

电子电路与系统基础

习题课第三讲

1、关于电源额定功率、噪声源的额外说明

2、第一周作业讲解

3、第二章练习题节选讨论

李国林

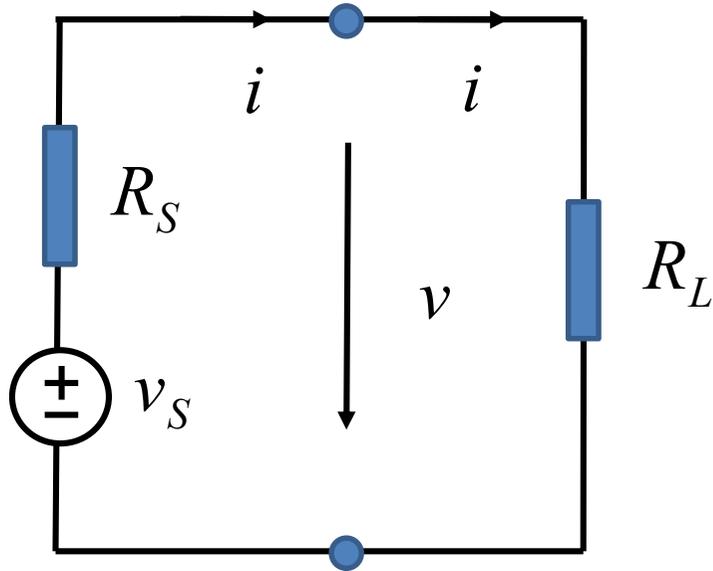
清华大学电子工程系

习题课第三讲 大纲

- 电源补充讨论
 - 额定功率
 - 噪声源：附录A14
- 第一周作业讲解
- 第二章练习题节选讨论

仅在习题课出现的内容，均为背景知识，非考试要求；只有在理论课也出现过的才是考试内容

1.1 电源的额定功率



- 从源的功率输出能力上推导，获得电源额定功率

$$P_{\text{释}} = \overline{v \cdot i} \leq \frac{1}{4} \frac{V_{S,rms}^2}{R_S} = \underline{\underline{P_{S,max}}}$$

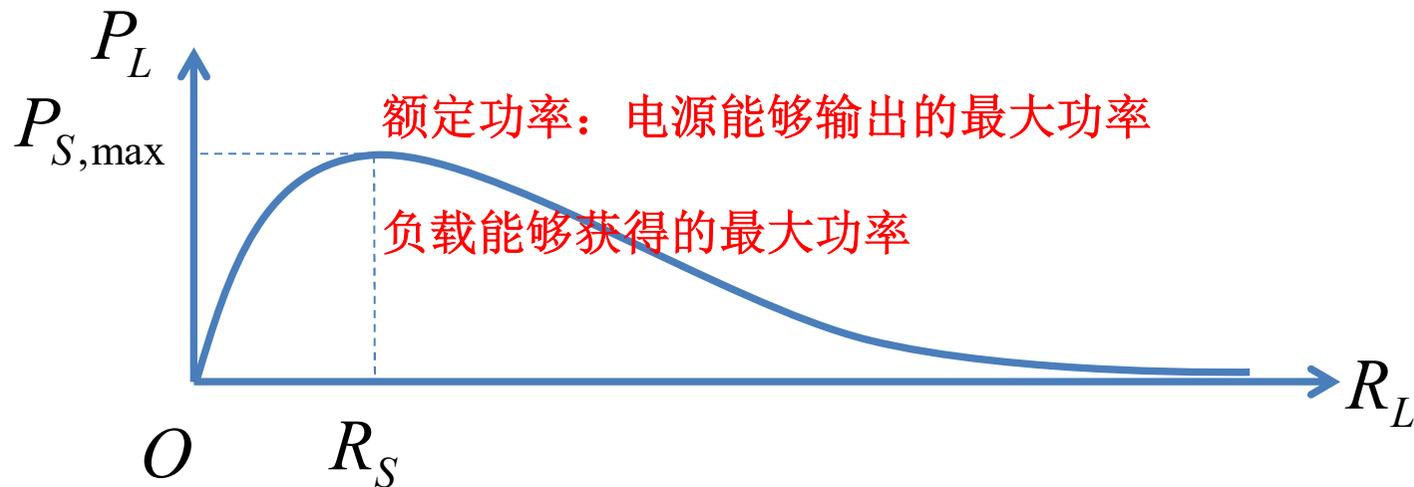
- 下面从负载获得功率入手考察

$$P_L = \overline{i^2 \cdot R_L} = \left(\frac{v_S}{R_S + R_L} \right)^2 R_L = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} \overline{v_S^2} = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} V_{S,rms}^2$$

$$P_L = \overline{i^2 \cdot R_L} = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} \overline{v_S^2} = \frac{R_L}{(R_S + R_L)^2} V_{S,rms}^2$$

$$0 = \frac{\partial P_L}{\partial R_L} = \frac{R_S - R_L}{(R_S + R_L)^3} V_{S,rms}^2 \quad \longrightarrow \quad R_L = R_S$$

$$P_{L,max} = P_L(R_L = R_S) = \frac{V_{S,rms}^2}{4R_S} = P_{S,max}$$



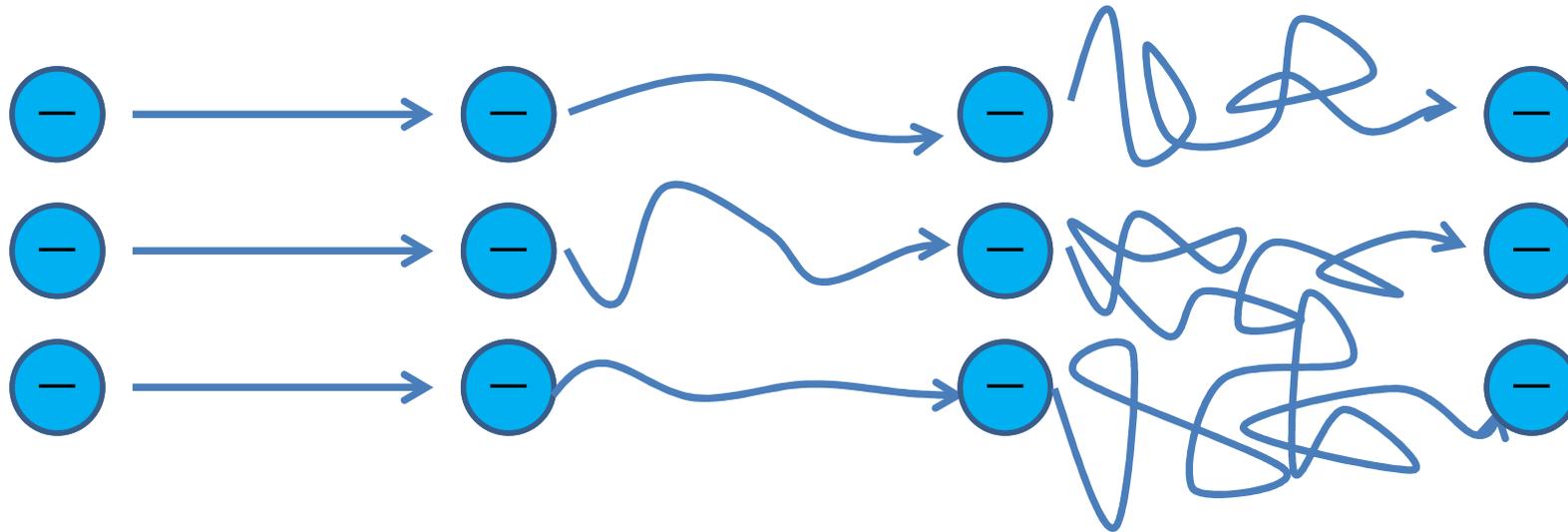
1.2 噪声源 附录A14

- 实际信号中存在着不期望的那些电信号，被统称为噪声 **noise**
 - 噪声较大时，将会影响电路的正常工作
 - 混杂在信号中的噪声有可能淹没有用信号，有用信号则无法有效识别
 - 噪声可能来自器件自身，如电阻热噪声，PN结散粒噪声，闪烁噪声，这些器件电子噪声是随机的，平均值为零，但功率不为零
 - 电路中的噪声还有可能自电源、地或其他空间位置耦合而来，从而影响电路的正常工作，这些耦合来的不想要的电能量，一般又被称为干扰 **interference**
- 噪声类型
 - 热噪声、散粒噪声、闪烁噪声、...
- 噪声描述
 - 噪声等效源
 - 信噪比

1.2.1 热噪声

thermal noise

热噪声存在于所有电路器件中，因为导体是所有电路器件构成的基本材料，导体内电子的随机热运动导致电子运动并非全由外加电场决定，热噪声使得电子定向运动中附加了随机性。热噪声和外加电场没有任何关系，完全由温度决定

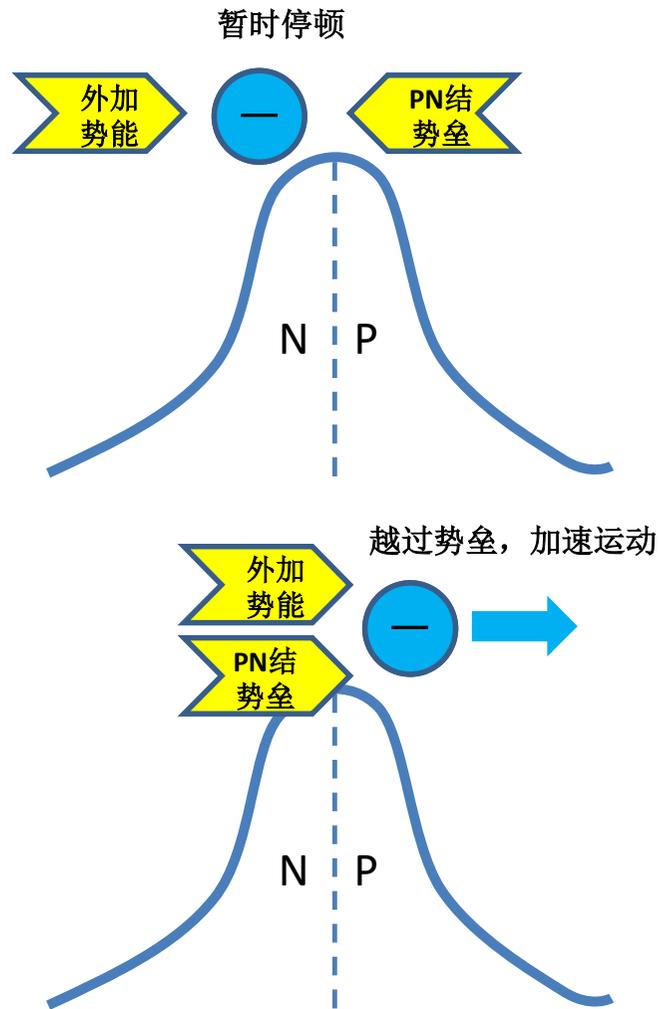


假设无热噪声
(想像, 不存在)

温度低, 热噪声小
或者电场强度大,
热噪声影响小

温度高, 热噪声大
或者电场强度小,
热噪声影响大

1.2.2 散粒噪声 shot noise



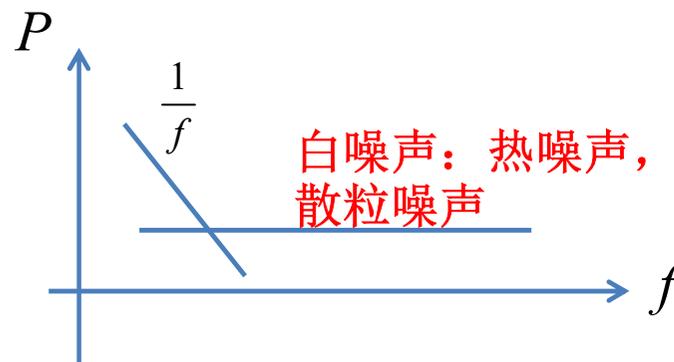
散粒噪声的存在，是由于形成电流的电子是离散的粒子：电子在电场作用下定向运动形成电流，离散电子运动形成连续电流，就不可避免地存在着不确定性，尤其是构成电流的电子数目很少时，散粒噪声会很大。

金属导线中，电子运动时，如果有超前的电子则会阻碍后续的电子继续超前，当大量电子拥挤在那里时，散粒噪声的影响几乎看不到。

PN结中情况则不一样，PN结耗尽层中有内建电场形成的势垒，导致电子碰到势垒后，必须有足够的能量积累才能越过它。在外加电场及热运动等作用下，获得足够能量电子的势能转化为动能，突然加速越过势垒。由于每个电子都是随机地越过PN结势垒，能量积累并突然释放，‘啪’地一下过去了，犹如散弹射出。

- 1、没有定向电流则无散粒噪声
- 2、散粒噪声和温度无关
- 3、散粒噪声和热噪声一样是白噪声

1.2.3 闪烁噪声 flicker noise



- 闪烁噪声又称**1/f**噪声
 - 低频噪声
- 其物理机制尚未完全得以解释
- 存在于所有实际器件中
 - 可能是由于晶体的缺陷导致，良好的工艺可以降低闪烁噪声

1.2.4 噪声表述

- 等效噪声源
 - 线性单端口网络
 - 二端口网络

$$\overline{v_n} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_n(t) dt = 0$$

$$\overline{v_n^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_n^2(t) dt$$

- 信噪比

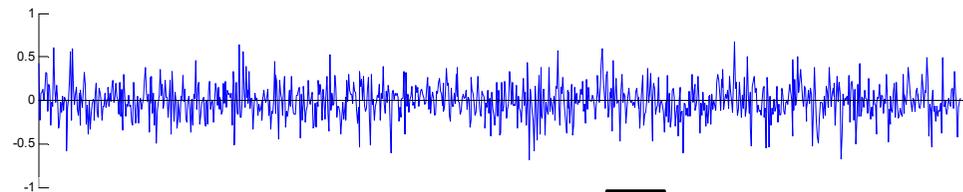
$$v_{n,rms} = \sqrt{\overline{v_n^2}}$$

$$i_{n,rms} = \sqrt{\overline{i_n^2}}$$

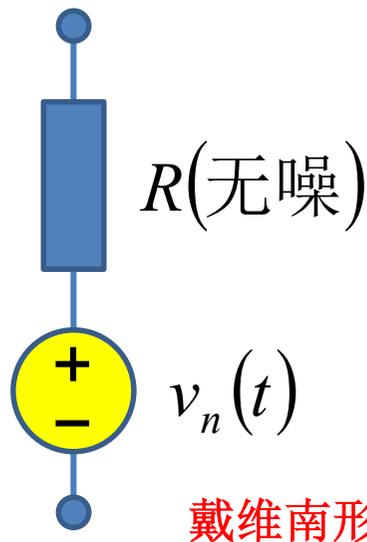
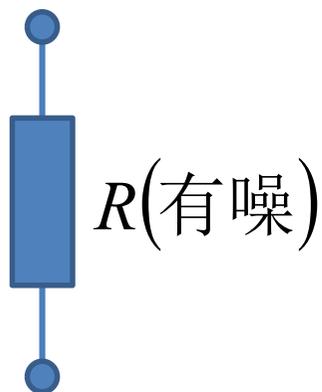
- 噪声系数

