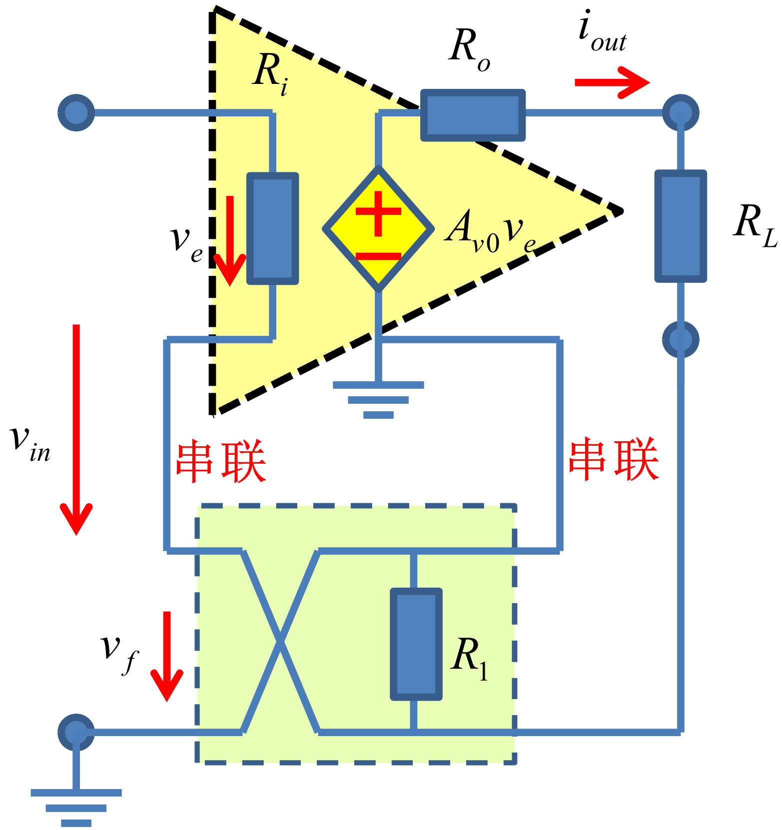


反馈输出点和放大输入点相同：并联
反馈输入点和放大输出点相同：并联

检测输出电压，形成反馈电流，稳定输出电压
接近理想流控压源（z）

串串连接z相加

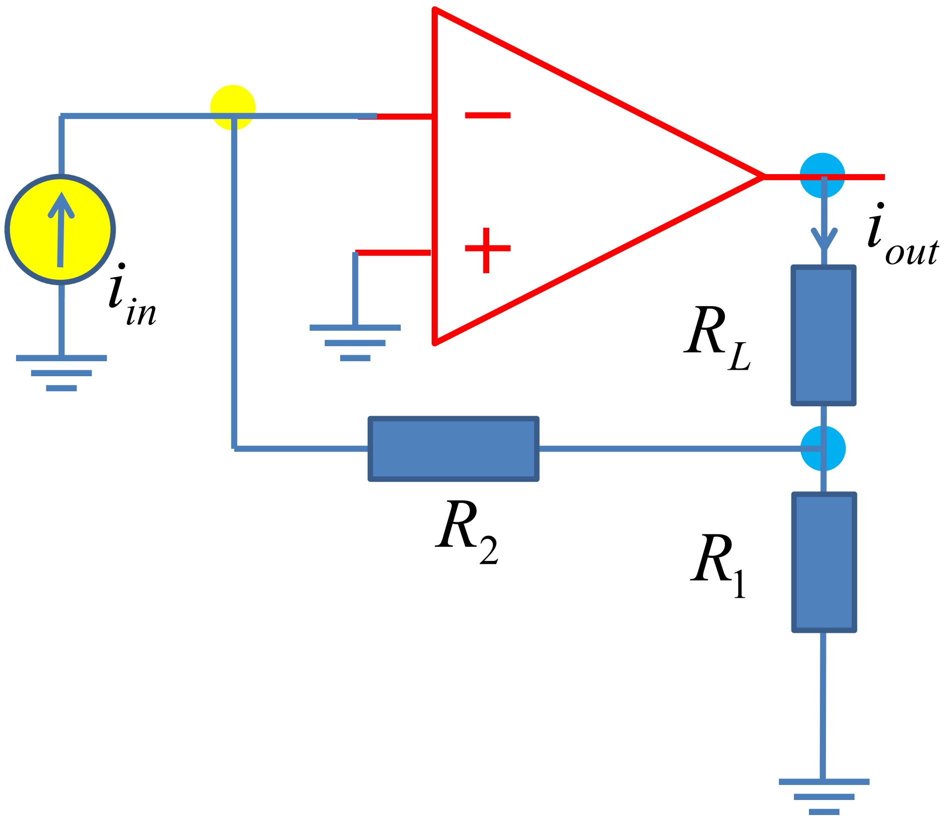


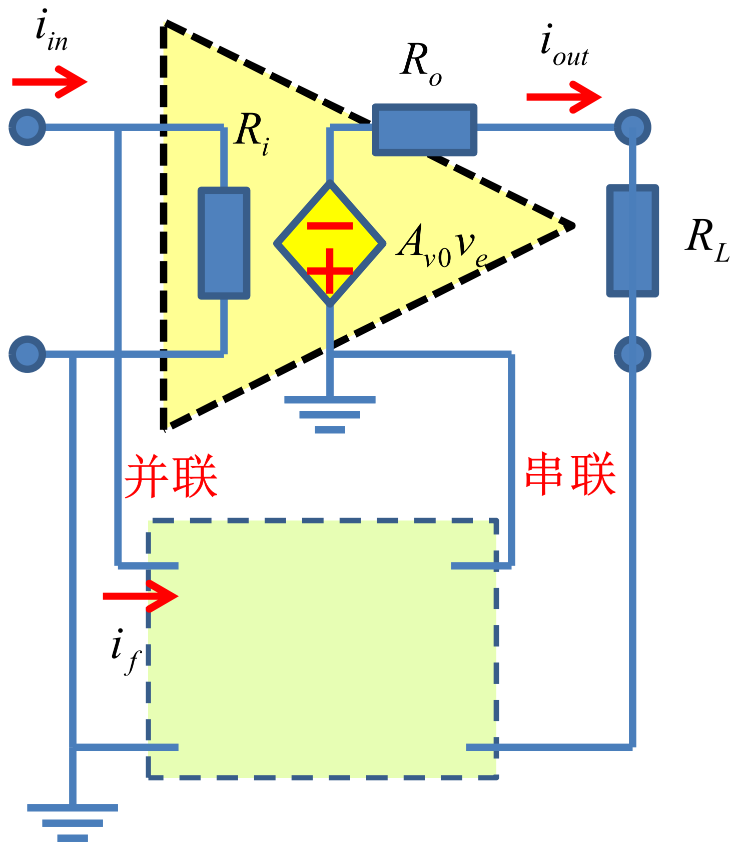


反馈输出点和放大输入点不同：串联
反馈输入点和放大输出点不同：串联

检测输出电流，形成反馈电压，稳定输出电流
