

# 电子电路与系统基础I

## 习题课第四讲

- 1、第二周作业讲解
- 2、理论课例题内容深化理解

李国林  
清华大学电子工程系

# 习题课第四讲 大纲

- 第二周作业讲解
- 理论课例题内容深化理解
  - 换个角度理解，用理论课所学方法列写电路方程， ...

# 作业1： 电流定义

- 1、电子流过某根导线的截面，通过该截面电荷量的变化规律为

$$q(t) = (5 \sin(2\pi f_1 t) + 2 \cos(2\pi f_2 t) + 10)(\mu C)$$

$$f_1 = 1kHz$$

- 则通过该截面的电流变化规律是什么？

$$f_2 = 3kHz$$

- 在 $t=50ms$ 时，电流为多大？

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(5 \sin(2\pi f_1 t) + 2 \cos(2\pi f_2 t) + 10)}{dt} \times 10^{-6} \\ &= (10\pi f_1 \cos(2\pi f_1 t) - 4\pi f_2 \sin(2\pi f_2 t)) \times 10^{-6} \\ &= (10\pi \times 1 \times 10^3 \cos(2\pi f_1 t) - 4\pi \times 3 \times 10^3 \sin(2\pi f_2 t)) \times 10^{-6} \\ &= (10\pi \cos(2\pi f_1 t) - 12\pi \sin(2\pi f_2 t)) \times 10^{-3} \\ &= (10\pi \cos(2\pi f_1 t) - 12\pi \sin(2\pi f_2 t))(mA) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i(50ms) &= (10\pi \cos(2\pi f_1 t) - 12\pi \sin(2\pi f_2 t))_{t=50ms} (mA) \\ &= (10\pi \cos(2\pi \times 50) - 12\pi \sin(2\pi \times 150))mA \\ &= (31.42 - 0)mA = 31.42mA \end{aligned}$$

## 作业2：灯泡消耗电能，等效为电阻

- 某交流电源（正弦波输出）以**270mA<sub>rms</sub>**的电流流过某灯泡**1h**，灯泡以光和热的形式消耗了**216kJ**的能量，求（1）灯泡两端电压为多少**V<sub>rms</sub>**？（2）灯泡的等效电阻阻值为多少？（3）灯泡消耗了多少**Wh**的电能？

$$\begin{aligned} E &= \int p(t)dt = P \cdot \Delta t = (I_{rms}^2 R) \Delta t \\ &= (0.27^2 \times R) \times 3600 = 216 \times 10^3 \end{aligned}$$

$$R = \frac{216 \times 10^3}{0.27^2 \times 3600} = 823 \Omega$$

$$V_{rms} = I_{rms} R = 0.27 \times 823 = 222(V)$$

$$\begin{aligned} E &= 216 \times 10^3 J = 216 \times 10^3 W \cdot s \\ &= \frac{216 \times 10^3}{3600} W \cdot h = 60Wh \end{aligned}$$

# 作业3: RLC基本元件特性

- 3、如果流入某单端口元件的电流为  $i(t) = 50 \cos(100\pi t) \text{ (mA)}$  在端口关联参考方向定义下, 该元件两端电压为

(a)  $v = 1000i$

(b)  $v = 0.003 \frac{di}{dt}$

(c)  $v = 10 + 10000 \int_0^t i dt$

没有给定单位的, 默认为国际单位制计算: 伏特, 安培

- (1)  $t=3\text{ms}$ 时, 该元件吸收的功率为多少?
- (2) 长时间来看, 元件吸收的平均功率为多少?
- (3) 已知**a**元件为电阻, **b**元件为电感, **c**元件为电容, 根据上述计算结果你能够推断出什么结论来?

电阻R

$$v = 1000i$$

电感L

$$v = 0.003 \frac{di}{dt}$$

电容C

$$v = 10 + 10000 \int_0^t i dt$$

题目没有指定单位，则默认为国际单位：电压伏特，电流安培

$$v = Ri$$

$$v = L \frac{di}{dt}$$

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

$$v = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

$$R = 1k\Omega$$

$$L = 3mH$$

$$C = 100\mu F$$

$$V_0 = 10V$$

$$i(t) = 50 \cos(100\pi t) (mA)$$

$$i(3ms) = 50 \cos(100\pi \times 3 \times 10^{-3}) (mA) = 29.39mA$$

$$p(t) = R \cdot i^2(t)$$

$$p(t) = L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$p(t) = V_0 \cdot i(t) + \frac{1}{C} i(t) \int_0^t i(t) dt$$

$$= 1 \times 10^3 \times (29.39 \times 10^{-3})^2$$

$$= 0.864W$$

# 电感吸收功率

$$i(t) = 50 \cos(100\pi t) (mA) \\ = I_p \cos \omega t$$

$$p(t) = L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} = L \cdot I_p \cos \omega t \cdot (-\omega I_p \sin \omega t) \\ = -\omega L \cdot I_p^2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2\omega t \quad \text{电吸收功率有正有负}$$

$$p(3ms) = -100\pi \times \left( \overset{\underline{\underline{L=3mH}}}{3 \times 10^{-3}} \right) \times \left( \overset{\underline{\underline{I_p=50mA}}}{50 \times 10^{-3}} \right)^2 \times \frac{1}{2} \times \sin \left( 2 \times (100 \times \pi) \times \left( \overset{\underline{\underline{t=3ms}}}{3 \times 10^{-3}} \right) \right)$$

计算过程中，采用科学计数法表示数，确保不会出错

$$= -0.943 \times 0.0025 \times 0.5 \times \sin(0.6\pi) = -0.943 \times 0.0025 \times 0.5 \times 0.951$$

$$= -0.00112W = \underline{\underline{-1.12mW}} \quad \text{负号代表这个时刻电感在向外部释放电功率}$$

计算结束时，采用SI词头表示法，便于对比理解

# 电容吸收功率

$$i(t) = 50 \cos(100\pi t) (mA) \\ = I_p \cos \omega t$$

$$p(t) = V_0 \cdot i(t) + \frac{1}{C} i(t) \int_0^t i(t) dt = V_0 \cdot I_p \cos \omega t + \frac{1}{C} I_p \cos \omega t \int_0^t I_p \cos \omega t dt \\ = V_0 \cdot I_p \cos \omega t + \frac{1}{C} I_p \cos \omega t \frac{I_p \sin \omega t}{\omega} = V_0 \cdot I_p \cos \omega t + \frac{1}{\omega C} \frac{I_p^2}{2} \sin 2\omega t$$

电容吸收功率有正有负

$$p(3ms) = \overline{\overline{V_0=10V}} \times \overline{\overline{I_p=50mA}} \times \cos(100 \times \pi \times \overline{\overline{t=3ms}}) \\ + \frac{1}{\overline{\overline{100\pi \times 100 \times 10^{-6}}}} \times \frac{(50 \times 10^{-3})^2}{2} \times \sin(2 \times 100 \times \pi \times 3 \times 10^{-3}) \\ \overline{\overline{C=100\mu F}}$$

$$= 0.5 \times \cos(0.3\pi) + \frac{100}{\pi} \times \frac{0.0025}{2} \times \sin(0.6\pi)$$

$$= 0.294 + 0.038 = 0.332(W) = \underline{\underline{332mW}}$$

正号代表这个时刻电容从外部吸收电功率  
瞬时功率

弧度 and 角度要区分清楚



# 正弦波激励下的平均功率

$$p_R(t) = R \cdot i^2(t) \quad p_L(t) = L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad p_C(t) = V_0 \cdot i(t) + \frac{1}{C} i(t) \int_0^t i(t) dt$$

$$P_R = \overline{p_R(t)} = R \cdot I_{rms}^2 \quad P_L = \overline{p_L(t)} = 0 \quad P_C = \overline{p_C(t)} = 0$$

电阻为耗能元件

电容、电感为储能元件，为无损元件  
可吸收能量，再释放出去，自身无能量损耗

$$p_R(t) = \underline{\underline{R}} \cdot \frac{I_p^2}{2} (1 + \cos 2\omega t) \quad p_C(t) = V_0 \cdot I_p \cos \omega t + \frac{1}{\underline{\underline{\omega C}}} \cdot \frac{I_p^2}{2} \sin 2\omega t$$

电阻 电抗

$$p_L(t) = \underline{\underline{\omega L}} \cdot \frac{I_p^2}{2} \sin(2\omega t + \pi)$$

电抗

电阻resistance和电抗reactance合称阻抗impedance  
电导conductance和电纳susceptance合称导纳admittance

# 作业4：时域波形

- 画出线性时不变电阻和电容两端电流波形、电压波形，瞬时功率波形，由时域波形说明电阻是耗能的，电容是储能且可释放能量的。假设加载到元件两端的电压为正弦波。（画示意图即可）

$$v(t) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = I_p \cos \omega t$$

$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$v(t) = R \cdot i(t)$$

$$= RI_p \cos \omega t$$

$$= V_p \cos \omega t$$

$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$= V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t I_p \cos \omega t dt = V_0 + \frac{I_p}{\omega C} \sin \omega t$$

如果电压为正弦波，则不存在直流电压

$$v(t) = R \cdot i(t)$$

$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$i(t) = I_p \cos \omega t$$

$$v(t) = R \cdot i(t) = RI_p \cos \omega t$$

$$v(t) = V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$= V_0 + \frac{1}{C} \int_0^t I_p \cos \omega t dt = V_0 + \frac{I_p}{\omega C} \sin \omega t$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t)$$
$$= R \cdot I_p^2 \cdot \cos^2 \omega t$$

$$= R \cdot \frac{I_p^2}{2} \cdot (1 + \cos 2\omega t)$$

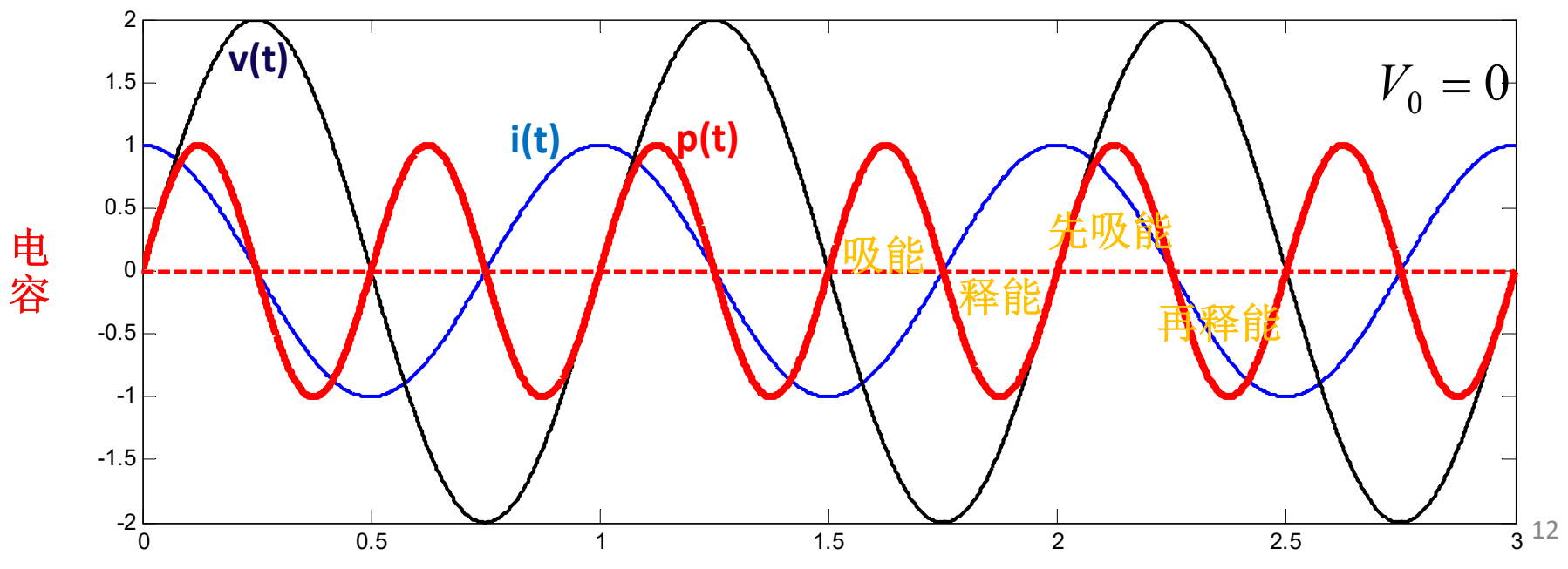
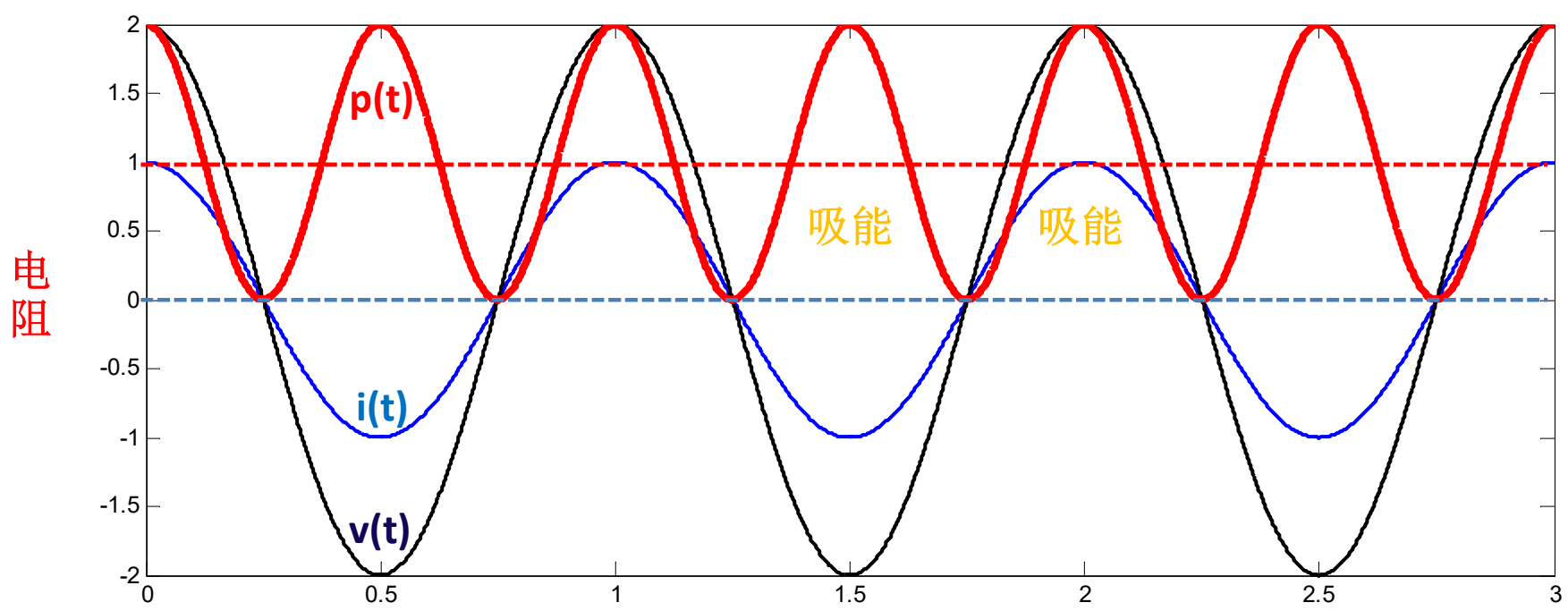
$$= R \cdot I_{rms}^2 + R \cdot I_{rms}^2 \cos 2\omega t$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$= \left( V_0 + \frac{I_p}{\omega C} \sin \omega t \right) I_p \cos \omega t$$

$$= V_0 I_p \cos \omega t + \frac{I_p^2}{2\omega C} \sin 2\omega t$$

$$= V_0 I_p \cos \omega t + \frac{I_{rms}^2}{\omega C} \sin 2\omega t$$



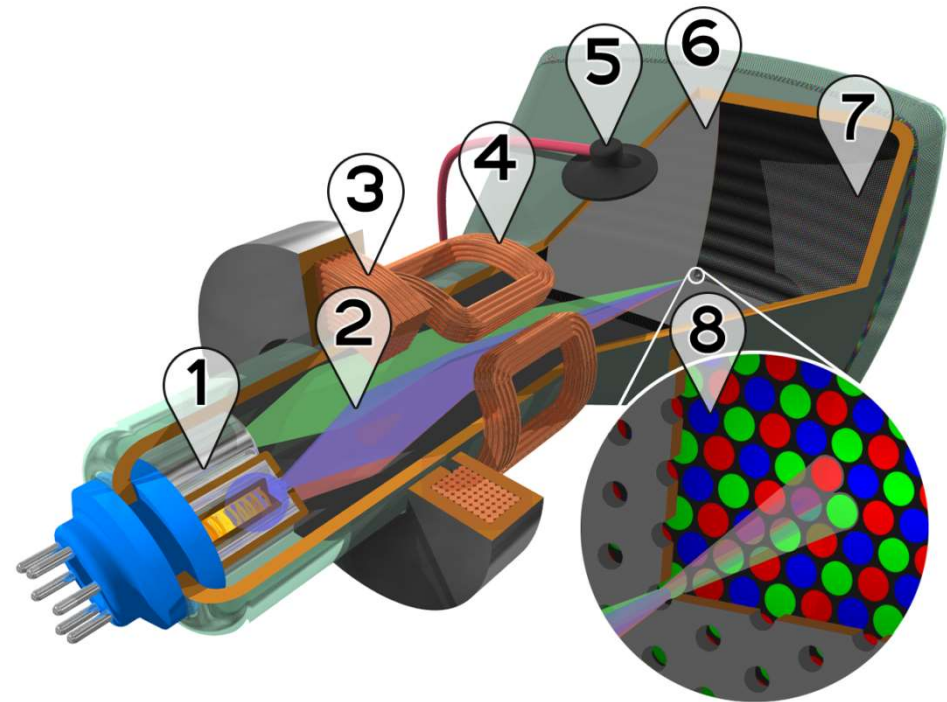
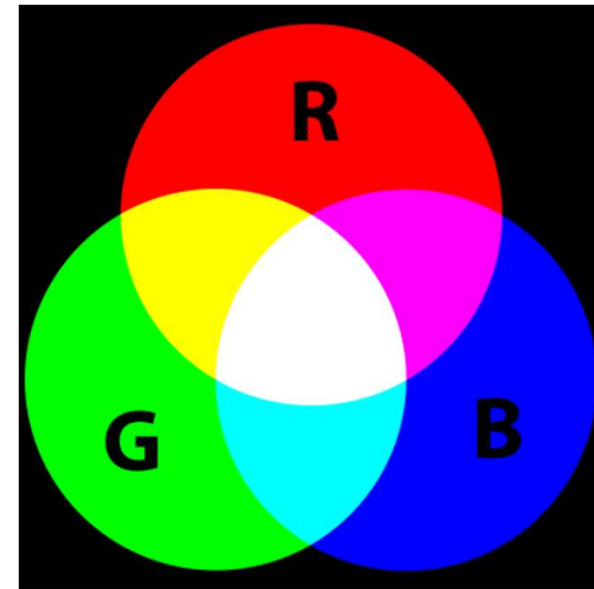
# 作业5 激励器需要大功率激励

- 某阴极射线管中的电子束每秒可发射 $10^{15}$ 个电子，我们希望加速电子束，使得电子束具有 $10W$ 的功率，请问需要多大的驱动电压？

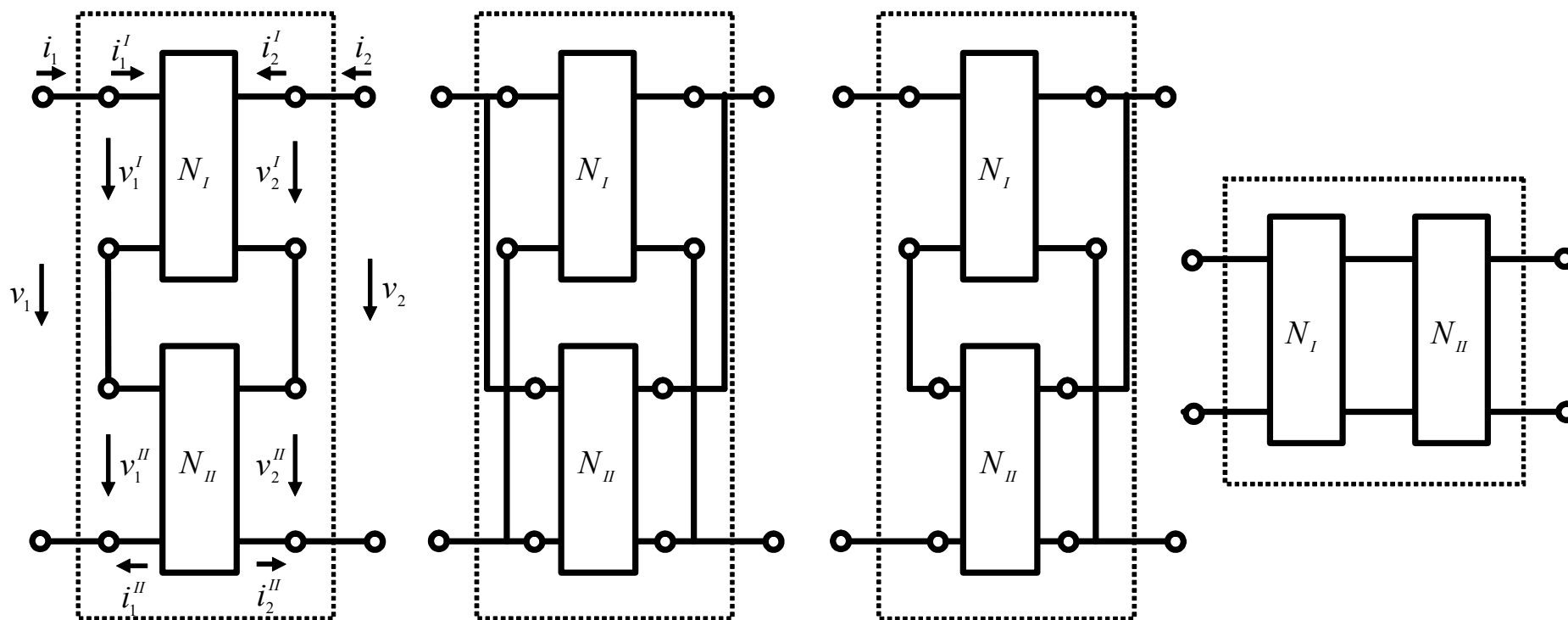
$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{10^{15} \times 1.6 \times 10^{-19} C}{1s}$$

$$= 1.6 \times 10^{-4} \frac{C}{s} = 0.16mA$$

$$v = \frac{p}{i} = \frac{10W}{0.16mA} = \frac{10}{0.16 \times 10^{-3}} V$$
$$= 62500V = 62.5kV$$