- 后续章节中会引入这个参量描述线性二端口网络的噪声性能

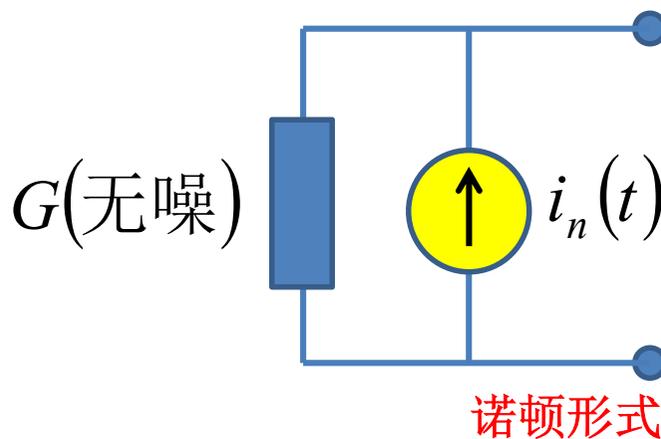
电阻热噪声



$$\overline{v_n} = 0$$



$$\overline{v_n^2} = 4kTR\Delta f$$



$$\overline{i_n^2} = 4kTG\Delta f$$

热噪声有多大？

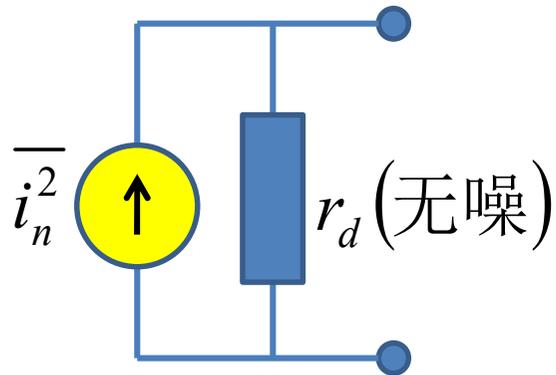
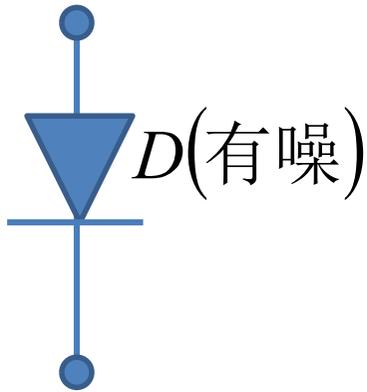
- 例: 在常温 (**T=290K**) 下工作的**1kΩ**电阻, 与带宽**BW=100kHz**的理想网络相连接, 求该电阻的噪声电压均方值与噪声电压均方根值

$$\begin{aligned}\overline{v_n^2} &= 4kTR\Delta f \\ &= 4 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 290 \times 1 \times 10^3 \times 100 \times 10^3 \\ &= 1.6 \times 10^{-12} (V^2)\end{aligned}$$

$$v_{n,rms} = \sqrt{\overline{v_n^2}} = \sqrt{1.6 \times 10^{-12}} = 1.26 \times 10^{-6} (V) = 1.26 (\mu V)$$

处理的有用信号不应低于这个电平

PN结散粒噪声



$$r_d = \frac{v_T}{I_D} \quad \text{正偏}$$

$$I_D = I_{S0} \left(e^{\frac{V_D}{v_T}} - 1 \right) \approx \begin{cases} I_{S0} e^{\frac{V_D}{v_T}} & \text{正偏} \\ -I_{S0} & \text{反偏} \end{cases}$$

$$\overline{i_n^2} = (2qI_D + 4qI_{S0})\Delta f \approx \begin{cases} 2qI_D\Delta f & \text{正偏} \\ 2qI_{S0}\Delta f & \text{反偏} \end{cases}$$

$$\approx 2q|I_D|\Delta f$$

噪声都是极为微弱的小信号，故而模型中出现的是微分电阻

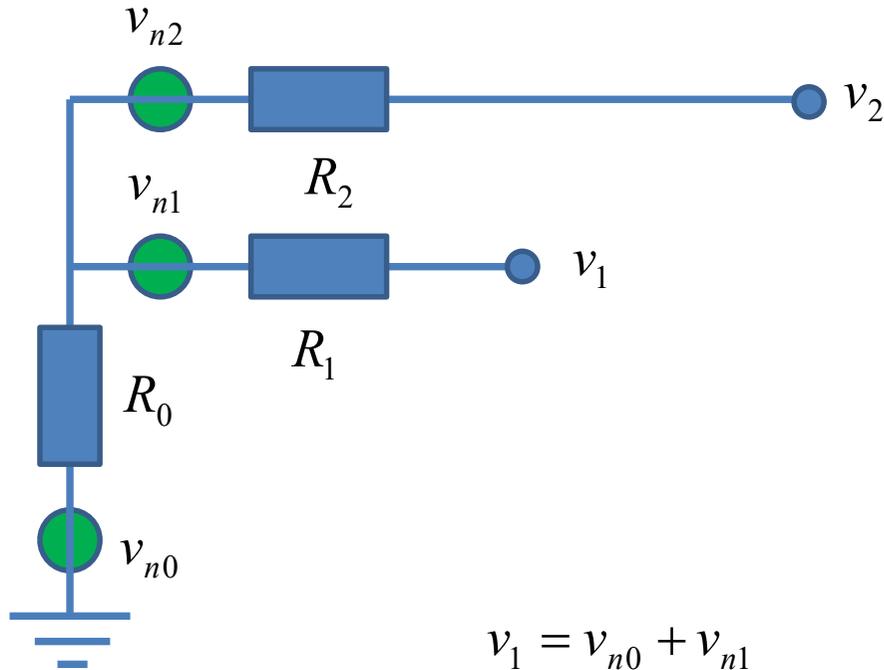
噪声叠加

$$\begin{aligned}\overline{v_n^2} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_n^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (v_{n1}(t) + v_{n2}(t))^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_{n1}^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_{n2}^2(t) dt + 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_{n1}(t) v_{n2}(t) dt \\ &= \overline{v_{n1}^2} + \overline{v_{n2}^2} + 2\overline{v_{n1}v_{n2}}\end{aligned}$$

$\overline{v_{n1}v_{n2}} = 0$: 非相关噪声: $\overline{v_n^2} = \overline{v_{n1}^2} + \overline{v_{n2}^2}$: 噪声功率可叠加

$\overline{v_{n1}v_{n2}} \neq 0$: 相关噪声: $\overline{v_n^2} \neq \overline{v_{n1}^2} + \overline{v_{n2}^2}$: 噪声功率不可叠加

为了简化噪声分析，本课程中的例题分析和作业分析中假设噪声源都是不相关的噪声源，折合到端口的各种噪声功率直接叠加获得总噪声功率（**一眼看不出相关性的均假设不相关**）



$$v_1 = v_{n0} + v_{n1}$$

$$v_2 = v_{n0} + v_{n2}$$

$$\overline{v_1^2} = \overline{(v_{n0} + v_{n1})^2} = \overline{v_{n0}^2} + \overline{v_{n1}^2} = 4kTR_0\Delta f + 4kTR_1\Delta f = 4kT(R_0 + R_1)\Delta f$$

$$\overline{v_2^2} = \overline{(v_{n0} + v_{n2})^2} = \overline{v_{n0}^2} + \overline{v_{n2}^2} = 4kTR_0\Delta f + 4kTR_2\Delta f = 4kT(R_0 + R_2)\Delta f$$

$$v_{21} = v_2 - v_1 = v_{n2} - v_{n1}$$

$$\overline{v_{21}^2} \neq \overline{v_2^2} + \overline{v_1^2} = 4kT(2R_0 + R_1 + R_2)\Delta f$$

$$\overline{v_{21}^2} = \overline{v_{n2}^2} + \overline{v_{n1}^2} = 4kT(R_1 + R_2)\Delta f$$

1.2.5 信噪比

SNR: Signal Noise Ratio

- 信噪比是描述信号质量的参量，定义为信号功率与噪声功率之比

$$SNR = \frac{P_s}{P_n} = \left(\frac{V_{s,rms}}{V_{n,rms}} \right)^2$$

$$SNR_{dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_n} = 10 \log \frac{P_s}{1mW} - 10 \log \frac{P_n}{1mW} = P_{s,dBm} - P_{n,dBm}$$

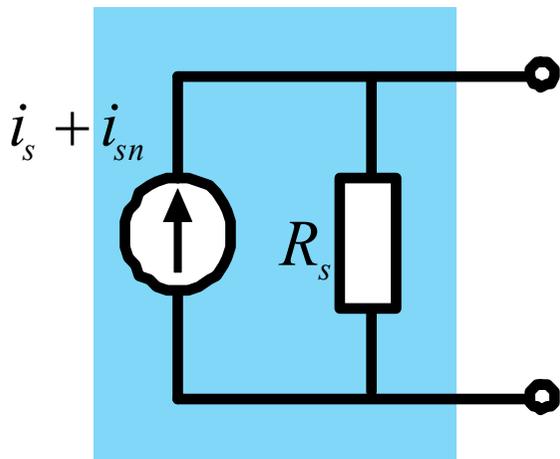
$$SNR_{dB} = 20 \log \frac{V_{s,rms}}{V_{n,rms}}$$

例2.6.2

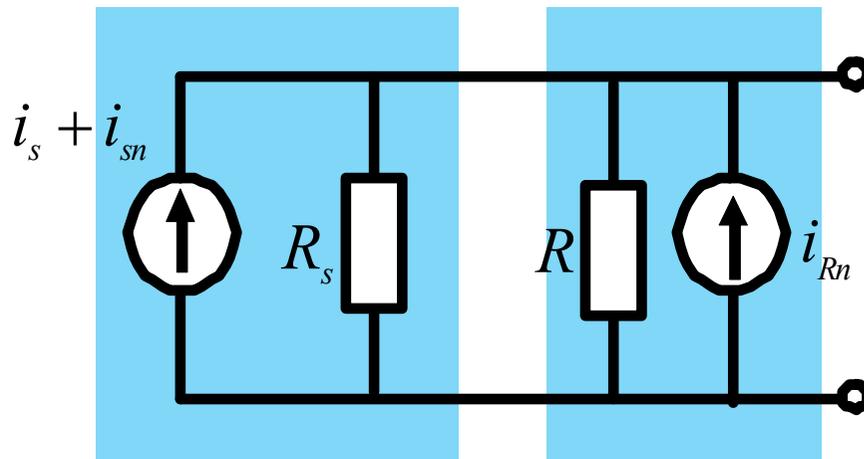
- 某接收机天线接收到的射频信号带宽为**200kHz**，当天线端口信噪比为**20dB**时，测得信号功率为**-100dBm**。工程师在调试接收机电路时，在天线端口并联了一个**50Ω**电阻忘了取下，同样的接收条件下，天线端口的信噪比下降了多少**dB**？已知天线等效信源内阻为**50Ω**。

等效电路

天线端口等效诺顿电流源



天线端口等效诺顿电流源 端口并联电阻及其噪声



$$SNR = \frac{P_{s,max}}{P_{sn,max}} = \frac{\frac{1}{4} \frac{I_{s,rms}^2}{G_S}}{\frac{1}{4} \frac{I_{sn,rms}^2}{G_S}} = \left(\frac{I_{s,rms}}{I_{sn,rms}} \right)^2$$

$$SNR_{dB} = 10 \log \frac{P_{s,max}}{P_{sn,max}} = 10 \log \frac{P_{s,max}}{1mW} - 10 \log \frac{P_{sn,max}}{1mW}$$

$$= -100dBm - N_s = 20dB$$

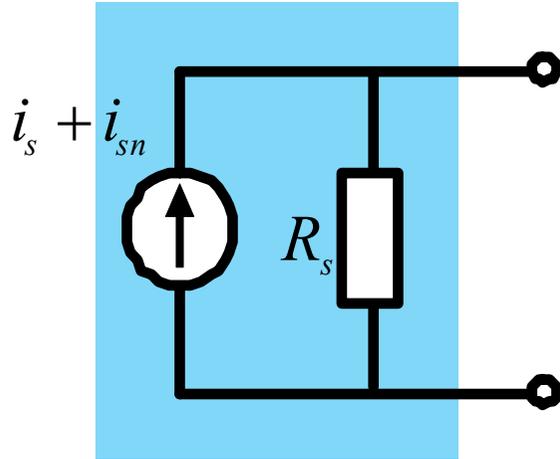
$$N_s = -120dBm$$

$$P_{s,max} = 10^{-\frac{100}{10}} \times 1mW = 1 \times 10^{-13} W$$

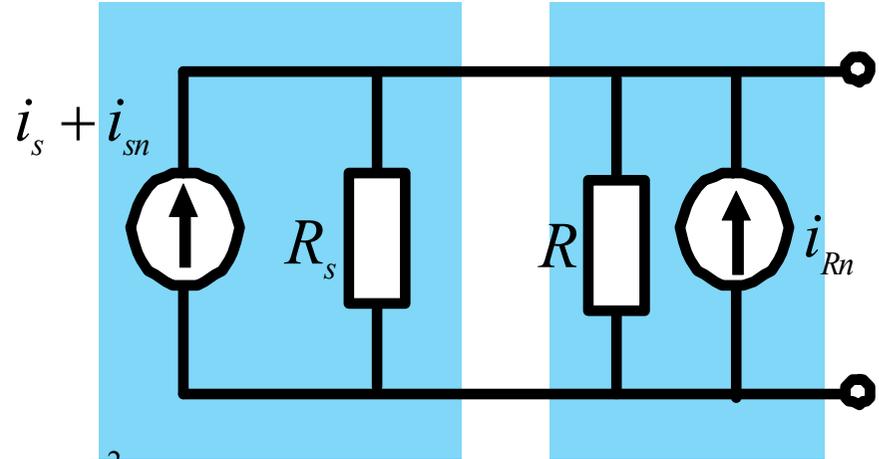
$$P_{sn,max} = 10^{-\frac{120}{10}} \times 1mW = 1 \times 10^{-15} W$$

等效电路

天线端口等效诺顿电流源



天线端口等效诺顿电流源 端口并联电阻及其噪声



$$P_{s,\max} = \frac{I_{s,rms}^2}{4G_s}$$

$$P_{s,\max} = 10^{\frac{100}{10}} \times 1mW = 1 \times 10^{-13} W$$

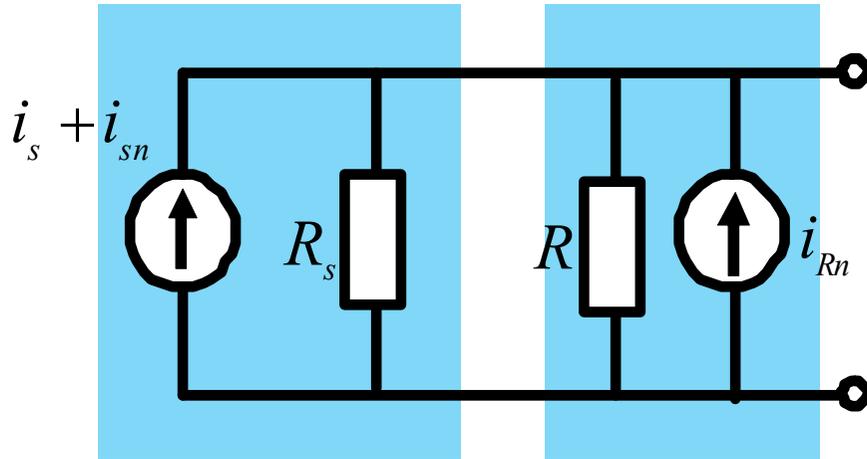
$$I_{s,rms} = \sqrt{\frac{4P_{s,\max}}{R_s}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-13}}{50}} A = 89.4nA$$

$$P_{sn,\max} = 10^{\frac{120}{10}} \times 1mW = 1 \times 10^{-15} W$$

$$I_{sn,rms} = \sqrt{\frac{4P_{sn,\max}}{R_s}} = \sqrt{\frac{4 \times 10^{-15}}{50}} A = 8.94nA$$

$$I_{Rn,rms} = \sqrt{i_{Rn}^2} = \sqrt{4kTG\Delta f} = \sqrt{4 \times (1.38 \times 10^{-23}) \times (290) \times (20 \times 10^{-3}) \times (200 \times 10^3)} = 8(nA)$$

