电子电路与系统基础I

习题课第一讲　正弦波的时域和频域表述

（数、数值表示、复数、正弦波）

李国林
清华大学电子工程系

大纲

- **0、关于本课程**

- **1、常用电量符号　　　　附录1**
- **2、科学计数法　　　　　附录2**
- **3、工程计数法**
- **4、dB数**
- **5、有效位数**

- **6、复数表示及运算　　　附录3**
- **7、旋转矢量与正弦波　　附录4**
- **8、信号　　　　　　　　附录6，5**

联系方式

- 李国林
  - **EMAIL：guolinli@tsinghua.edu.cn**
  - 校内
    - **TEL(O)：62781842**
    - 罗姆楼**4105**房间
  - 欢迎同学答疑，问题不留期末，随时答疑解惑
    - 推荐**EMAIL**随时答疑，响应最快
      - 如果没有回复则换邮箱重发
    - 推荐助教集中答疑
      - 当面问，集体讨论，效果好

课程简介

- 课程名称：电子电路与系统基础

- 课程内容
  - 大一下学期：基础I---电阻电路
    - 线性电阻电路：电源、线性电阻、受控源、…
    - 非线性电阻电路：二极管、晶体管、放大器、…

  - 大二上学期：基础II---动态电路
    - 一阶动态电路：一阶RC、一阶滤波、张弛振荡器、…
    - 二阶动态电路：二阶RLC、二阶滤波、正弦波振荡器、…

    - 组合逻辑电路：非门、或门、与门、…
    - 时序逻辑电路：锁存器、触发器、存储器、计数器、…

    - 本课程是电子系第一门专业核心基础课程，是后续专业课程学习的基础

前导课与后续课

- 基础I
  - 前导课：几何与代数、微积分
  - 后续课：基础II

- 基础II
  - 前导课：基础I，微积分，几何与代数，电磁学
  - 后续课：数字逻辑与处理器基础，信号与系统，模拟电路原理，通信电路原理

课程安排

- 理论课
  - 模式A：电阻电路+动态电路，一学期2学分共4学分
  - 模式B：线性电路+非线性电路，一学期2学分共4学分

- 实验课
  - 电路基础实验I 1学分
  - 电路基础实验II 1学分
  - 孙忆南，金平

- 安排
  - 模式A：每周一次理论课：15次
    - 每周一次习题课：15次，课外，不要求必须上，根据学习情况自己掌握
  - 模式B：每周一次理论课：15次
    - 无习题课，推荐助教视频会议答疑

  - 实验听从孙老师的安排
  - 期中考试（如果归校，第9周周末）+期末考试（考试周）

考评

	大班		小班	
期末考试	50分	80分	45分	75分
期中考试	40分	10分	40分	10分
作业	5分	5分	5分	5分
CAD作业	5分	5分，额外分	10分	10分

- 期末考试
- 期中考试
- 作业
- CAD作业
- 课堂回答问题　　额外最多5分
- 教材纠错　　不定
  - 格式、表述、定义、论证、结构、…
  - 任何你认为有问题的地方，我确认后均计入评分
- 教材习题作业答案　　不定
  - 可以报名，整理某章节的练习和习题参考答案，整理好后报给我，计入评分

- 关于作业
  - 当周布置的作业，在1周内提交
  - 助教批改，同学有问题直接向助教汇总，助教集体视频答疑
    - 助教解决不了的，可拉我入讨论群一并讨论
    - 作业不要抄袭：独立思考，多方讨论（自己理解的应努力让同组同学理解），随时答疑（Email），深入理解

助教分班情况

- 黄恒： 18811085724 huang_heng@live.com
  - 无91班+无7年级学生
- 李瑄： 18611019067 l-x15@mails.tsinghua.edu.cn
  - 无92班+无96班学生
- 关平达： 15600699640 gpd17@mails.tsinghua.edu.cn
  - 无93班+医学院学生
- 柳泱： 15611740100 liuy-19@mails.tsinghua.edu.cn
  - 无94班+车辆学院学生
- 陈子朋： 18810461875 czp17@mails.tsinghua.edu.cn
  - 无95班+无8年级学生
- 严涛： 18813102766 yt19@mails.tsinghua.edu.cn
  - 无97班+其他院系学生
- 曹梦迪：15600684231 cmd17@mails.tsinghua.edu.cn
  - 无98+无6年级+微纳电子系学生
- 马泰坤 13701064309 mtk16@mails.tsinghua.edu.cn
  - 2班小班同学
- 聂云昭 18301580537 nieyz19@mails.tsinghua.edu.cn
  - 4班小班同学

参考教材

- 电子电路与系统基础，李国林，清华大学出版社，2017.10
  - 第四次印刷已修改第一次印刷中出现的近千处可修订地方，请同学继续深入挖掘问题
- Linear and Nonlinear Circuits
  - Leon O. Chua, Charles A. Desoer, Ernest S. Kuh, McGRAW-Hill, 1987.
  - 过于理论，偏离实际电路，不建议初学者看，但本课程体系和其有类似之处
- Foundations of Analog and Digital Electronic Circuits
  - Anant Agarwal, Jerrrey H Lang
  - MIT教材：EECS二年级本科必修课6.002
  - 中译本：《模拟和数字电子电路基础》，于歆杰等译，清华大学出版社，2008年
- 中国《电路原理》教材
  - 邱关源，《电路》，第5版，罗先觉修订，高等教育出版社，2006
  - 李瀚荪，《电路分析基础》，第4版，高等教育出版社，2006
  - 于歆杰等，《电路原理》，清华大学出版社，2007
  - 江辑光等，《电路原理》，清华大学出版社，2007
- 国外《电路原理》教材
  - Fundamentals of Electric Circuits, 3rd Edition
    - Charles K Alexander, Mattew N. O. Sadiku。
  - Electric Circuits, 8th Edition
    - James W Nilsson, Susan A Riedel

参考教材

- 模拟电路
  - Microelectronic Circuits, 5th edition
    - Adel S Sedra, Kenneth C. Smith，中译本，《微电子电路》，电子工业出版社
  - Electronic Principles, 7th edition
    - Albert P Malvino, David J Bates，中译本，《电子电路原理》，机械工业出版社
  - Analysis and Design of Analog Integrated Circuits,4th edition
    - Paul R Gray, …
  - 高文焕，李冬梅，《电子线路基础》，第二版，高等教育出版社，2005年

- 数字电路
  - CMOS Digital Integrated Circuits, Analysis and Design, Sung-Mo Kang, Yusuf Leblebici
  - 《数字集成电路-电路、系统与设计》，J M Rabaey，…，周润德 等译
  - 《数字集成电路分析与设计-深亚微米工艺》，David A Hodges，…，蒋安平等译

- 通信电路
  - 陈邦媛，《射频通信电路》，科学出版社，2006
  - 董在望主编，《通信电路原理》，第二版，高等教育出版社，2002年

仿真

- **SPICE**
  - 电路仿真是电路实验的一种特殊形式，本课程希望同学能够掌握SPICE的基本应用
    - 1班4班具体CAD工具由助教选择自己熟悉的
    - 2班3班基本确定用Cadence教学平台
- **MATLAB**
  - 希望大家能掌握并熟练运用该工具（以后有专门课程学习）
    - 不掌握并不会影响到本课程的学习
    - 个别作业如果用这个工具画图，计算，可能速度快一些
    - matlab工具箱中很多工具可用于系统仿真

今日课程内容大纲

- 0、关于本课程

- 1、常用电量符号 …中学知识
- 2、科学计数法 …中学知识
- 3、工程计数法，SI词头 …中学知识
- 4、dB数
- 5、有效位数 …中学知识

- 6、复数表示及运算 …中学知识
- 7、旋转矢量与正弦波
- 8、信号

一、常用电量的符号和单位

电量中文	电量英文	符号	SI单位	单位符号	源于
电压	voltage	V，U	伏【特】	V	Volt
电流	current	I	安【培】	A	Ampere
电阻	resistance	R	欧【姆】	Ω	Ohm
电导	conductance	G	西【门子】	S	Siemens
能量	Energy Work	E W	焦【耳】	J	Joule
功率	Power	P	瓦【特】	W	Watt
电荷	charge	Q	库【仑】	C	Coulomb
电容	capacitance	C	法【拉】	F	Farad
电感	inductance	L	亨【利】	H	Henry

其他常用量单位

物理量 中文名称	物理量 英文名称	符号	SI单位	单位符号	单位 英文名称
时间	**time**	**t**	秒	**s**	**second**
频率	**frequency**	**f**	赫兹	**Hz**	**Hertz**
角频率	**angular frequency**	ω	弧度每秒	**rad/s**	**radians per second**
长度	**length distance**	**l，d**	米	**m**	**meter**
速度	**velocity**	**v**	米每秒	**m/s**	**meters per second**

…

SI: international system of units： 国际单位制

二、科学计数法
Scientific Notation

- 采用10的乘方幂来表示数的量级
  - 以10为底的指数

$10^0 = 1$	
$10^1 = 10$	$10^{-1} = 0.1$
$10^2 = 100$	$10^{-2} = 0.01$
$10^3 = 1\,000$	$10^{-3} = 0.001$
$10^4 = 10\,000$	$10^{-4} = 0.000\,1$
$10^5 = 100\,000$	$10^{-5} = 0.000\,01$
$10^6 = 1\,000\,000$	$10^{-6} = 0.000\,001$

数的科学计数法表述

$$a \times 10^n$$

significand：有效数　　exponent number：幂次阶数
mantissa：尾数

普通十进制数	科学计数法表示	
200	2×10^2	2.0×10^2
5 000	5×10^3	5.00×10^3
85 000 000	8.5×10^7	
0.2	2×10^{-1}	
0.000 006 3	6.3×10^{-6}	
0.000 000 93	9.3×10^{-7}	

三、工程计数法 engineering notation

- 工程计数法类似于科学计数法，有效数在1到1000之间，10的幂次数是3的倍数
  - 很方便地转换为SI词头表述

普通十进制数	科学计数法表示	工程计数法表示
200	2×10^{2}	200
5 000	5×10^{3}	5×10^{3}
85 000 000	8.5×10^{7}	85×10^{6}
0.2	2×10^{-1}	200×10^{-3}
0.000 006 3	6.3×10^{-6}	6.3×10^{-6}
0.000 000 93	9.3×10^{-7}	930×10^{-9}

SI词头
SI prefixes

- 和工程计数法密切相关的一种前缀表示称为SI词头表示法，是日常生活和电子工程中被实际采用的方便的表述方法

10的幂方	词头符号	词头名称	中文称呼
10^{-15}	f	femto	飞
10^{-12}	p	pico	皮
10^{-9}	n	nano	纳
10^{-6}	μ	micro	微（缪）
10^{-3}	m	milli	毫
10^{-2}	c	centi	厘
1			
10^{2}	h	hecto	百
10^{3}	k	kilo	千（剋）
10^{6}	M	mega	兆
10^{9}	G	giga	吉
10^{12}	T	tera	太