接近理想压控流源（**y**）

并串连接g相加





反馈输出点和放大输入点相同：并联
反馈输入点和放大输出点不同：串联

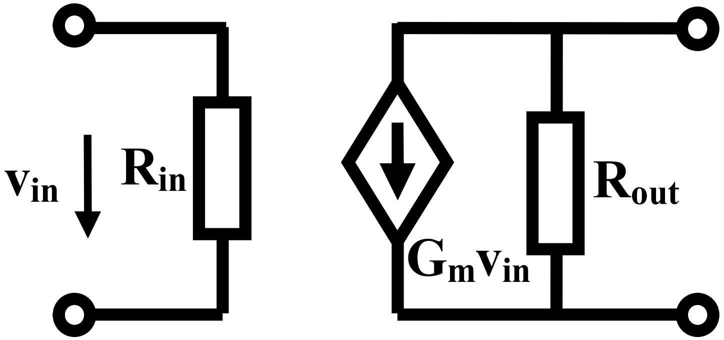
检测输出电流，形成反馈电流，稳定输出电流
接近理想流控流源（h）

作业7：放大器的有源性条件

- 请推导（方法不限）：
  - （1）跨导放大器满足什么条件时，它才是有源的（能够向外输出功率）？
  - （2）满足上述有源性条件前提下，又满足什么条件时，基本放大器可向外输出最大功率？最高功率增益为多少？