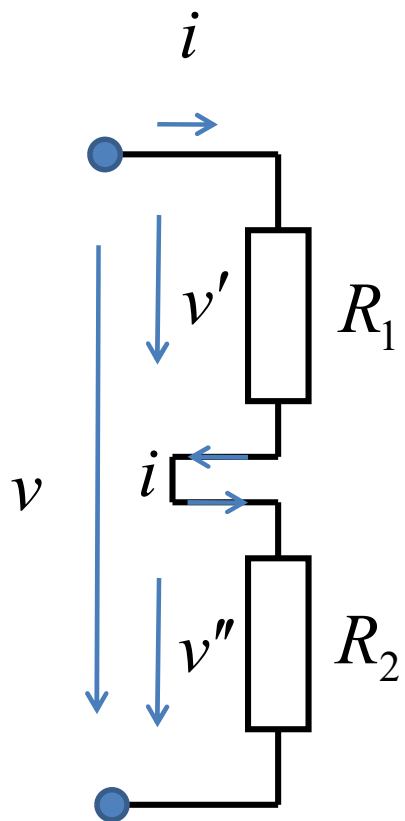


# 作业6：端口连接关系描述



# 串串连接

Series-series connection

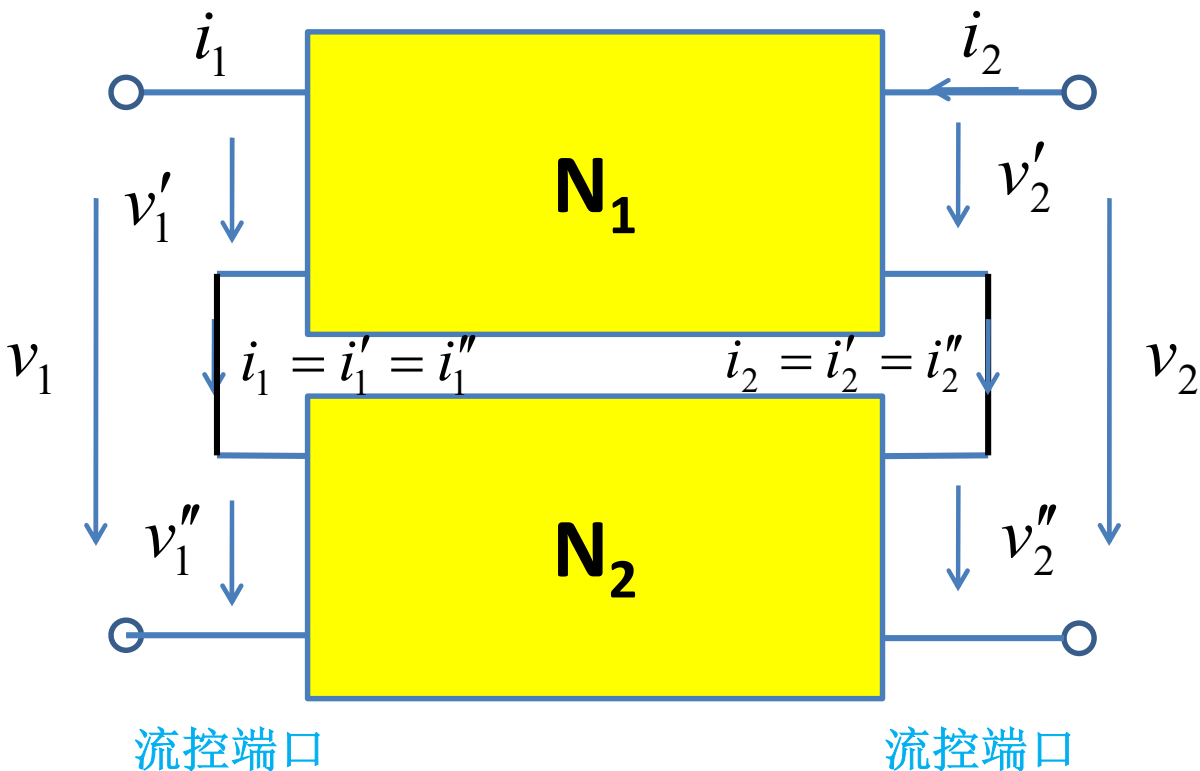


两个端口  
串联：一个端口流出电流全部流入另一个端口，形成的新端口的端口总电压等于原端口分电压之和。

$$v = v' + v'' \quad i = i' = i''$$

$$\begin{aligned} v &= v' + v'' = i'R_1 + i''R_2 \\ &= iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2) = iR \end{aligned}$$

$$R = R_1 + R_2$$



$$v_1 = v_1' + v_1''$$

$$i_1 = i_1' = i_1''$$

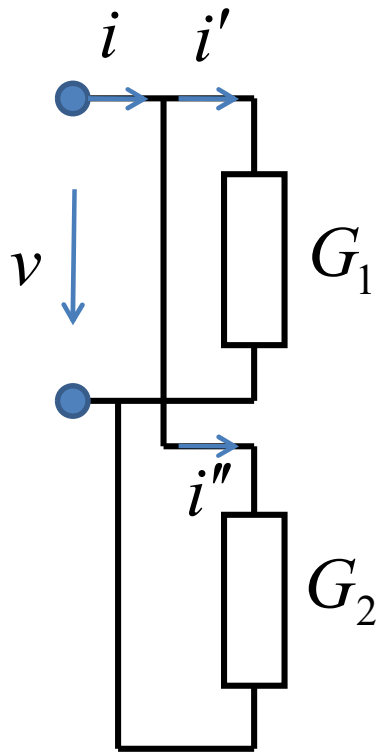
$$v_2 = v_2' + v_2''$$

$$i_2 = i_2' = i_2''$$

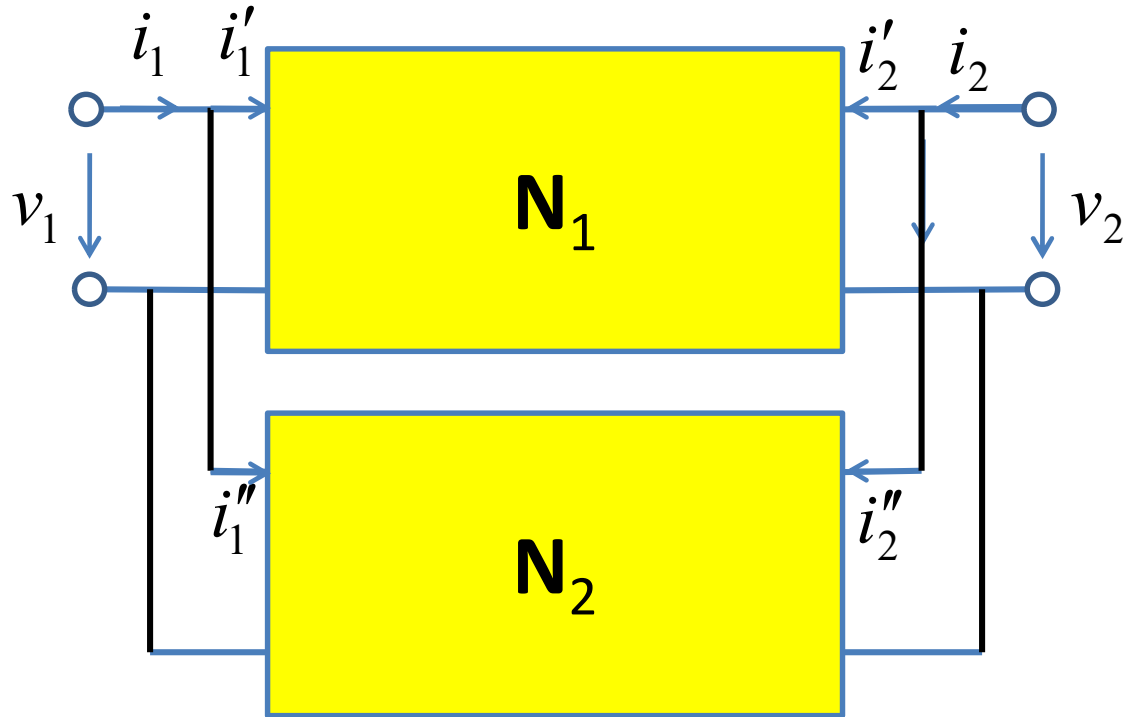
思考1: 是否存在双端口线性电阻? 串联连接关系下  $R=R_1+R_2$

# 并并连接

Parallel-parallel connection



网络端口  
并联：就是  
端口总电  
流等于端  
口分电流  
之和，两  
个端口电  
压相同



压控端口

压控端口

$$v = v' = v'' \quad i = i' + i''$$

$$\begin{aligned} i &= i' + i'' = v'G_1 + v''G_2 \\ &= vG_1 + vG_2 = v(G_1 + G_2) = vG \end{aligned}$$

$$G = G_1 + G_2$$

$$v_1 = v_1' = v_1''$$

$$i_1 = i_1' + i_1''$$

$$v_2 = v_2' = v_2''$$

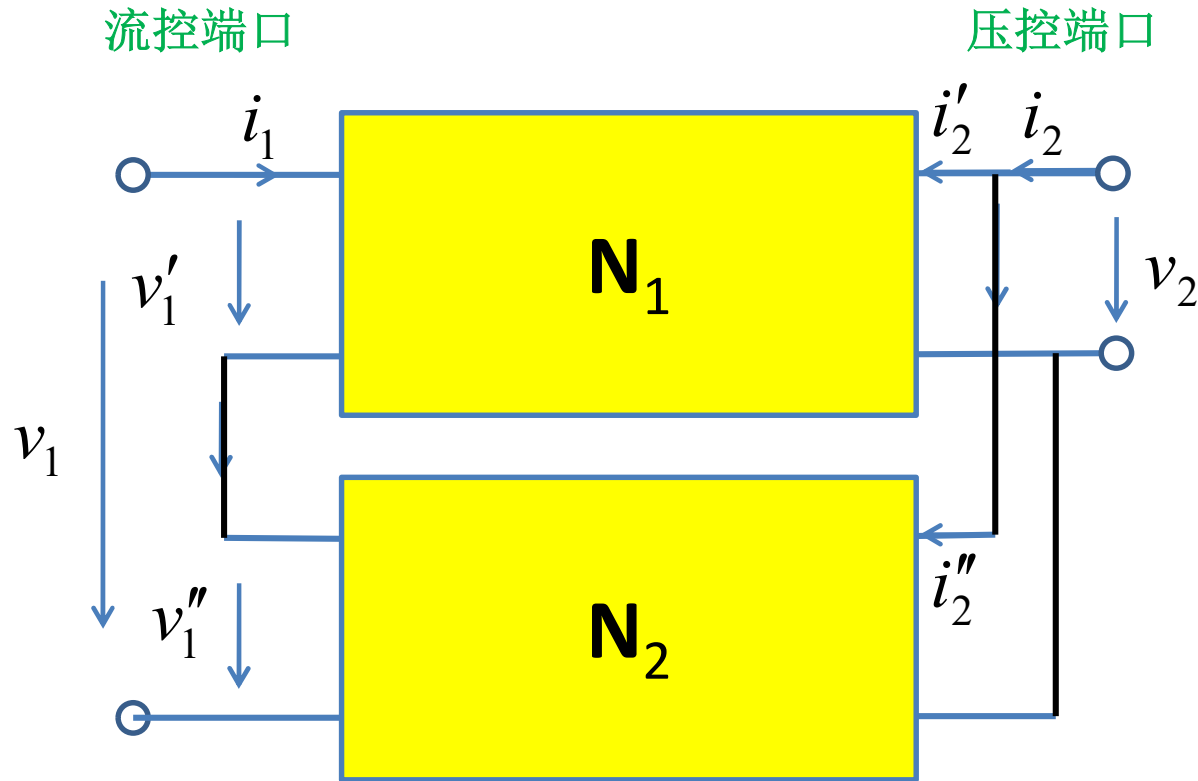
$$i_2 = i_2' + i_2''$$

思考2：是否存在双端口线性电导？并联连接关系下  $G = G_1 + G_2$



# 串并连接

Series-parallel connection



$$v_1 = v'_1 + v''_1$$

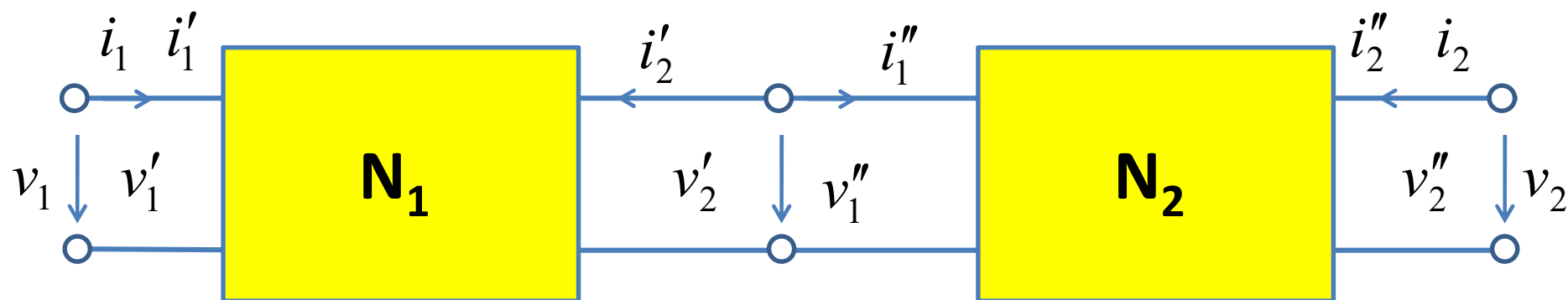
$$v_2 = v'_2 = v''_2$$

$$i_1 = i'_1 = i''_1$$

$$i_2 = i'_2 + i''_2$$

思考3: 对于单端口线性电阻, 有电阻和电导两种描述方式?  
对二端口电阻, 有几种描述方式?

# 级联：cascade



$$v_1 = v'_1$$

$$i_1 = i'_1$$

$$v'_2 = v''_1$$

$$i'_2 = -i''_1$$

$$v_2 = v''_2$$

$$i_2 = i''_2$$

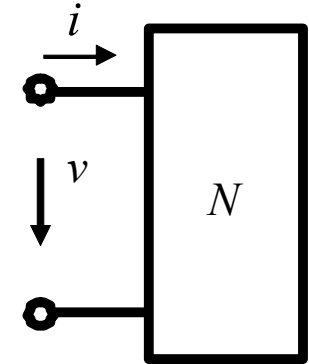
# 三个需要思考的问题？

思考1：是否存在双端口线性电阻？串联连接关系下 $R=R_1+R_2$

思考2：是否存在双端口线性电导？并联连接关系下 $G=G_1+G_2$

思考3：对于单端口线性电阻，有电阻（流控形式）和电导（压控方式）两种描述方式？对二端口电阻，有几种描述方式？

# 单端口网络的元件约束方程



单端口网络元件约束条件的一般表述

$$f(v, i) = 0$$

流控表述

$$v = f_{vi}(i)$$

线性时不变电阻

$$v = R \cdot i$$

电阻

线性内阻电源

$$v = v_S + R_S \cdot i$$

戴维南等效

压控表述

$$i = f_{iv}(v)$$

$$i = G \cdot v$$

电导

$$i = i_S + G_S \cdot v$$

诺顿等效

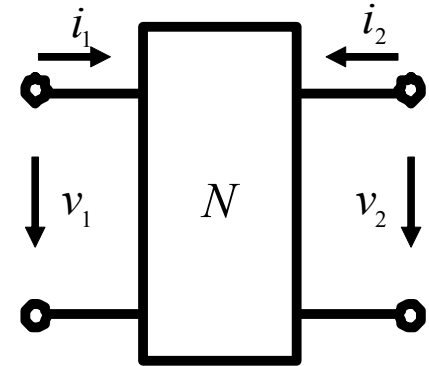
线性单端口网络有**两套**参量表述

端口电压  $v$   
端口电流  $i$

两个参量任选其一为自变量，剩下一个为因变量

$C_2^1 = 2$  种显式表述方法

# 二端口网络的元件约束方程



二端口网络元件约束条件的一般表述

$$f_1(v_1, v_2; i_1, i_2) = 0$$

$$f_2(v_1, v_2; i_1, i_2) = 0$$

端口电压 $v_1, v_2$ ; 端口电流 $i_1, i_2$

四个参量中任选其二为自变量，剩下两个为因变量

$$C_4^2 = 6 \quad \text{种显式的端口描述方法}$$

**表述1: 流控表述**

$$v_1 = f_{vi,1}(i_1, i_2)$$

$$v_2 = f_{vi,2}(i_1, i_2)$$

**表述3: 混合控制表述**

$$v_1 = f_{h,1}(i_1, v_2)$$

$$i_2 = f_{h,2}(i_1, v_2)$$

**表述5: 传输控制表述**

$$v_1 = f_{T,1}(v_2, i_2)$$

$$i_1 = f_{T,2}(v_2, i_2)$$

**表述2: 压控表述**

$$i_1 = f_{iv,1}(v_1, v_2)$$

$$i_2 = f_{iv,2}(v_1, v_2)$$

**表述4: 混合控制表述**

$$i_1 = f_{h^{-1},1}(v_1, i_2)$$

$$v_2 = f_{h^{-1},2}(v_1, i_2)$$

**表述6: 传输控制表述**

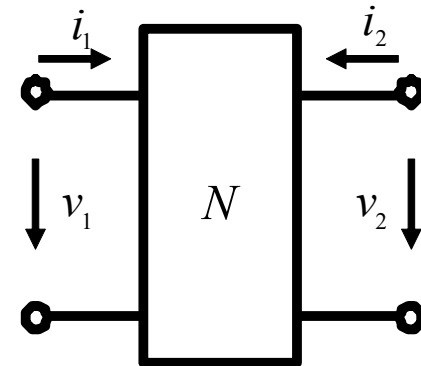
$$v_2 = f_{T^{-1},1}(v_1, i_1)$$

$$i_2 = f_{T^{-1},2}(v_1, i_1)$$

# 线性二端口电阻网络描述

单端口线性电阻有R参量，G参量，2套参量表述

二端口线性电阻有6套参量表述



表述1：流控表述

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

阻抗参量

表述3：混合控制表述

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

混合参量

表述5：传输控制表述

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$

传输参量

表述2：压控表述

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

导纳参量

表述4：混合控制表述

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

逆混参量

表述6：传输控制表述

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ -i_1 \end{bmatrix}$$

逆传参量

线性二端口网络参量：下下周理论课内容

# 题目第三问

- **(3)** 两个压控网络，采用什么连接方式，仍然是压控网络？

$$i_1 = f_{iv,1}(v_1, v_2)$$

$$i_2 = f_{iv,2}(v_1, v_2)$$

压控：电压为自变量

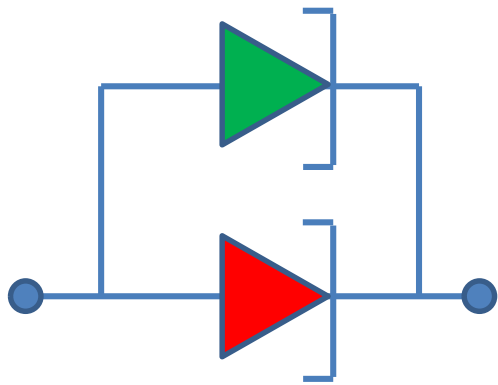
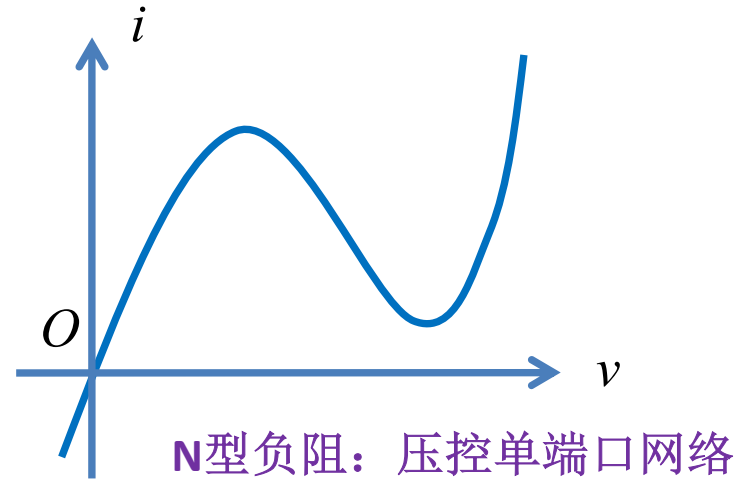
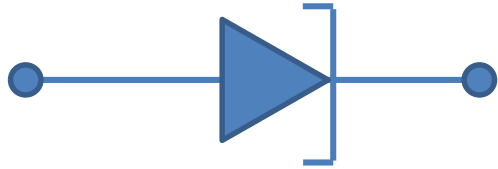
连接后电压不变：并联连接

$$i_1 = i_1' + i_1'' = f_{iv,1}'(v_1', v_2') + f_{iv,1}''(v_1'', v_2'') = f_{iv,1}'(v_1, v_2) + f_{iv,1}''(v_1, v_2) = f_{iv,1}(v_1, v_2)$$

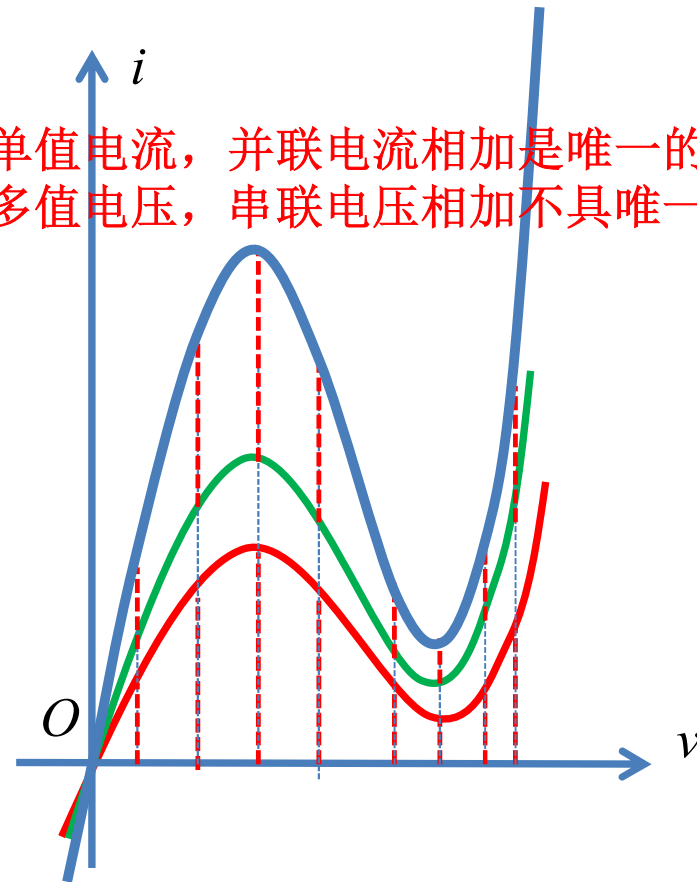
$$i_2 = i_2' + i_2'' = f_{iv,2}'(v_1', v_2') + f_{iv,2}''(v_1'', v_2'') = f_{iv,2}'(v_1, v_2) + f_{iv,2}''(v_1, v_2) = f_{iv,2}(v_1, v_2)$$