SI词头的用法

- SI词头位于单位之前

例	通常表示或 科学计数表示	工程计数法 表示	SI词头法表示	读法
电流	I = 0.025A	I = 25×10^{-3}A	I = 25mA	I等于25毫安
				25毫安的电流
电压	U = 7.6×10^{-7}V	U = 760×10^{-9}V	U = 760nV	U等于760纳伏
			U = 0.76μV	0.76微伏的电压
频率	f = 2.45×10^{9}Hz	f = 2.45×10^{9}Hz	f = 2.45GHz	频率为2.45吉赫兹
时间	t = 0.001s	t = 1×10^{-3}s	t = 1ms	1毫秒的时间
功率	P = 3×10^{-4}W	P = 300×10^{-6}W	P = 300μW	300微瓦的功率
			P = 0.3mW	0.3毫瓦的功率
	计算时经常采用		电路中通常的表示方法	

四、dB数表述

- 在比较数的相对大小时，dB数表述可以解决数值在多个数量级上变化难以分明的问题
  - dB数采用对数方法压缩数值的相对变化范围

- 以功率表述为例
  - 设线性表示的功率值为a，对数表示的功率值为b
  - a如果为1W，则等量dB数表述为30dBm

$$b = 10\log_{10}\frac{a}{1\text{单位功率}}\left(dB\text{功率单位}\right)$$

$$a = 10^{\frac{b}{10}} \times 1\text{单位功率}$$

dBm，dBW，dBμV，dB

功率：$P \Rightarrow 10\log_{10}\dfrac{P}{1mW}$：$dBm$

$\log_{10} 2 = 0.3$

功率：$P \Rightarrow 10\log_{10}\dfrac{P}{1W}$：$dBW$

$10\log_{10} 2 = 3dB$

3dB代表2倍的功率比值关系

电压：$U \Rightarrow 20\log_{10}\dfrac{U}{1\mu V}$：$dB\mu V$

功率相对值：$\dfrac{P_o}{P_i} \Rightarrow 10\log_{10}\dfrac{P_o}{P_i}$：$dB$

电压相对值：$\dfrac{V_o}{V_i} \Rightarrow 20\log_{10}\dfrac{V_o}{V_i}$：$dB$

- **dB数表示中，求对数的值一定是相对比值（无量纲数）**

dB数表示例

- 某放大器输入信号电压幅度为1mV，输出信号电压幅度为100mV，同时有0.2mV的噪声，求该放大器的电压增益和输出信噪比。

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{100mV}{1mV} = 100 = 40dB\left(= 20\log_{10} 100\right)$$

$$SNR_o = \frac{P_s}{P_n} = \left(\frac{100mV}{0.2mV}\right)^2 = 250000 = 54dB = \left(10\log_{10} 250000\right)$$

答：该放大器的电压增益为40dB，输出信噪比为54dB

五、有效位数

和数的实际精度有关

- 例题、作业中的数值计算，一般取三位有效位数就足够了

$\dfrac{440}{637}$　　$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　✗　一般不这样表示
不能一目了然

0.690737833...　　0.707106781...　　✗　一般不这样表示
眼晕

0.691　　0.707　　✓　表示很清楚
估算精度足够

大纲

- 0、关于本课程

- 1、常用电量符号
- 2、科学计数法
- 3、工程计数法
- 4、dB数
- 5、有效位数

- 6、复数表示及运算　　附录3
- 7、旋转矢量与正弦波　附录4
- 8、信号　　　　　　　附录6

六、复数

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \geq 0:$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0$$

无根

没有实根，有复根

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm j\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

$$j = \sqrt{-1}$$

Imaginary unit

虚数单元

共轭复根：conjugate roots

复数运算是实数运算的推广

$$s_1 = A_1 + jB_1$$
$$s_2 = A_2 + jB_2$$

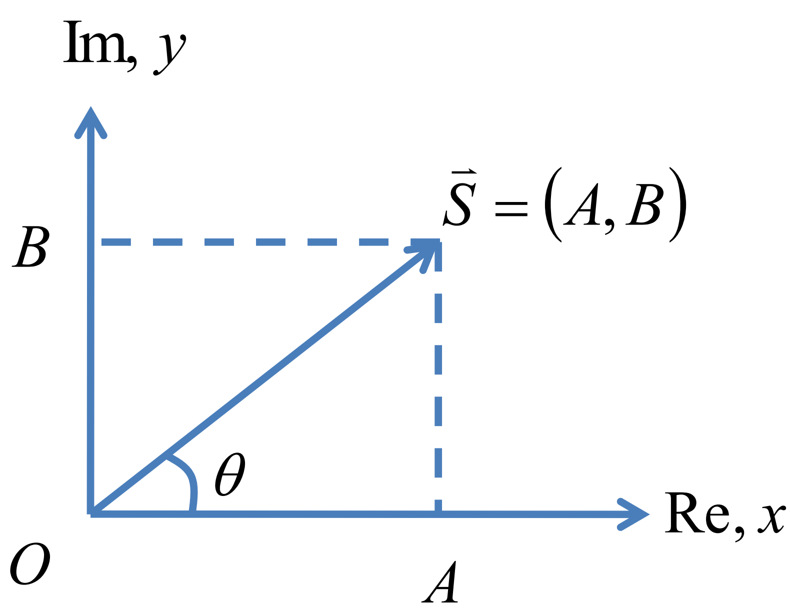
$$s_1 + s_2 = (A_1 + A_2) + j(B_1 + B_2)$$

$$s_1 - s_2 = (A_1 - A_2) + j(B_1 - B_2)$$

$$s_1 \times s_2 = (A_1 + jB_1) \times (A_2 + jB_2)$$
$$= (A_1 A_2 - B_1 B_2) + j(A_1 B_2 + A_2 B_1)$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{s_1 \times s_2{}^*}{s_2 \times s_2{}^*} = \frac{(A_1 + jB_1)(A_2 - jB_2)}{(A_2 + jB_2)(A_2 - jB_2)}$$
$$= \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2} + j\frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2}$$

复数的矢量表示：复平面



$$\vec{S}=A\hat{x}+B\hat{y}$$

$\hat{x}\Leftarrow 1$实数单位

$\hat{y}\Leftarrow j$虚数单位

$$S=A+jB$$

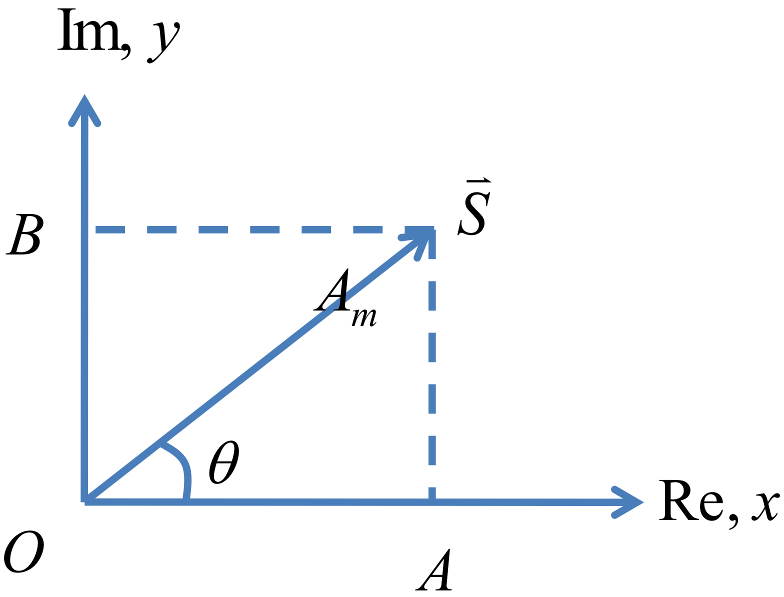
$$A_m=|S|=\sqrt{A^2+B^2}$$

矢量大小
幅度**amplitude**

$$\theta=angle(S)=\arctan\frac{B}{A}$$

矢量方向
相位**phase**

幅度与相角



$$S = A + jB$$

$$A_m = \sqrt{A^2 + B^2}$$ 矢量大小
幅度**amplitude**

$$\theta = \arctan\frac{B}{A}$$ 矢量方向
相位**phase**

$$S = A_m\angle\theta$$ 矢量的
幅度相位描述方法

$$A = A_m \cos\theta$$
$$B = A_m \sin\theta$$

$$S = A + jB = A_m \cos\theta + jA_m \sin\theta$$
$$= A_m(\cos\theta + j\sin\theta)$$
$$= A_m e^{j\theta}$$

复数的矢量表述

欧拉公式Euler's Formula

$$j=\sqrt{-1}$$

$$j^2=-1$$

$$j^3=-j$$

$$j^4=1$$

$$j^5=j$$

$$\cdots$$

$$e^{j\theta}=\cos\theta+j\sin\theta$$

$$e^{j\theta}=1+(j\theta)+\frac{(j\theta)^2}{2!}+\frac{(j\theta)^3}{3!}+\ldots$$

$$=1-\frac{\theta^2}{2!}+\frac{\theta^4}{4!}-\ldots$$

$$+j\left[\theta-\frac{\theta^3}{3!}+\frac{\theta^5}{5!}-\ldots\right]$$

$$=\cos\theta+j\sin\theta$$

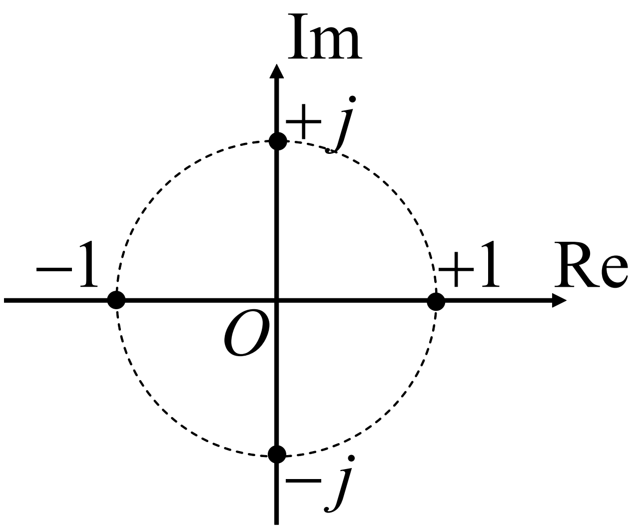
$$e^{j\pi}=\cos\pi+j\sin\pi=-1$$

$$e^{j\pi}+1=0$$

Euler's formula is "one of the most remarkable, almost astounding, formulas in all of mathematics ".