电压放大器的有源性条件 $$\left|A_v\right| > 2\sqrt{\frac{R_o}{R_i}}$$

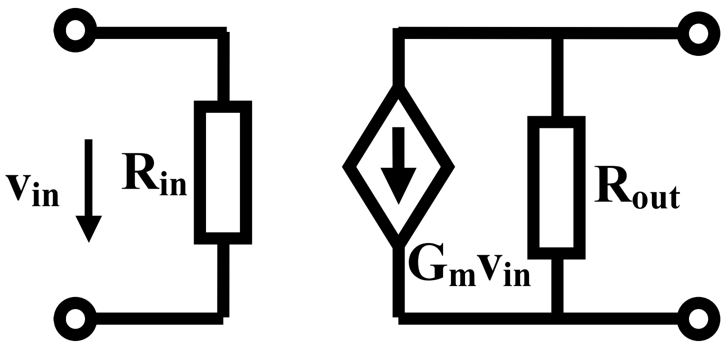
跨导放大器



$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} G_{in} & 0 \\ G_m & G_{out} \end{bmatrix}$$

$$p_{\Sigma} = v_1 i_1 + v_2 i_2 < 0$$

如果存在这种可能性，则有源
如果没有这种可能性，则无源



$$\mathbf{y}=\begin{bmatrix} G_{in} & 0 \\ G_m & G_{out} \end{bmatrix}$$

$$p_\Sigma = v_1 i_1 + v_2 i_2 = v_1\left(G_{in}v_1\right) + v_2\left(G_m v_1 + G_{out}v_2\right) = G_{in}v_1^2 + G_m v_1 v_2 + G_{out}v_2^2 < 0$$