并并连接，可以确保压控网络的压控性质不变

两压控网络的并联连接可确保压控特性



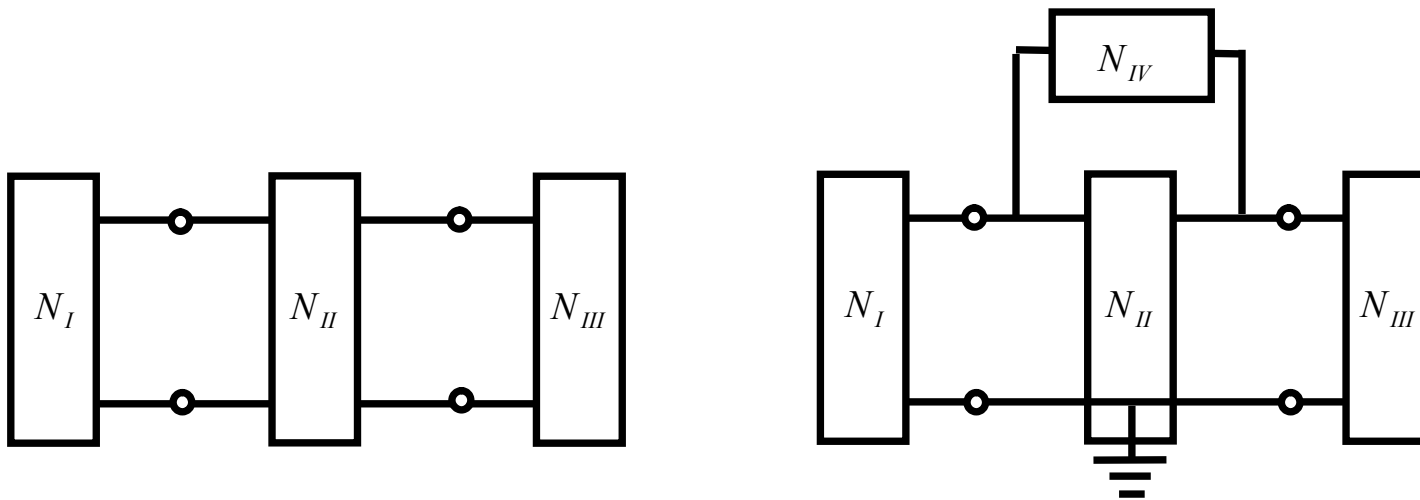
同一电压具有单值电流，并联电流相加是唯一的  
同一电流具有多值电压，串联电压相加不具唯一性

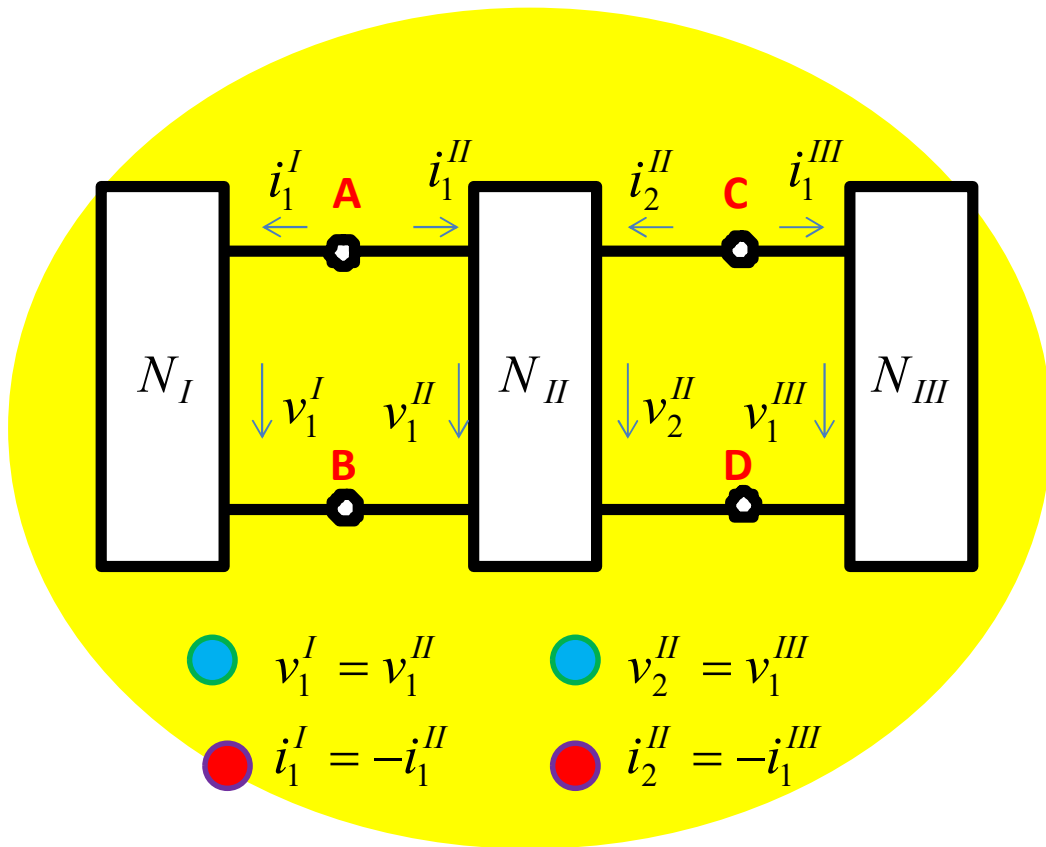




# 作业7：网络连接关系描述

- 如图所示为二端口网络和单端口网络的连接，请标记各网络的端口电压、端口电流，写出有连接关系的这些端口电压电流之间的连接关系





完备方程还需元件约束方程

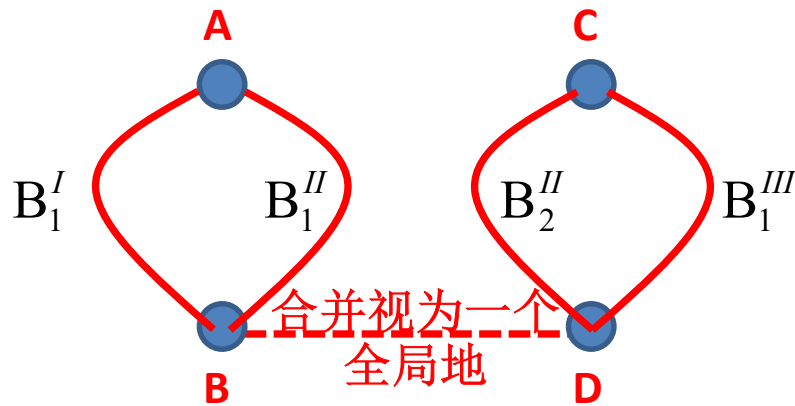
$$f_I(v_1^I; i_1^I) = 0$$

$$f_{II,1}(v_1^II, v_2^II; i_1^II, i_2^II) = 0$$

$$f_{II,2}(v_1^II, v_2^II; i_1^II, i_2^II) = 0$$

$$f_{III}(v_1^III; i_1^III) = 0$$

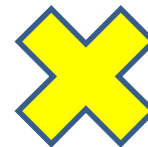
4个端口, 4条支路,  
8个未知量, 8个方程



回路1的  
local ground

回路2的  
local ground

b=4  
n=4



b=4  
n=3

b=4个元件约束方程  
n-1=2个独立KCL方程  
b-n+1=2个独立KVL方程

# 对接端口：一套参量足够

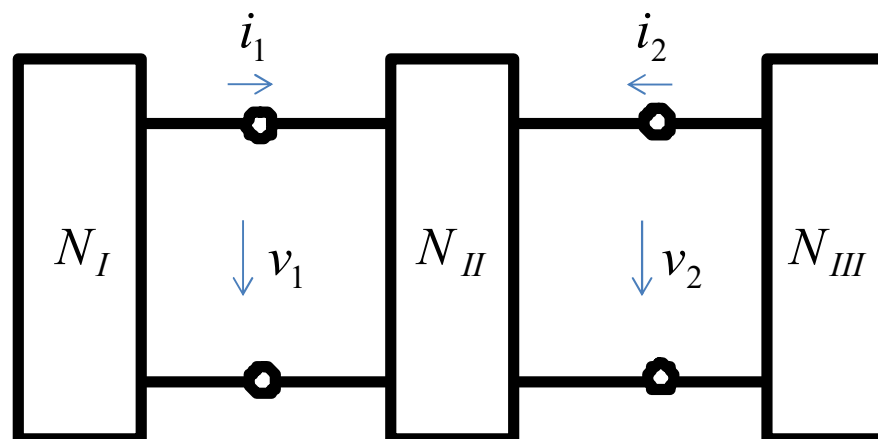
对接端口实质上只需一套端口参量即可  
电路方程数目降半

$$f_I(v_1; -i_1) = 0$$

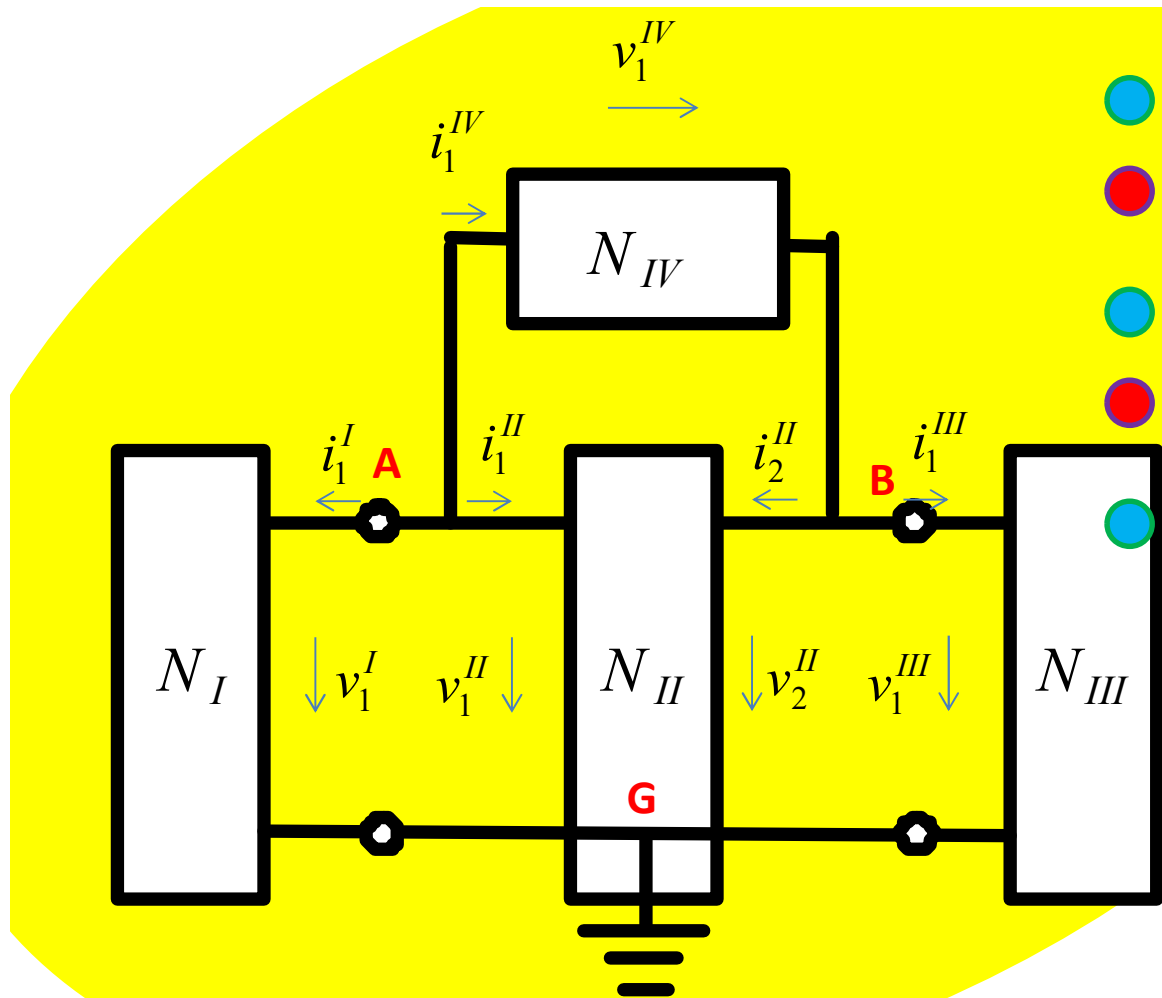
$$f_{II,1}(v_1, v_2; i_1, i_2) = 0$$

$$f_{II,2}(v_1, v_2; i_1, i_2) = 0$$

$$f_{III}(v_2; -i_2) = 0$$



如是定义，KVL、KCL自动满足，只需4个方程求解4个未知量



- $v_1^I = v_1^{II}$
- $-i_1^I = i_1^{II} + i_1^{IV}$
- $v_2^{II} = v_1^{III}$
- $i_2^{II} = i_1^{IV} - i_1^{III}$
- $v_1^{IV} = v_1^{II} - v_2^{II}$

五个连接关系方程

$$-v_1^I + v_1^{II} = 0$$

$$i_1^I + i_1^{II} + i_1^{IV} = 0$$

$$-v_2^{II} + v_1^{III} = 0$$

$$i_2^{II} - i_1^{IV} + i_1^{III} = 0$$

$$-v_1^{II} + v_1^{IV} + v_2^{II} = 0$$

5个端口, 5条支路, 10个方程

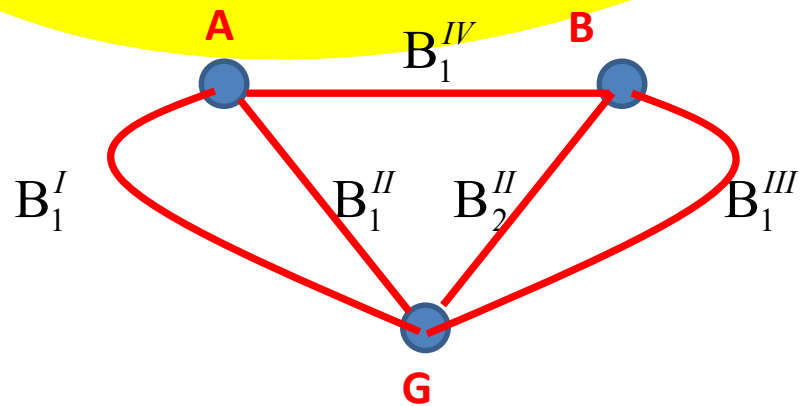
$$f_I(v_1^I; i_1^I) = 0$$

$$f_{II,1}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

$$f_{II,2}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

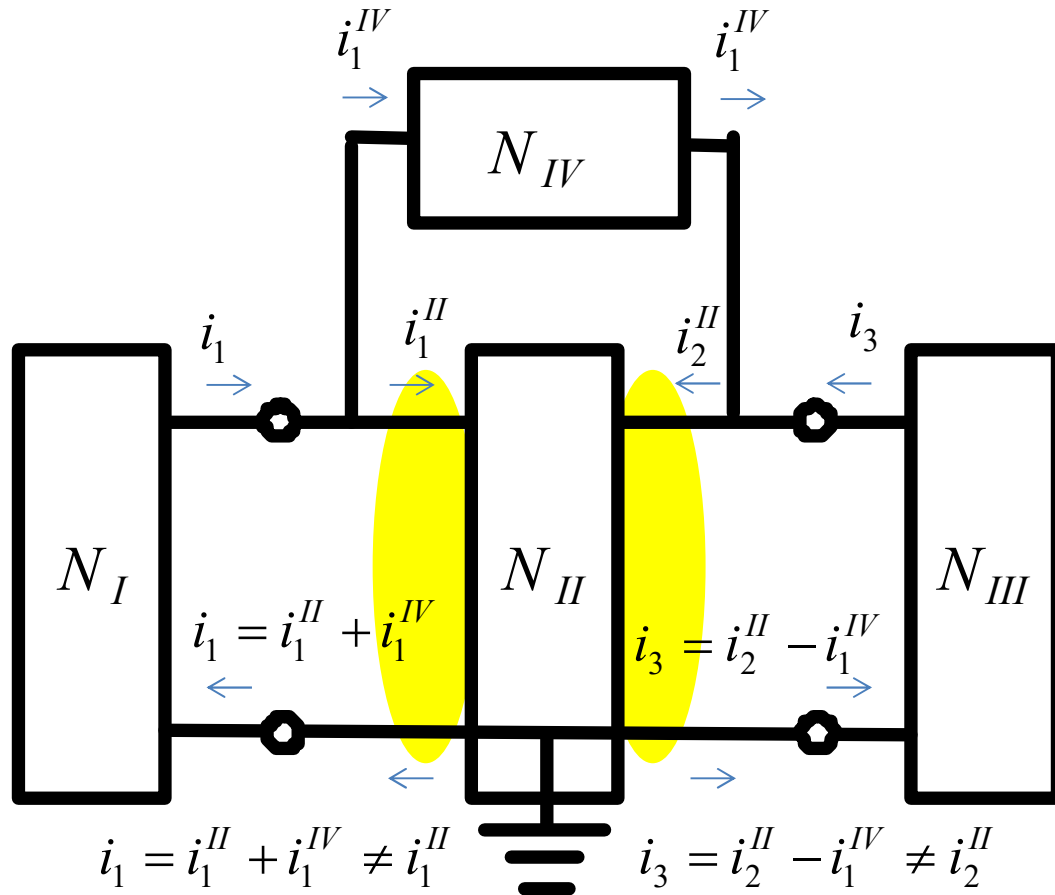
$$f_{III}(v_1^{III}; i_1^{III}) = 0$$

$$f_{IV}(v_1^{IV}; i_1^{IV}) = 0$$



**b=5**  
**n=3**

# 还是二端口网络吗？ 二端口网络的**GOL**还成立吗？



$$f_{II,1}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

$$f_{II,2}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

不满足端口条件，还是二端口网络吗？二端口网络的元件约束还能用吗？

# 网络II二端口网络端口条件未被破坏 网络IV可被处理为二端口网络

单端口网络IV被处理为二端口网络

多了一个端口，多了一个元件约束方程：

$$f_{IV}(v_1^{IV}; i_1^{IV}) = 0$$



$$i_1^{IV} = -i_2^{IV}$$

$$f_{IV}(v_1^{IV} - v_2^{IV}, i_1^{IV}) = 0$$

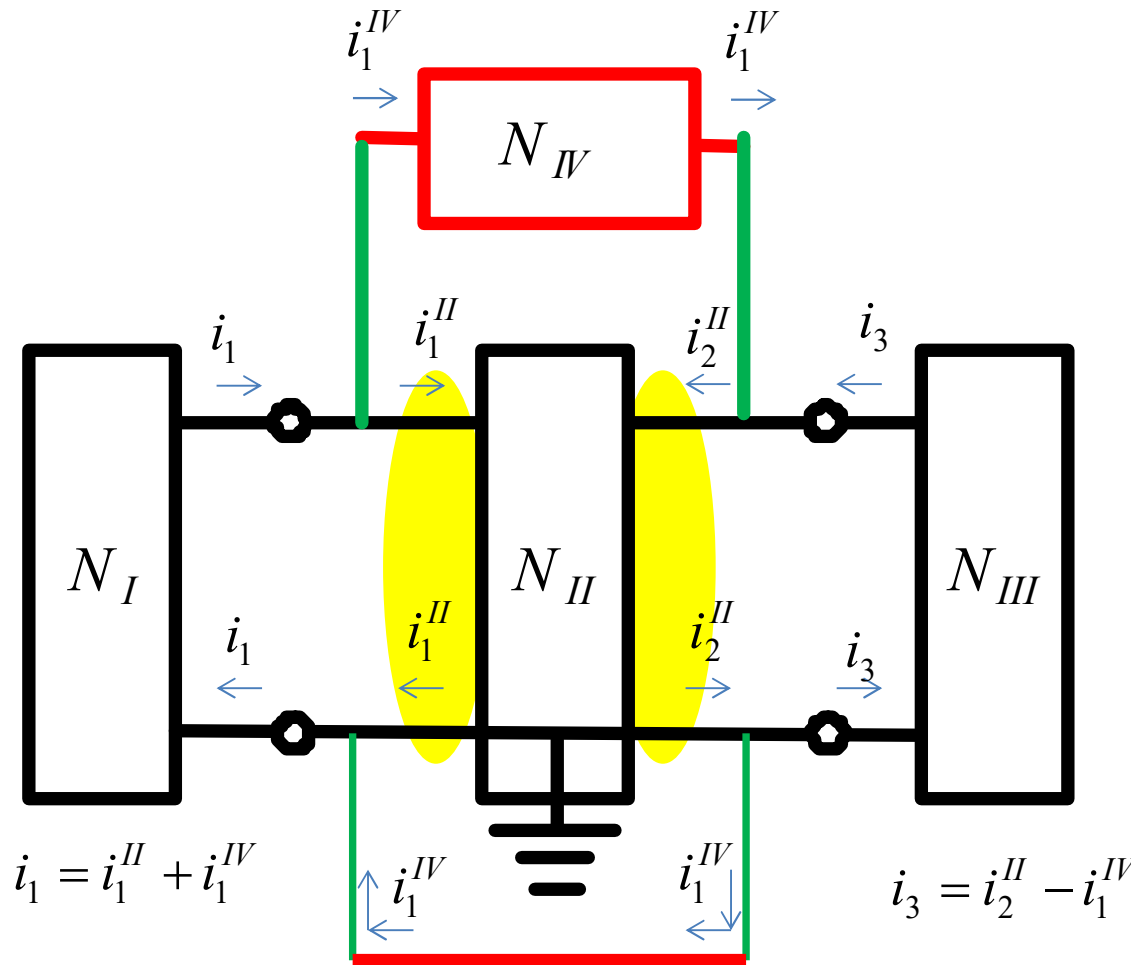
多一个连接关系方程

$$v_1^{IV} = v_1^{II} - v_2^{II}$$

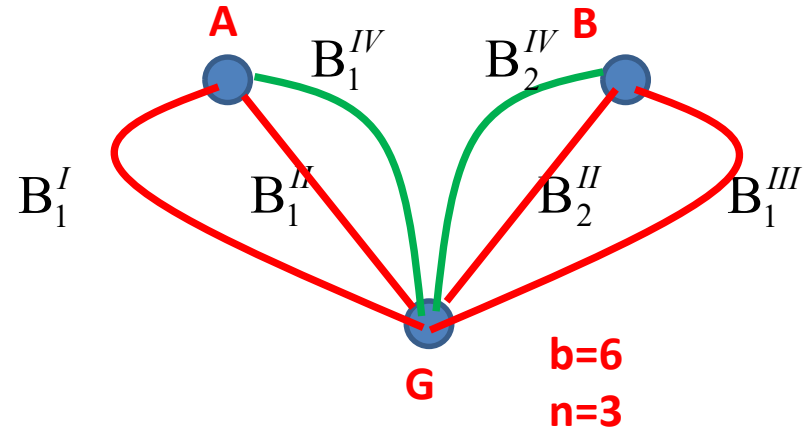
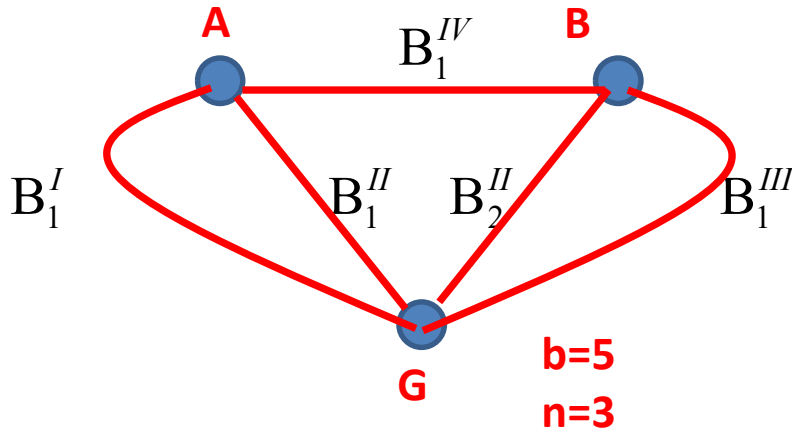
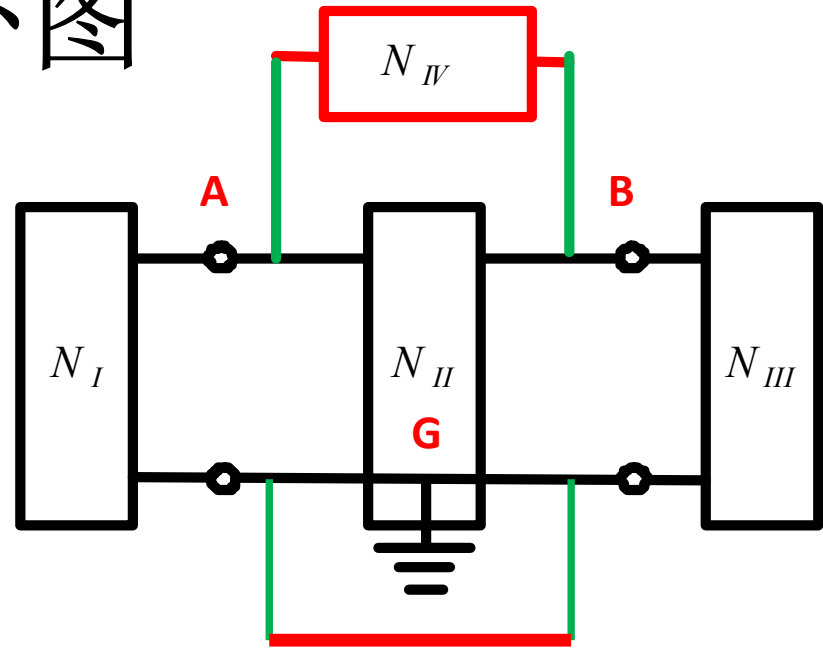
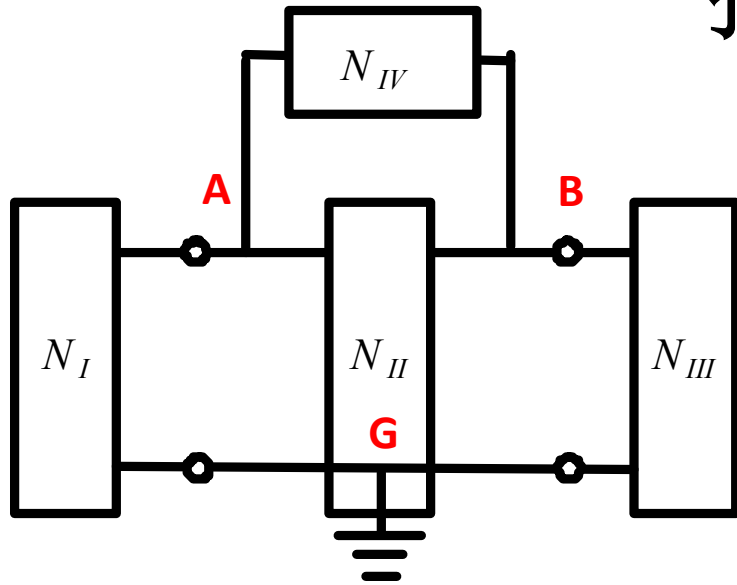