如何理解j

$$j=\sqrt{-1}$$



$$e^{j0}=1$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}}=j$$

$$e^{j\pi}=-1$$

$$e^{j\frac{3\pi}{2}}=-j$$

$$=e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$j^2=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 2}=e^{j\pi}=-1$$

$$j^3=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 3}=e^{j\frac{3\pi}{2}}=-j$$

$$j^4=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 4}=e^{j2\pi}=1$$

$$j^5=e^{j\frac{\pi}{2}\cdot 5}=e^{j\frac{5\pi}{2}}=j$$

- **-1相对于1，称之为反相，或相移180°**
- **j相对于1，称之为相位超前90°**
- **-j相对于1，称之为相位滞后90°**
- **简单地说，j就是90°相移（旋转）**

逆时针旋转为正旋转方向
顺时针旋转为负旋转方向

复数的幅度相角表示利于乘除运算

$$s_1 = A_1 + jB_1 = A_{m1}e^{j\varphi_1}$$

$$s_2 = A_2 + jB_2 = A_{m2}e^{j\varphi_2}$$

$$s = A + jB = A_m e^{j\varphi}$$

$$s^* = A - jB = A_m e^{-j\varphi}$$

$$s_1 \times s_2 = A_{m1}A_{m2}e^{j(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$\frac{s_1}{s_2} = \frac{A_{m1}}{A_{m2}}e^{j(\varphi_1-\varphi_2)}$$

$$s^n = A_m^n e^{jn\varphi}$$

$$s = A_m e^{j\varphi} = A_m e^{j(\varphi+2\pi)} = A_m e^{j(\varphi+4\pi)} = \cdots$$

$$s^{\frac{1}{n}} = A_m^{\frac{1}{n}} e^{j\frac{\varphi}{n}}$$

$$s^{\frac{1}{n}} = A_m^{\frac{1}{n}} e^{j\frac{\varphi+2k\pi}{n}}, k = 0,1,2,\ldots,n-1$$

$$1^{\frac{1}{3}} = 1$$

$$1^{\frac{1}{3}} = e^{j\frac{2k\pi}{3}} = 1, e^{j\frac{2\pi}{3}}, e^{j\frac{4\pi}{3}}$$

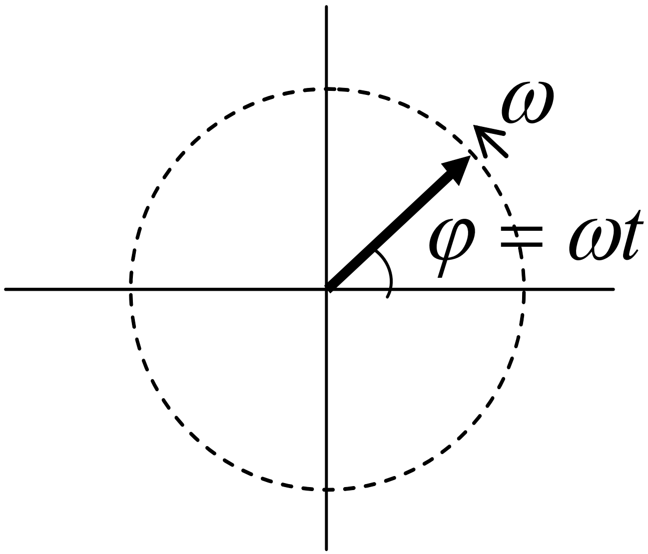
七、正弦波信号

- **7.1 旋转矢量**
- **7.2 正弦信号的复数表示**

在电路分析中，很多情况下都是以正弦波为激励信号，考察系统功能

电路系统处理的模拟信号均可分解为单频正弦波的叠加（积分）

7.1 旋转矢量



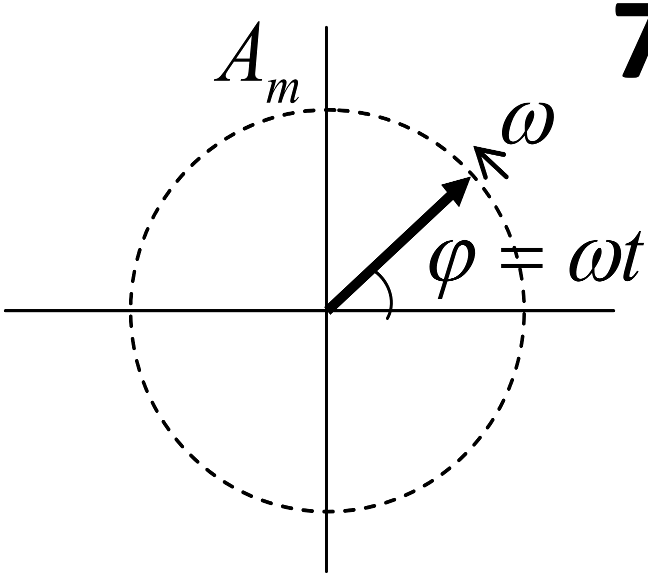
$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\varphi = \omega t = 2\pi f t = 2\pi \frac{t}{T}$$

- 一个矢量做匀速旋转运动，假设旋转一周需要的时间为**T(s)**，则**1s**时间内可旋转**1/T**周，称之为频率**f**，**T**称为周期（**period**）
  - **T=1s　f=1Hz**
  - **T=1ms　f=1kHz**
  - **T=2μs　f=500kHz=0.5MHz**
- 每旋转一周，角度增加**360°**，也就是**2π (rad)**，从角度看，角度增加的速度为**2π/T=2πf**，定义其为角速度（**angular speed**），或者称其为角频率**ω**
  - **T=1s　f=1Hz　ω=2π rad/s**
  - **T=1ms　f=1kHz　ω=2000π rad/s**
- 假设初始角度为**0**，那么经过时间**t**，角度旋转了**ωt (rad)**
  - **T=1s　f=1Hz　ω=2π rad/s**
  - **t=0.25s　φ=π/2=90°**
  - **t=0.3s　φ=0.6π=108°**

7.2 正弦信号的复数表述

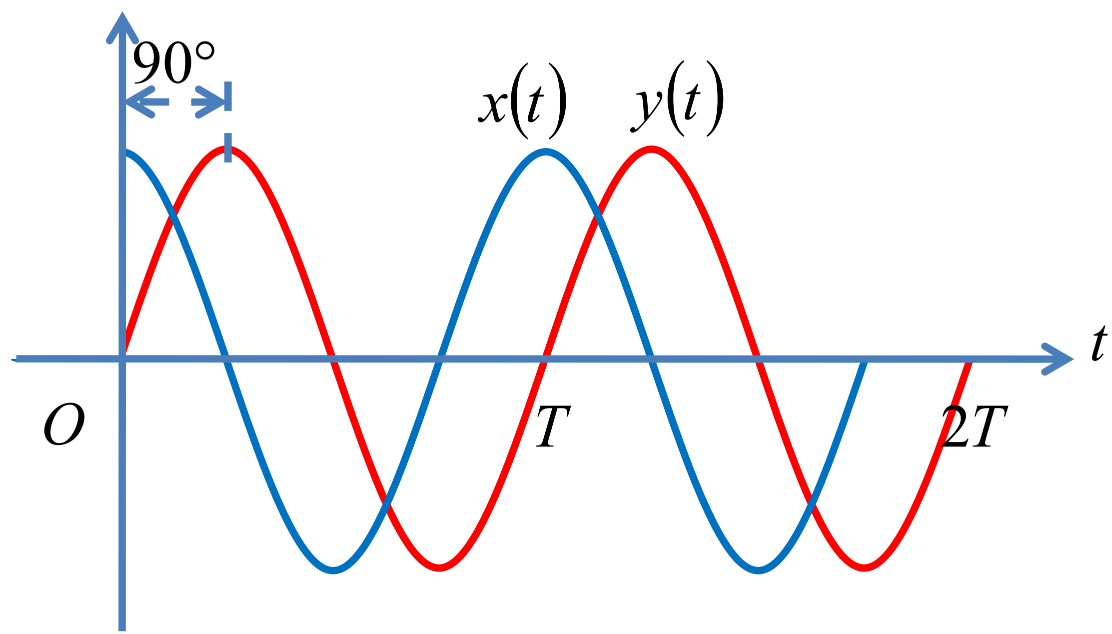


- 旋转矢量在x轴上的投影为余弦信号，在y轴上的投影为正弦信号
- 旋转矢量用复数表示
  - 相角φ=ωt，相角随时间匀速增加，增加速度为角速度ω

$$x(t) = A_m \cos\varphi = A_m \cos\omega t$$

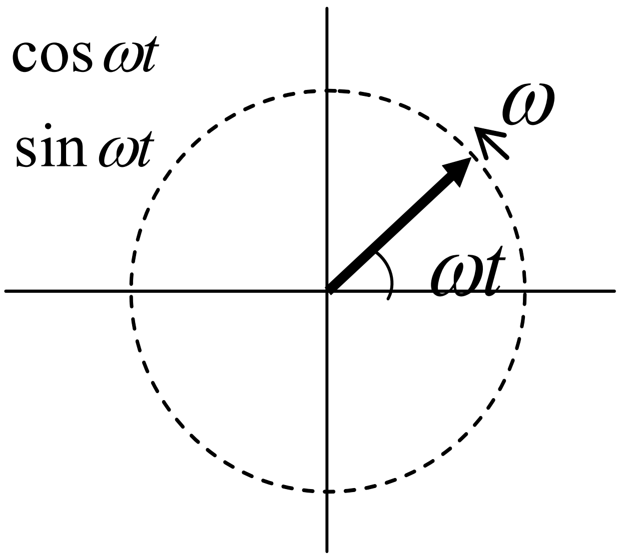
$$y(t) = A_m \sin\varphi = A_m \sin\omega t$$

$$s(t) = x(t) + jy(t)$$
$$= A_m \cos\omega t + jA_m \sin\omega t$$
$$= A_m e^{j\omega t}$$



正频率和负频率

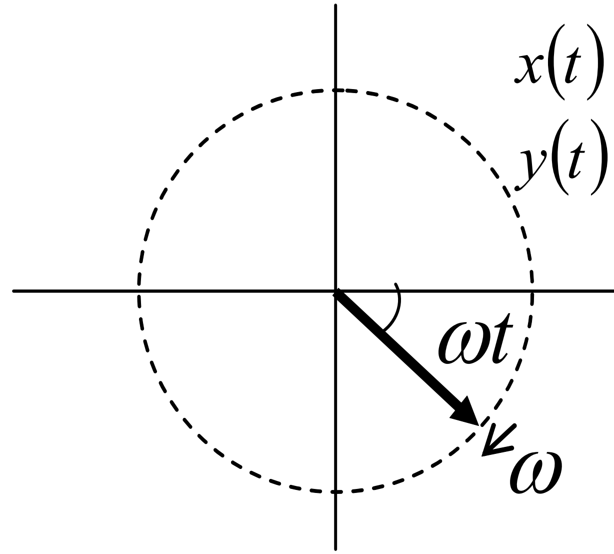
$$x(t)=A_m\cos\omega t$$
$$y(t)=A_m\sin\omega t$$



$$\vec{s}(t)=x(t)\hat{x}+y(t)\hat{y}$$
$$s(t)=x(t)+jy(t)$$
$$=A_m\cos\omega t+jA_m\sin\omega t$$
$$=A_m e^{j\omega t}=s_+$$