$$G_{in} < 0$$

只需令端口2短路v_2=0，端口1加压，则有功率输出：有源

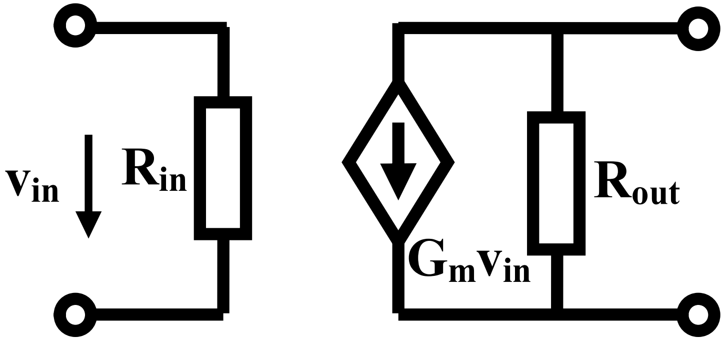
$$p_\Sigma = G_{in}v_1^2 < 0$$

负阻是有源的

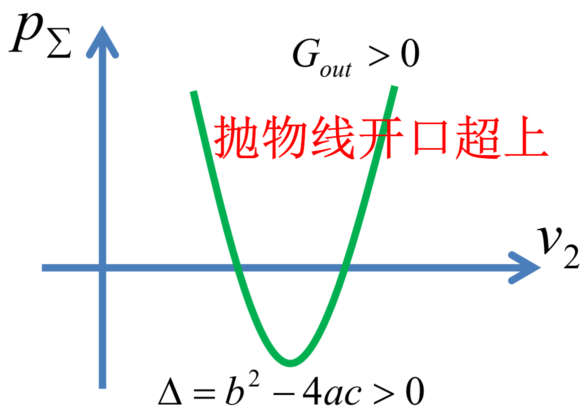
$$G_{out} < 0$$

只需令端口1短路v_1=0，端口2加压，有功率输出：有源

$$p_\Sigma = G_{out}v_2^2 < 0$$



$$\mathbf{y}=\begin{bmatrix} G_{in} & 0 \\ G_m & G_{out} \end{bmatrix}$$



$$\Delta = b^2 - 4ac > 0$$

$$(G_m v_1)^2 - 4G_{in}G_{out}v_1^2 > 0$$

$$p_\Sigma = G_{in}v_1^2 + G_m v_1 v_2 + G_{out}v_2^2$$

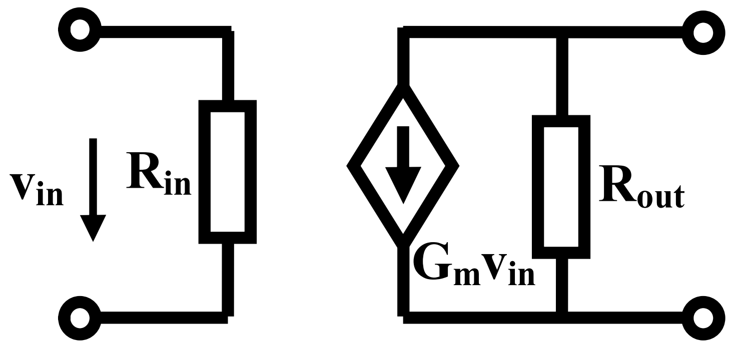
$$= G_{out}\left(v_2 + \frac{G_m v_1}{2G_{out}}\right)^2 + v_1^2\left(G_{in} - \frac{1}{4}\frac{G_m^2}{G_{out}}\right) < 0$$

$$G_{in} > 0 \qquad G_{out} > 0$$

只需令 $R_L = R_{out}$ ，如果 $G_m^2 > 4G_{in}G_{out}$

端口**1**加压，则端口**2**负载获得功率高于端口**1**吸收功率：总体是向外输出功率的

有源性条件



$$\mathbf{y}=\begin{bmatrix} G_{in} & 0 \\ G_m & G_{out} \end{bmatrix}$$

$G_{in}<0$ 输入电阻为负阻，可向外提供能量

$G_{out}<0$ 输出电阻为负阻，可向外提供能量

三个条件满足其一，则有源

$$G_m^2>4G_{in}G_{out}\qquad (G_{in},G_{out}>0)$$

跨导增益足够大，其提供能量不仅补偿内阻消耗能量，还有额外的能量向外输出

有源则可作为放大器使用，也可形成振荡器

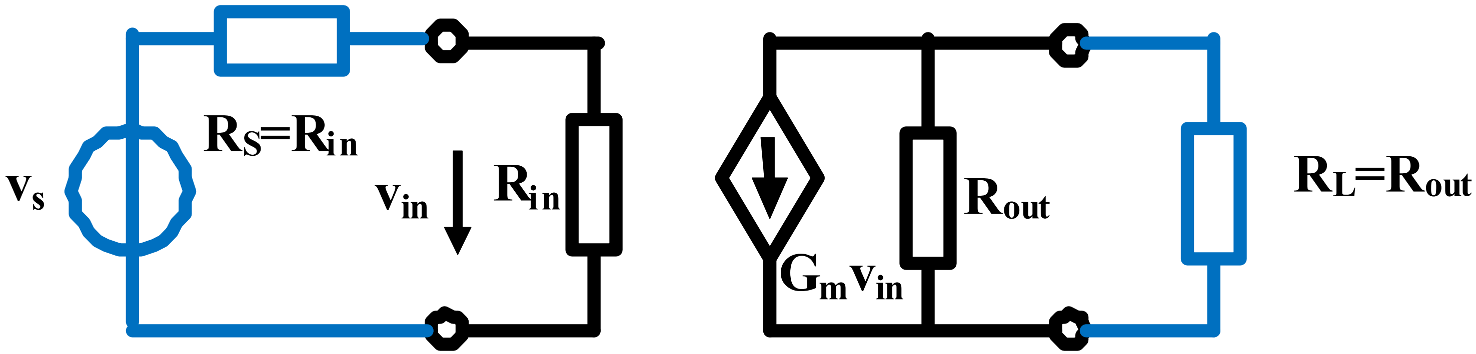
对放大器而言

另外两个有源性条件：负阻条件

$G_{in}<0$或$G_{out}<0$

通过无损器件环行器作用，形成反射型的负阻放大器，放大器功率大于1

- 有源性条件　等价于　功率增益大于1



$$G_{T,\max}=\frac{P_{L,\max}}{P_{S,\max}}=\frac{\dfrac{\left(-G_m V_{in,rms}0.5R_{out}\right)^2}{R_{out}}}{\dfrac{V_{s,rms}^2}{4R_{in}}}$$

$$=\frac{G_m^2 V_{in,rms}^2 R_{out}R_{in}}{V_{s,rms}^2}=\frac{G_m^2 R_{out}R_{in}}{4}>1$$

$$\Leftrightarrow\quad G_m^2>4G_{in}G_{out}$$

功率增益大于1，意味着输出端口输出功率大于输入端口吸收功率，和有源性定义要求一致