$$v_1^{IV} = v_1^{II}$$

$$v_2^{IV} = v_2^{II}$$



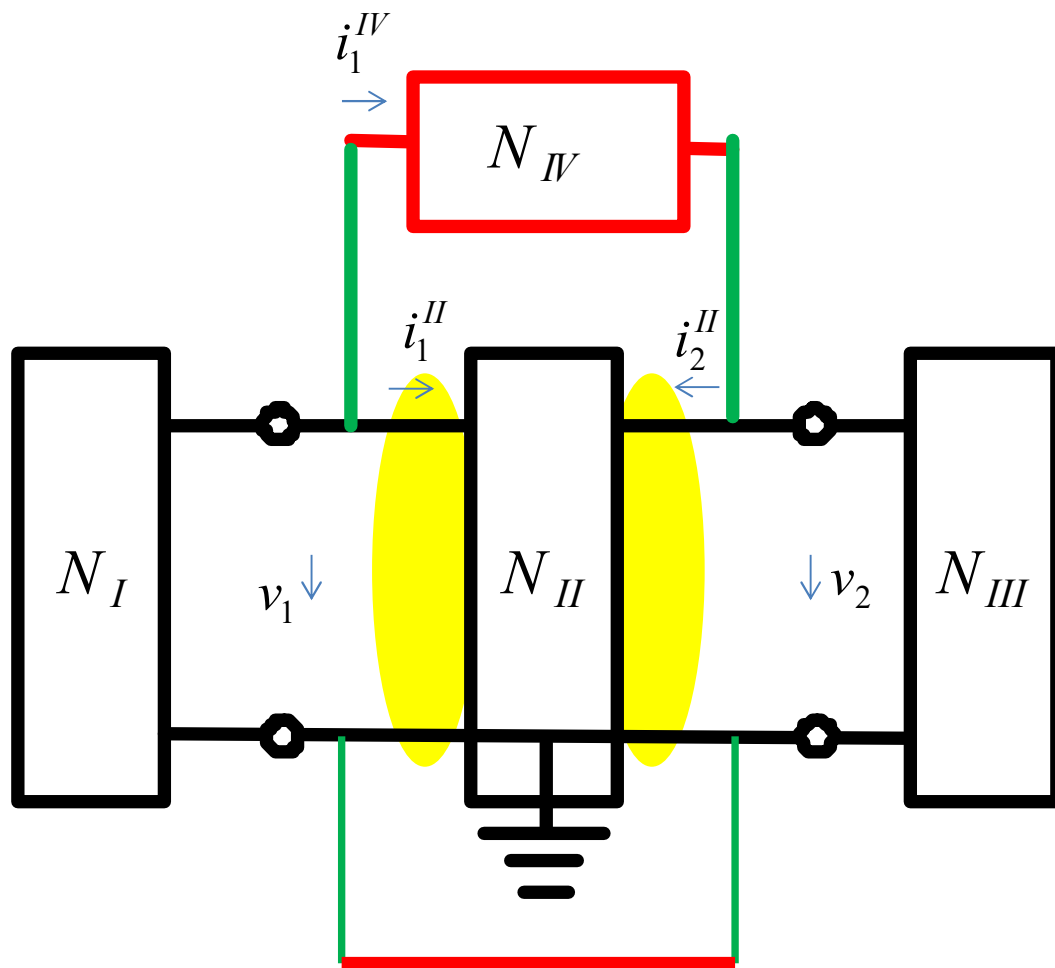
# 拓扑图



$b=5$ 个OL,  $n-1=2$ 个KCL,  $b-n+1=3$ 个KVL

$b=6$ 个OL,  $n-1=2$ 个KCL,  $b-n+1=4$ 个KVL

# 对接端口，一套电压电流



$$f_I(v_1; -(i_1^{II} + i_1^{IV})) = 0$$

$$f_{II,1}(v_1, v_2; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

$$f_{II,2}(v_1, v_2; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

$$f_{III}(v_2; i_1^{IV} - i_2^{II}) = 0$$

$$f_{IV}(v_1 - v_2; i_1^{IV}) = 0$$

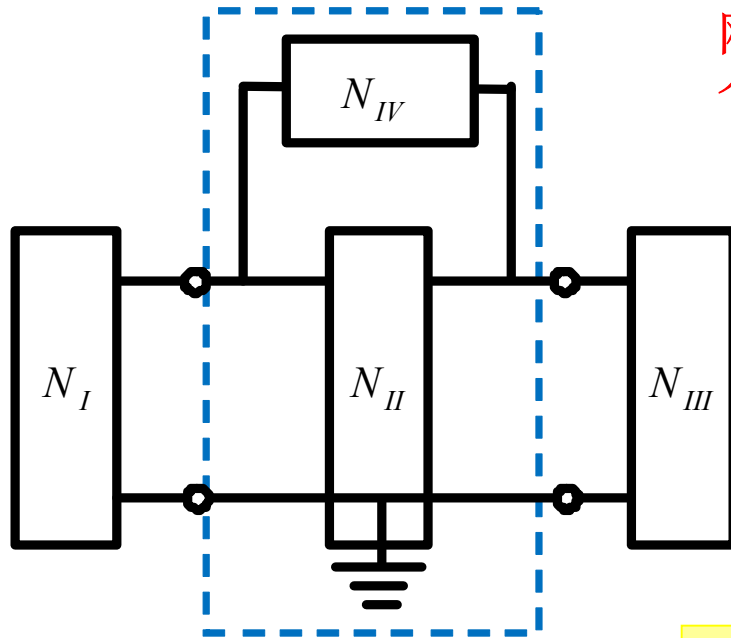
端口对接关系可以至少省一半方程

无需列KCL、KVL方程  
只需列OL方程



# II、IV网络合并为一个新的二端口网络

单端口网络IV和二端口网络II被合并处理为一个二端口网络



$$\begin{array}{ll}
 -v_1^I + v_1^{II} = 0 & -v_2^{II} + v_1^{III} = 0 \\
 i_1^I + i_1^{II} = 0 & i_2^{II} + i_1^{III} = 0
 \end{array}$$

4个连接关系方程

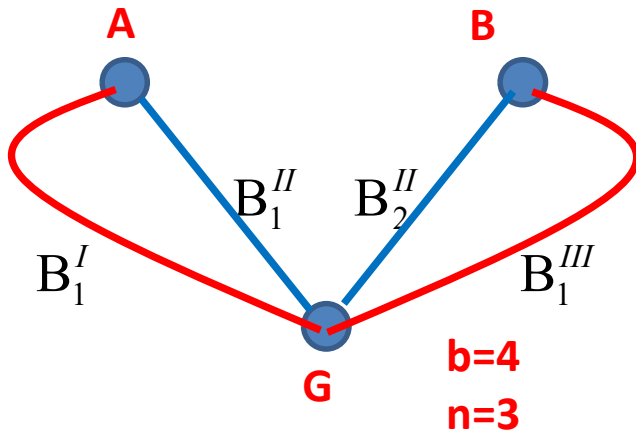
$$f_{II,1}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

$$f_{IV}(v_1^{IV}; i_1^{IV}) = 0$$

$$f_{II,2}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II}, i_2^{II}) = 0$$

$$i_1^{IV} = f_{IV,iv}(v_1^{IV})$$

并联连接表明IV是压控网络



$$f_{II,1}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II} - f_{IV,iv}(v_1^{II} - v_2^{II}), i_2^{II} + f_{IV,iv}(v_1^{II} - v_2^{II})) = 0$$

$$f_{II,2}(v_1^{II}, v_2^{II}; i_1^{II} - f_{IV,iv}(v_1^{II} - v_2^{II}), i_2^{II} + f_{IV,iv}(v_1^{II} - v_2^{II})) = 0$$

$$f_I(v_1^I; i_1^I) = 0$$

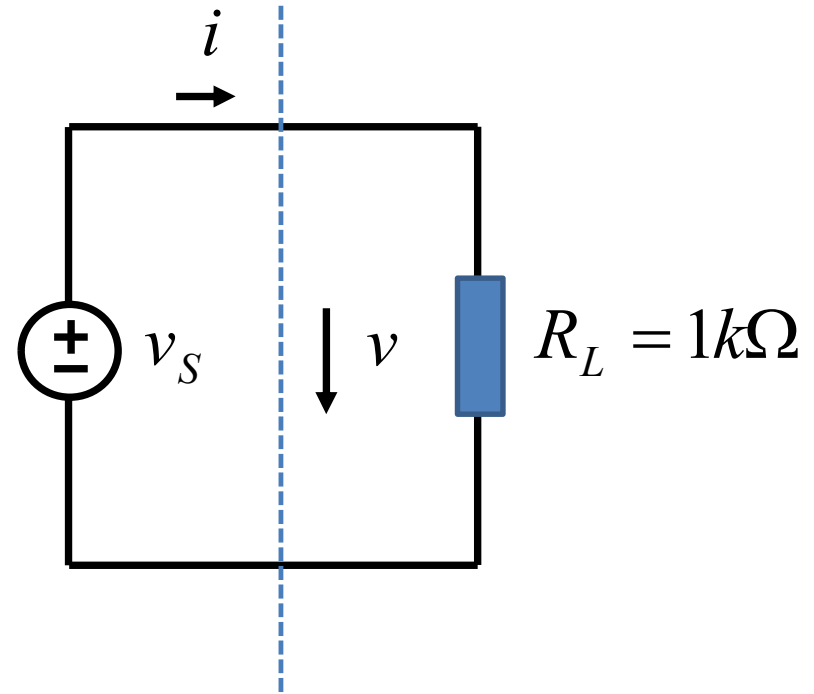
4个元件约束方程

$$f_{III}(v_1^{III}; i_1^{III}) = 0$$

# 作业8：画伏安特性曲线

- 如图所示，恒压源和电阻连接，在 $v$  $i$ 坐标系下画出两个元件的伏安特性曲线，求交点对应电压电流，给出负载电阻上的电压和电流表达式

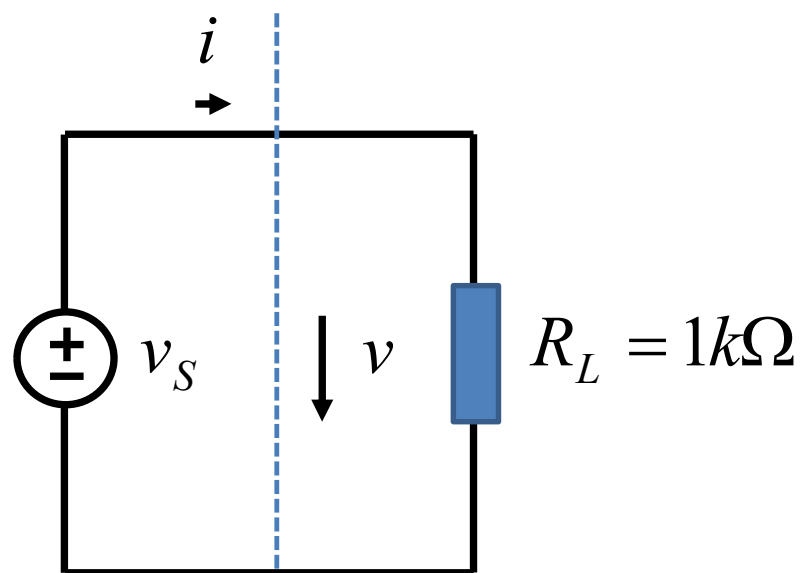
- 直流电压源
- 交流电压源



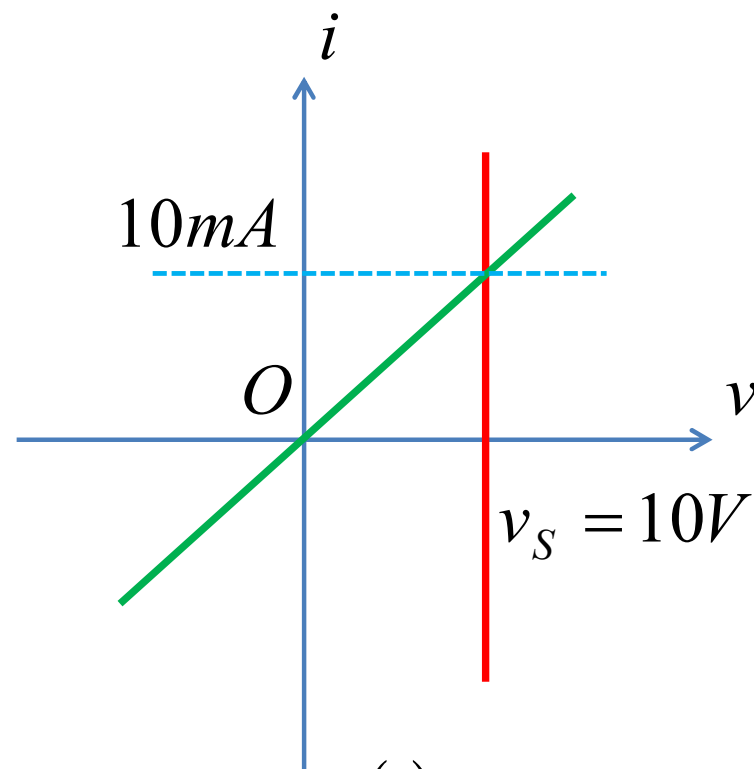
$$v_S(t) = V_{S0} = 10V$$

$$v_S(t) = 10 \cos \omega t \quad (V)$$

# 直流电源



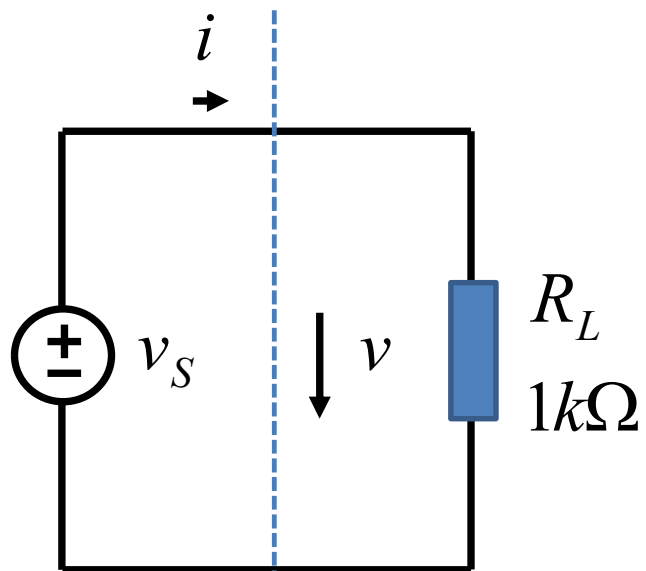
$$v_S(t) = V_{S0} = 10V$$



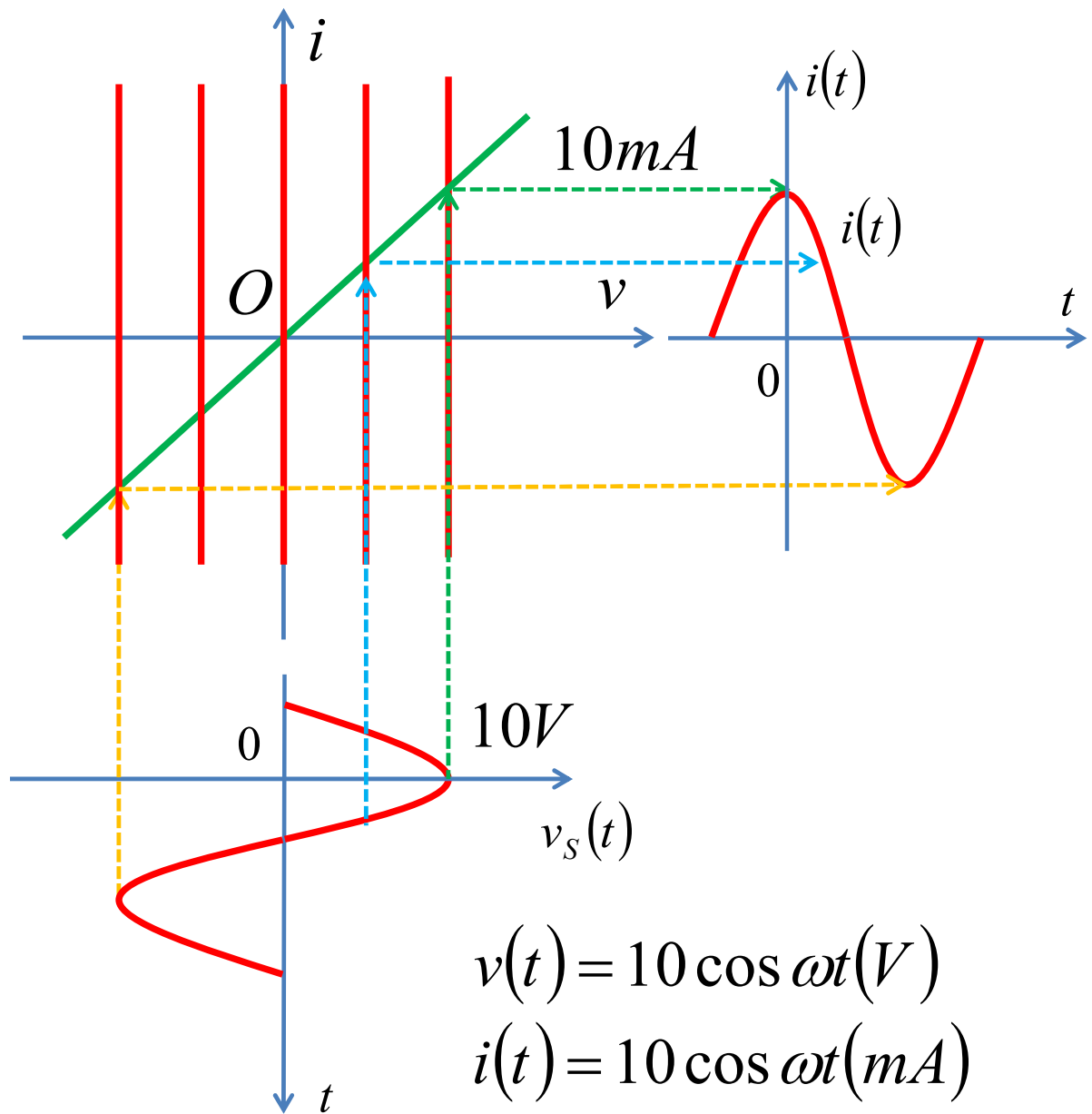
$$v(t) = 10V$$

$$i(t) = 10mA$$

# 交流电源



$$v_S(t) = 10 \cos \omega t \quad (V)$$



$$v(t) = 10 \cos \omega t (V)$$

$$i(t) = 10 \cos \omega t (mA)$$

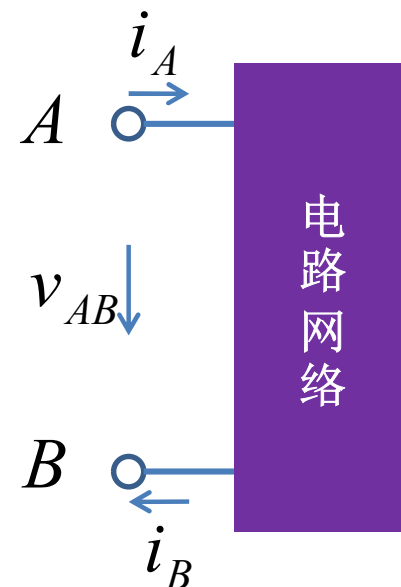
# 习题课第四讲 大纲

- 第二周作业讲解
- 理论课例题内容深化理解
  - 端口
    - 第2周理论课
  - 如何理解传输线上的反射
    - 第3周理论课功率反射概念
  - 晶体管伏安特性曲线
    - 第3周理论课晶体管放大器例
  - 反相器方程列写
    - 第3周理论课晶体管放大器例
  - 运放电路分析：手工计算用支路电流法
    - 第4周理论课反相放大器、电阻衰减器例
  - 如何理解替代定理和叠加定理
    - 第4周理论课

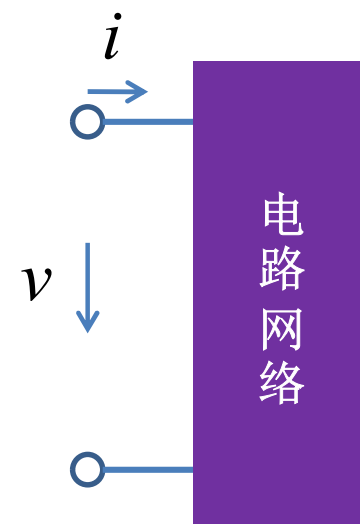
同学多答疑的问题

## 2.1 端口 port

- 广义端口
  - 系统和外界联系的接口或界面 (**interface**)
- 电路端口
  - 电路系统之间相互作用的界面
  - 电路系统的所有电特性都体现在端口伏安特性方程上