逆时针旋转矢量可视为正频率矢量

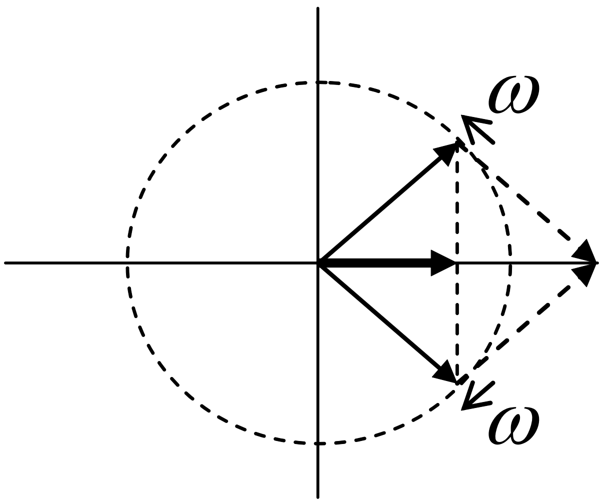
$$x(t)=A_m\cos\omega t$$
$$y(t)=-A_m\sin\omega t$$

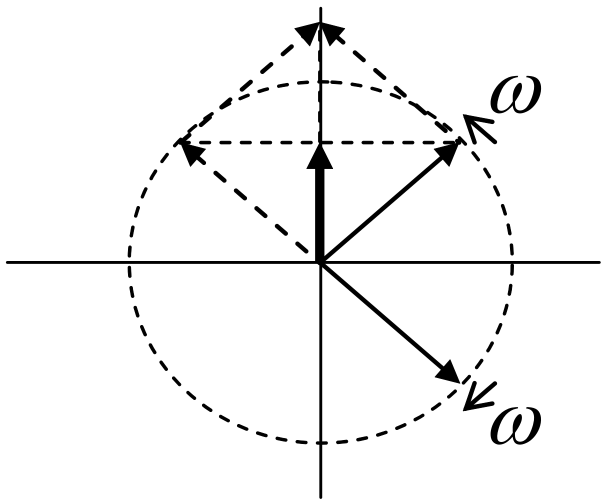


$$\vec{s}(t)=x(t)\hat{x}+y(t)\hat{y}$$
$$s(t)=x(t)+jy(t)$$
$$=A_m\cos\omega t-jA_m\sin\omega t$$
$$=A_m\cos(-\omega t)+jA_m\sin(-\omega t)$$
$$=A_m e^{-j\omega t}=s_-$$

顺时针旋转矢量可视为负频率矢量

正弦信号可由正频率和负频率矢量合成





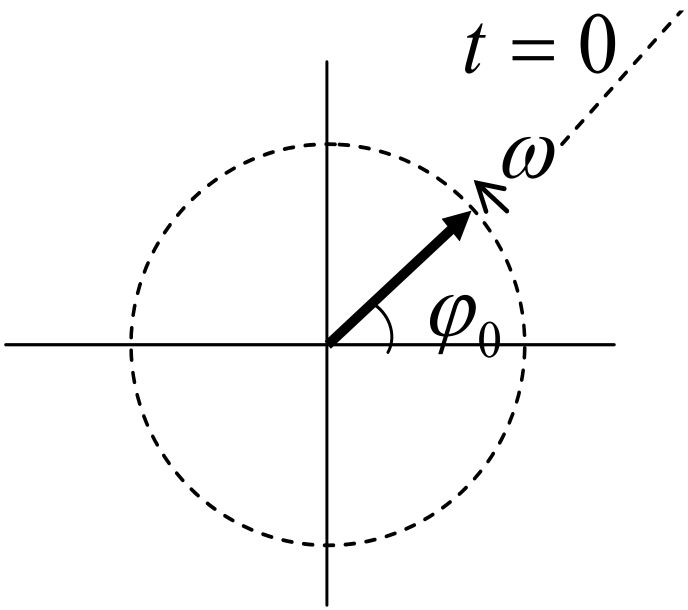
$$\cos\omega t = \frac{1}{2}\left(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\right)$$

$$j\sin\omega t = \frac{1}{2}\left(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right)$$

正弦信号可分解为正频率分量和负频率分量

$$\sin\omega t = \frac{1}{2j}\left(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right)$$

初始相位

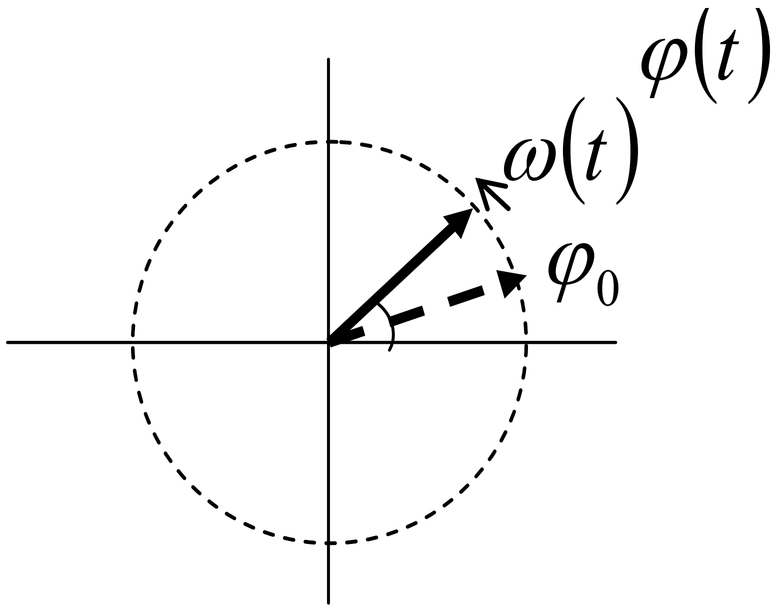


$$\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$$

$$\begin{aligned} s(t) &= x(t) + jy(t) \\ &= A_m \cos(\omega t + \varphi_0) + jA_m \sin(\omega t + \varphi_0) \\ &= A_m e^{j(\omega t + \varphi_0)} \\ &= A_m e^{j\varphi_0} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

描述正弦信号的三要素：幅度A_m，频率ω，初始相位φ_0

频率与相位的关系



$$x(t) = A_m \cos\varphi(t)$$

$$\varphi(t) = \int_0^t \omega(\tau)\cdot d\tau + \varphi_0$$

角度是角速度的积分

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

角速度是角度对时间的微分

$$\omega(t) = \omega_0 \quad \Leftrightarrow \quad \varphi(t) = \int_0^t \omega(\tau)\cdot d\tau + \varphi_0 = \omega_0 t + \varphi_0$$

例：调频波

$$\omega(t)=\omega_0+K_F\cdot v_b(t)$$

$$\omega_0=2\pi f_0, f_0=100MHz$$

- 某调频广播将低频语音信号$v_b(t)$负荷在中心频率为100MHz的射频频率上，该调频台发射电压幅值为200V，求发射电压表达式？

$$\varphi(t)=\int_0^t\omega(\tau)\cdot d\tau+\varphi_0$$

$$=\int_0^t[\omega_0+K_F\cdot v_b(\tau)]\cdot d\tau+\varphi_0$$

$$=\omega_0 t+K_F\cdot\int_0^t v_b(\tau)d\tau+\varphi_0$$

$$v_{FM}(t)=V_m\cos\varphi(t)$$

$$=200\cos\left(2\pi\times 100\times 10^6 t+K_F\cdot\int_0^t v_b(\tau)d\tau+\varphi_0\right)(V)$$

$$\vec{v}_{FM}(t)=200e^{j\left(2\pi\times 100\times 10^6 t+K_F\cdot\int_0^t v_b(\tau)d\tau+\varphi_0\right)}(V)$$

复数表述方式

$$v_{FM}(t)=\mathrm{Re}\left(\vec{v}_{FM}(t)\right)$$

八、信号

- **8.1** 信号分类

- **8.2** 信号时域和频域表述

- **8.3** 常用基本信号

8.1 信号分类

- 确定性信号与随机信号

- 周期信号和非周期信号
  - 周期信号

$$f(t)=f(t+nT) \qquad n=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

    - 满足上式的最小T，称为周期

  - 非周期信号

信号分类

- 连续时间信号，离散时间信号
  - 连续时间信号：时间是连续的（不可数）

$$f(t)$$

$$-\infty < t < +\infty$$

$$t \geq 0$$

$$t_1 < t < t_2$$

  - 离散时间信号：时间是离散的（可数）

$$f(n), n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

$$\ldots, f(-3), f(-2), f(-1), f(0), f(1), f(2), f(3), \ldots$$

信号分类

- 模拟信号，数字信号
  - 模拟信号：时间连续，幅度连续

$$f(t)=\sin(2\pi t) \qquad t\ge 0$$

- 抽样信号：时间离散，幅度连续

$$\Delta T=0.05$$

$$f(n\cdot 0.05)=\sin(2\pi n\cdot 0.05) \qquad n=0,1,2,\ldots$$

  - 数字信号：时间离散，幅度离散

$$f(0)=0.000$$

$$f(1)=0.309_{01699\ldots}$$

$$f(2)=0.587_{78525\ldots}$$

$$f(3)=0.809_{01699\ldots}$$

所谓离散，就是可数

电路中的数字信号指二进制01表述的有限位数的信号

8.2 信号的时域表述和频域表述

- 傅立叶变换（Fourier Transform），可以将时域（Time Domain）信号变换到频域（Frequency Domain）中处理
  - 傅立叶逆变换可将频域信号变换到时域
    - 傅立叶变换关系下，时域和频域等同：包含的信息等同