天线端口等效诺顿电流源 端口并联电阻及其噪声



$$i_{Ns}(t) = i_s(t) + i_{sn}(t) + i_{Rn}(t)$$

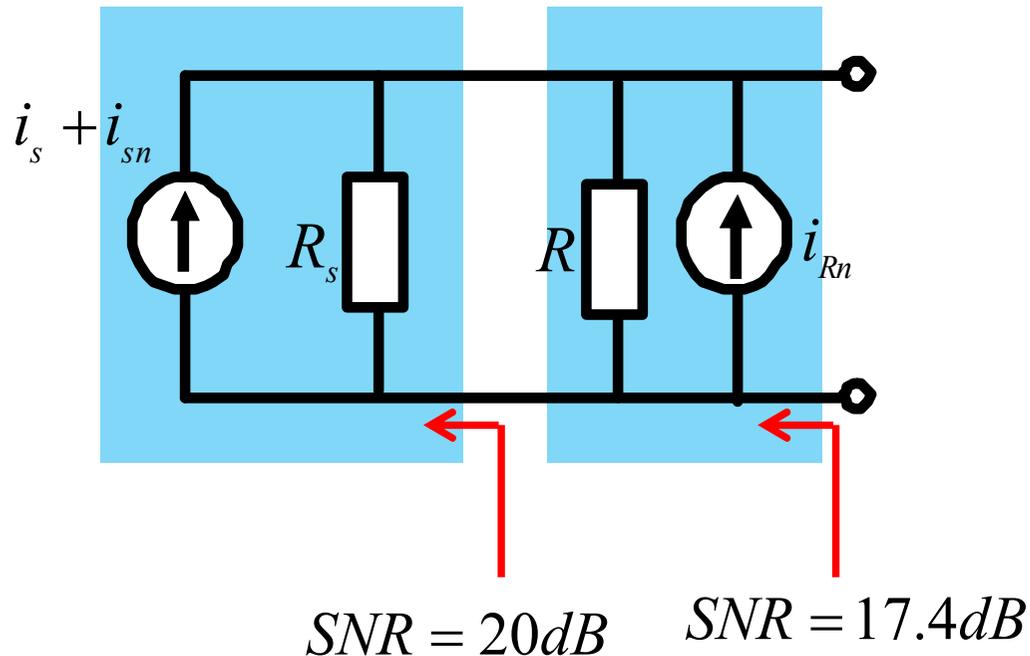
总源电流

$$\begin{aligned} \overline{i_{Ns}^2(t)} &= \overline{(i_s(t) + i_{sn}(t) + i_{Rn}(t))^2} \\ &= \overline{i_s^2(t)} + \overline{i_{sn}^2(t)} + \overline{i_{Rn}^2(t)} + 2\overline{i_s(t)i_{sn}(t)} + 2\overline{i_{sn}(t)i_{Rn}(t)} + 2\overline{i_{Rn}(t)i_s(t)} \\ &= \overline{i_s^2(t)} + \overline{i_{sn}^2(t)} + \overline{i_{Rn}^2(t)} \\ &= I_{s,rms}^2 + I_{sn,rms}^2 + I_{Rn,rms}^2 \\ &= (89.4nA)^2 + (8.94nA)^2 + (8nA)^2 = (89.4nA)^2 + (12nA)^2 \end{aligned}$$

假设互不相关

信噪比

天线端口等效诺顿电流源 端口并联电阻及其噪声



$$\begin{aligned} \overline{i_{Ns}^2(t)} &= \overline{(i_s(t) + i_{sn}(t) + i_{Rn}(t))^2} \\ &= I_{s,rms}^2 + (I_{sn,rms}^2 + I_{Rn,rms}^2) \\ &= (89.4nA)^2 + (12nA)^2 \end{aligned}$$

$$SNR(dB) = 20 \log \frac{I_{s,rms}}{I_{n,rms}} = 20 \log \frac{89.4nA}{12nA} = 17.4dB$$

没有并联电阻，信噪比为**20dB**，有并联电阻，信噪比为**17.4dB**，信号质量恶化了**2.6dB**，接收机灵敏度下降

对于微弱信号处理电路，不要轻易串并联电阻！

习题课第三讲 大纲

- 电源补充
 - 额定功率
 - 噪声源
- 第一周作业讲解
- 第二章练习题节选讨论

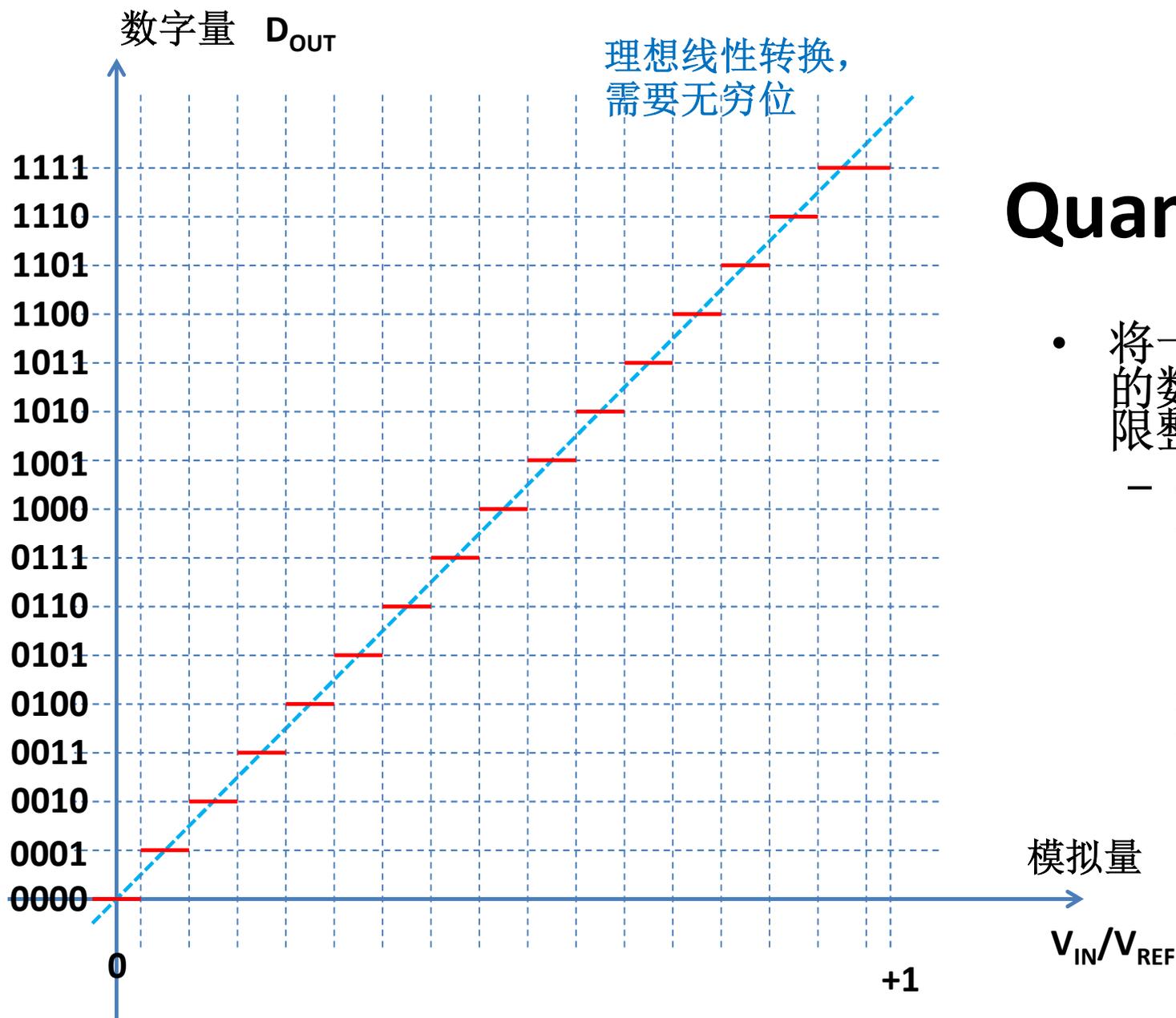
一、第一周作业讲解

- 练习1.1: ADC的量化误差
- $0.3V_{REF}$ 的电压通过4bit ADC后，输出数字量为什么？这个数字量通过4bit的DAC后，输出模拟量为多少？和 $0.3V_{REF}$ 的误差有多大？假设ADC和DAC的基准电压都是 V_{REF} 。

量化

Quantization

- 将一个连续范围的数值用一组有限整数来表述
 - 4bit ADC (也称4位ADC) 可将 [0V, 1V] 范围内的电压用 (0, 1, 2, ..., 15) 共16个整数数值来表述



量化误差

$$x = \frac{v_{IN}}{V_{REF}}$$

- 当**ADC**输出数值*i*时，我们无法确认输入是区间中的哪个具体值
 - 我们可人为假定输入为区间的中间值

$$x \in \left[\frac{i}{16} - \frac{1}{32}, \frac{i}{16} + \frac{1}{32} \right] \quad d = \frac{i}{16} \quad \Delta x \in \left[-\frac{1}{32}, +\frac{1}{32} \right]$$

- 量化误差**quantization error**
 - 量化误差在信号处理中可视为一种造成信号质量恶化的噪声

- 量化噪声

quantization noise

$$d = x + \Delta x$$

数字信号

模拟信号

量化误差

$$x \in \left[\frac{i}{16} - \frac{1}{32}, \frac{i}{16} + \frac{1}{32} \right] \quad d = \frac{i}{16} \quad \Delta x \in \left[-\frac{1}{32}, +\frac{1}{32} \right]$$

$$x = 0.3 = \frac{5}{16} - 0.0125 \quad D_{out} = 5 = 0101_2 \quad \frac{1}{32} = 0.03125$$

$$D_{out} = \text{binary}_n \left(\text{round} \left(2^n * \frac{V_{in}}{V_{REF}} \right) \right) = \text{binary}_4(\text{round}(16 * 0.3)) = \text{binary}_4(\text{round}(4.8)) = \text{binary}_4(5) = 0101$$

ADC的输入输出关系表达式

思考：DAC的输入输出关系表达式是什么？

$$\Delta x = d - x = \frac{5}{16} - 0.3 = 0.0125$$

$$0.3125 = d = x + \Delta x = 0.3 + 0.0125 \quad \text{以 } V_{REF} \text{ 为计量单位}$$

数字输出**0101**代表的模拟量

真实模拟量 量化误差

DAC的输出

答

- **$0.3V_{REF}$** 的电压通过**4bit ADC**后，输出数字量为什么？这个数字量通过**4bit**的**DAC**后，输出模拟量为多少？和 **$0.3V_{REF}$** 的误差有多大？假设**ADC**和**DAC**的基准电压都是 **V_{REF}** 。
 - **$0.3V_{REF}$** 的电压通过**4bit ADC**后，输出数字量**0101**，这个数字量通过**4bit**的**DAC**后，输出模拟量为 **$0.3125V_{REF}$** ，和 **$0.3V_{REF}$** 的误差为 **$0.0125V_{REF}$** 。

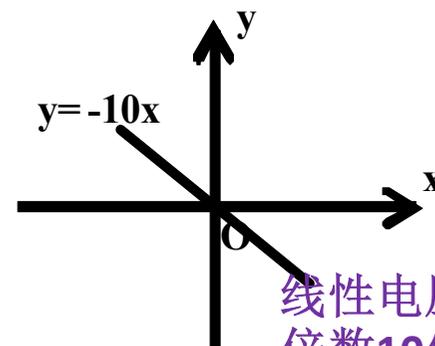
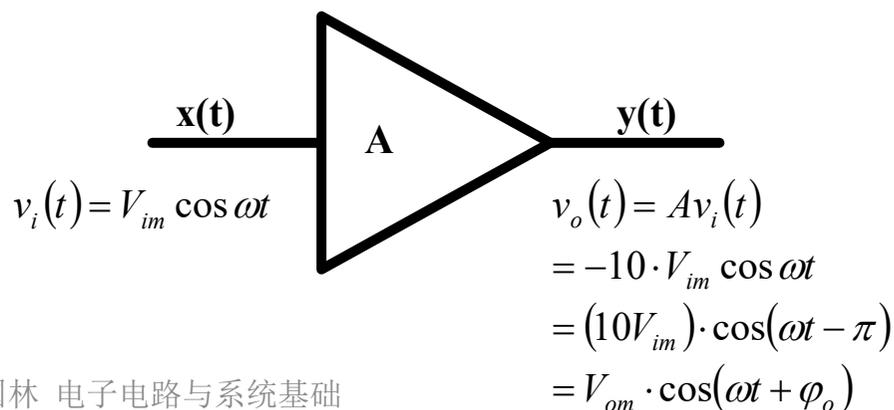
练习1.2 放大与非线性失真

- 练习1.2 某电压放大器输入信号为 $v_i(t) = V_{im} \cos \omega t$ ，电压放大倍数为**-10**，写出其输出电压表达式。
 - 如果该放大器非理想，存在**2阶**和**3阶**非线性，写出输出表达式

$$v_o(t) = f(v_i(t)) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t)$$

- 选做：如果输入信号是双频信号，说明输出信号中除了高次谐波分量 **2ω** ， **3ω** 频率分量外，还会产生组合频率分量 **$\omega_1 \pm \omega_2$** ， **$2\omega_1 \pm \omega_2$** ...

$$v_i(t) = V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t$$



线性电压放大：放大倍数**10**倍，**180°**相位滞后（反相放大）

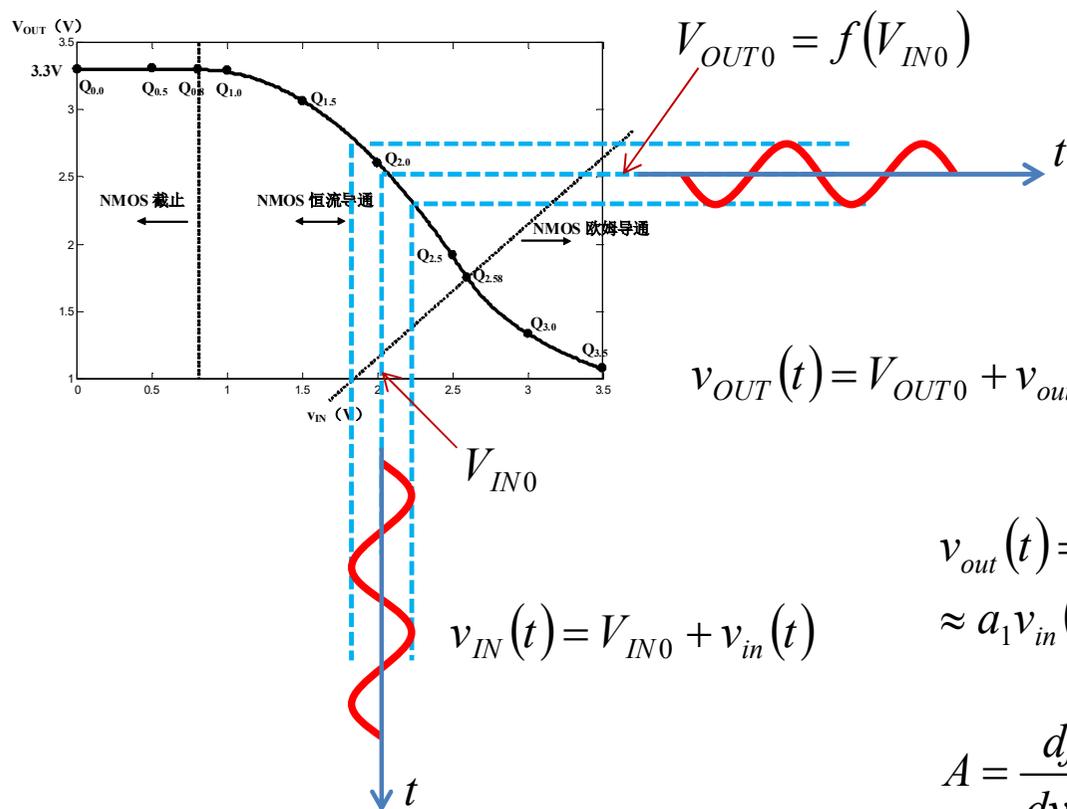
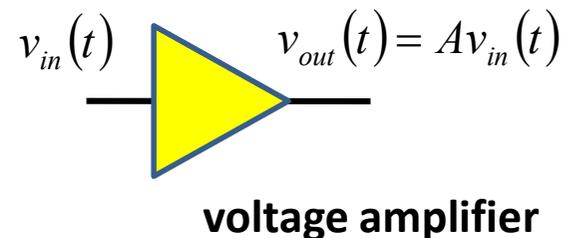
高阶非线性项

$$v_{OUT}(t) = f(v_{IN}(t)) = f(V_{IN0} + v_{in}(t)) = f(V_{IN0}) + f'(V_{IN0})v_{in}(t) + 0.5f''(V_{IN0})v_{in}^2(t) + \dots$$