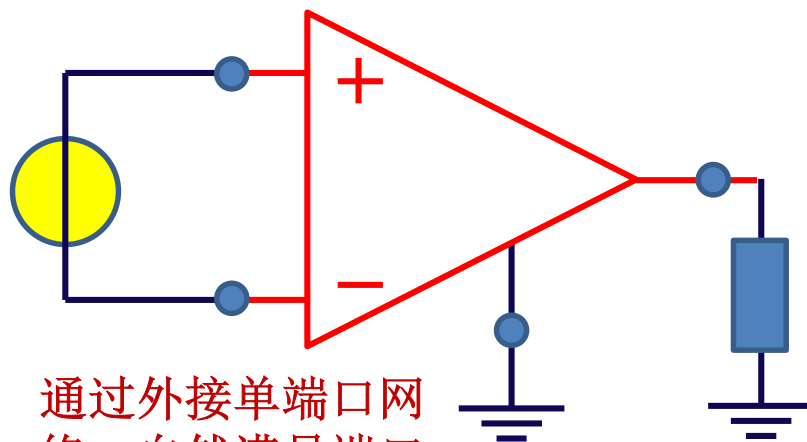
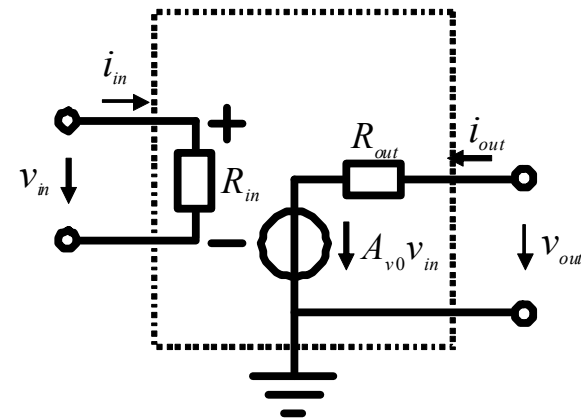
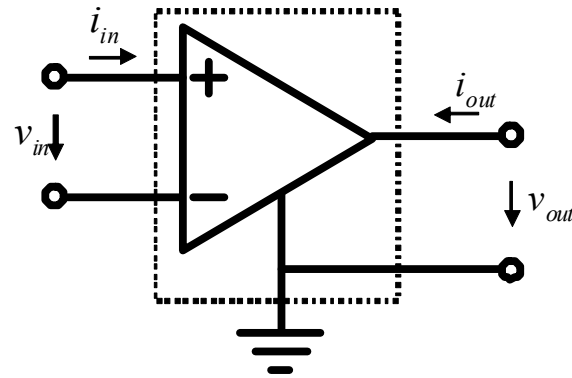


端口条件  $i_B = i_A$

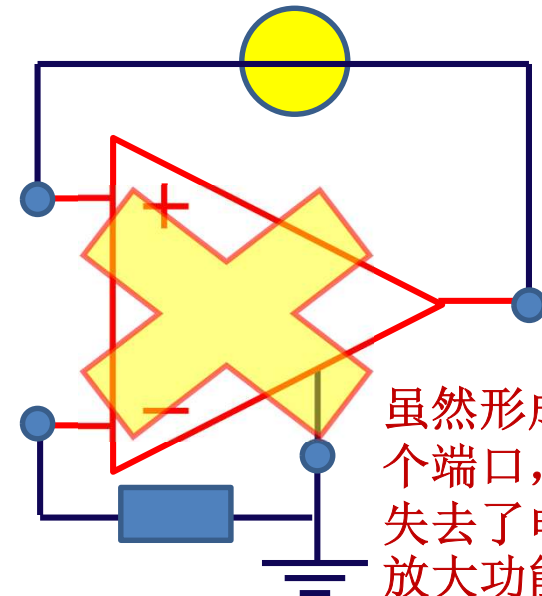


# 端口定义直接决定电路功能

- 具有某种功能的电路网络，其端口是设计者规定好的，在规定的端口定义下，才有设计者设计的功能；如果随意找两个端点自行形成一个端口，形成的网络不具设计者设计的功能



通过外接单端口网络，自然满足端口条件，形成端口



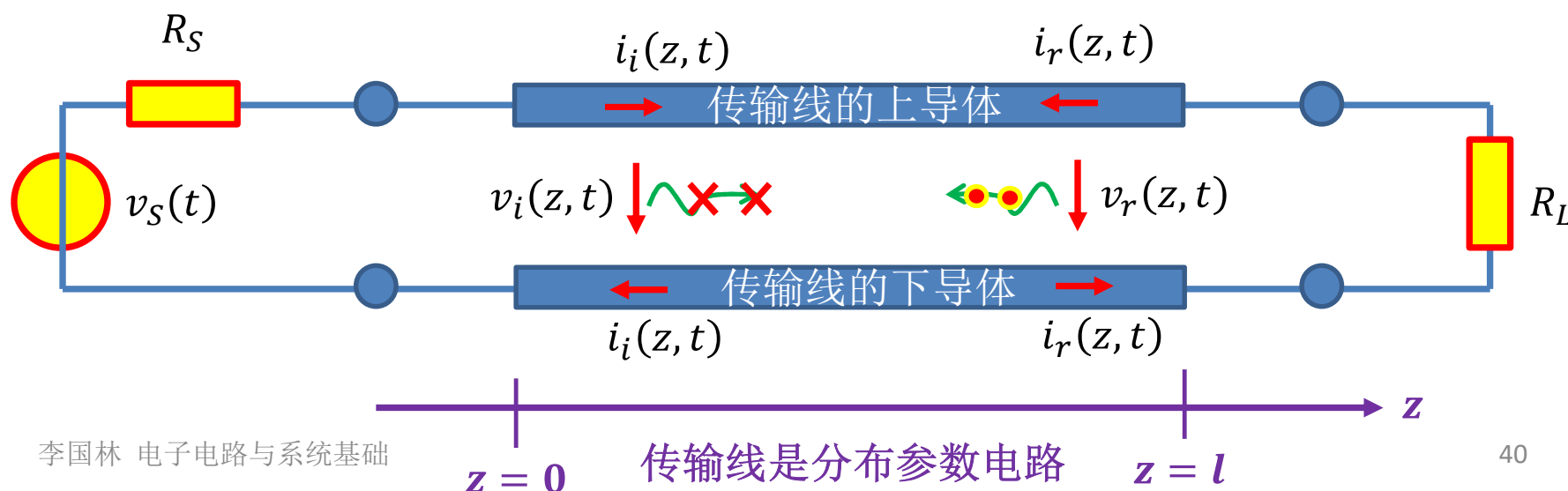
虽然形成两个端口，但失去了电压放大功能

## 2.2 短路线 传输线

实际信源和负载之间总是有一段传输线，如同轴电缆将信号源和负载电阻连接起来。低频时，传输线被视为短路线，负载电阻直接获得信源电压的分压；但是频率较高时，传输线传播延时和信号周期比不可忽视，传输线上的电磁波反射则需要予以考察。传输线上的电磁波传播视为电压波（电场）和电流波（磁场）的传播，显然这种波动传播和传输线位置相关，记从源向负载方向传播的电压波电流波为 $v_i(z, t)$ ,  $i_i(z, t)$ ，从负载到源方向传播的电压波和电流波为 $v_r(z, t)$ ,  $i_r(z, t)$ ，则有如下关系

$$\frac{v_i(z, t)}{i_i(z, t)} = Z_0 = \frac{v_r(z, t)}{i_r(z, t)}$$

$Z_0$ 是传输线的特征阻抗，代表传输线上电场和磁场沿传输线传播方向相互激发相互转换的比例关系：假设一个半无限长传输线，在端口加载电压，电磁波沿传输线传播下去，则在端口产生一个流入电流，端口加载电压和端口输入电流之比定义为传输线的特征阻抗 $Z_0$ ，半无限长传输线因为吸收电功率而被等效为电阻 $Z_0$





# 常见传输线结构 Transmission Line



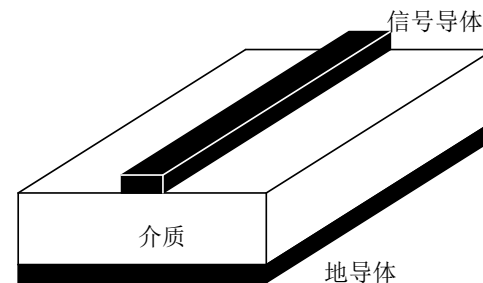
平行双线

电视机天线馈线结构



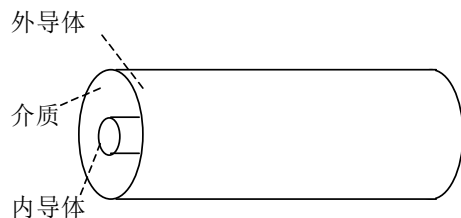
双绞线

简单互连传输线结构，  
可用于面包板间互连



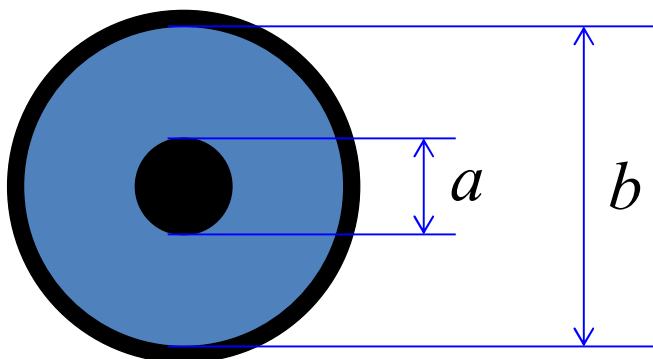
微带线

PCB上单元电路之间的  
常见互连结构



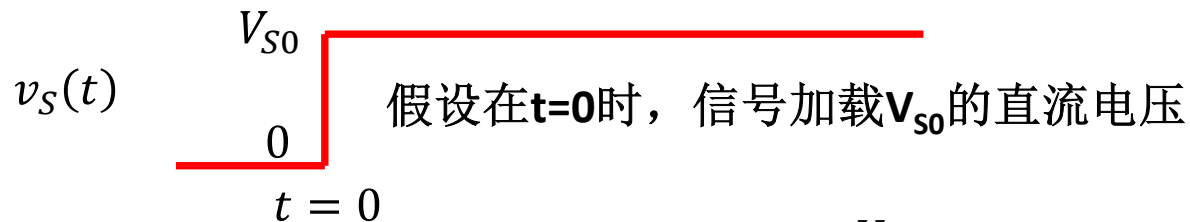
同轴电缆

测试仪器和电路板之  
间常见互连结构



$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

# 不匹配 则反射



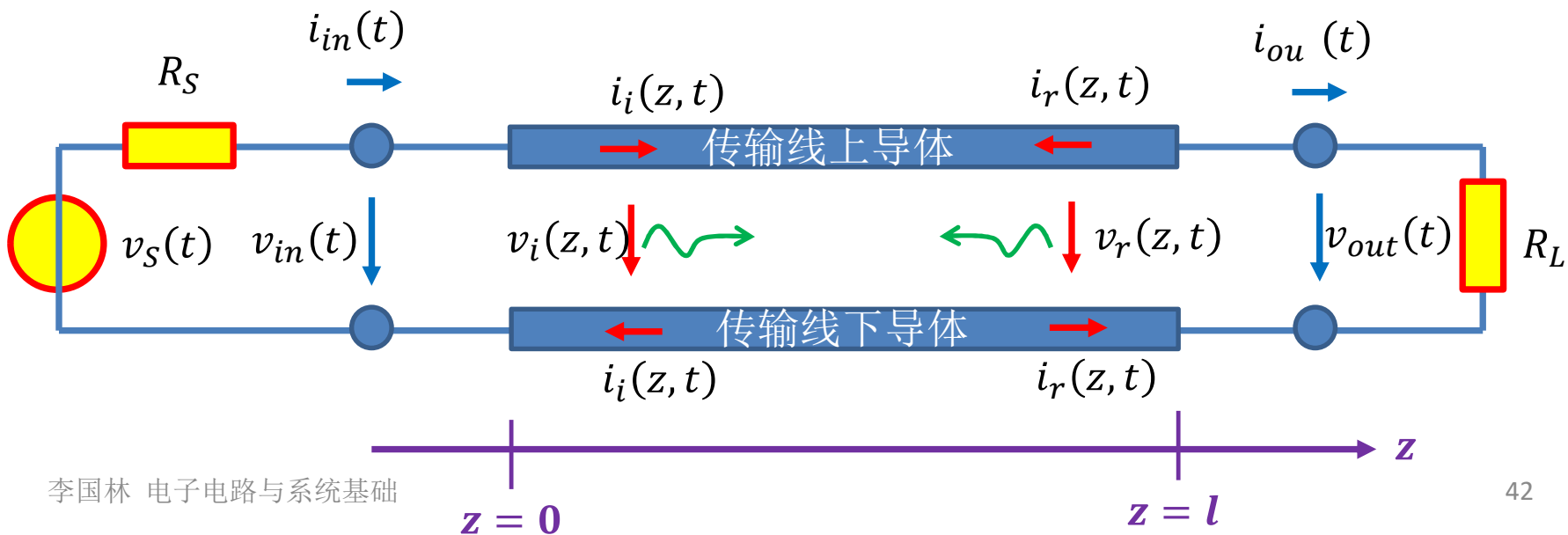
$$v_{in}(0) = \frac{Z_0}{R_S + Z_0} V_{S0} = v_i(0,0) \quad i_{in}(0) = \frac{V_{S0}}{R_S + Z_0} = i_i(0,0)$$

传输线输入端口产生的分压经一个传输线延时 $T_D$ 到达传输线末端

$$v_i(l, T_D^-) = v_i(0,0) \quad i_i(l, T_D^-) = i_i(0,0)$$

如果负载电阻和传输线特征阻抗不同，则会产生反射电压和反射电流，故而

$$v_{out}(T_D^+) = v_i(l, T_D^+) + v_r(l, T_D^+) \quad i_{out}(T_D^+) = i_i(l, T_D^+) - i_r(l, T_D^+)$$



# 反射系数

$$v_{out}(T_D^+) = v_i(l, T_D^+) + v_r(l, T_D^+) \quad i_{out}(T_D^+) = i_i(l, T_D^+) - i_r(l, T_D^+)$$

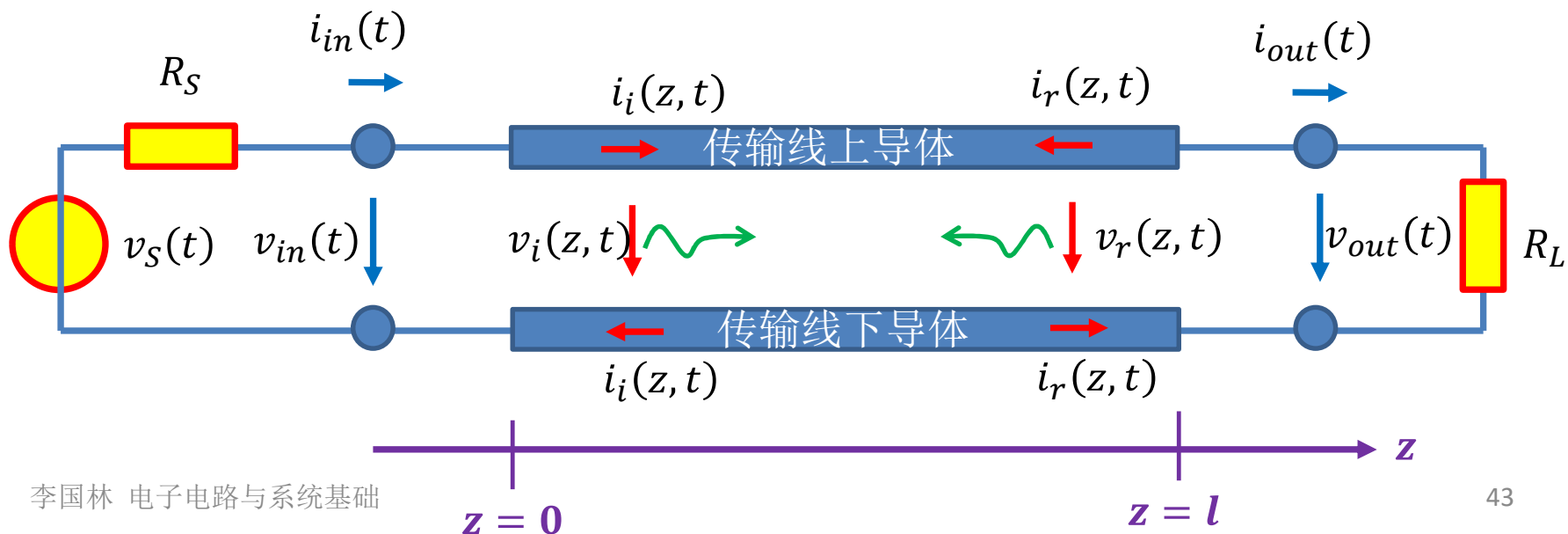
传输线输出端口电压电流关系被负载电阻所约束

$$R_L = \frac{v_{out}(T_D^+)}{i_{out}(T_D^+)} = \frac{v_i(l, T_D^+) + v_r(l, T_D^+)}{i_i(l, T_D^+) - i_r(l, T_D^+)} = \frac{Z_0 i_i(l, T_D^+) + Z_0 i_r(l, T_D^+)}{i_i(l, T_D^+) - i_r(l, T_D^+)} = Z_0 \frac{i_i(l, T_D^+) + i_r(l, T_D^+)}{i_i(l, T_D^+) - i_r(l, T_D^+)}$$

$$= Z_0 \frac{1 + \frac{i_r(l, T_D^+)}{i_i(l, T_D^+)}}{1 - \frac{i_r(l, T_D^+)}{i_i(l, T_D^+)}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \Rightarrow \Gamma = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$

$$v_r(l, T_D^+) = \Gamma v_i(l, T_D^+)$$

$$i_r(l, T_D^+) = \Gamma i_i(l, T_D^+)$$



# 功率反射

为了简单起见，假设信源内阻  $R_S$  和传输线特征阻抗  $Z_0$  相等，那么在  $t = 0$  瞬间，由于信源感受到的是匹配阻抗  $Z_0 = R_S$ ，故而将其额定功率输出，传输线输入端口吸收了信源的额定功率，并以电压波和电流波形式沿传输线传播，经过一个传输线延时  $T_D$ ，到达负载端。如果负载电阻和传输线特征阻抗（信源内阻）不等，则会导致反射，

$$v_r(l, T_D^+) = \Gamma v_i(l, T_D^+)$$

$$i_r(l, T_D^+) = \Gamma i_i(l, T_D^+)$$

负载电压为入射电压和反射电压之和， ...

$$v_{out}(T_D^+) = v_i(l, T_D^+)(1 + \Gamma) = 0.5V_{S0} \frac{2R_L}{R_L + R_S} = \frac{R_L}{R_L + R_S} V_{S0}$$

$$i_{out}(T_D^+) = i_i(l, T_D^+)(1 - \Gamma) = \frac{V_{S0}}{2R_S} \frac{2R_S}{R_L + R_S} = \frac{V_{S0}}{R_L + R_S}$$

负载吸收功率为

$$P_L(T_D^+) = v_{out}(T_D^+)i_{out}(T_D^+) = \frac{R_L}{(R_L + R_S)^2} V_{S0}^2 = i_{out}^2(T_D^+)R_L$$

沿传输线反方向反射回去的功率为

$$P_r(T_D^+) = v_r(l, T_D^+)i_r(l, T_D^+) = \Gamma^2 v_i(l, T_D^+)i_i(l, T_D^+) = \Gamma^2 v_i(0, 0)i_i(0, 0) = \Gamma^2 P_{S,max}$$

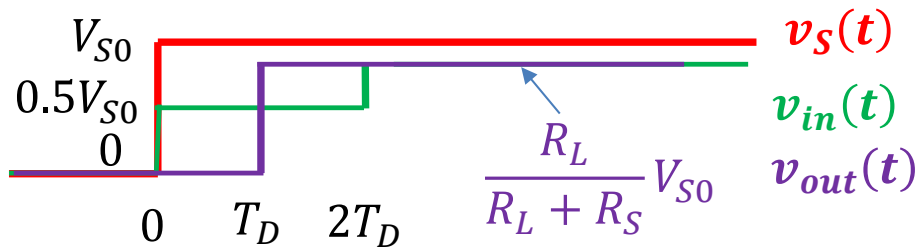
$$\Gamma = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0} = \frac{R_L - R_S}{R_L + R_S}$$

可以证明：

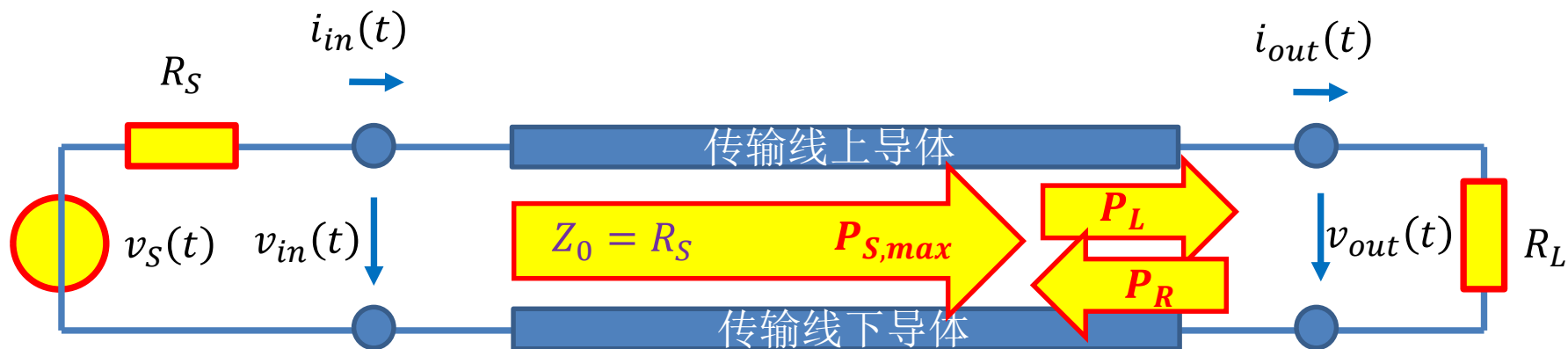
$$P_L(T_D^+) + P_r(T_D^+) = P_{S,max}$$

从源端入射过来的额定功率（ $P_{S,max}$ ），一部分被负载吸收（ $P_L$ ），一部分被反射回去（ $P_r$ ）

# 不匹配 则反射



一个 $T_D$ 延时，负载看到信源，两个 $T_D$ 延时，信源看到负载



在信源内阻等于传输特征阻抗假设下，一个传输线传播延时后可实现电阻分压功能；如果传输特征阻抗和信源内阻和负载电阻均不相等，则需要更多次来回反射多个传输线传播延时后才会完成分压功能，传输线才能视为短路线。显然，短路线是传输线的低频模型，或者说，分压是等待足够长时间后的稳态结果，低频下等待时间和信号周期比可忽略不计