$$f(t) \overset{\text{傅立叶变换}}{\Rightarrow} F(\omega)$$

$$f(t) \overset{\text{傅立叶逆变换}}{\Leftarrow} F(\omega)$$

傅立叶变换/逆变换

信号的频域表述
频谱结构

信号的时域表述
时域波形

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$f(t)=f(t+nT)$$

$$\omega_0=2\pi\frac{1}{T}$$

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n e^{jn\omega_0 t}$$

F_n:傅立叶级数

$$=\sum_{n=0}^{+\infty} c_n\cos(n\omega_0 t+\varphi_n)$$

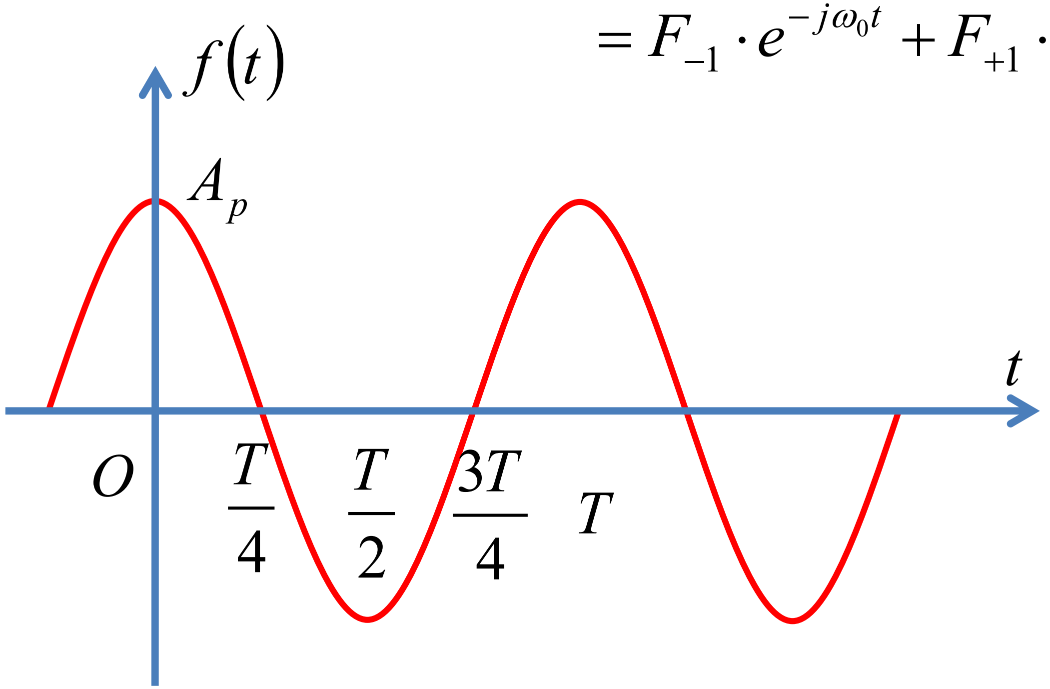
傅立叶变换在本学期数学课上讲，这里只给结论，
同学这里认可下述结论即可：

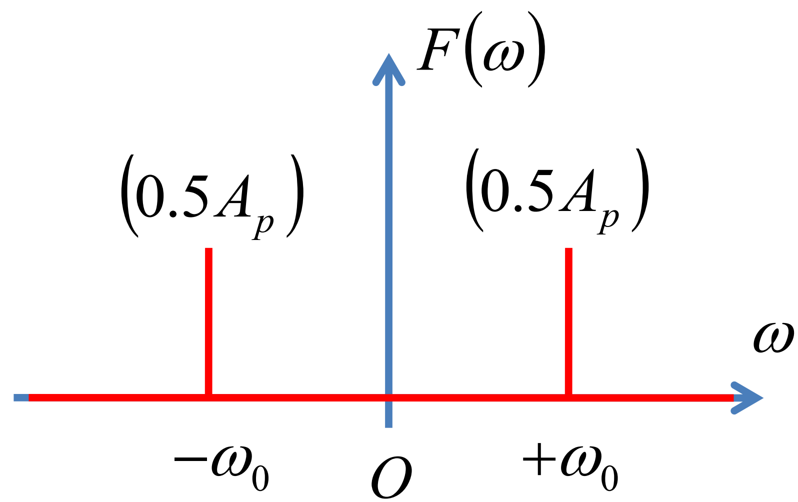
时域信号可以表述为单频信号的叠加（积分）
周期信号可以分解为正弦信号的叠加

余弦信号的频谱结构

$$f(t) = A_p \cos\omega_0 t = 0.5A_p\left(e^{-j\omega_0 t} + e^{j\omega_0 t}\right)$$

$$= F_{-1}\cdot e^{-j\omega_0 t} + F_{+1}\cdot e^{j\omega_0 t}$$





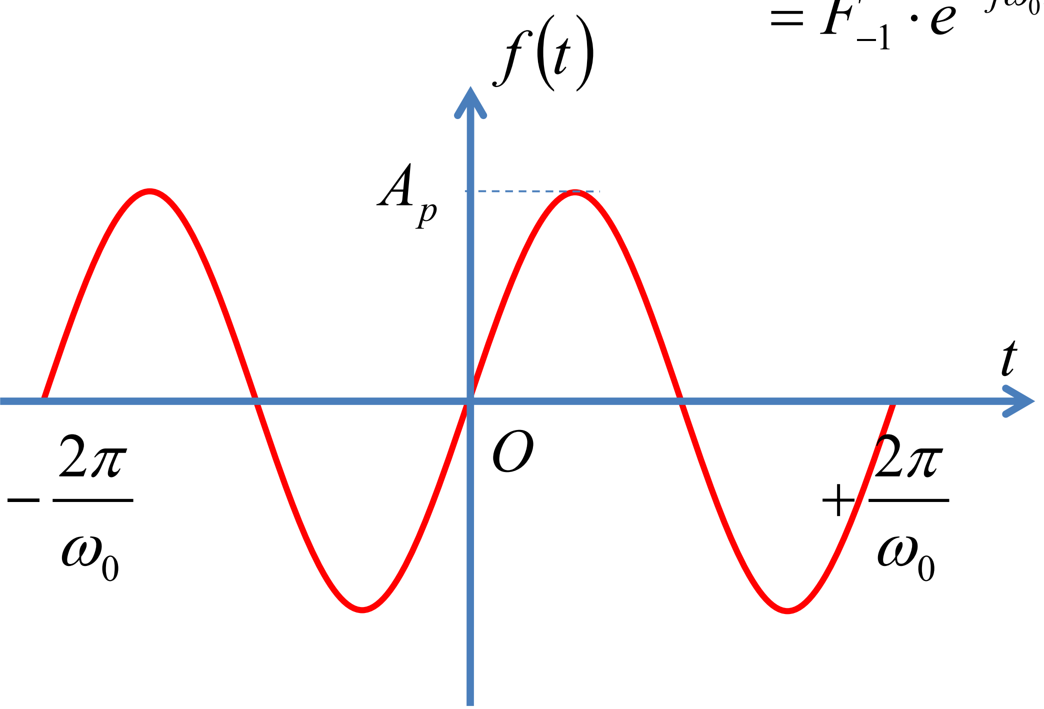
$$T = \frac{1}{f_0} \qquad \omega_0 = 2\pi f_0 \qquad T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

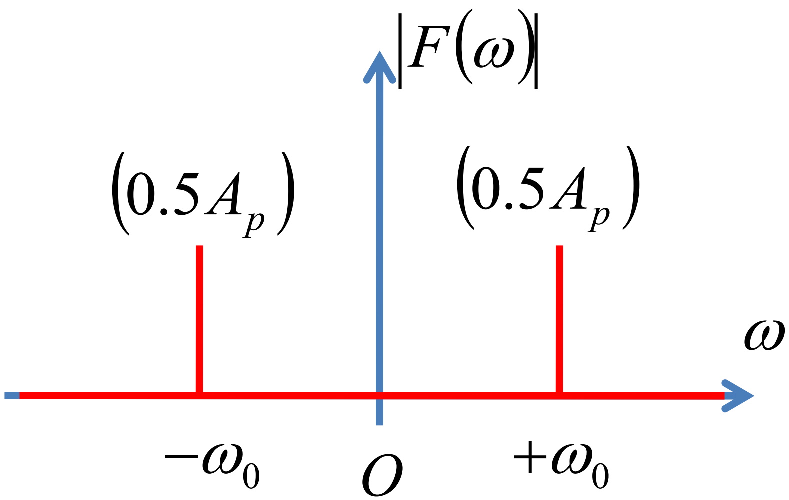
正弦信号的频谱结构

$$f(t) = A_p \sin\omega_0 t = -0.5jA_p\left(e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}\right)$$

$$= 0.5A_p e^{j\frac{\pi}{2}} e^{-j\omega_0 t} + 0.5A_p e^{-j\frac{\pi}{2}} e^{j\omega_0 t}$$