$$= V_{OUT0} + a_1v_{in}(t) + a_2v_{in}^2(t) + \dots$$

$$v_{out}(t) = v_{OUT}(t) - V_{OUT0} = a_1v_{in}(t) + a_2v_{in}^2(t) + \dots$$

$$\approx a_1v_{in}(t) = Av_{in}(t)$$



$$v_{OUT}(t) = V_{OUT0} + v_{out}(t)$$

$$v_{out}(t) = a_1v_{in}(t) + a_2v_{in}^2(t) + \dots$$

$$\approx a_1v_{in}(t) = Av_{in}(t)$$

$$A = \left. \frac{df}{dv_{IN}} \right|_{v_{IN}=V_{IN0}} < 0$$

非线性效应1：产生谐波

$$v_i(t) = V_{im} \cos \omega t$$

$$v_o(t) = f(v_i(t)) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t) + \dots$$

$$= a_1 V_{im} \cos \omega t + a_2 V_{im}^2 \cos^2 \omega t + a_3 V_{im}^3 \cos^3 \omega t + \dots$$

$$= a_1 V_{im} \cos \omega t + a_2 V_{im}^2 \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} + a_3 V_{im}^3 \frac{3 \cos \omega t + \cos 3\omega t}{4} + \dots$$

$$= \frac{1}{2} a_2 V_{im}^2 + \dots$$

2次、4次、偶次非线性可产生直流偏移：
波形上下不对称形成的直流分量

$$+ a_1 V_{im} \cos \omega t + \frac{3}{4} a_3 V_{im}^3 \cos \omega t + \dots$$

1次、3次、奇次非线性可产生基波分量

$$+ \frac{1}{2} a_2 V_{im}^2 \cos 2\omega t + \dots$$

2次、4次、...非线性可产生二次谐波分量

$$+ \frac{1}{4} a_3 V_{im}^3 \cos 3\omega t + \dots$$

3次、5次、...非线性可产生三次谐波分量

$$+ \dots$$

n次、n+2次、...非线性可产生n次谐波分量

非线性失真描述：谐波失真

$$v_i(t) = V_{im} \cos \omega t$$

$$\begin{aligned} v_o(t) &= f(v_i(t)) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t) + \dots \\ &= a_1 V_{im} \cos \omega t + a_2 V_{im}^2 \cos^2 \omega t + a_3 V_{im}^3 \cos^3 \omega t + \dots \\ &= \dots \\ &= V_{o0} + V_{o1} \cos \omega t + V_{o2} \cos 2\omega t + V_{o3} \cos 3\omega t + \dots \end{aligned}$$

↑ ↑ ↑ ↑
直流偏移 基波分量 二次谐波分量 三次谐波分量

$$HD_k = 20 \log \left| \frac{V_{ok}}{V_{o1}} \right|$$

k次谐波失真

$$THD = 10 \log \frac{V_{o2}^2 + V_{o3}^2 + \dots}{V_{o1}^2}$$

总谐波失真：Total Harmonic Distortion

非线性效应2：产生组合频率

$$v_i(t) = V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t$$

$$v_o(t) = f(v_i(t)) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t) + \dots$$

$$= a_1 (V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t) + a_2 (V_{1m} \cos \omega_1 t + V_{2m} \cos \omega_2 t)^2 + a_3 (\dots)^3 + \dots$$

$$= \frac{1}{2} a_2 V_{1m}^2 + \frac{1}{2} a_2 V_{2m}^2 \quad \text{直流偏移: } 0, 2, 4, \dots$$

基波: 1, 3, 5, ...

$$+ (a_1 V_{1m} + \frac{3}{4} a_3 V_{1m}^3 + \frac{3}{2} a_3 V_{1m} V_{2m}^2) \cos \omega_1 t + (a_1 V_{2m} + \frac{3}{4} a_3 V_{2m}^3 + \frac{3}{2} a_3 V_{1m}^2 V_{2m}) \cos \omega_2 t$$

$$+ \frac{1}{2} a_2 V_{1m}^2 \cos 2\omega_1 t + \frac{1}{2} a_2 V_{2m}^2 \cos 2\omega_2 t + a_2 V_{1m} V_{2m} \cos(\omega_1 + \omega_2)t + a_2 V_{1m} V_{2m} \cos(\omega_1 - \omega_2)t$$

二次谐波: 2, 4, ... 二次组合: 2, 4, ...

$$+ \frac{1}{4} a_3 V_{1m}^3 \cos 3\omega_1 t + \frac{1}{4} a_3 V_{2m}^3 \cos 3\omega_2 t \quad \text{三次谐波: } 3, 5, \dots$$

$$+ \frac{3}{4} a_3 V_{1m}^2 V_{2m} \cos(2\omega_1 + \omega_2)t + \frac{3}{4} a_3 V_{1m}^2 V_{2m} \cos(2\omega_1 - \omega_2)t$$

三次组合: 3, 5, ...

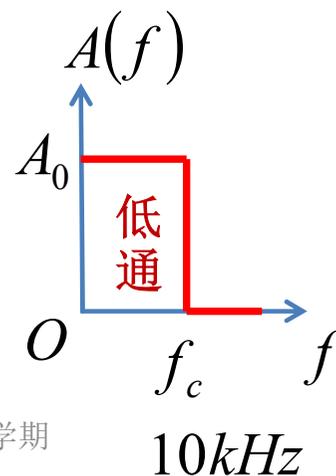
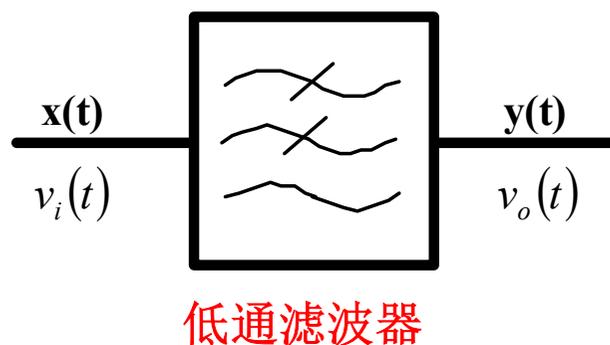
$$+ \frac{3}{4} a_3 V_{1m} V_{2m}^2 \cos(2\omega_2 + \omega_1)t + \frac{3}{4} a_3 V_{1m} V_{2m}^2 \cos(2\omega_2 - \omega_1)t$$

练习1.3 理想滤波器

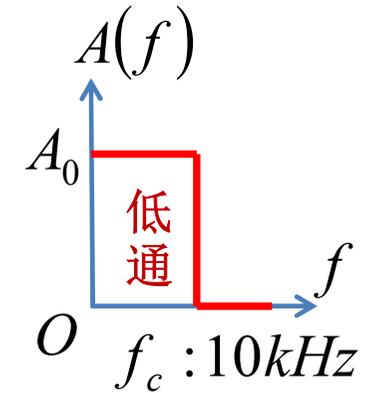
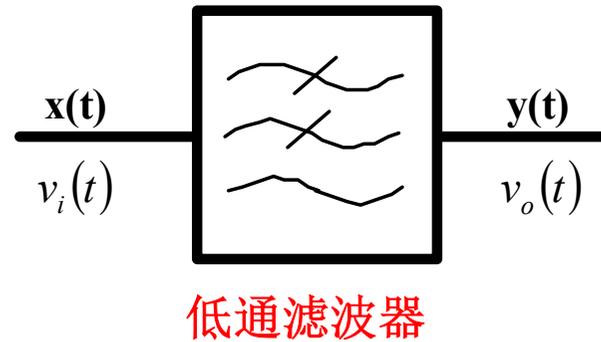
- 某理想低通滤波器通带截止频率 $f_c=10\text{kHz}$ ，通带内幅度频率特性为常量 $A_0=1$ ，通带内信号延时为常数 $\tau_0=100\mu\text{s}$ 。已知输入信号为

$$v_i(t) = 2 \cos(2\pi \times 10^3 t) + 4 \cos(2\pi \times 3 \times 10^3 t) + \cos(2\pi \times 3 \times 10^4 t)$$

- 请给出经过该理想低通滤波器作用后的输出电压表达式。



滤波特性



$$x(t) = X_m \cos 2\pi f t$$

$$y(t) = \begin{cases} 0 & f > f_c = 10\text{kHz} \\ A_0 x(t - \tau_0) = X_m \cos 2\pi f (t - 100\mu\text{s}) & f < f_c = 10\text{kHz} \end{cases}$$

$$v_i(t) = 2 \cos(2\pi \times 10^3 t) + 4 \cos(2\pi \times 3 \times 10^3 t) + \cos(2\pi \times 3 \times 10^4 t)$$

滤波器是线性系统，满足叠加性与均匀性

$$v_o(t) = 1 \cdot 2 \cos(2\pi \times 10^3 (t - 0.0001)) + 1 \cdot 4 \cos(2\pi \times 3 \times 10^3 (t - 0.0001)) + 0$$

$$= 2 \cos(2\pi \times 10^3 t - 0.2\pi) + 4 \cos(2\pi \times 3 \times 10^3 t - 0.6\pi)$$

相位滞后

36°

108°

理想滤波器通带内正弦信号的相位滞后和频率成正比关系

练习1.4 二值逻辑运算中的冗余

- 为了防止自行车被盗，有同学买了两把锁，分别锁住前轮和后轮。你认为这是一个与操作还是一个或操作？

正负逻辑：人为规定逻辑状态

正逻辑规定：从车的角度，可否运行？

二值	0	1
锁（开关）	闭合	打开
车	不能运行	可运行

A	B	Z
锁1	锁2	车行
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$Z = AB$$

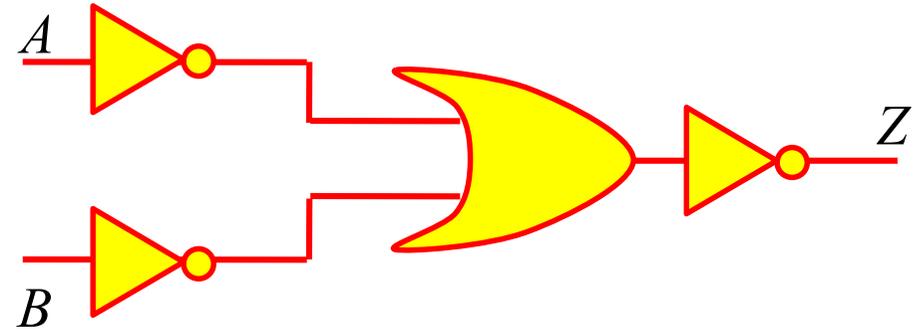
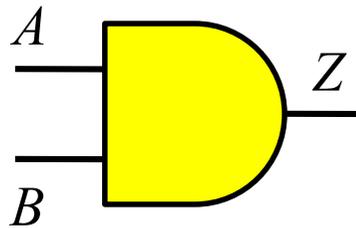
负逻辑规定：从人的角度，是否被偷？

二值	0	1
锁（开关）	打开	闭合
车	可运行	不能运行

A	B	Z
锁1	锁2	车行
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$Z = A + B$$

与操作和或操作



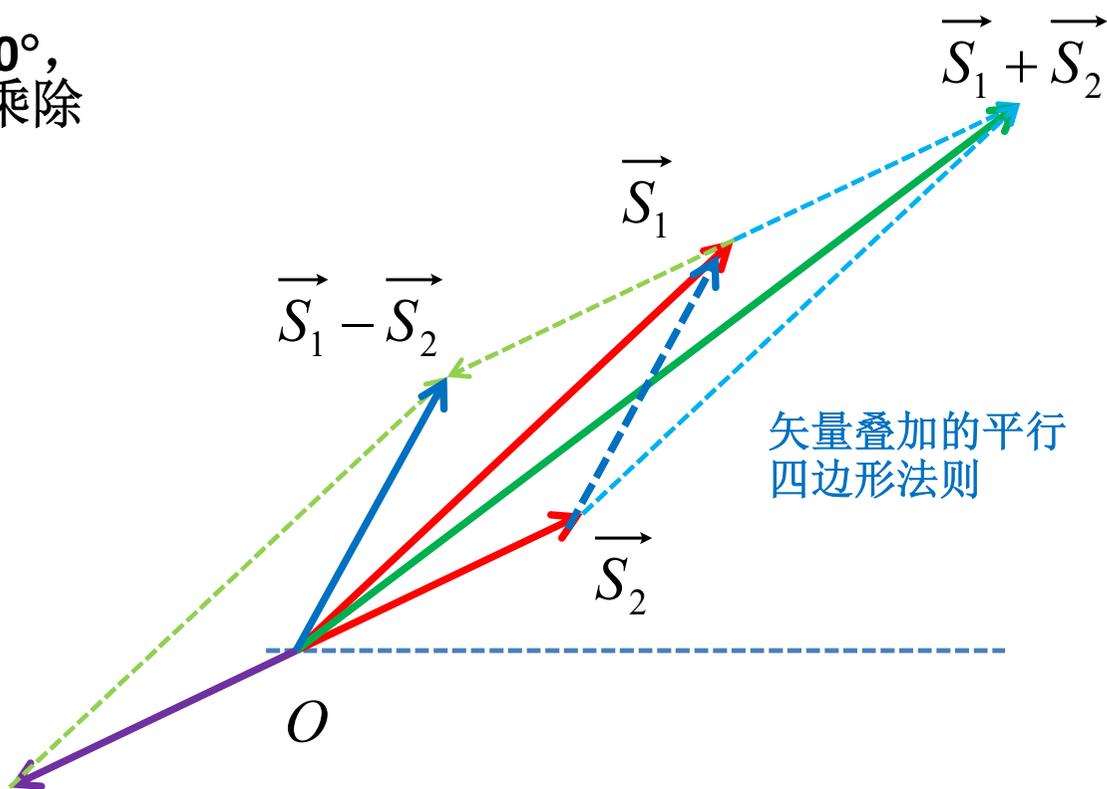
A	B	Z
0/1	0/1	0/1/0
0/1	1/0	0/1/0
1/0	0/1	0/1/0
1/0	1/0	1/0/1

第一周作业

- 05、请用矢量图来表述复数的加减乘除
 - 其中，两个向量为 $S_1=6\angle 50^\circ$ ， $S_2=3\angle 30^\circ$ ，求两个向量的加减乘除

$$S_1 = 6\angle 50^\circ = 3.857 + j4.596$$

$$S_2 = 3\angle 30^\circ = 2.598 + j1.500$$



$$S_1 + S_2 = (3.857 + j4.596) + (2.598 + j1.500) = 6.455 + j6.096 = 8.879\angle 43.36^\circ$$

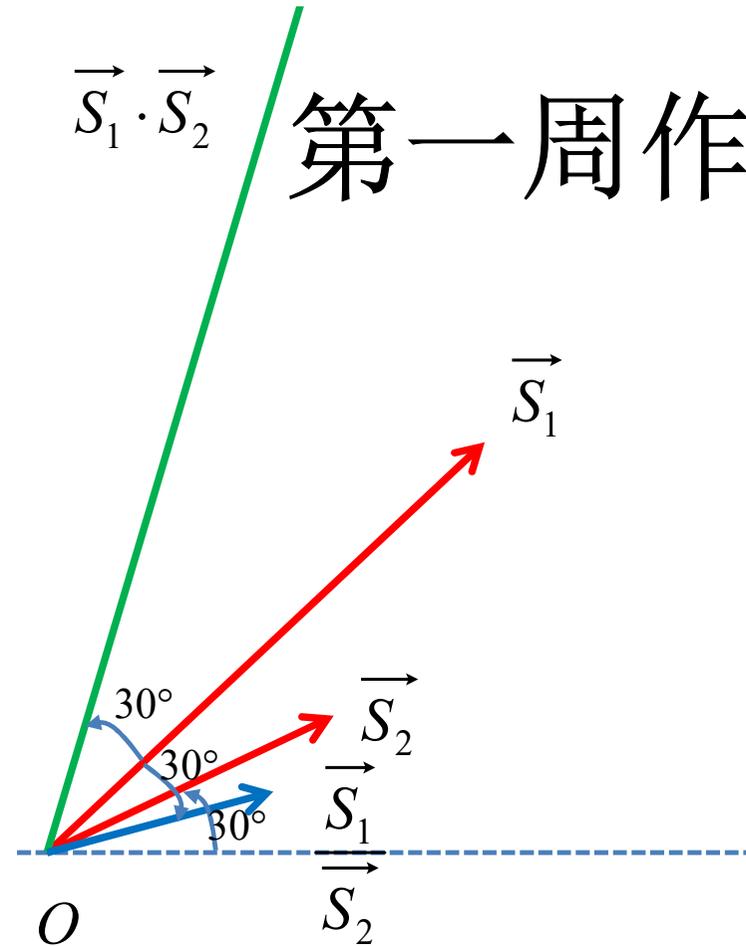
$$S_1 - S_2 = (3.857 + j4.596) - (2.598 + j1.500) = 1.259 + j3.096 = 3.342\angle 67.88^\circ$$