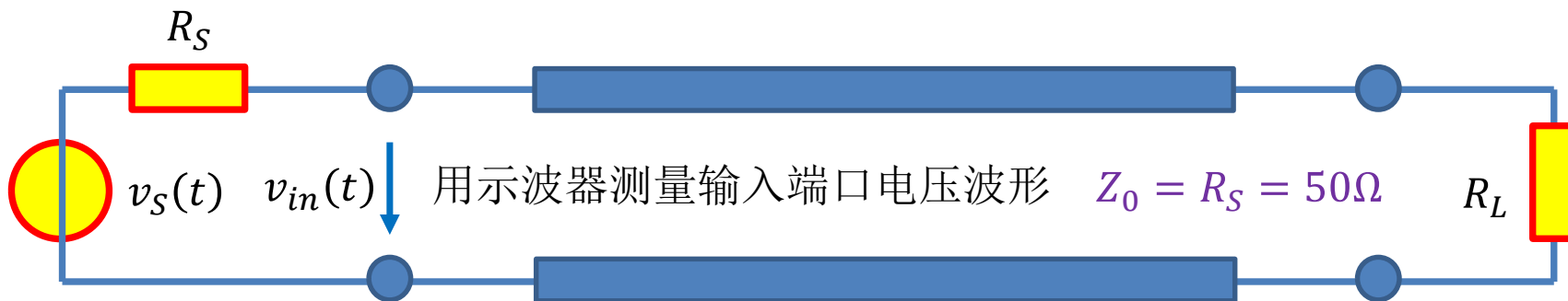
$$v_{out}(T_D^+) = v_i(l, T_D^+)(1 + \Gamma) = \frac{R_L}{R_L + R_S} V_{S0}$$

$$i_{out}(T_D^+) = i_i(l, T_D^+)(1 - \Gamma) = \frac{V_{S0}}{R_L + R_S}$$

$$P_L(T_D^+) = \frac{R_L}{(R_L + R_S)^2} V_{S0}^2 = i_{out}^2(T_D^+) R_L$$

$$P_r(T_D^+) = \Gamma^2 P_{S,max} \quad \Gamma = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0} = \frac{R_L - R_S}{R_L + R_S}$$

# 时域反射计阻抗测量原理

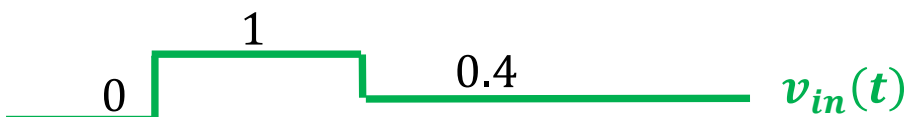


$$R_L = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$



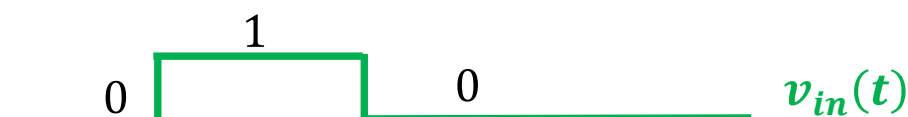
$$\Gamma = +0.6$$

$$R_L = 50 \times \frac{1 + 0.6}{1 - 0.6} = 200\Omega$$



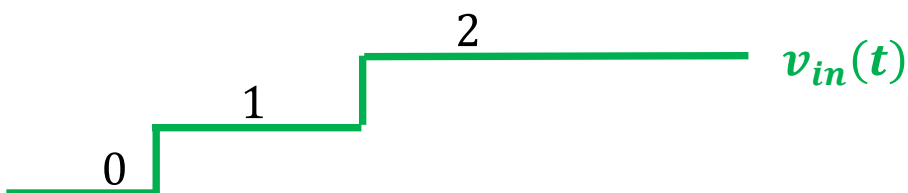
$$\Gamma = -0.6$$

$$R_L = 50 \times \frac{1 - 0.6}{1 + 0.6} = 12.5\Omega$$



$$\Gamma = -1$$

$$R_L = 50 \times \frac{1 - 1}{1 + 1} = 0\Omega$$



$$\Gamma = +1$$

$$R_L = 50 \times \frac{1 + 1}{1 - 1} = \infty\Omega$$

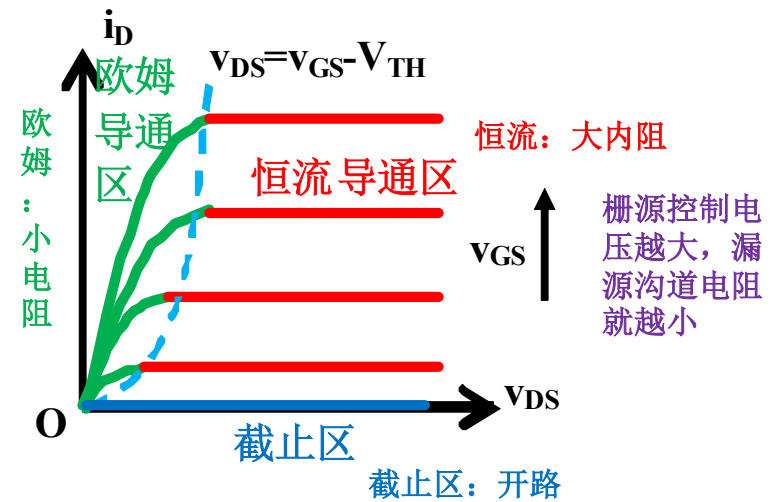
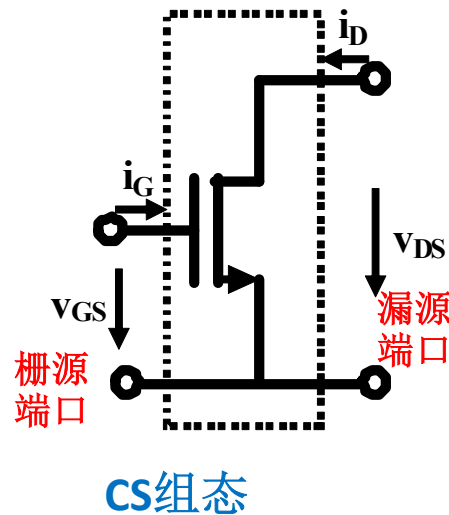
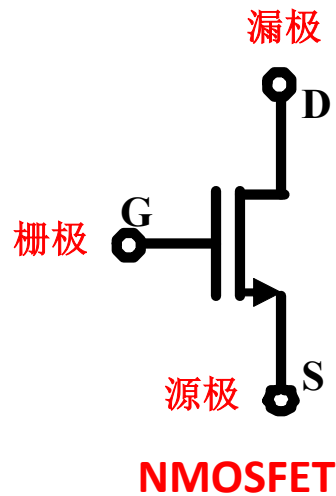
# 反射问题

- 反射问题对低频信号处理，一般不予考虑，因为传输线上的电磁波速度为光速，**2mm**长的传输线延时为**10ps**量级，和**MHz**信号周期**us**比可以忽略不计
  - 传输线被视为短路线，分压被认为是即时完成的
    - 完成分压需要的时间和信号周期比完全不在一个量级上
- 但是对于**GHz**，**100GHz**的高频信号，其周期为**ns**，**10ps**量级，传输线延时和信号周期比必须考虑，则需要考虑传输线匹配问题
  - 至少信号源内阻或负载电阻中的一个和传输线特征阻抗应该是匹配的，以确保信号经过一个传输线延时，即可完成期望的分压
    - 这是高速数字电路，微波射频电路中必须考虑的问题

## 2.3 晶体管 transistor transfer resistor

- 二端口非线性电阻

$$\underline{\underline{i_G = f_{iv,G}(v_{GS}, v_{DS}) = 0}} \quad (1)$$



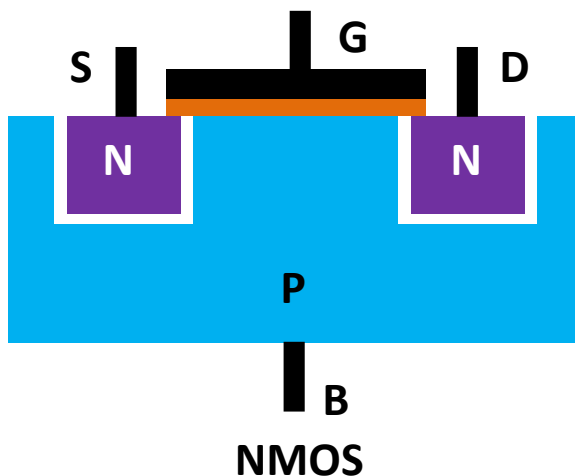
$$\underline{\underline{i_D = f_{iv,D}(v_{GS}, v_{DS}) = \begin{cases} 0 & v_{GS} < V_{TH} \\ \beta_n (v_{GS} - V_{TH})^2 & v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} > v_{GS} - V_{TH} \\ 2\beta_n ((v_{GS} - V_{TH})v_{DS} - 0.5v_{DS}^2) & v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} \end{cases}}}$$

$$\underline{\underline{\begin{cases} v_{GS} < V_{TH} \\ v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} > v_{GS} - V_{TH} \\ v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} \end{cases}}} \quad (2)$$



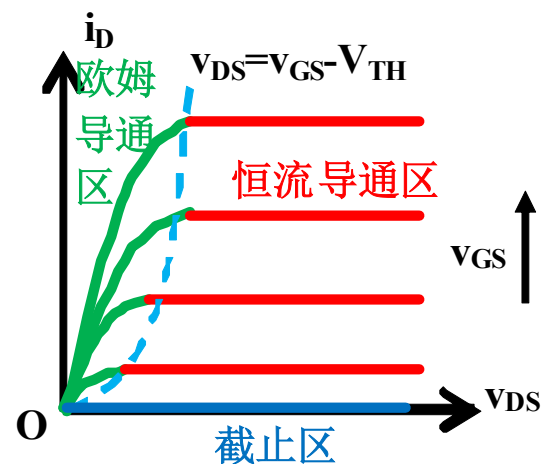
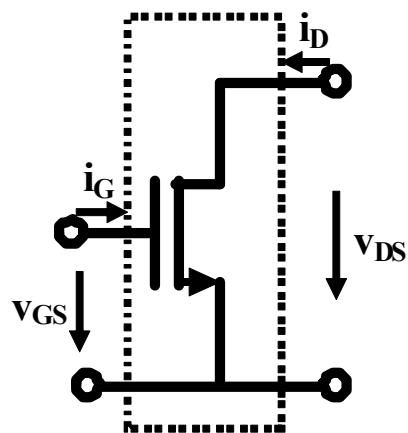
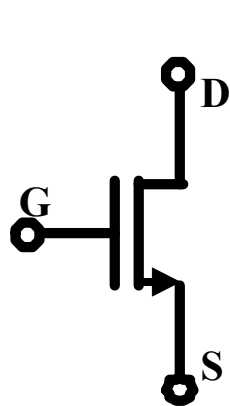
# NMOSFET结构

## 决定了其受控非线性电阻特性



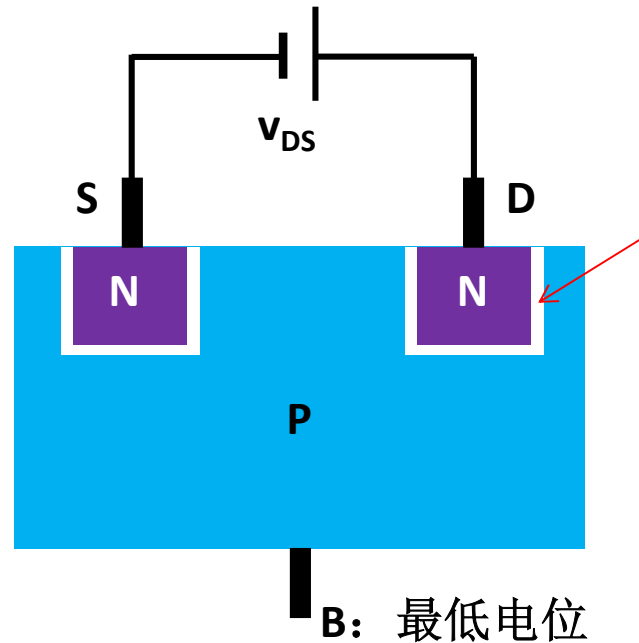
为何这样的结构导致这样的伏安特性曲线？

附录A12内容



# 两个孤岛：漏源不导电

S: Source: 源极  
D: Drain: 漏极  
B: Bulk: 衬底



PN结反偏耗尽层  
漏源不导电

为了确保同一基片上的晶体管相互独立

# MOSFET

## 加一个控制端：栅极

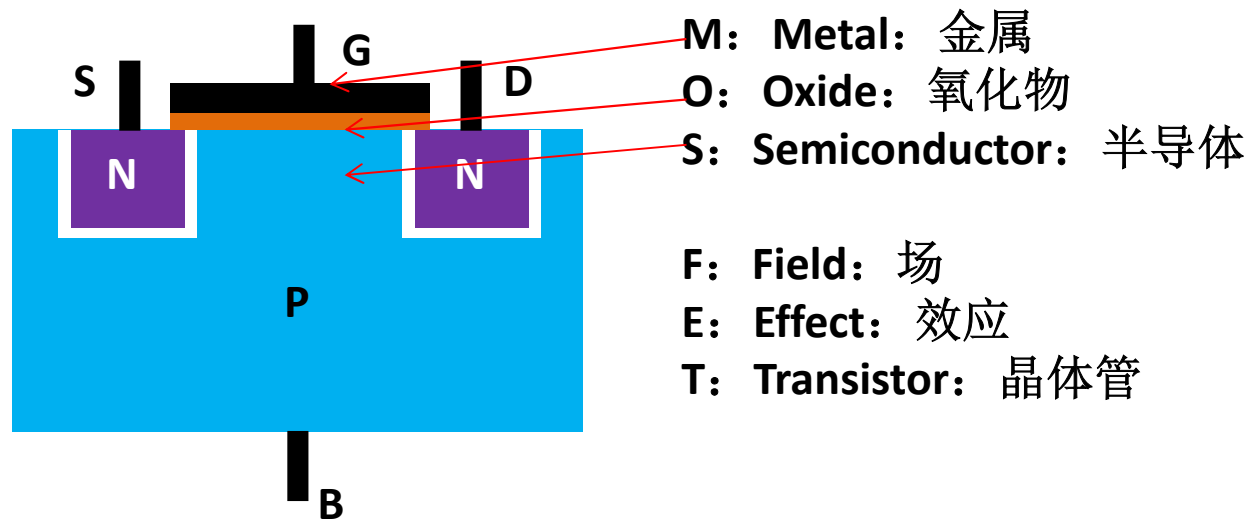
**S: Source:** 源极

**D: Drain:** 漏极

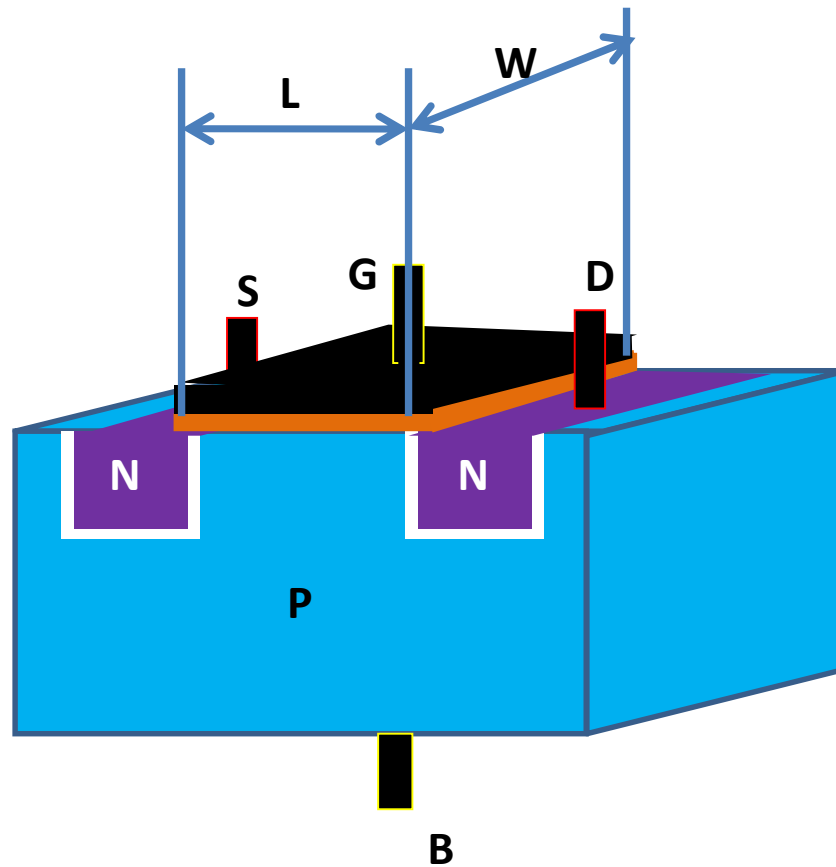
**B: Bulk:** 衬底

**G: Gate:** 栅极

门：打开门，关上  
门，控制端



# MOSFET结构



$$v_{DS} = 0$$

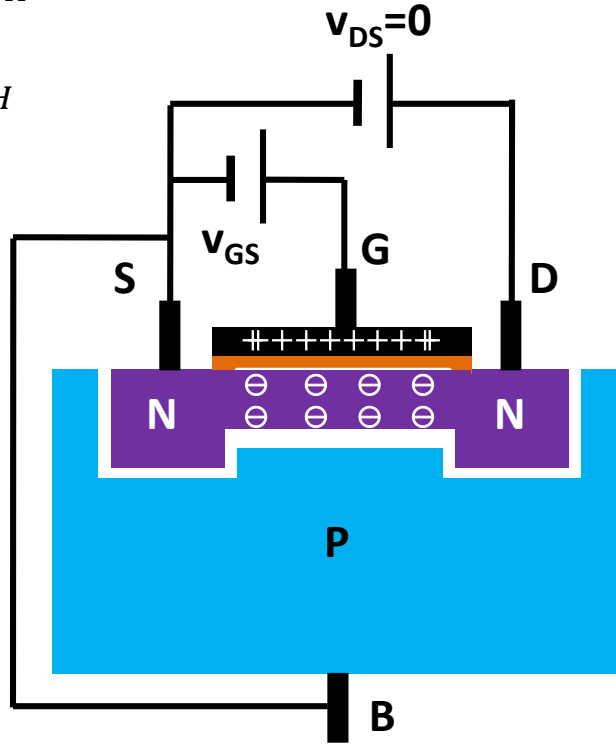
$$v_{GS} < V_{TH}$$

$$v_{GS} = V_{TH}$$

$$v_{GS} > V_{TH}$$

# 控制电压形成沟道

$V_{TH}$ : 阈值电压



$v_{GS}$  很小时：漏源无法形成沟道，截止状态：**DS**不导电

$v_{GS} = V_{TH}$  时：氧化层下方P型区的一层空穴全部耗尽

$v_{GS} > V_{TH}$  时：氧化层下方电子累积形成反型层，形成导电沟道

$v_{GS}$  高于  $V_{TH}$  越多，导电沟道越厚，沟道内可移动电荷数目越多，**DS**间电阻就越小，**DS**电流就越大：沟道是受控的电阻

$$Q_0 = C \cdot V_{od} = -WLC_{ox}(v_{GS} - V_{TH}) = L \cdot Q_x$$

沟道总电荷量

$$Q_x = -WC_{ox}(v_{GS} - V_{TH})$$

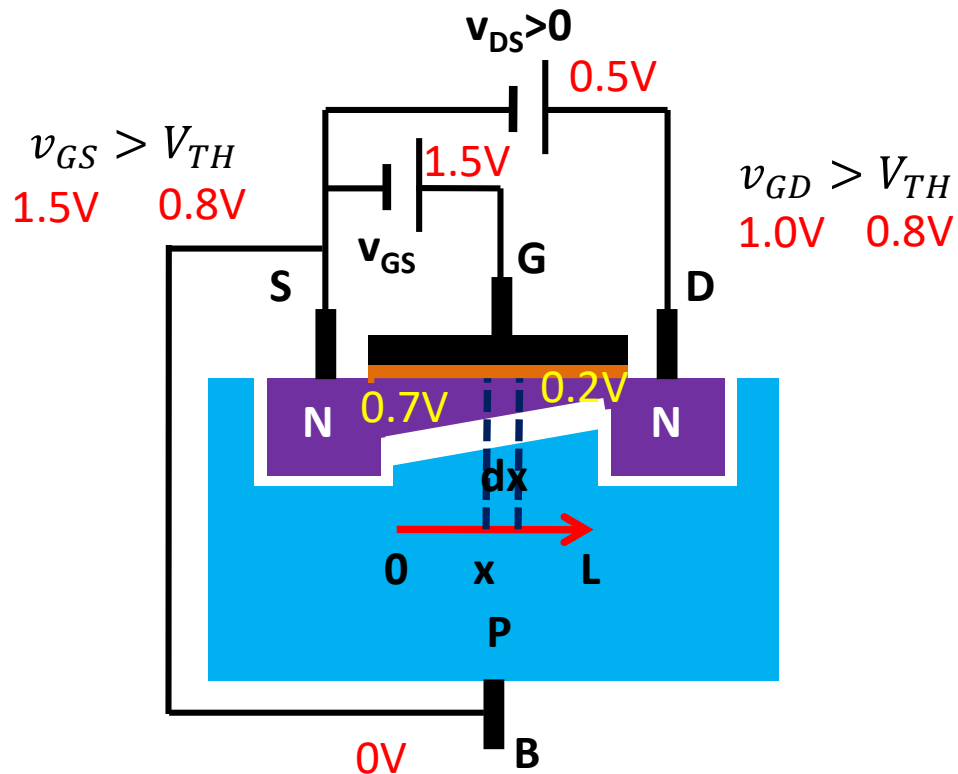
栅源过驱动电压  $V_{od} = v_{GS} - V_{TH}$  决定的单位长度沟道电荷量

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \quad \begin{array}{l} \text{SiO}_2 \text{介电常数} \\ \text{SiO}_2 \text{厚度} \end{array}$$

栅氧层单位面积电容

# DS导通: $v_{DS}$ 较小

$$v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} = v_{DS,sat} \Rightarrow v_{GD} > V_{TH}$$