$$= F_{-1} \cdot e^{-j\omega_0 t} + F_{+1} \cdot e^{j\omega_0 t}$$





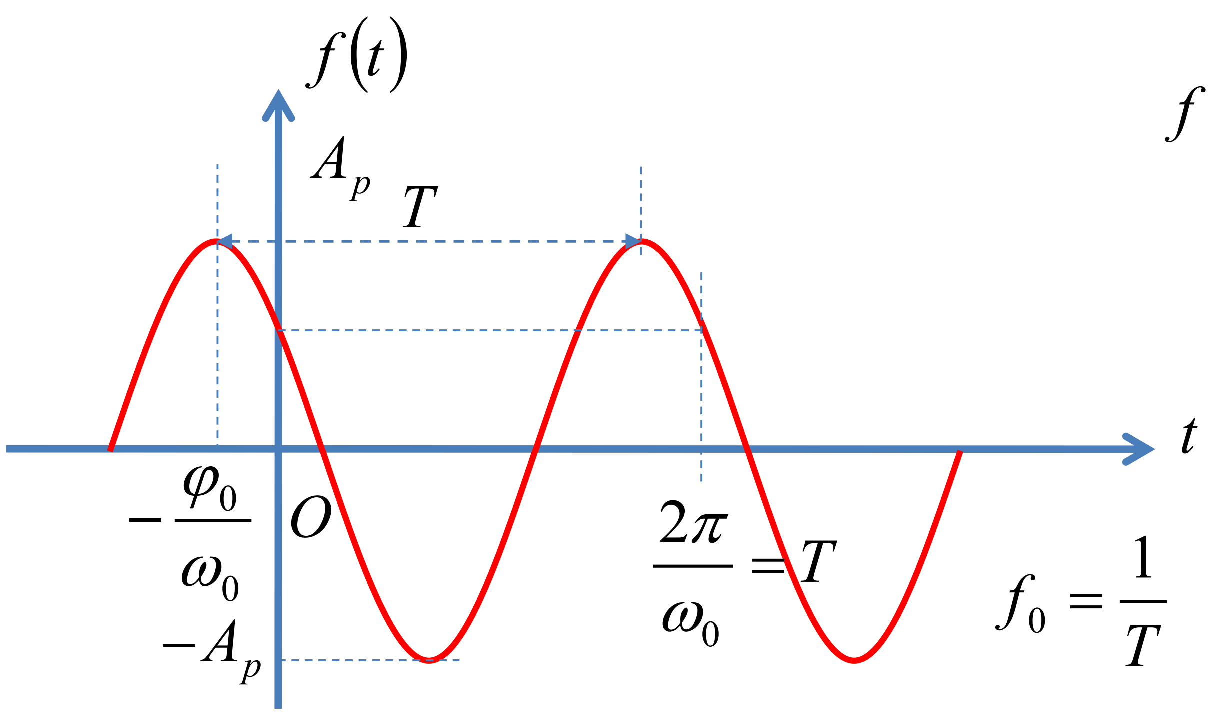
8.3 本课程常用的几个典型信号

- 这里仅列举本学期用到的数个信号

- 8.3.1 正弦信号
- 8.3.2 直流信号、交流信号
- 8.3.3 方波信号
- 8.3.4 噪声
- 8.3.5 语音信号（实际信号）

8.3.1 正弦信号

- 正弦函数表述的信号和余弦函数表述的信号在相位上仅差90°相移，被统称为正弦信号
  - 并且多以余弦函数表述为准



$$f(t) = A_p \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

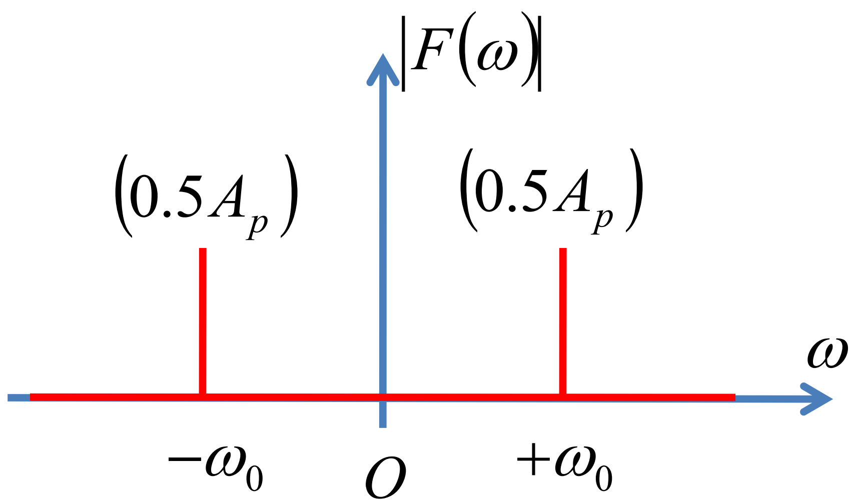
幅度　　频率　相位

$$\omega_0 T = 2\pi$$

$$f_0 = \frac{1}{T}$$

频谱结构

$$f(t) = A_p \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$
$$= 0.5A_p e^{-j\varphi_0} e^{-j\omega_0 t} + 0.5A_p e^{j\varphi_0} e^{j\omega_0 t}$$
$$= F_{-1} \cdot e^{-j\omega_0 t} + F_{+1} \cdot e^{j\omega_0 t}$$



- 电压或电流的平方代表功率

功率与有效值

$$f(t)=A_p\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$$

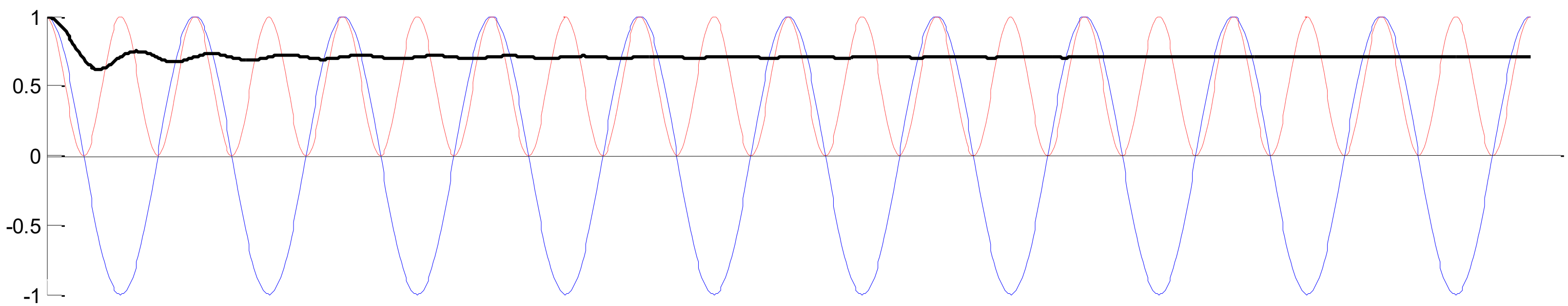
$$f^2(t)=A_p^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi_0)=A_p^2\frac{1+\cos(2\omega_0 t+2\varphi_0)}{2}$$

$$\overline{f^2(t)}=\frac{A_p^2}{2}$$

$$\sqrt{\overline{f^2(t)}}=\frac{A_p}{\sqrt{2}}=A_{rms}=0.707A_p$$

功率只和幅度有关，和相位无关

由功率折算的有效幅度值
相同幅度的直流具有相同功率



有效值、峰值、峰峰值

- 有效值：**effective value**
  - **rms: root mean square**：均方根值
  - 功率折合的有效直流幅值

$$f(t) = A_p \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$A_{rms} = \sqrt{\overline{f^2(t)}} = 0.707 A_p$$

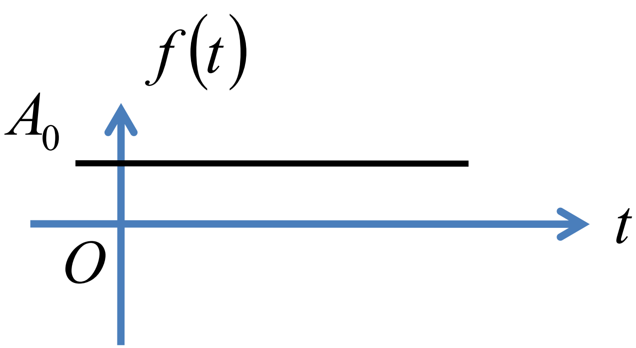
- 幅值：**amplitude**
  - 如果一个正弦信号的峰值为A_p
    - 其有效值A_{rms}则为$0.707A_p$
  - 峰峰值A_{pp}则为$2A_p$

8.3.2 直流信号

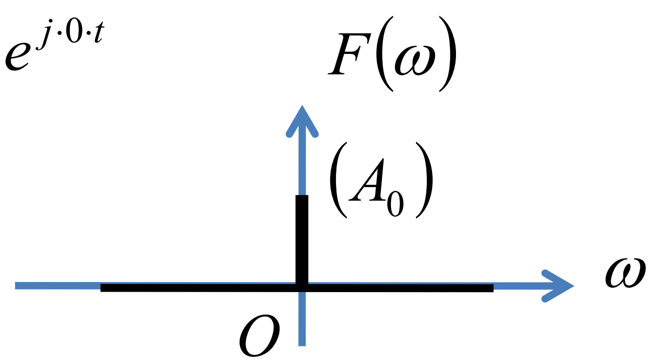
- 如果信号幅度和时间无关，是一个常量，则为直流信号
  - Direct Current: DC

$$f(t) = A_0$$

- 直流信号可视为正弦信号频率趋于零的极限情况，直流信号的频谱在零频上



$$f(t) = A_0 = A_0 e^{j\cdot 0\cdot t}$$



交流信号

- 平均值为零的信号，称为交流信号
  - Alternate Current: AC
    - Alternate：轮流的，交替的

- 任何一个信号均可分为直流分量与交流分量之和

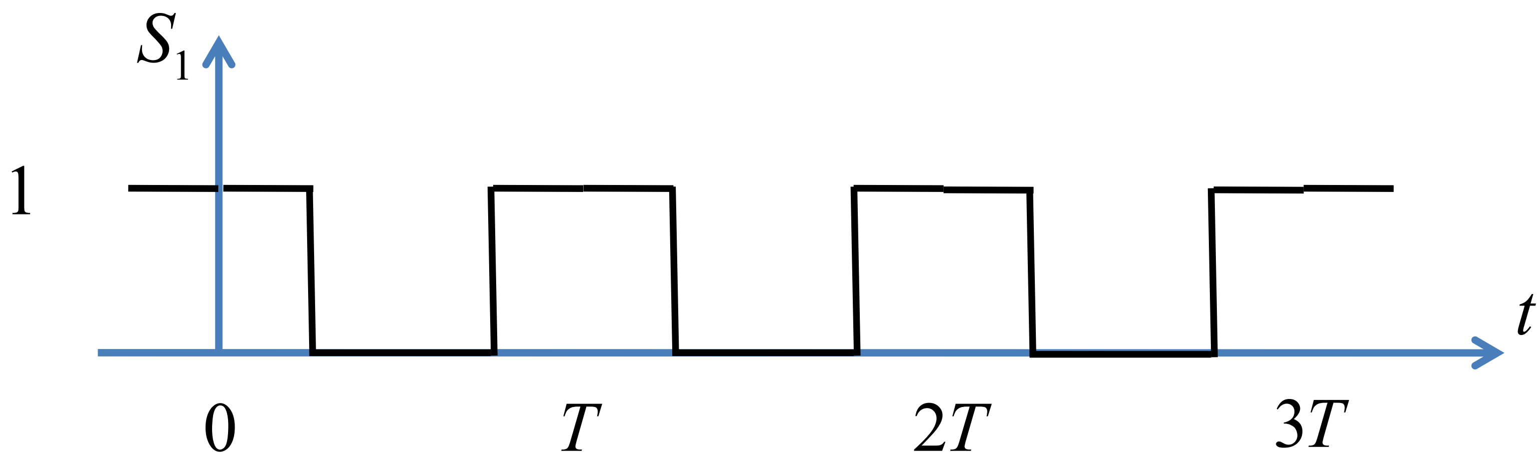
$$f(t) = f_{DC} + f_{AC}(t)$$

$$f_{DC} = \overline{f(t)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t)dt$$