第一周作业

- 01、请用矢量图来表述复数的加减乘除
 - 其中，两个向量为 $S_1=6\angle 50^\circ$ ， $S_2=3\angle 30^\circ$ ，求两个向量的加减乘除

$$S_1 = 6\angle 50^\circ$$

$$S_2 = 3\angle 30^\circ$$



$$S_1 \cdot S_2 = (6\angle 50^\circ) \cdot (3\angle 30^\circ) = (6 \times 3)\angle (50^\circ + 30^\circ) = 18\angle 80^\circ$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{6\angle 50^\circ}{3\angle 30^\circ} = \frac{6}{3}\angle (50^\circ - 30^\circ) = 2\angle 20^\circ$$

幅度乘除
相位加减

第一周作业

- **06**、调幅就是将低频信号 $v_b(t)$ 线性负荷到正弦波的幅度上，请画出如下调幅波的波形

$$v_{AM} = (1 + 0.5v_b(t))\cos \omega_c t$$

– 为了画图方便，假设

$$v_b(t) = \cos \Omega t \quad \Omega = 2\pi F \quad F = 1kHz$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \quad f_c = 10kHz$$

```
F=1E3;
fc=10E3;
Omg=2*pi*F;
wc=2*pi*fc;

for k=1:3000
    t(k)=k*1E-6;
    en(k)=1+0.5*cos(Omg*t(k));

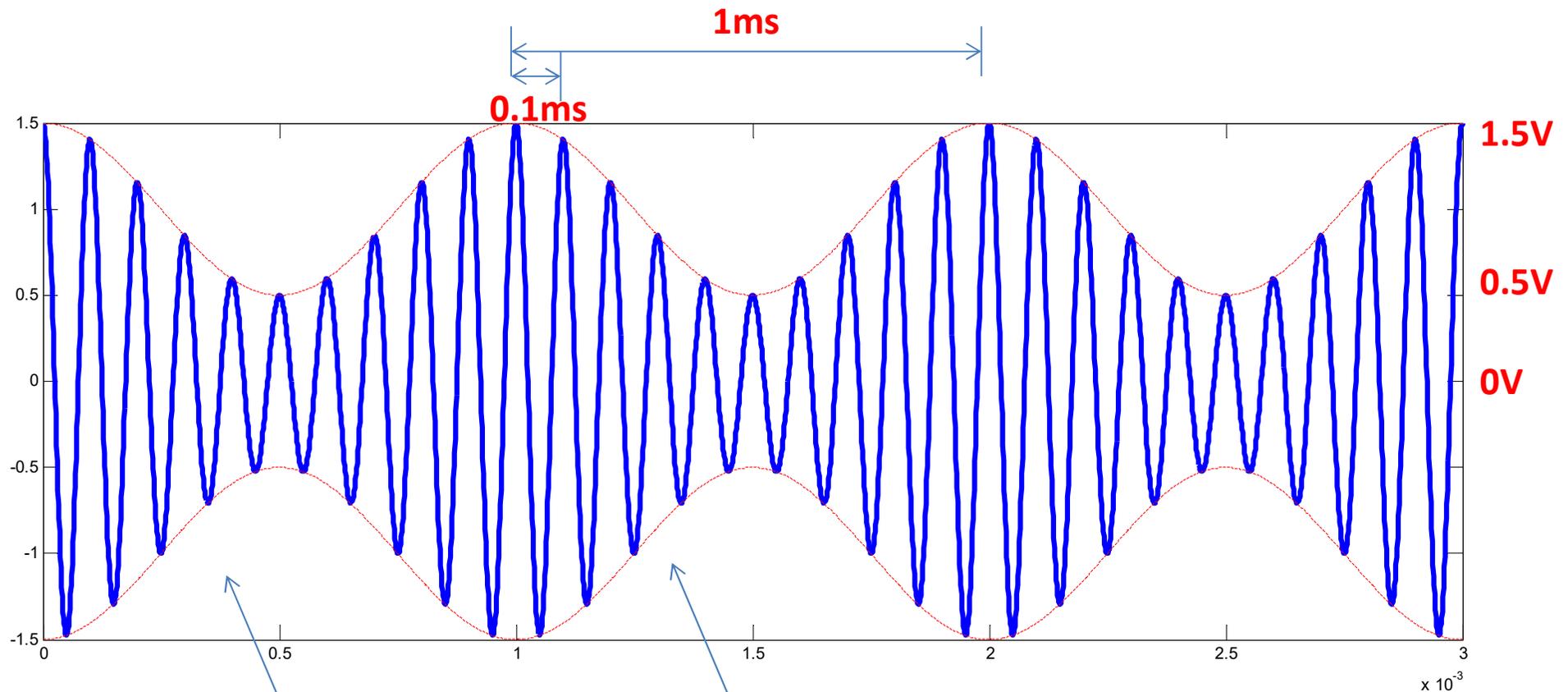
    v(k)=en(k)*cos(wc*t(k));

    en2(k)=-en(k);
end

figure(1)
hold on
plot(t,v)
plot(t,en)
plot(t,en2)
```

标准调幅波

$$v_{AM} = (1 + 0.5 \cos \Omega t) \cos \omega_c t$$

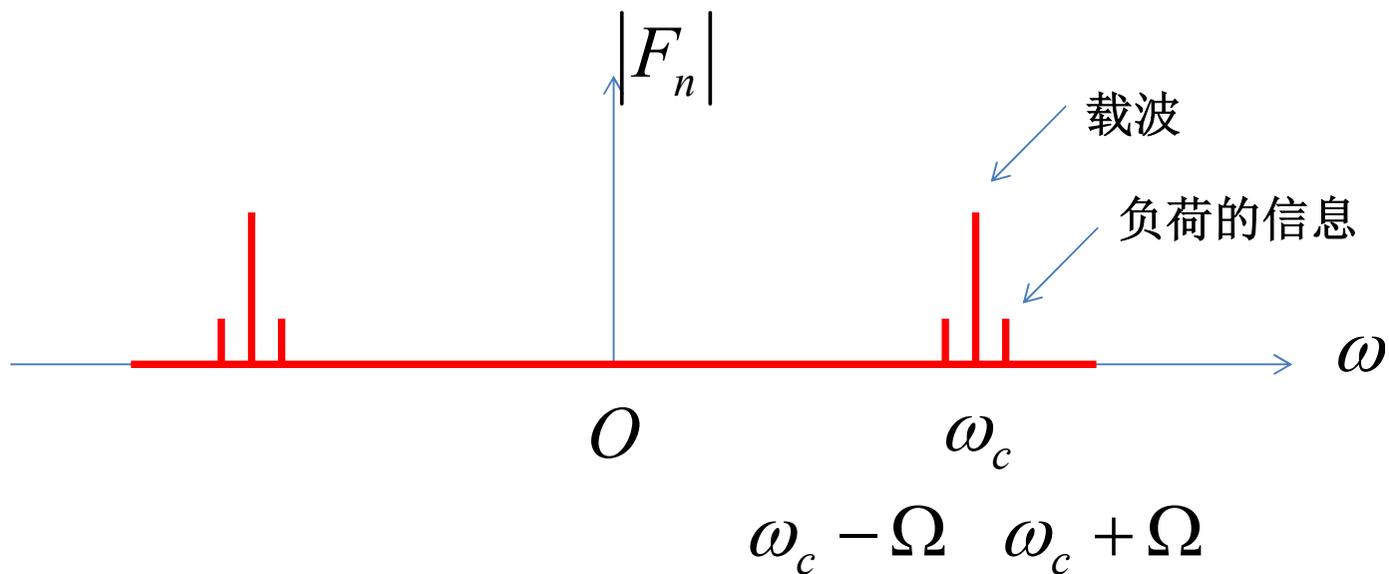
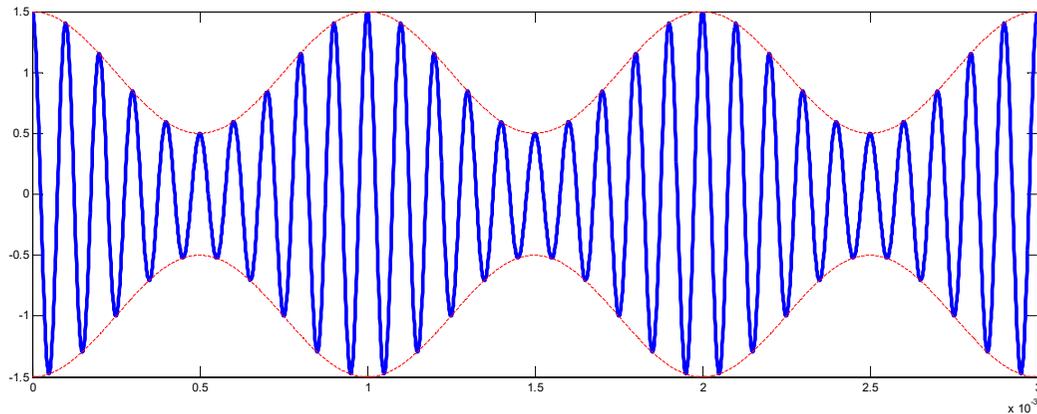


低频基带信号被调制到高频载波的幅度上

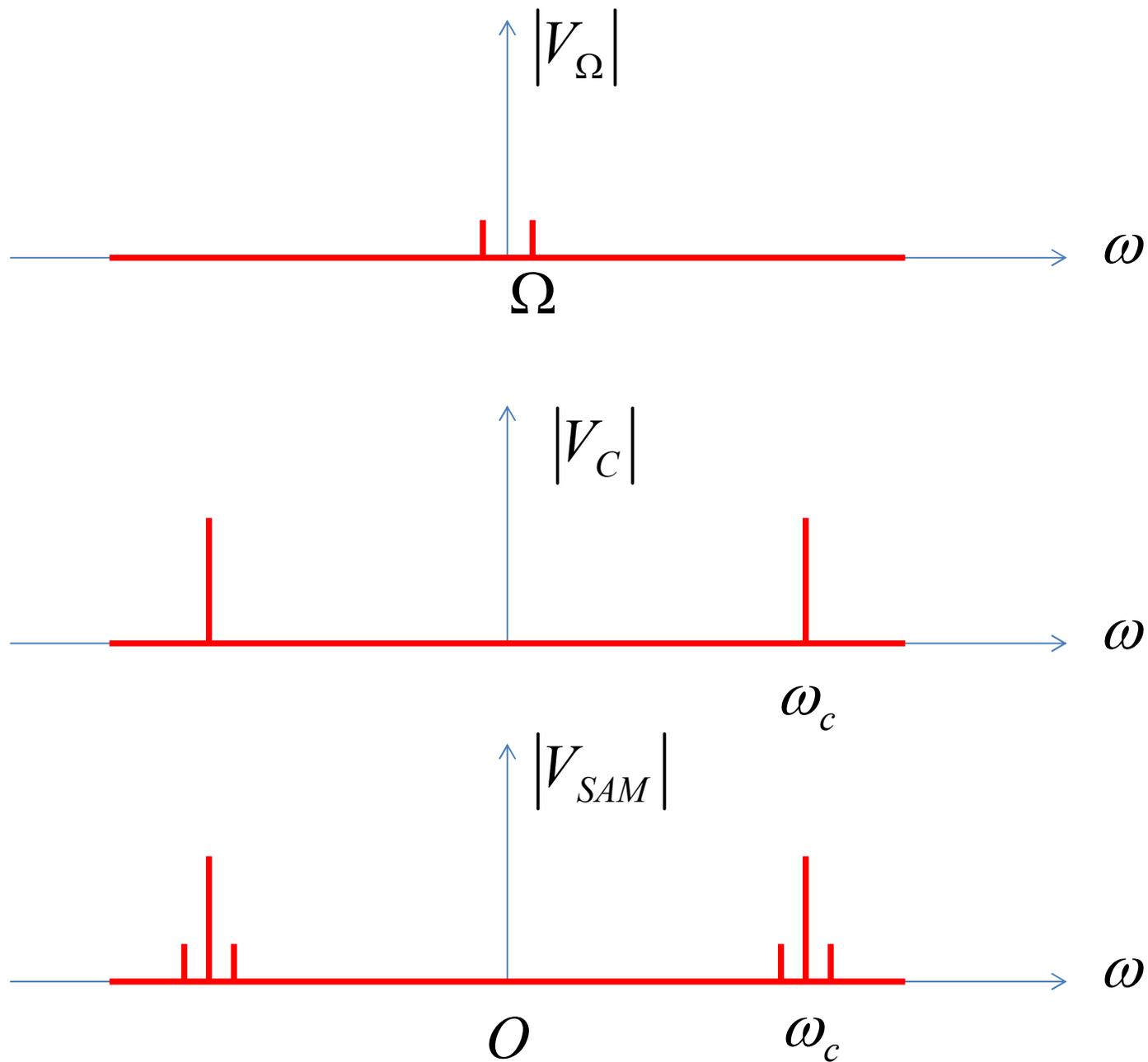
低频基带信号的变化反映在包络变化上，已调波包络变化代表了传递的信息

频谱结构

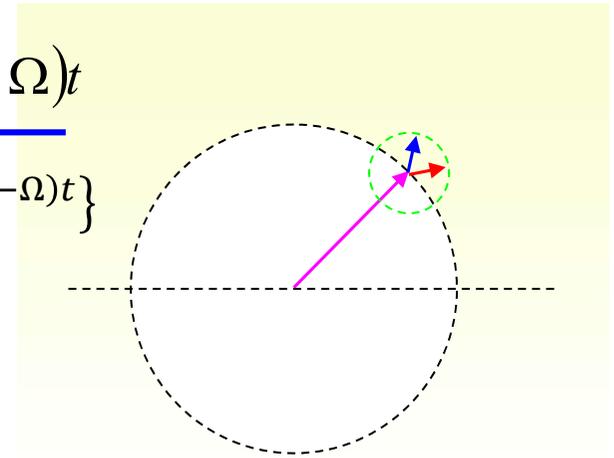
$$\begin{aligned}
 v_{AM} &= (1 + 0.5 \cos \Omega t) \cos \omega_c t \\
 &= \cos \omega_c t + 0.5 \cos \Omega t \cos \omega_c t \\
 &= \cos \omega_c t + 0.25 \cos(\omega_c - \Omega)t + 0.25 \cos(\omega_c + \Omega)t \\
 &= \dots + F_{\omega_c} e^{j\omega_c t} + F_{\omega_c - \Omega} e^{j(\omega_c - \Omega)t} + F_{\omega_c + \Omega} e^{j(\omega_c + \Omega)t}
 \end{aligned}$$