沟道电荷分布不再均匀

$$Q_x(0) = -WC_{ox}(v_{GS} - V_{TH})$$

$$Q_x(L) = -WC_{ox}(v_{GD} - V_{TH})$$

$$Q_x(x) = -WC_{ox}(v_{GS} - u(x) - V_{TH})$$

$$u(0) = 0$$

$$u(x) = ?$$

$$u(L) = v_{DS}$$

$[x, x+\Delta x]$ 区域内总电荷量

$$dQ(x) = Q_x(x)dx$$

$$i_D = \frac{dQ(x)}{dt} = Q_x(x) \frac{dx}{dt} = Q_x(x)v(x)$$

$$i_D = -WC_{ox}(v_{GS} - u(x) - V_{TH})v(x)$$

# 导通特性： $v_{DS}$ 小于饱和电压

$$v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} = v_{DS,sat}$$

$$i_D = -WC_{ox}(v_{GS} - u(x) - V_{TH})v(x)$$

$$v(x) = \mu E_x(x)$$

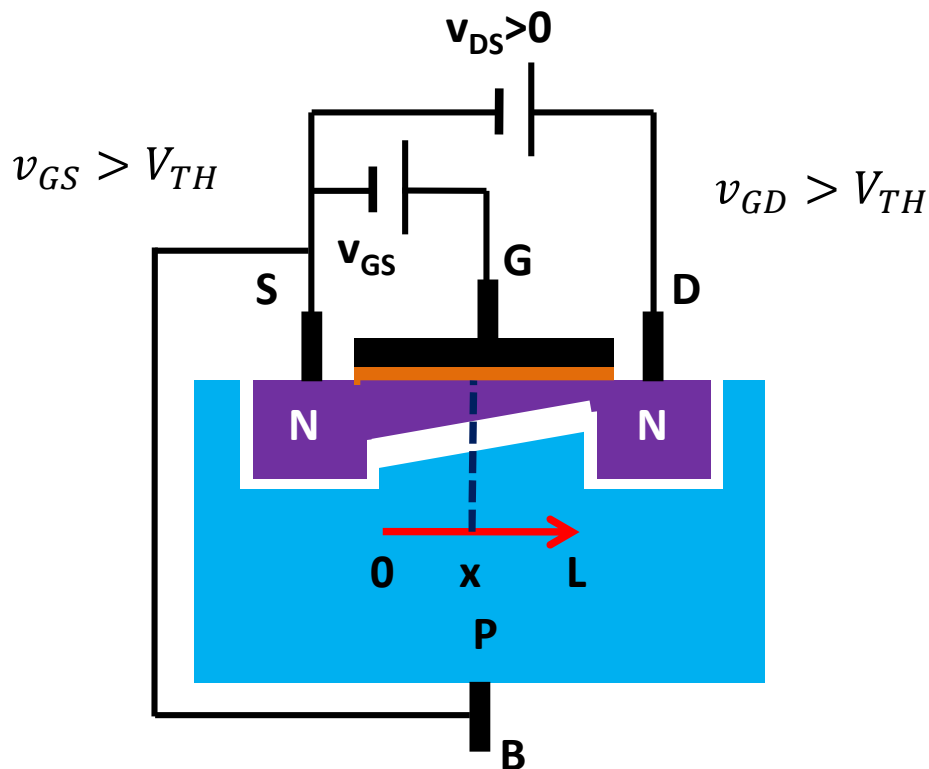
$$v(x) = v_e(x) = \mu_n E_x(x)$$

电荷运动速度等于载流子迁移率与电场强度之积

$$E_x(x) = -\frac{du(x)}{dx}$$

$$i_D = WC_{ox}(v_{GS} - u(x) - V_{TH})\mu_n \frac{du(x)}{dx}$$

$$i_D dx = W\mu_n C_{ox}(v_{GS} - u(x) - V_{TH})du(x)$$

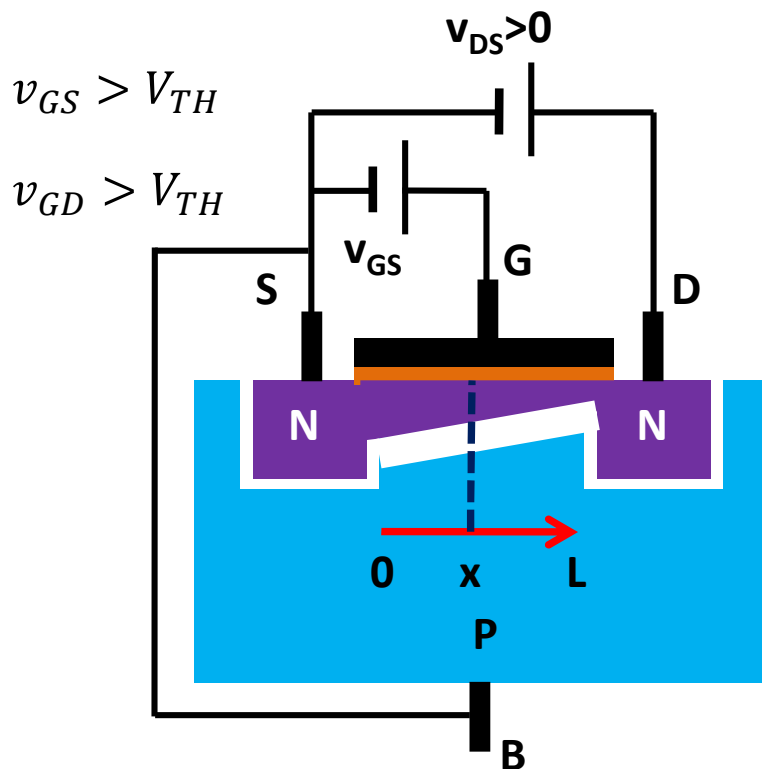


# 导通特性： $v_{DS}$ 小于饱和电压

$$v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} = v_{DS,sat}$$

$$i_D dx = W \mu_n C_{ox} (v_{GS} - u(x) - V_{TH}) du(x)$$

$$\int_0^L i_D dx = \int_0^{v_{DS}} W \mu_n C_{ox} (v_{GS} - u(x) - V_{TH}) du(x)$$



$$\begin{aligned} & i_D L \\ &= W \mu_n C_{ox} \left( (v_{GS} - V_{TH}) u(x) - \frac{1}{2} u^2(x) \right) \Big|_0^{v_{DS}} \\ &= W \mu_n C_{ox} \left( (v_{GS} - V_{TH}) v_{DS} - \frac{1}{2} v_{DS}^2 \right) \end{aligned}$$

$$i_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left( (v_{GS} - V_{TH}) v_{DS} - \frac{1}{2} v_{DS}^2 \right)$$

$$i_D = 2\beta_n \left( (v_{GS} - V_{TH}) v_{DS} - \frac{1}{2} v_{DS}^2 \right)$$

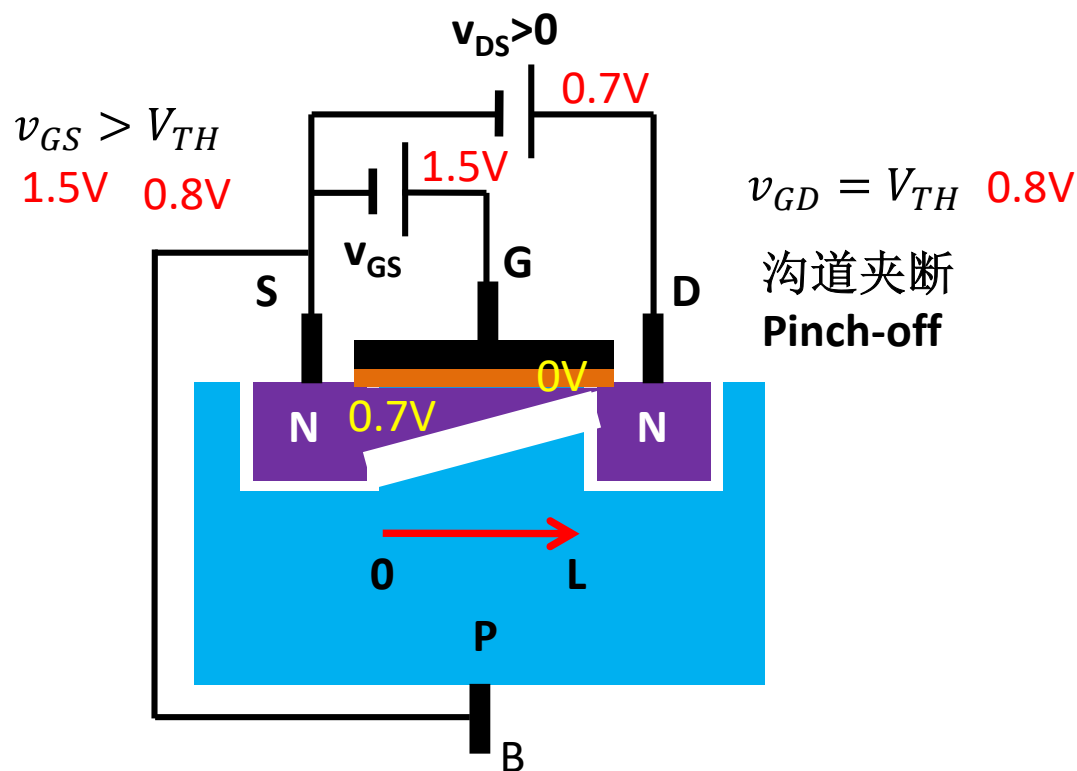
$$\beta_n = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$$



# 导通特性： $v_{DS}$ 等于饱和电压

$$v_{DS} = v_{GS} - V_{TH} = v_{DS,sat}$$

$$i_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left( (v_{GS} - V_{TH})v_{DS} - \frac{1}{2}v_{DS}^2 \right)$$



$$i_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_{TH})^2$$

$$i_D = \beta_n (v_{GS} - V_{TH})^2$$

$$\beta_n = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$$

$$v_{DS} \geq v_{GS} - V_{TH} = v_{DS,sat}$$

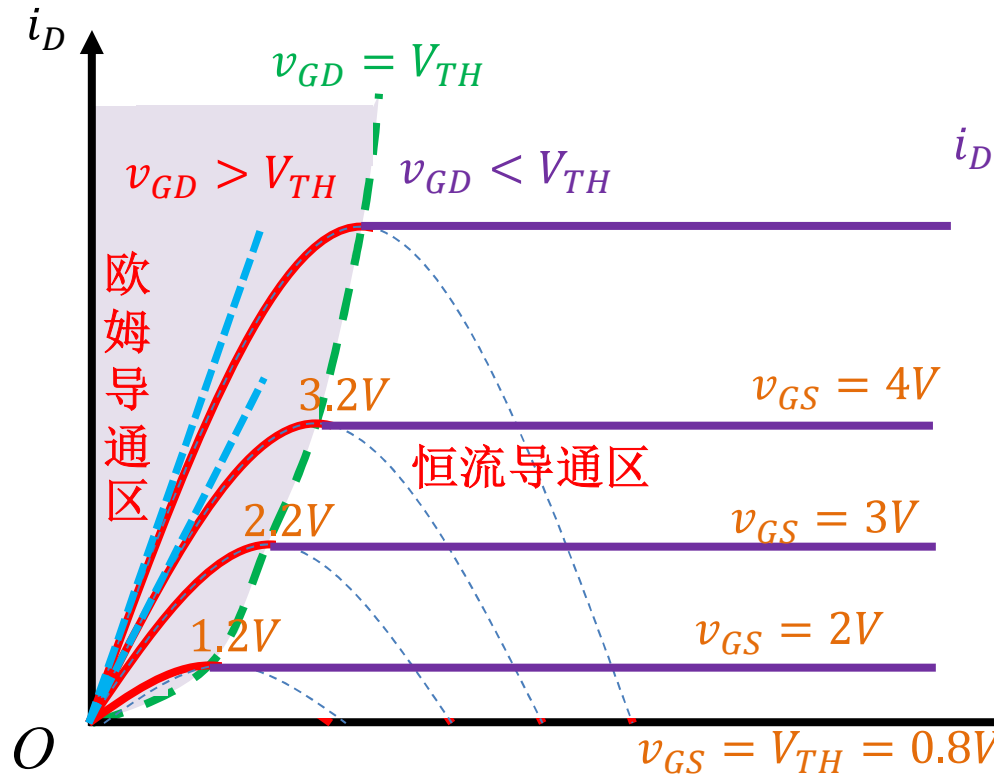
# 恒流导通区 也称饱和区

$$i_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left( (v_{GS} - V_{TH})v_{DS} - \frac{1}{2}v_{DS}^2 \right)$$

$$v_{DS} = v_{GS} - V_{TH} = v_{DS,sat}$$

$$v_{DS} < v_{DS,sat}$$

$$v_{DS} > v_{DS,sat}$$



$$i_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_{TH})^2$$

沟道是受控的非线性电阻

$v_{GS} > V_{TH}$  导通区

$v_{GS} < V_{TH}$  截止区

$i_D = 0$

$$V_{DD} = 3.3V$$

$$R = 1.5k\Omega$$

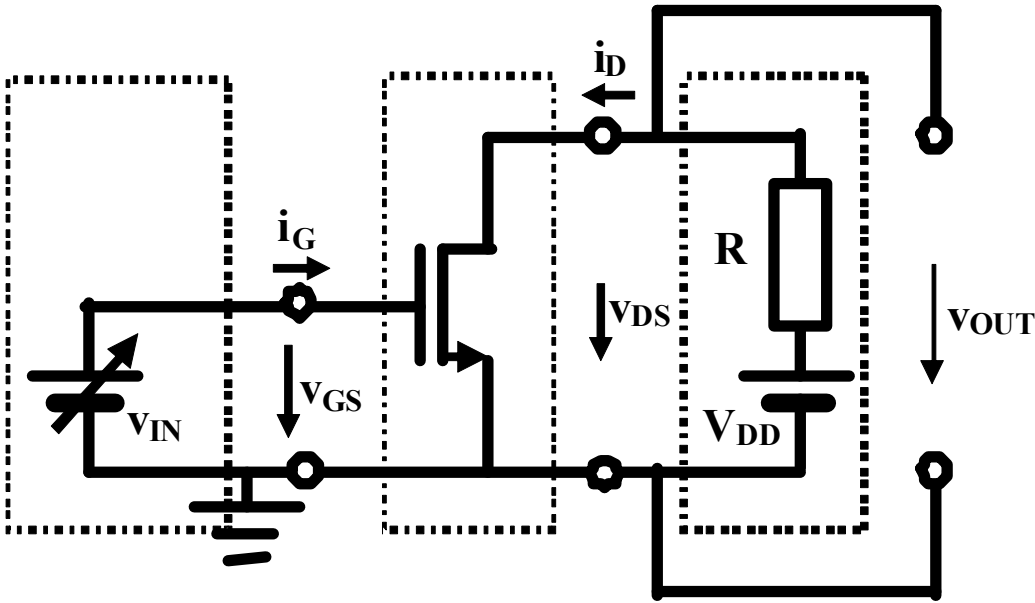
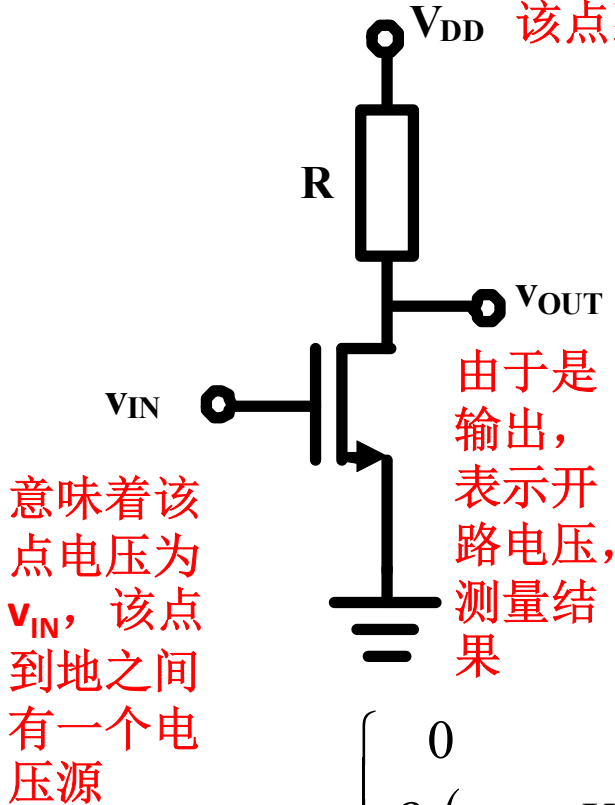
# 2.4 NMOS反相器

$$\beta_n = 320 \mu A/V^2$$

$$V_{TH} = 0.8V$$

阈值电压  
Threshold Voltage

意味着该点电压为 $V_{DD}$   
该点到地之间有一个电压源

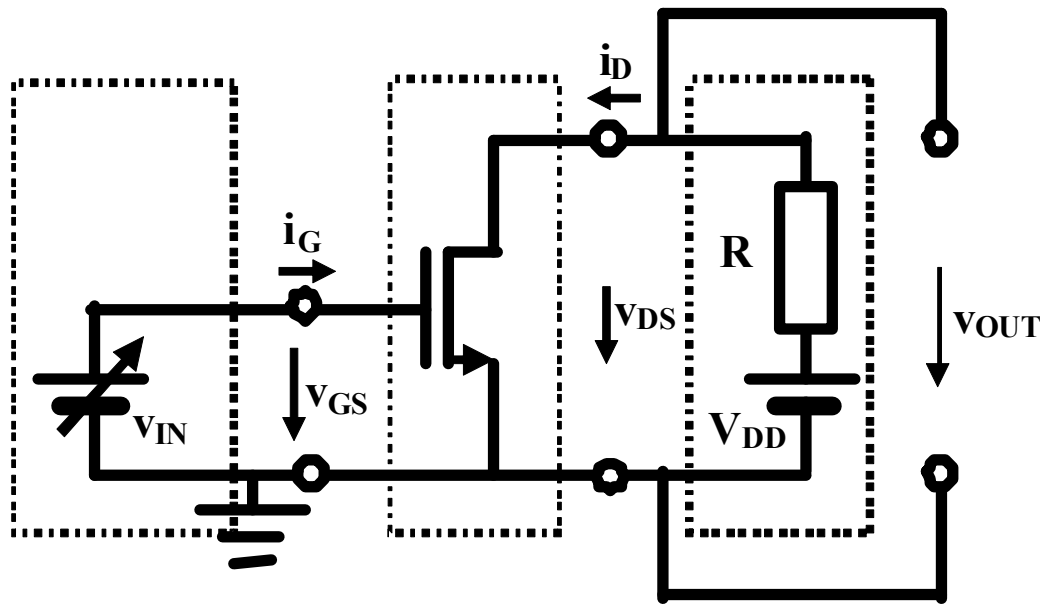
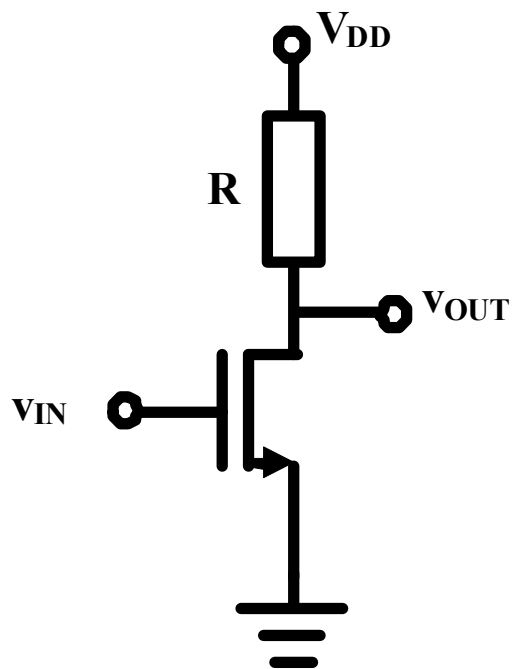


$$i_D = \begin{cases} 0 & v_{GS} < V_{TH} \\ \beta_n (v_{GS} - V_{TH})^2 & v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} > v_{GS} - V_{TH} \\ 2\beta_n ((v_{GS} - V_{TH})v_{DS} - 0.5v_{DS}^2) & v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &v_{GS} < V_{TH} \\ &v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} > v_{GS} - V_{TH} \\ &v_{GS} > V_{TH}, v_{DS} < v_{GS} - V_{TH} \end{aligned}$$