$$f_{AC}(t) = f(t) - \overline{f(t)}$$

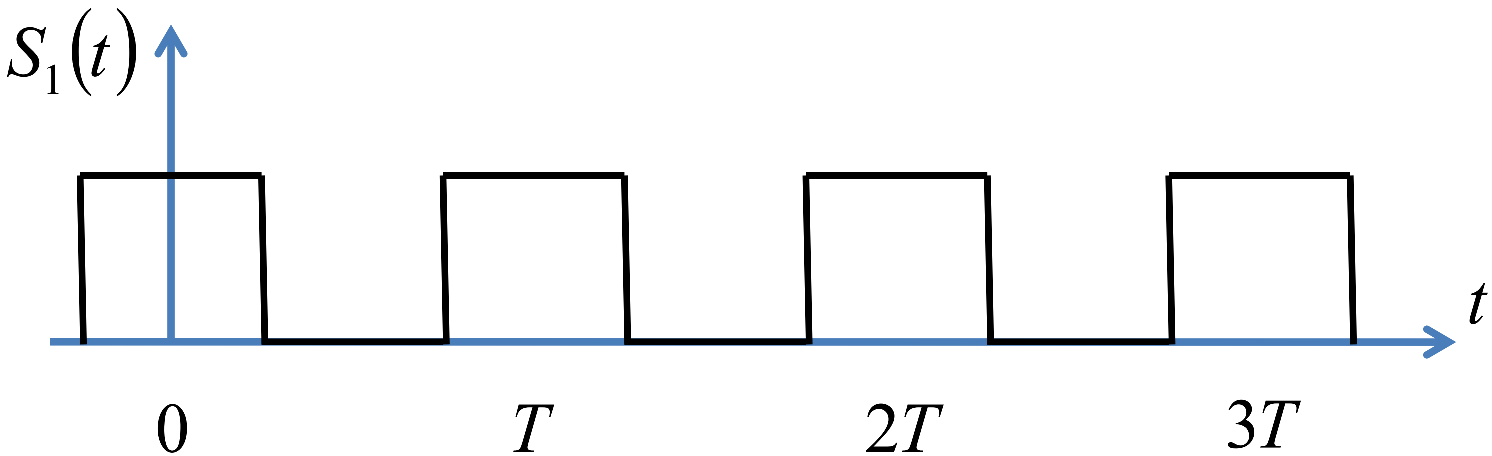
$$\overline{f_{AC}(t)} = \overline{f(t) - \overline{f(t)}} = \overline{f(t)} - \overline{f(t)} = 0$$

8.3.3　方波信号：开关信号



$$S_1(t)=\begin{cases}1 & t\in\left[kT-\dfrac{T}{4},kT+\dfrac{T}{4}\right]\\[2ex] 0 & t\in\left[kT+\dfrac{T}{4},kT+\dfrac{3T}{4}\right]\end{cases}\qquad k=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

方波信号的傅立叶级数展开



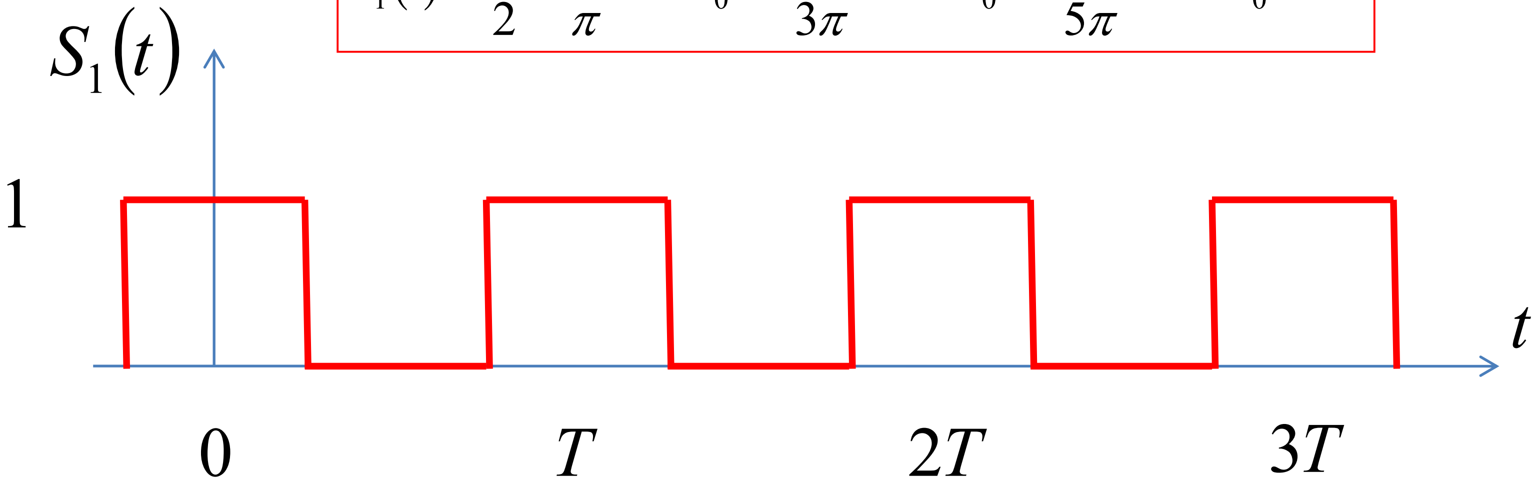
$$S_1(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\cos\omega_0 t-\frac{2}{3\pi}\cos 3\omega_0 t+\frac{2}{5\pi}\cos 5\omega_0 t-\ldots$$

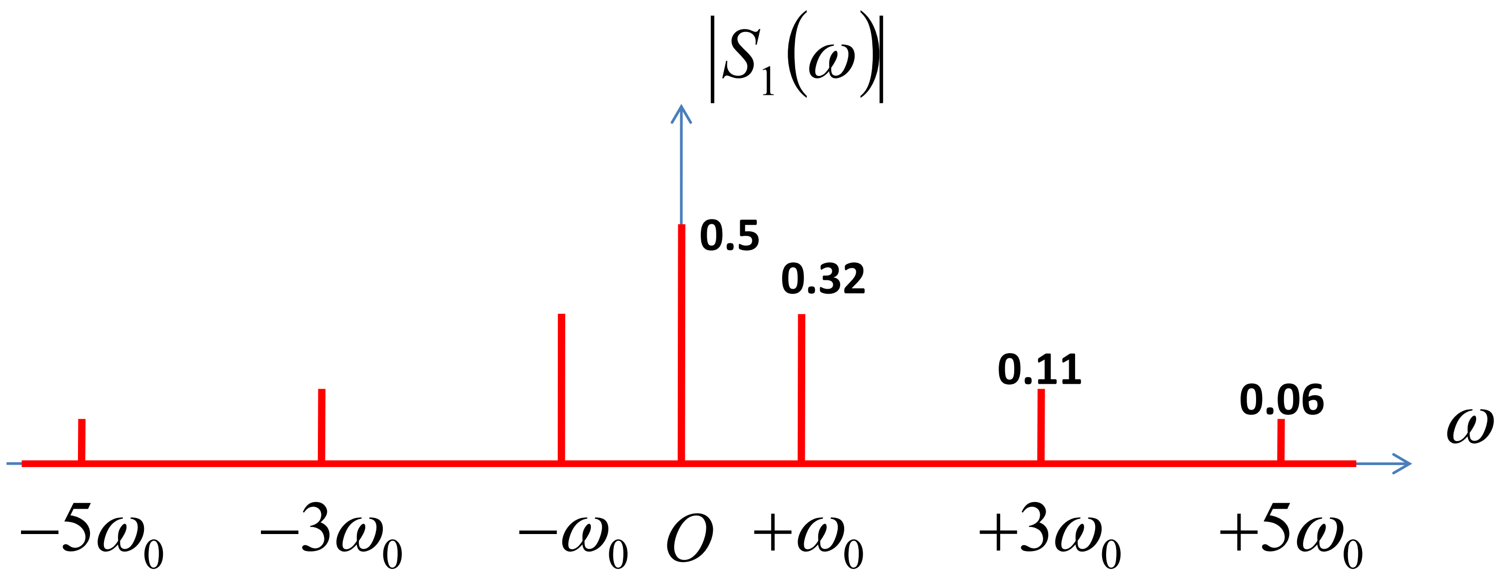
直流分量　基波分量　三次谐波分量　五次谐波分量

0/1方波信号中包含直流分量，基波分量，奇次谐波分量（三次、五次、七次、…）

方波信号的频谱

$$S_1(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\cos\omega_0 t-\frac{2}{3\pi}\cos 3\omega_0 t+\frac{2}{5\pi}\cos 5\omega_0 t-\ldots$$