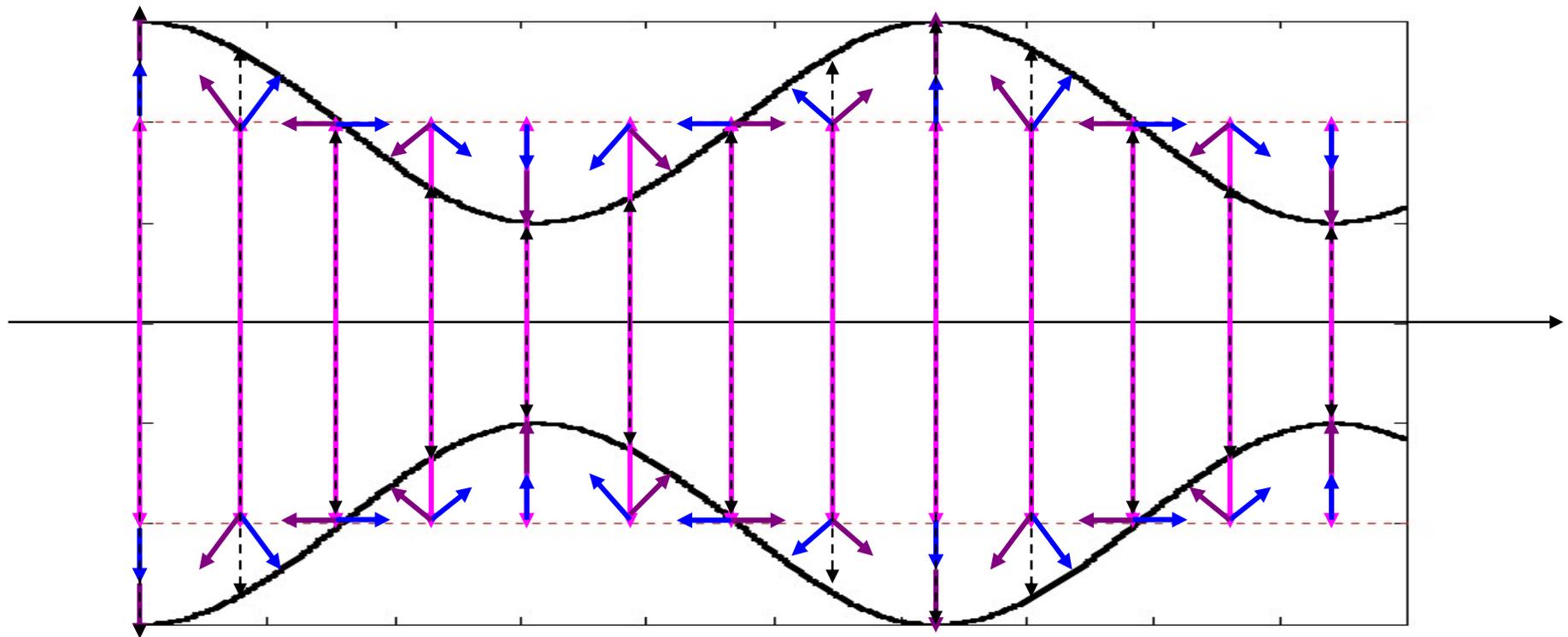
调制与解调：
装载与卸载



$$\begin{aligned}
 v_{AM}(t) &= \underline{V_{cm} \cos \omega_c t} + \frac{1}{2} m_a \underline{V_{cm} \cos(\omega_c + \Omega)t} + \frac{1}{2} m_a \underline{V_{cm} \cos(\omega_c - \Omega)t} \\
 &= \text{Re}\{V_{cm} e^{j\omega_c t} + 0.5m_a V_{cm} e^{j(\omega_c + \Omega)t} + 0.5m_a V_{cm} e^{j(\omega_c - \Omega)t}\} \\
 &= \text{Re} V_{cm} e^{j\omega_c t} \{ \underline{1 + 0.5m_a e^{j\Omega t}} + \underline{0.5m_a e^{-j\Omega t}} \}
 \end{aligned}$$



矢量叠加



第一周作业

$$1 = e^{j0} = e^{j2\pi} = e^{j4\pi} = \dots = e^{j10\pi} = e^{j12\pi} = e^{j14\pi} = \dots$$

$$\frac{1}{1^6} = e^{\frac{j0}{6}} = 1$$

$$\frac{1}{1^6} = e^{\frac{j2\pi}{6}} = e^{j\frac{\pi}{3}} = +0.5 + j0.866$$

$$\frac{1}{1^6} = e^{\frac{j4\pi}{6}} = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -0.5 + j0.866$$

$$\frac{1}{1^6} = \dots$$

$$\frac{1}{1^6} = e^{\frac{j10\pi}{6}} = e^{j\frac{5\pi}{3}} = +0.5 - j0.866$$

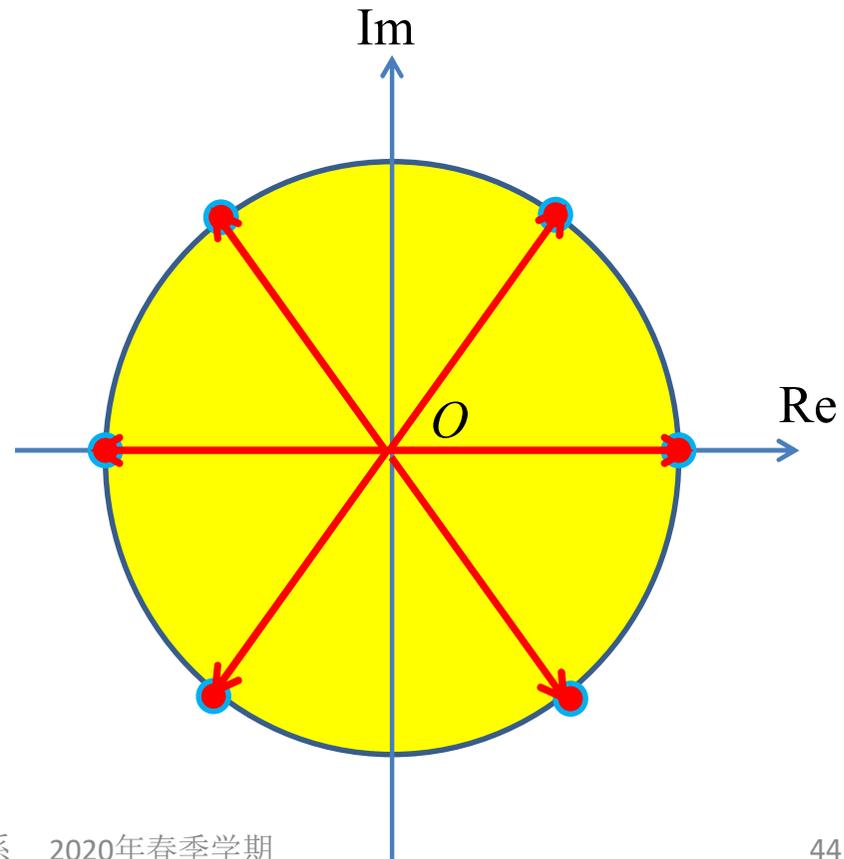
$$\frac{1}{1^6} = e^{\frac{j12\pi}{6}} = e^{j\frac{6\pi}{3}} = 1$$

$$\frac{1}{1^6} = e^{\frac{j14\pi}{6}} = e^{j\frac{7\pi}{3}} = e^{j\frac{\pi}{3}} = +0.5 + j0.866$$

$$\frac{1}{1^6}$$

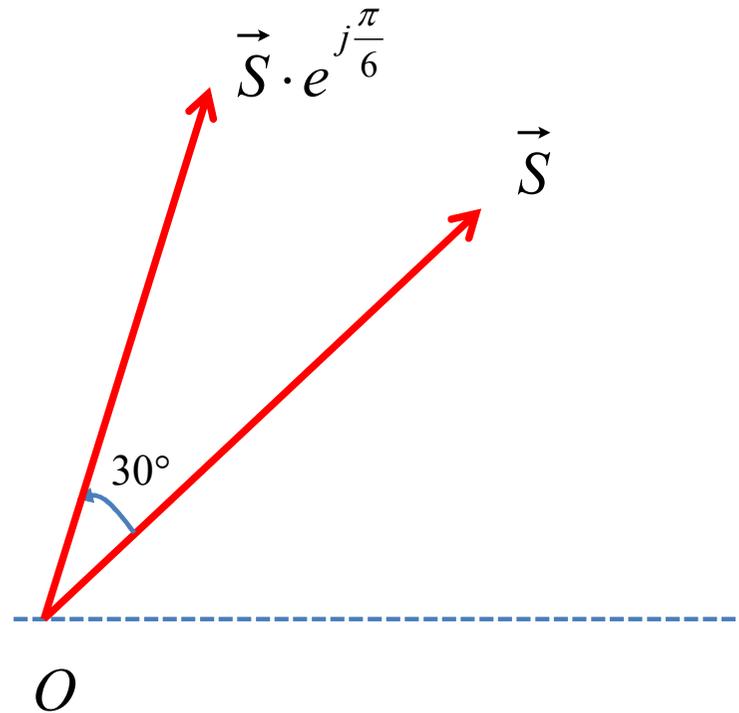
- **07**、在复平面坐标系中，画出 $\frac{1}{1^6}$ 的六个根的具体位置，写出 **6**个根的复数表达式

– 两种形式：实部虚部，幅度相位



第一周作业

- **08**、你是如何理解 $s \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$ 的，其中 **s** 是一个矢量（复数）



第一周作业

- **09**、家用电器设备采用的**220V**，**50Hz**的市电是正弦波电压，其有效值为**220V**，其峰值为多少？其峰峰值为多少？

$$v(t) = V_p \cos \omega t$$

$$v^2(t) = V_p^2 \cos^2 \omega t$$

$$V_{rms} = 220V$$

$$\overline{v^2(t)} = V_p^2 \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} = \frac{V_p^2}{2}$$

$$V_p = \sqrt{2} V_{rms} = 1.414 \times 220V = 311V$$

$$V_{rms} = \sqrt{\overline{v^2(t)}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = 0.707V_p$$

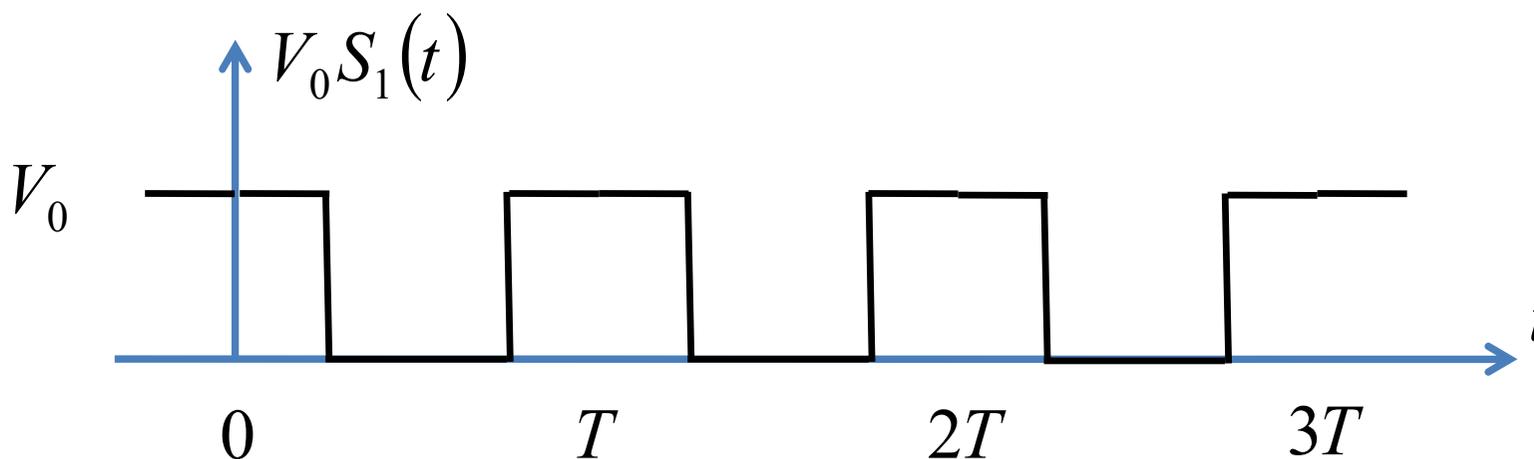
$$V_{pp} = 2V_p = 622V$$

第一周作业

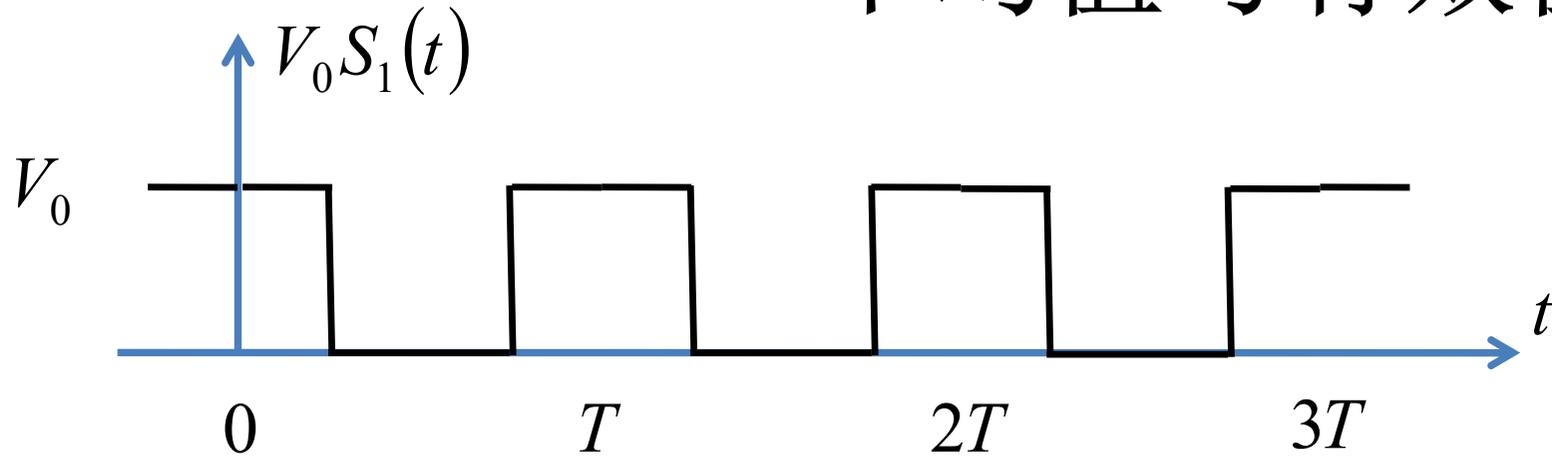
- **10**、已知方波电压为 $V_0 S_1(t)$ ，求其直流分量和电压幅度有效值
 - 直流分量为信号的平均值
 - 幅度有效值为功率折算电压幅度

$$V_{DC} = \overline{v(t)} = \frac{1}{T} \int_{-0.5T}^{+0.5T} v(t) dt$$

$$V_{rms} = \sqrt{\overline{v^2(t)}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-0.5T}^{+0.5T} v^2(t) dt}$$



平均值与有效值



$$V_{DC} = \overline{v(t)} = \frac{1}{T} \int_{-0.5T}^{+0.5T} v(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-0.25T}^{+0.25T} V_0 dt = \frac{1}{T} (V_0 \cdot 0.5T) = 0.5V_0$$

$$V_{rms} = \sqrt{\overline{v^2(t)}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-0.5T}^{+0.5T} v^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-0.25T}^{+0.25T} V_0^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} (V_0^2 \cdot 0.5T)} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0.707V_0$$

第一周作业11、请补全下表

通常表示或科学计数表示	SI词头表示法	中文读法
$I = 0.025A$	$I = 25mA$	25毫安的电流
$U = 7.6 \times 10^{-7}V$	$U = 0.76\mu V$	0.76微伏的电压
$t = 0.001s$	$t = 1ms$	时间为1毫秒
$P = 3 \times 10^{-4}W$	$P = 0.3mW$	0.3毫瓦的功率
$f = 9.8 \times 10^8 Hz$	$f = 0.98GHz$	频率为0.98吉赫兹
$C = 1 \times 10^{-8}F$	$C = 0.01\mu F$	0.01微法的电容
$L = 5.3 \times 10^{-3}H$	$L = 5.3mH$	5.3毫亨的电感
$R = 1 \times 10^5 \Omega$	$R = 100k\Omega$	电阻为100千欧姆
$E = 1 \times 10^{-12}J$	$E = 1pJ$	1皮焦耳的能量

第一周作业12、请补全下表

物理量	比例数	dB数
电压U	100mV	-20dBV
功率P	0.1 W	20dBm= -10dBW
电压增益 $A_v=V_o/V_i$	100	40dB
电流增益 $A_i=I_o/I_i$	20	26 dB
功率增益 $A_p=P_o/P_i$	100	20 dB
信噪比 $SNR=P_s/P_n$	100	20 dB
电压比值	1.414	3dB
电压比值	0.707	-3dB
功率比值	0.5	-3dB