# 求解第一步：列方程

对接端口，定义一套端口电压电流接口



未知：被确定

已知

$$v_{GS} = v_{IN}$$

恒压源约束方程

$$i_G = 0$$

NMOS栅源端口约束方程

栅源端口方程

未知：待定

未知：待定

$$v_{OUT} = v_{DS} = V_{DD} - i_D R$$

戴维南源约束：外接负载约束方程

$$i_D = f_{D,iv}(v_{GS}, v_{DS}) = f_{D,iv}(v_{IN}, v_{OUT})$$

NMOS漏源端口约束方程

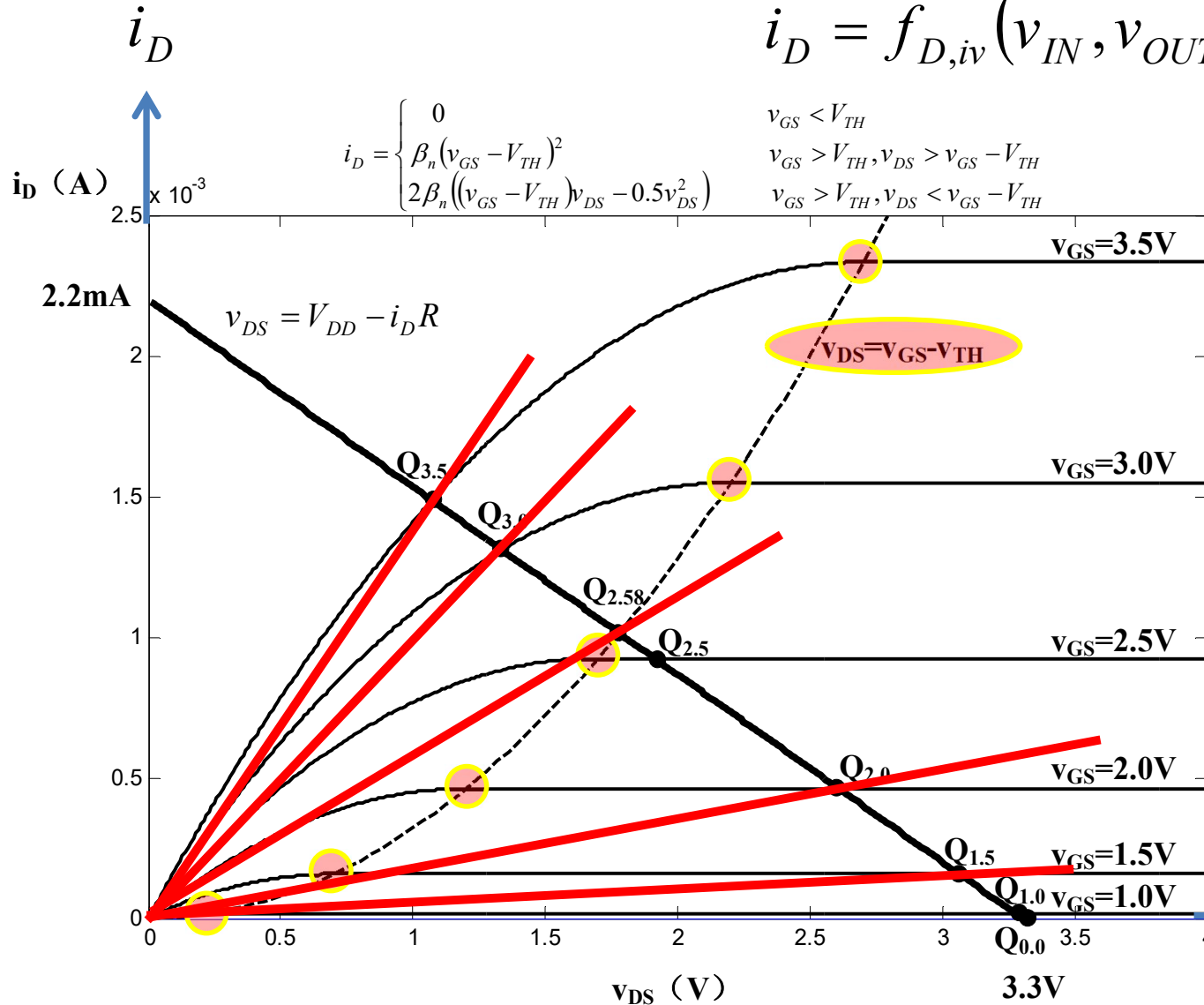
漏源端口方程

两个方程  
两个未知量  
可解

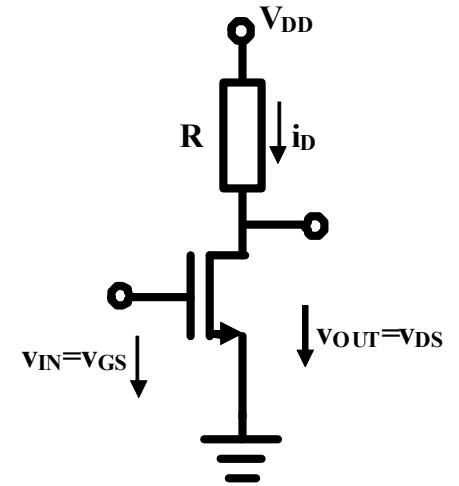
# 图解法的直观分析

$$v_{OUT} = V_{DD} - i_D R$$

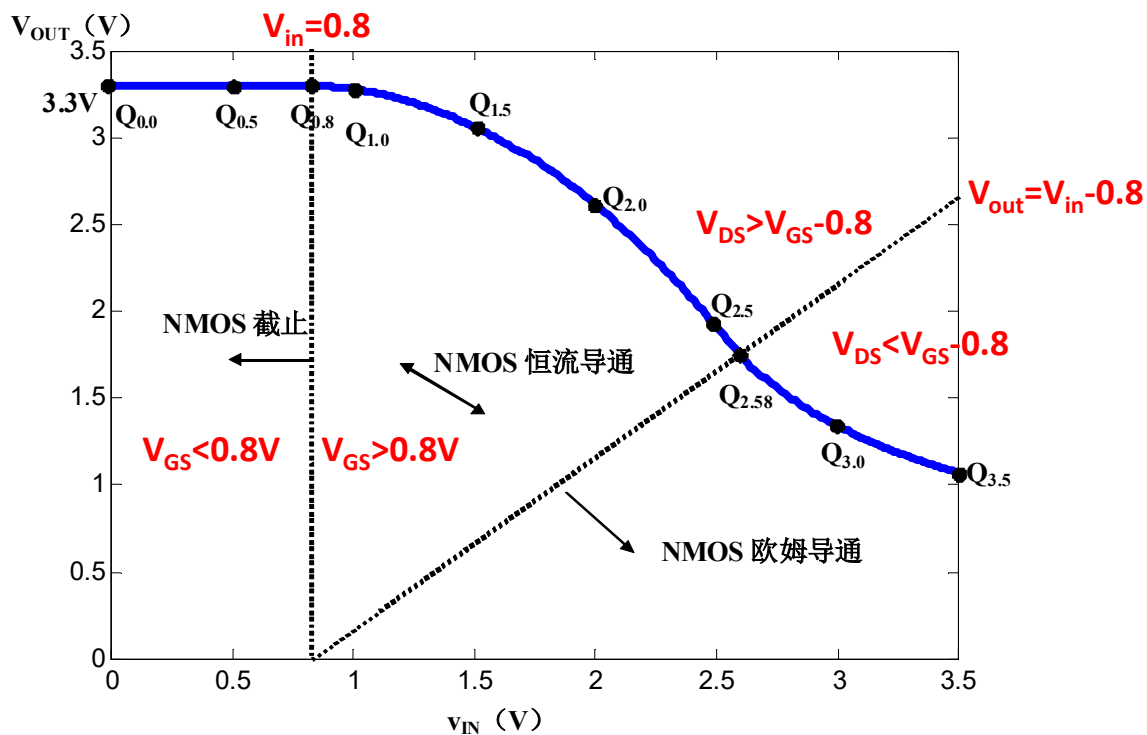
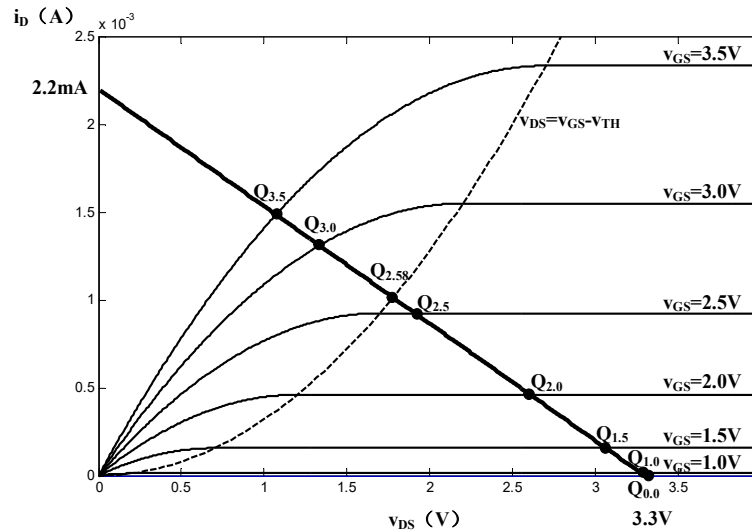
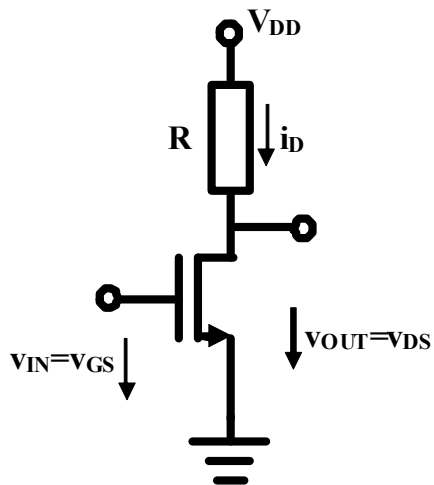
$$i_D = f_{D,iv}(v_{IN}, v_{OUT}) = f_{D,iv}(v_{GS}, v_{DS})$$



在同一个vi平面上  
分别画出它们的  
曲线，交点就是  
联立方程的解



# 反相电压转移特性

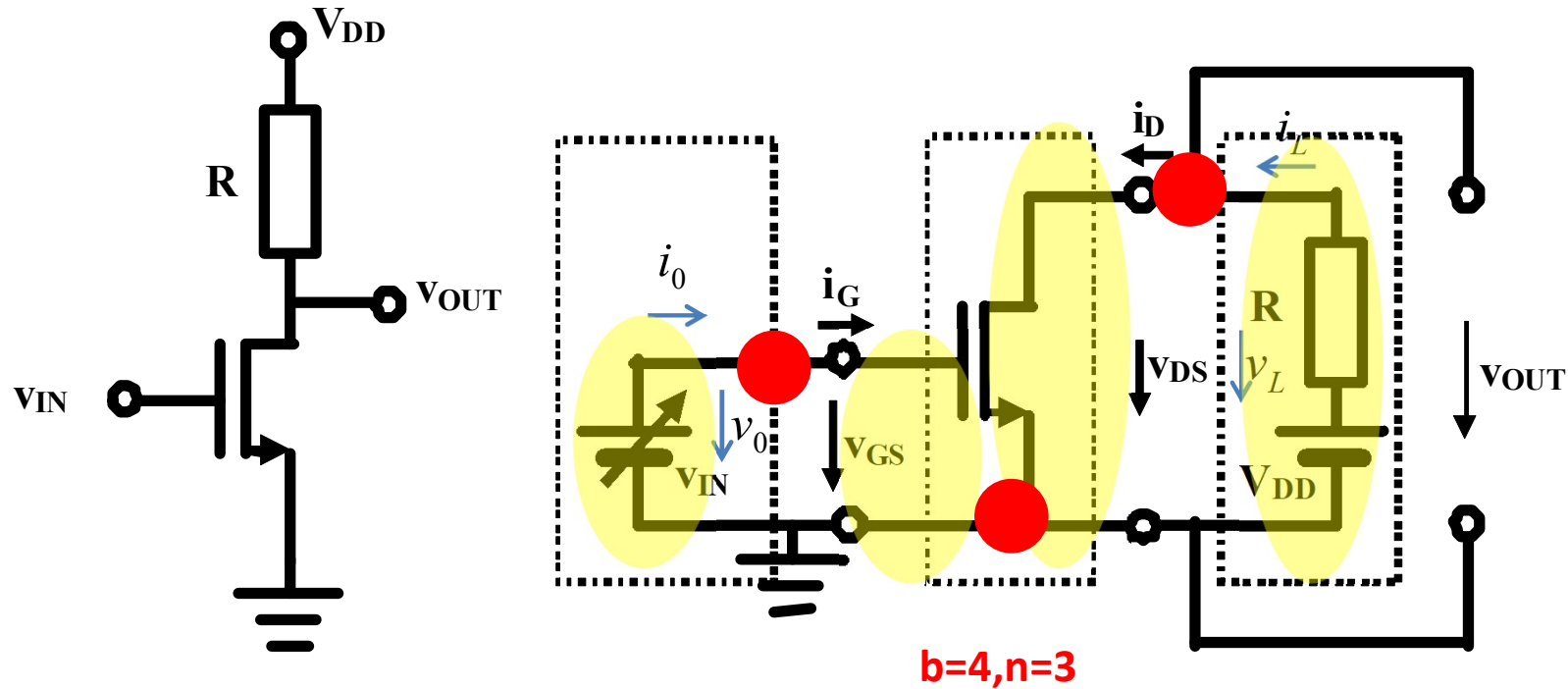


电压反相功能

输入高电平  
输出低电平

输入低电平  
输出高电平

# 用支路电压电流法列写电路方程



$$\begin{array}{llll}
 v_0 = v_{IN} & v_L + i_L R - V_{DD} = 0 & i_0 - i_G = 0 & v_{GS} - v_0 = 0 \\
 i_G = 0 & i_D - f_{D,iv}(v_{GS}, v_{DS}) = 0 & i_L - i_D = 0 & v_L - v_{DS} = 0
 \end{array}$$

**b**个支路元件约束方程

**n-1**个KCL方程

**b-n+1**个KVL方程

B、4个元件约束方程中，前两个是直接赋值，故而只需分析后两个

A、由于端口对接，对接端口只需定义一套端口电压、电流，故而只需列写元件约束方程，KVL，KCL内蕴其中

# 简单端口对接情况下的方程列写

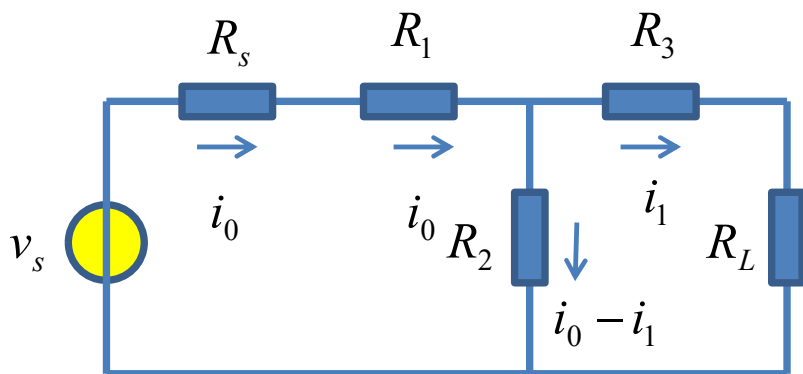
- 如果是简单的端口对接，每个端口只需定义一套端口电压、端口电流，这种定义本身就内蕴了**KVL**和**KCL**，故而只需列写**b**个端口伏安特性（**b**个支路元件约束方程），方程就是完备的
  - 端口对接，意味着两个端口具有相同的端口电压和端口电流，故而方程规模可以降半



# 电路方程列写简化方法

- 支路电压电流法是基本方法，其他方法都脱胎于支路电压电流法
- 手工列写电路方程时，以简单为要点
  - 对接端口，只需一套端口电压、电流，则无需列写该端口的KVL、KCL方程，因为端口电压、电流定义已经内蕴了KVL、KCL方程
  - 非对接端口情况，在手工列写电路方程时，多以感兴趣支路的支路电流为未知量，标记时其他支路电流表述内蕴 $n-1$ 个KCL方程，在电路图上只需标记 $b-n+1$ 个支路的支路电流作为未知量，最后列写KVL方程求解这 $b-n+1$ 个支路电流即可
    - 类同回路电流法，手工计算最常用方法
  - 简单串并联可直接化简，戴维南-诺顿源可相互转换

## 2.5 手工列写: $b-n+1$ 个支路电流



作业题要求用规范方法列写

$$i_1 \frac{R_3 + R_L + R_2}{R_2} (R_s + R_1 + R_2) - i_1 R_2 = v_s$$

$$i_1 = \frac{R_2}{(R_3 + R_L + R_2)(R_s + R_1 + R_2) - R_2^2} v_s$$

$$i_0 (R_s + R_1) + (i_0 - i_1) R_2 = v_s$$

$$i_1 (R_3 + R_L) - (i_0 - i_1) R_2 = 0$$

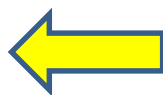


$$i_0 (R_s + R_1 + R_2) - i_1 R_2 = v_s$$

$$i_1 (R_3 + R_L + R_2) - i_0 R_2 = 0$$

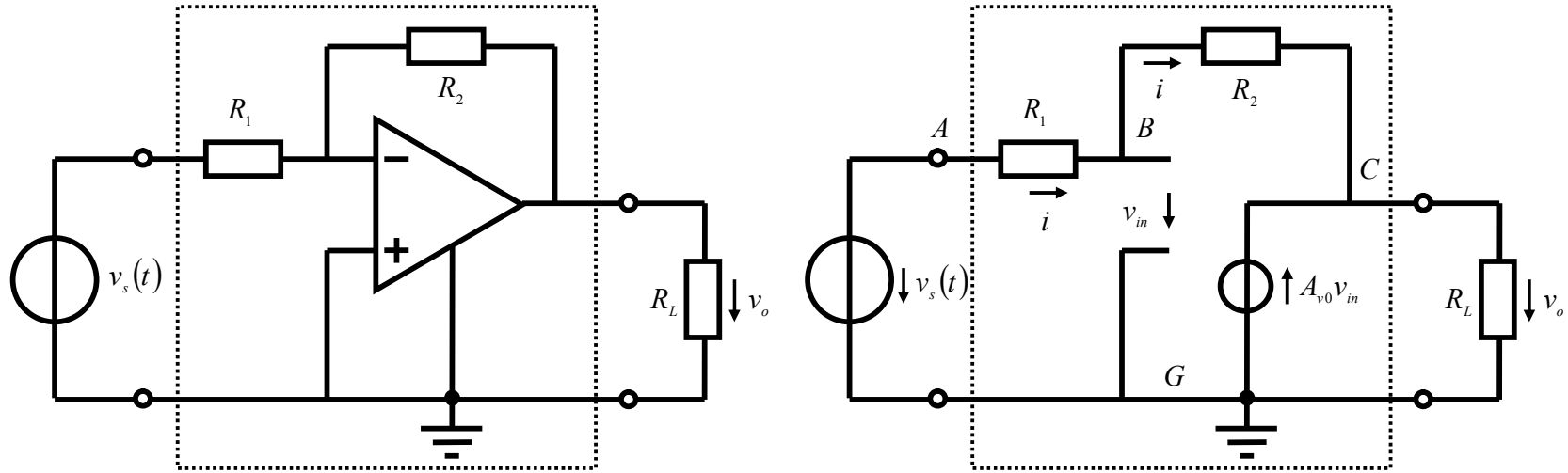


$$i_0 = i_1 \frac{R_3 + R_L + R_2}{R_2}$$



$i_0, i_1$  其实就是两个回路电流

# 简单手工列写方法



$$\frac{v_s - v_{in}}{R_1} = i = \frac{v_{in} - (-A_{v0}v_{in})}{R_2}$$



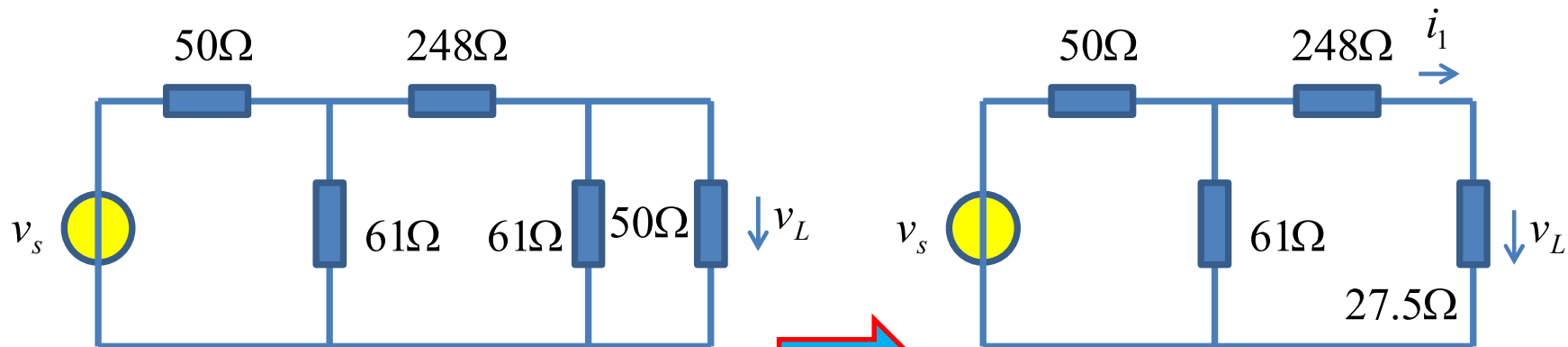
$$v_{in} = \frac{1}{1 + (A_{v0} + 1)\frac{R_1}{R_2}} v_s$$



$$v_o = -A_{v0}v_{in} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_{v0}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} v_s$$

手工列写电路方程的精髓：怎么简单怎么列写：适当简化

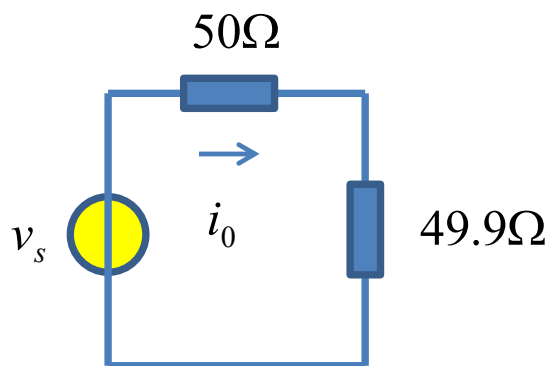
# 简单串并联化简



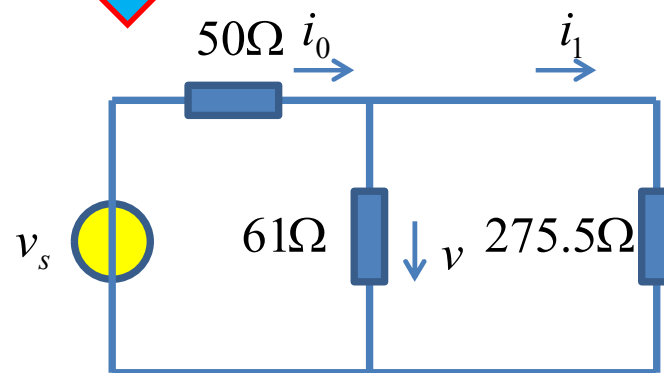
手工计算不需列写复杂方程

规范方法留给计算机

$$v_L = i_1 R = 0.0018 v_s \times 27.5 = 0.0498 v_s$$

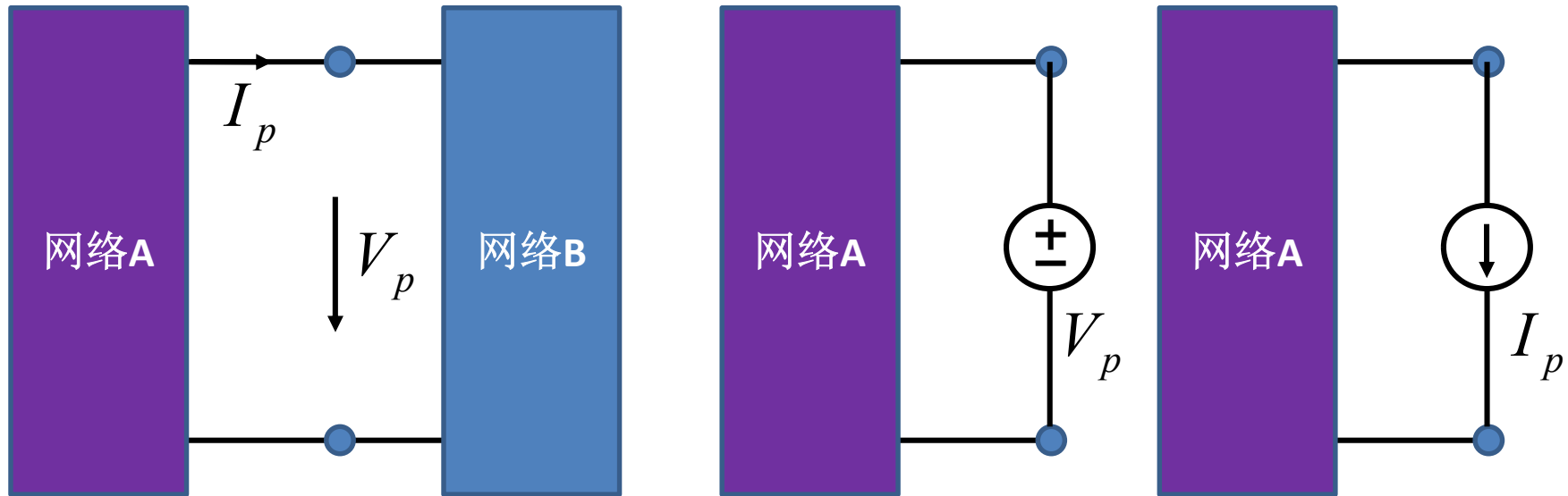


$$i_0 = 0.01 v_s$$



$$i_1 = \frac{v}{275.5} = \frac{49.9}{275.5} i_0 = 0.0018 v_s$$

## 2.6 替代定理和叠加定理的理解



$$f_1(v_1, v_2, \dots, v_n; i_1, i_2, \dots, i_n) = 0$$

$$f_2(v_1, v_2, \dots, v_b; i_1, i_2, \dots, i_b) = 0$$

$$f_{2b}(v_1, v_2, \dots, v_b; i_1, i_2, \dots, i_b) = 0$$

支路电压电流法列写的**2b**个方程

方程求解过程

$$V_p = v_1 + v_3 - v_4 + \dots$$

$$I_p = i_1 + i_2 - \dots$$

方程求解过程中首先获得了 **$V_p$** 或 **$I_p$** ，将其作为已知量（激励量）代入原方程，求解其他未知量（响应量），就是替代定理

# 叠加定理

$$\begin{aligned} r &= f(v_{s1}, i_{s2}, v_{s3}, \dots) \\ &= f(v_{s1}, 0, 0, \dots) + f(0, i_{s2}, 0, \dots) + f(0, 0, v_{s3}, \dots) + \dots \\ &= r_1 + r_2 + r_3 + \dots \\ &= f(1, 0, 0, \dots)v_{s1} + f(0, 1, 0, \dots)i_{s2} + f(0, 0, 1, \dots)v_{s3} + \dots \\ &= \lambda_1 v_{s1} + \lambda_2 i_{s2} + \lambda_3 v_{s3} + \dots \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_{2b \times 2b} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_b \\ \mathbf{i}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{s1} \\ i_{s2} \\ v_{s3} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{2b} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{v}_b \\ \mathbf{i}_b \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{2b \times 2b}^{-1} \begin{bmatrix} v_{s1} \\ i_{s2} \\ v_{s3} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{2b}$$

支路电压电流法列写的**2b**个方程  
线性电路可用矩阵表述

任意支路电压、电流都可表  
述为叠加形式

# 替代定理和叠加定理

- 替代定理、叠加定理、下节课讨论的戴维南-诺顿定理在之后课程中会反复应用，这里不再特意举例说明