习题课第三讲 大纲

- 电源补充
 - 额定功率
 - 噪声源
- 第一周作业讲解
- 第二章练习题节选讨论

四、第二章练习节选讨论

- 练习**2.2.1** 线性与非线性
- 练习**2.2.2** 时变与时不变
- 练习**2.2.3** 记忆与无记忆
- 练习**2.4.1/3** 有源与无源

- 练习**2.4.9** 交流电源伏安特性
- 练习**2.4.13** 串联与并联

- 练习**2.5.2** 电源端口开路电压与短路电流

练习2.2.1 线性非线性

- 根据线性定义，分析如下几个输入输出关系，哪些是线性的，哪些是非线性的？

$$v(t) = f(i(t)) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = f(v(t)) = \beta_n (V_{GS0} + v(t) - V_{TH})^2$$

$$i(t) = f(v(t)) = C(v(t)) \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

$$\Delta\omega(t) = k_{FM} v_b(t)$$

$$v(t) = f(i(t)) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$v_{FM}(t) = V_0 \cos\left(\omega_c t + k_{FM} \int_0^t v_b(t) dt + \theta_0\right)$$

线性非线性判定

- 以是否同时满足叠加性和均匀性判定线性

$$e \xrightarrow{f} r$$

$$e_1 \xrightarrow{f} r_1 \quad e_2 \xrightarrow{f} r_2$$

$$e_1 + e_2 \xrightarrow{f} r_1 + r_2$$

叠加性

- 有一个不满足，则非线性

$$\alpha e_1 \xrightarrow{f} \alpha r_1$$

均匀性

- 叠加性和均匀性不等同

$$\alpha e_1 + \beta e_2 \xrightarrow{f} \alpha r_1 + \beta r_2$$

线性

均匀性和叠加性不等同

- 满足均匀性不满足叠加性的非线性例

$$f(v_{in}) = \frac{v_{in}^2(t)}{v'_{in}(t)} \qquad f(\alpha v_{in}) = \frac{(\alpha v_{in})^2}{(\alpha v'_{in})'} = \frac{\alpha^2 v_{in}^2}{\alpha v'_{in}} = \alpha \frac{v_{in}^2}{v'_{in}} = \alpha f(v_{in})$$

$$f(v_{in1} + v_{in2}) = \frac{(v_{in1} + v_{in2})^2}{(v_{in1} + v_{in2})'} = \frac{v_{in1}^2 + 2v_{in1}v_{in2} + v_{in2}^2}{v'_{in1} + v'_{in2}} \neq f(v_{in1}) + f(v_{in2}) = \frac{v_{in1}^2(t)}{v'_{in1}(t)} + \frac{v_{in2}^2(t)}{v'_{in2}(t)}$$

- 满足叠加性不满足均匀性的非线性例

– 求复数共轭

$$f(x) = x^*$$

$$f(x_1 + x_2) = x_1^* + x_2^* = f(x_1) + f(x_2)$$

$$f(\alpha x) = (\alpha x)^* = \alpha^* x^* = \alpha^* f(x) \neq \alpha \cdot f(x)$$

$$v(t) = f(i(t)) = R \cdot i(t)$$

$$\begin{aligned} f(\alpha i_1(t) + \beta i_2(t)) &= R \cdot (\alpha i_1(t) + \beta i_2(t)) \\ &= \alpha \cdot R \cdot i_1(t) + \beta \cdot R \cdot i_2(t) = \alpha f(i_1(t)) + \beta f(i_2(t)) \end{aligned}$$

满足叠加性和均匀性：为线性系统

$$i(t) = f(v(t)) = C(v(t)) \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

$$\begin{aligned} f(\alpha v_1(t) + \beta v_2(t)) &= C(\alpha v_1(t) + \beta v_2(t)) \cdot \frac{d(\alpha v_1(t) + \beta v_2(t))}{dt} \\ &= C(\alpha v_1(t) + \beta v_2(t)) \cdot \left(\alpha \frac{dv_1(t)}{dt} + \beta \frac{dv_2(t)}{dt} \right) \\ &= \alpha C(\alpha v_1(t) + \beta v_2(t)) \frac{dv_1(t)}{dt} + \beta C(\alpha v_1(t) + \beta v_2(t)) \frac{dv_2(t)}{dt} \end{aligned}$$

参量**C**和端口电压无关，则为线性系统；参量**C**和端口电压有关，则不满足叠加性或均匀性，为非线性系统

$$\alpha f(v_1(t)) + \beta f(v_2(t)) = \alpha C(v_1(t)) \frac{dv_1(t)}{dt} + \beta C(v_2(t)) \frac{dv_2(t)}{dt}$$

$$v(t) = f(i(t)) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$\begin{aligned} f(\alpha i_1(t) + \beta i_2(t)) &= L \cdot \frac{d(\alpha i_1(t) + \beta i_2(t))}{dt} \\ &= \alpha L \frac{di_1(t)}{dt} + \beta L \frac{di_2(t)}{dt} = \alpha f(i_1(t)) + \beta f(i_2(t)) \end{aligned}$$

满足叠加性和均匀性：为线性系统

$$v(t) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

电阻阻值、电容容值、电感感值和端口电压、端口电流无关，
则为线性电阻、线性电容、线性电感

否则为非线性电阻、非线性电容、非线性电感

$$i_D = \beta_n (v_{GS} - V_{TH})^2$$

工作在恒流区的MOSFET漏极电流：平方律受控关系

$$v_{GS} = V_{GS0} + v(t)$$

在某个确定直流工作点 V_{GS0} 上附加交流信号 $v(t)$ 作为栅源端口电压输入

$$i_D(t) = f(v(t)) = \beta_n (V_{GS0} + v(t) - V_{TH})^2$$

$$f(\alpha v_1(t) + \beta v_2(t)) = \beta_n (V_{GS0} + \alpha v_1(t) + \beta v_2(t) - V_{TH})^2$$

$$\alpha f(v_1(t)) + \beta f(v_2(t)) = \alpha \beta_n (V_{GS0} + v_1(t) - V_{TH})^2 + \beta \beta_n (V_{GS0} + v_2(t) - V_{TH})^2$$

不满足叠加性和均匀性，是非线性系统

MOSFET是非线性电阻：平方律受控关系，非线性受控关系

频率调制器

$$\Delta\omega(t) = \omega(t) - \omega_c = k_{FM} v_b(t)$$

以频率偏差为输出，以基带信号 $v_b(t)$ 为输入，则是线性系统

$$v_{FM}(t) = V_0 \cos\left(\omega_c t + k_{FM} \int_0^t v_b(t) dt + \theta_0\right)$$

以已调波电压 $v_{FM}(t)$ 为输出，以基带信号 $v_b(t)$ 为输入，则是非线性系统

频率调制器是非线性电路：但其中包含线性关系

线性电路：输出电压电流和输入电压电流之间的关系满足叠加性和均匀性

练习2.2.2 时变时不变

- 根据时不变定义，分析如下几个输入输出关系，哪些是时变的，哪些是时不变的？

$$v(t) = f(i(t)) = R(t, i(t)) \cdot i(t)$$

$$i(t) = f(v(t)) = \frac{d(C(t) \cdot v(t))}{dt} = C(t) \cdot \frac{dv(t)}{dt} + v(t) \cdot \frac{dC(t)}{dt}$$

$$v(t) = f(i(t)) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = f(v(t)) = \beta(V_{GS0}(v_c(t)) + v(t) - V_{TH})^2$$

$$v(t) = f(i(t)) = R(t, i(t)) \cdot i(t)$$

电阻随端口电流*i*变化而变化，是非线性电阻
 当*i*不变化时，电阻仍然随时间变化而变化，是时变的
 时变非线性电阻

$$i(t) = f(v(t)) = \frac{d(C(t) \cdot v(t))}{dt} = C(t) \cdot \frac{dv(t)}{dt} + v(t) \cdot \frac{dC(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(C(t) \cdot v(t))}{dt} = C(t) \cdot \frac{dv(t)}{dt} + v(t) \cdot \frac{dC(t)}{dt}$$

电容随时间变化而变化，是时变电容
 电容的变化和端口电压电流无关，是线性电容
 线性时变电容

$$v(t) = f(i(t)) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad \text{线性时不变电感}$$

$$i(t) = f(v(t)) = \beta(V_{GS0}(v_c(t)) + v(t) - V_{TH})^2 \quad \text{非线性时变电阻}$$

时变与非线性

- 描述系统的系统参量随时间变化，这种变化和端口电压、端口电流无关，则为时变系统
 - 电阻阻值、电容容值、电感感值、...
 - 放大器电压放大倍数、...
- 描述系统的系统‘线性参量’随时间变化，这种变化是由端口电压或端口电流变化所导致，则为非线性系统
 - 所谓线性参量，并非真正线性，只是一个形式

练习2.2.3 记忆无记忆

- 请说明如下五个系统是有记忆还是无记忆？

$$v(t) = f(i(t)) = R \cdot i(t)$$

$$i(t) = f(v(t)) = C \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

$$v(t) = f(i(t)) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

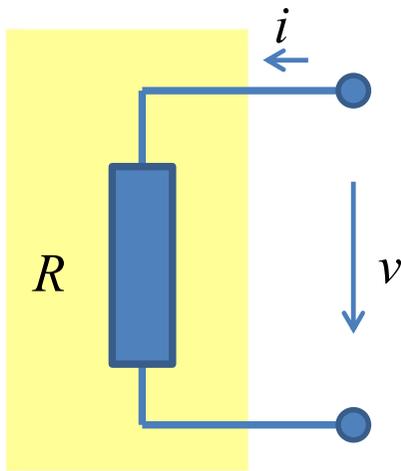
$$y(n) = \begin{cases} 0 & n \text{ 为奇数} \\ x\left(\frac{n}{2}\right) & n \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (n \geq 0)$$

$$y(n) = x(n) - x(n-1)$$

是否有记忆，
看系统输出
是否仅由当
前输入决定
系统

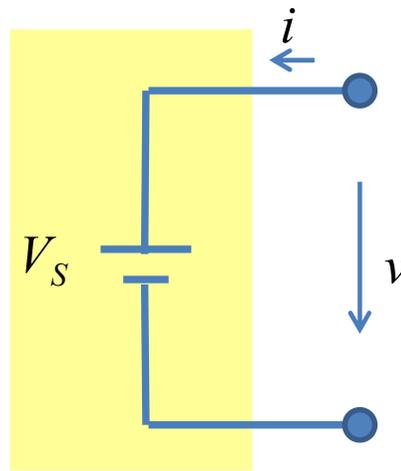
练习2.4.1, 2.4.3 有源与无源

- 说明恒压源或恒流源是有源网络，而线性电阻是无源网络
 - 具有向外输出功率的能力，则有源；没有能力则无源



无源：任意端口电压、电流，都

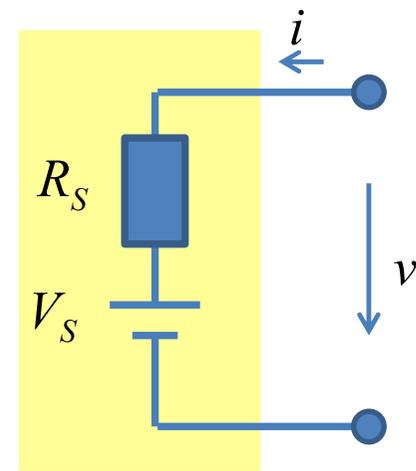
$$P = v \cdot i = i^2 \cdot R$$



有源：存在端口电压、电流使得...

$$P = v \cdot i = v_s \left(-\frac{v_s}{R_L} \right)$$

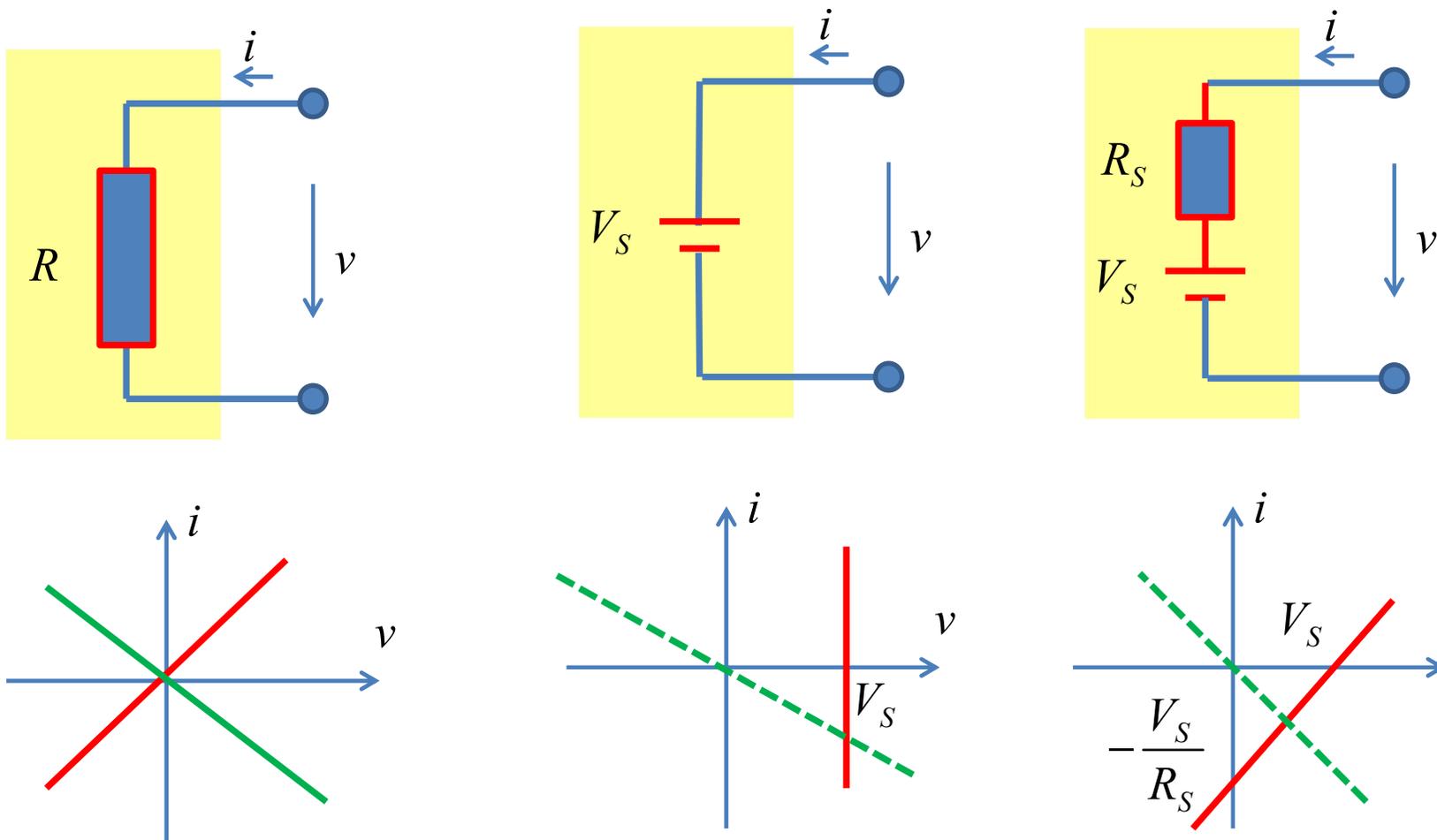
$$= -\frac{v_s^2}{R_L} < 0$$



$$P_{\Sigma} = v \cdot i = (V_s + i \cdot R_s) \cdot i$$

$$= R_s \left(i + \frac{V_s}{2R_s} \right)^2 - \frac{V_s^2}{4R_s}$$

有向端口外输出功率的能力则有源！



始终在一三象限，吸收功率，无源

能够设法进入二、四象限，则释放功率，有源

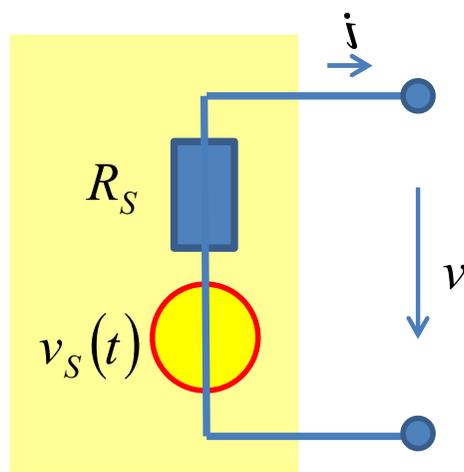
练习2.4.9 交流电源

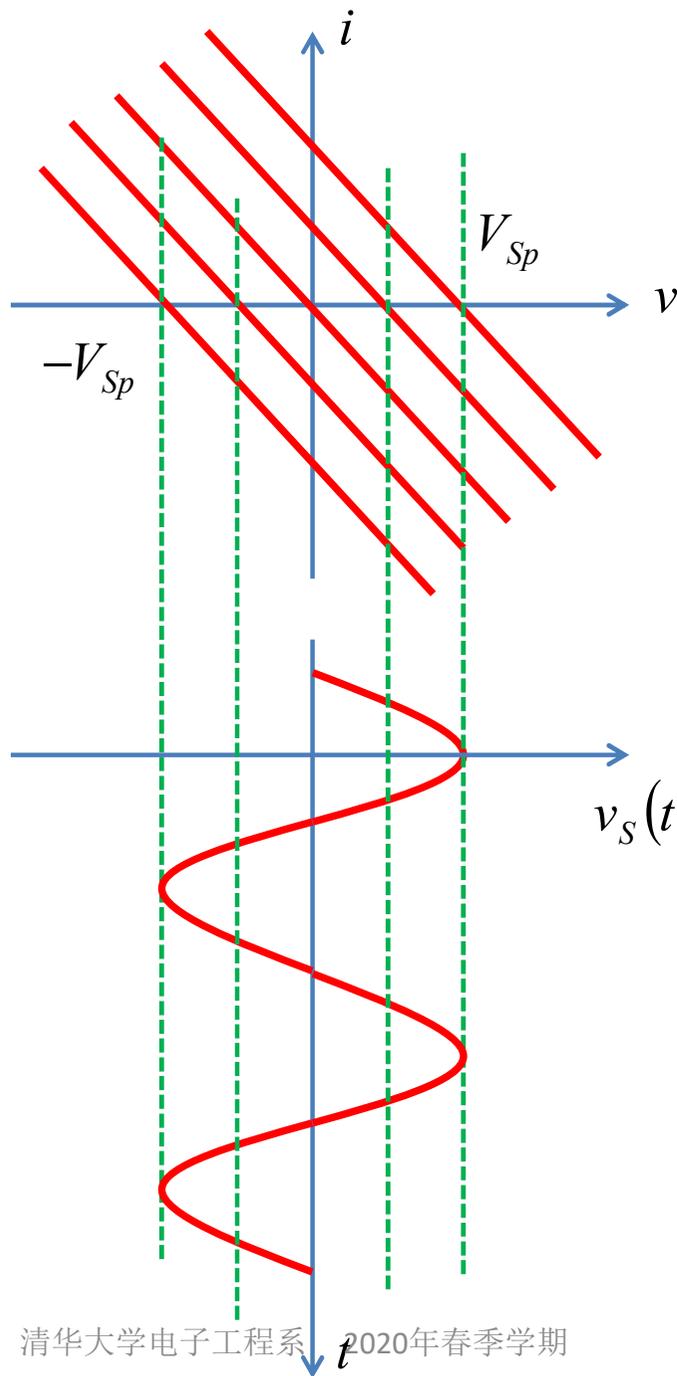
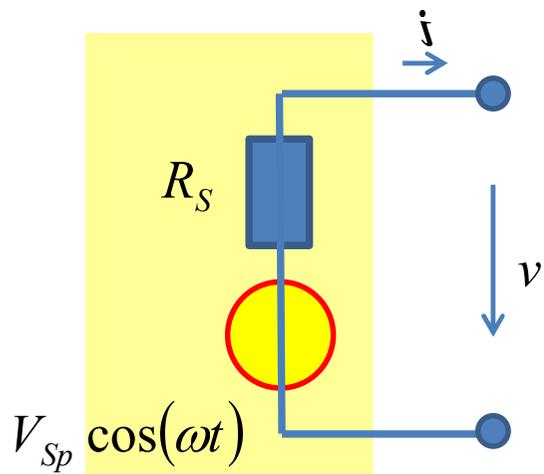
- 请画出满足（2.4.9b）元件约束的交流电源的伏安特性曲线。

$$\frac{v(t)}{V_{Sp}} + \frac{i(t)}{I_{Sp}} = \cos \omega t$$

$$v(t) = V_{Sp} \cos \omega t - \frac{V_{Sp}}{I_{Sp}} i(t)$$

$$= v_S(t) - R_S i(t)$$



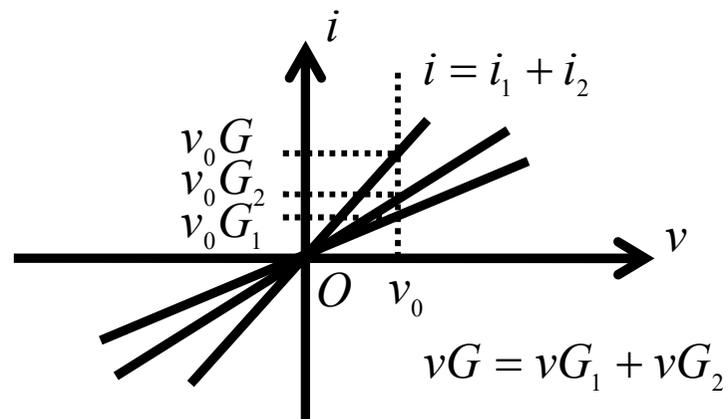
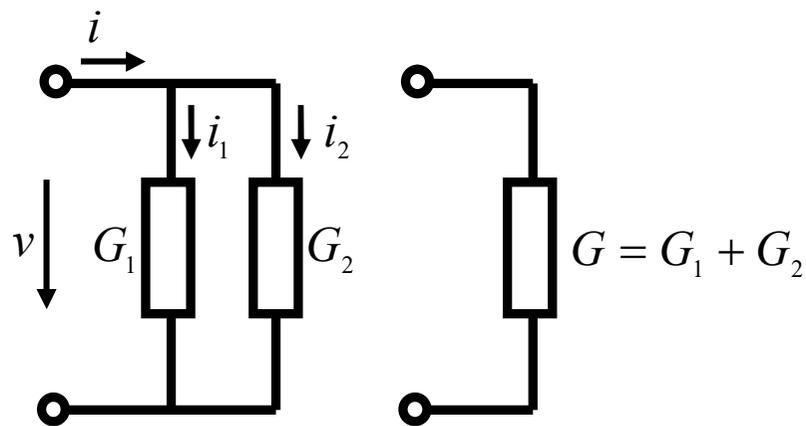
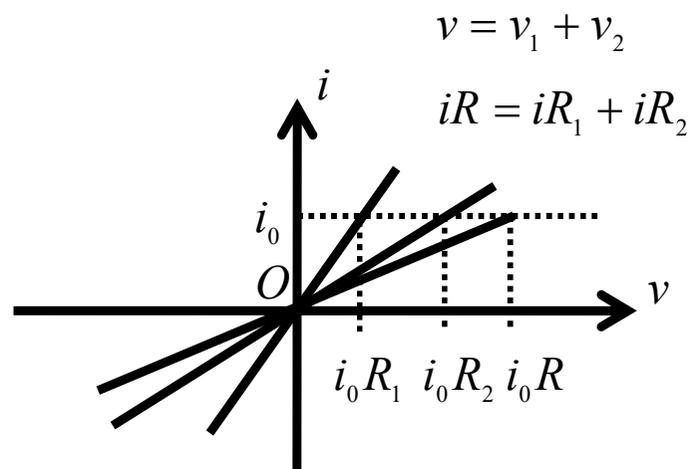
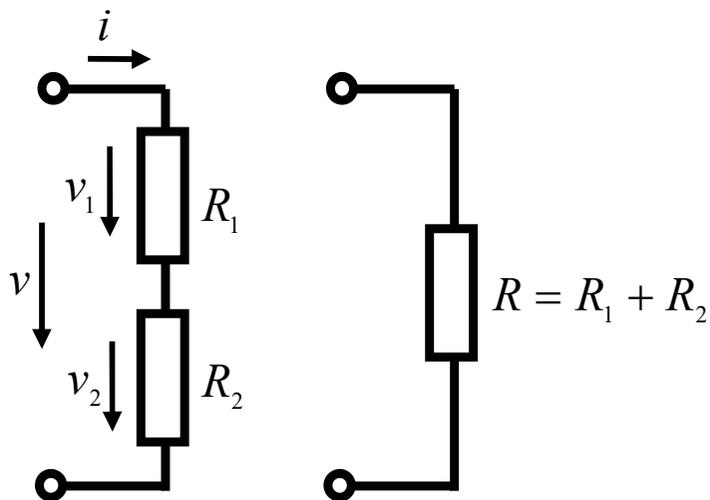


直线斜率不变，表示线性内阻不变，随时间改变的是源电压

练习2.4.13 电阻串并联

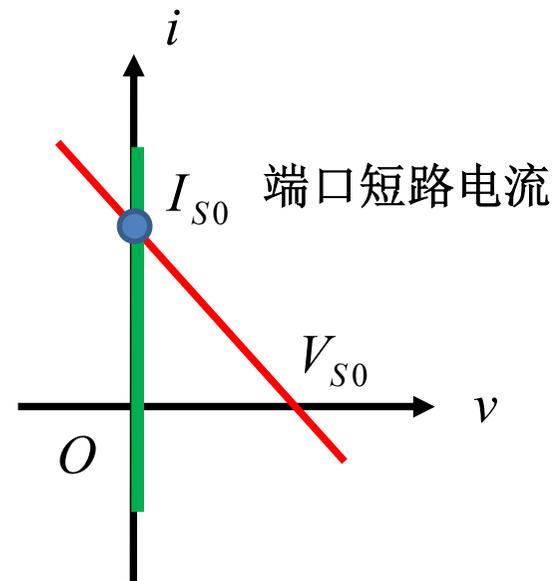
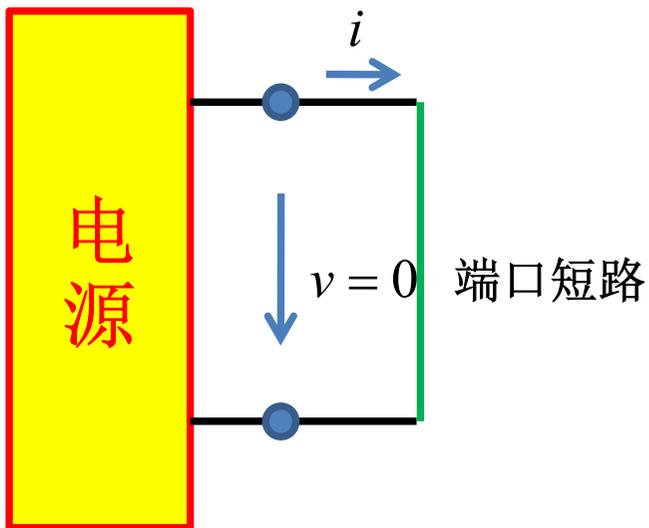
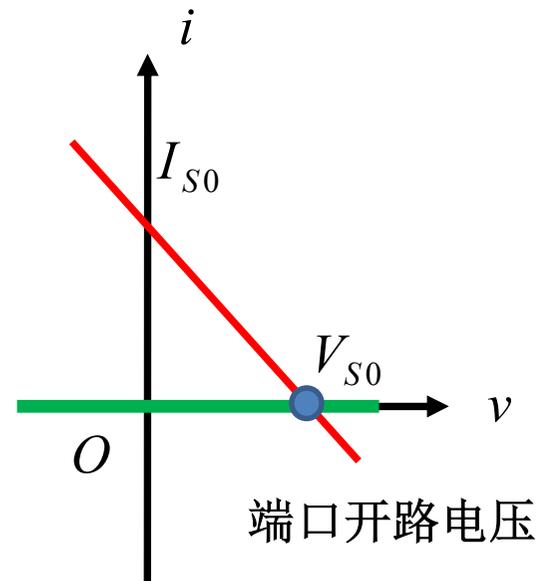
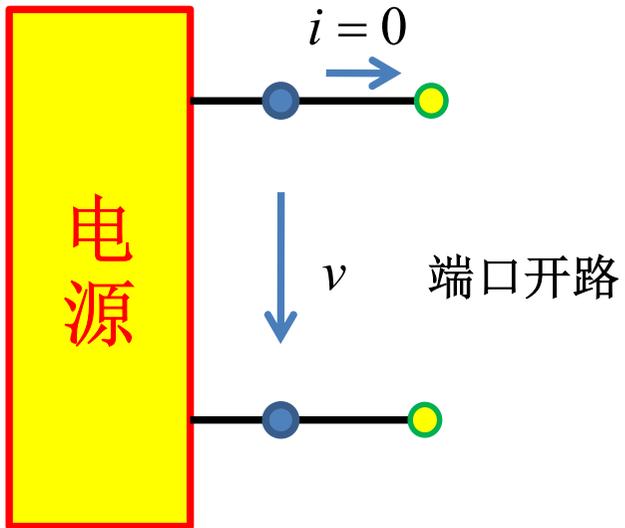
- 所谓等效电路，指的是具有完全一致端口特性的电路，说明如图E2.11所示的等效电路是成立的：
 - R_1 、 R_2 两个电阻的串联和 $R=R_1+R_2$ 电阻是等效电路；
 - G_1 、 G_2 两个电导的并联和 $G=G_1+G_2$ 电导是等效电路。
 - 根据图中给出的伏安特性曲线给出你对上述两个等效电路的理解。

电阻串并联

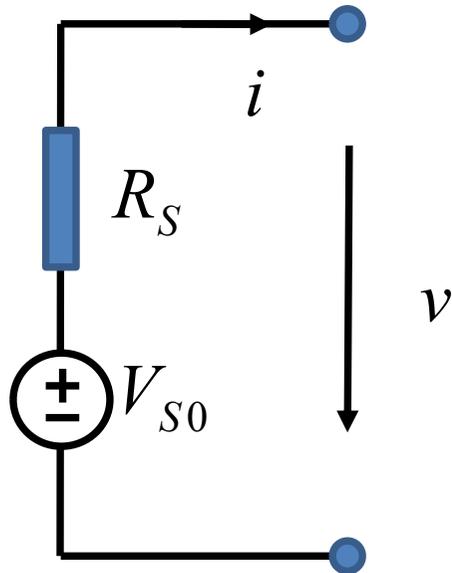


练习2.5.2 端口开路电压和短路电流

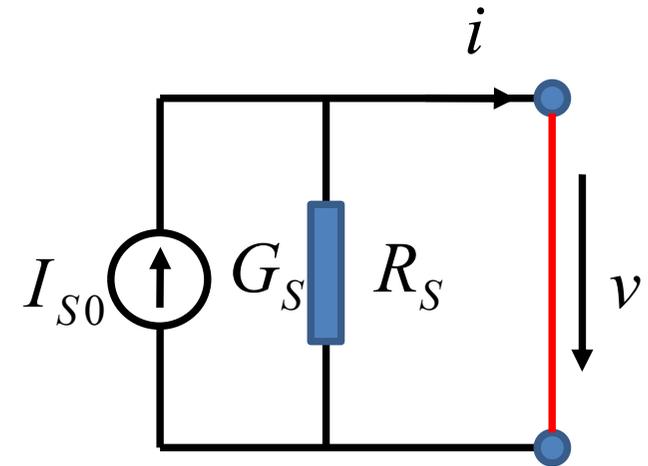
- 具有线性内阻的直流电源
 - (1) 分别用图解法、列电路方程的方法获得其端口短路电流为多少？用图解法获得其端口开路电压为多少？和戴维南等效中的源电压 V_{s0} 、诺顿等效中的源电流 I_{s0} 有什么关系？
 - (2) 将该直流电源用戴维南形式和诺顿形式表述出来，然后再端口开路、短路，如何解释上述结论？



开路电压和短路电流



电源端口开路电压就是戴维南源电压



电源端口短路电流就是诺顿源电流

电源源电压、源电流理论上的测量方法：电路分析时可如是操作

化学电池不能实测短路电流