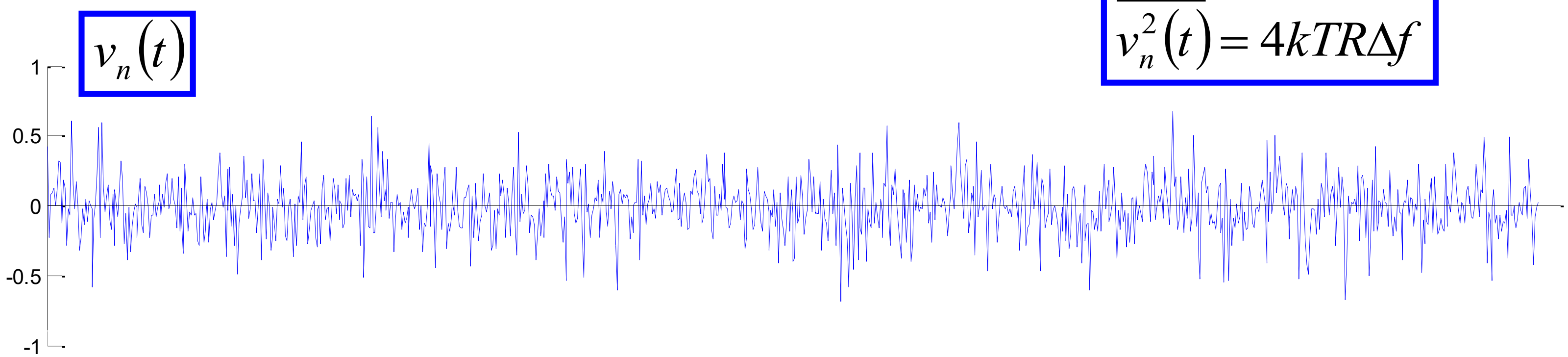


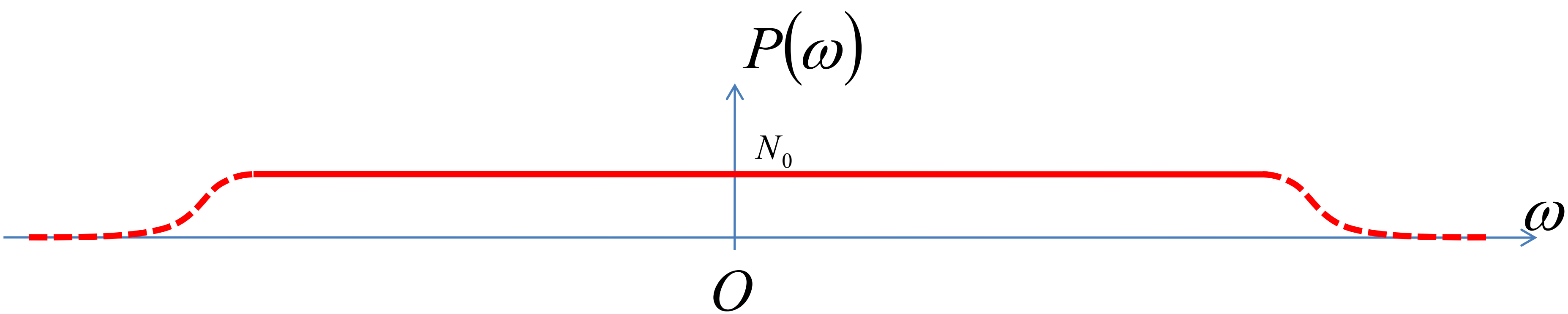


8.3.4 噪声功率谱

- 白噪声是最常见的一种噪声模型，如电阻热噪声，就认为它是白噪声，其功率谱为常数

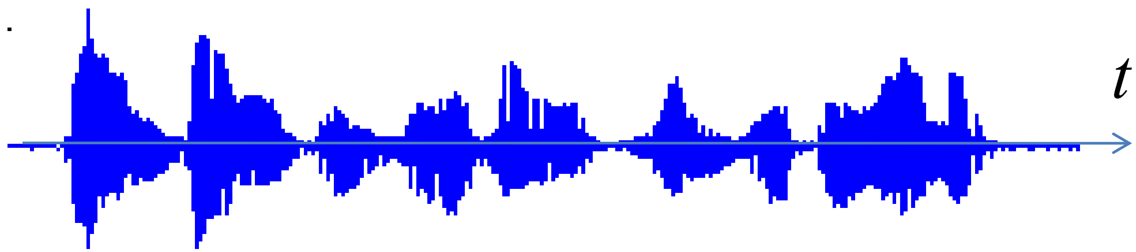
$$\overline{v_n^2(t)} = 4kTR\Delta f$$



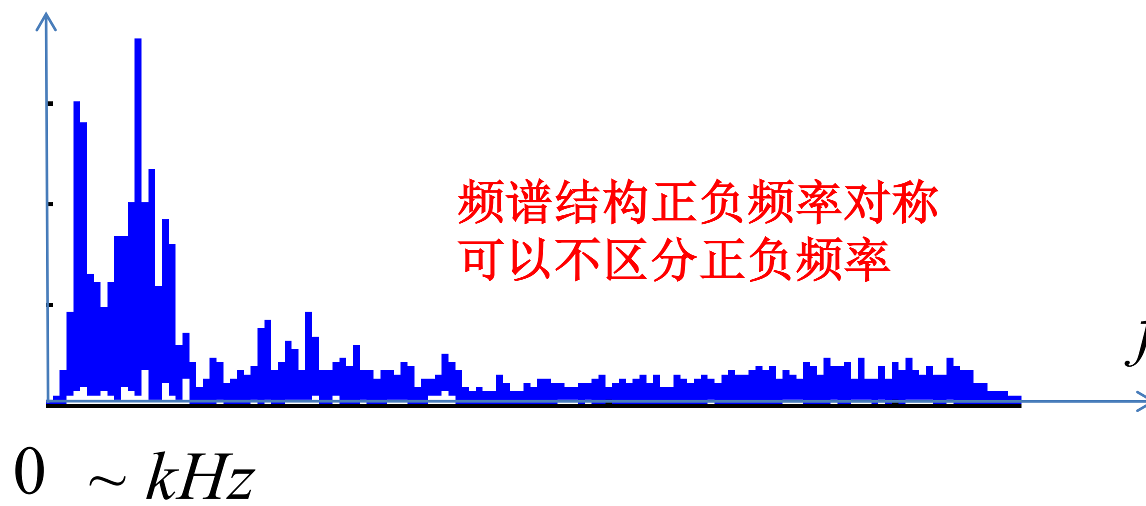


8.3.5 语音信号

- 对于确定性信号，由于可以预测其大小，因而可以认为它不含有新的信息

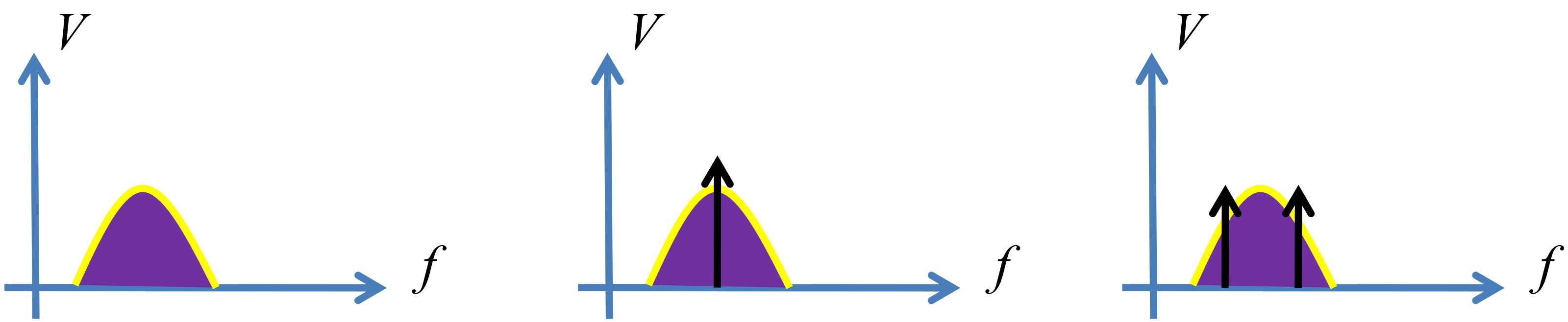


- 实际含有信息的信号往往都是随机的，如语音信号



电路信号的简化

- 实际包含信息的信号是随机信号，其功率谱基本上都是连续谱
- 为了分析简单，我们往往取连续谱中的一个或两个谱线作为研究对象，用确定性的正弦信号替代非确定的随机信号，分析其被电路系统处理后的信号变化情况，然后将对正弦信号的分析结果推广到随机信号上去



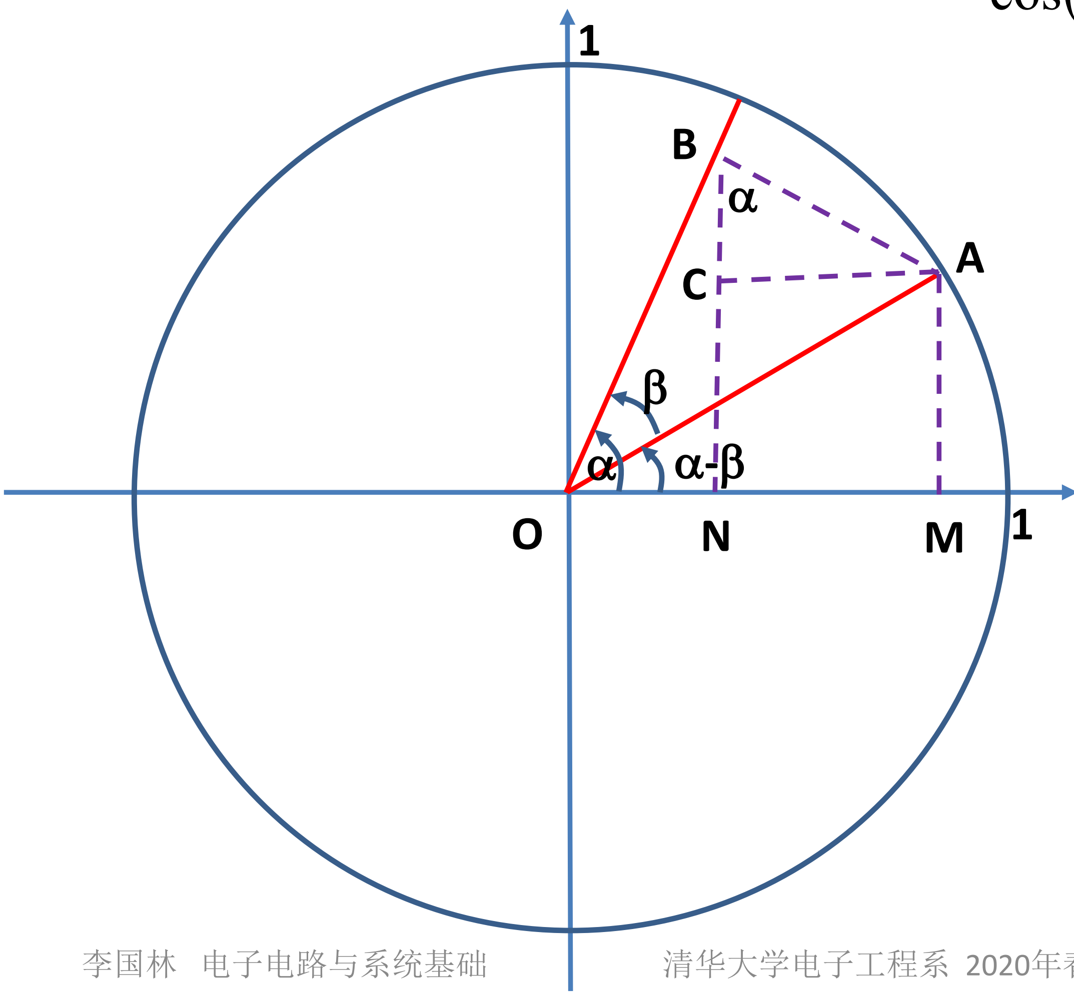
实际信号 $v_{in}(t)$

单音假设 $v_{in}(t)=V_{im}\cos\omega t$

双音假设 $v_{in}(t)=V_{im1}\cos\omega_1 t+V_{im2}\cos\omega_2 t$

补充：关于三角函数的一些运算规则

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$



$$\begin{aligned}
&\cos(\alpha-\beta)\\
&=OM\\
&=ON+NM\\
&=ON+CA\\
&=OB\cos\alpha+AB\sin\alpha\\
&=\cos\beta\cos\alpha+\sin\beta\sin\alpha\\
&=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta
\end{aligned}$$

关于三角函数的一些运算规则

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

和角公式

$$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cos\beta$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)}{2}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}{2}$$

积化和差

$$\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\begin{aligned}\cos^3\alpha&=\cos^2\alpha\cos\alpha\\&=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\cos\alpha\\&=\frac{\cos\alpha+\cos\alpha\cos 2\alpha}{2}\\&=\frac{\cos\alpha+\frac{\cos\alpha+\cos 3\alpha}{2}}{2}\\&=\frac{3\cos\alpha+\cos 3\alpha}{4}\end{aligned}$$

关于三角函数的一些运算规则

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

和角公式

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)}{2}$$

积化和差

$$\begin{aligned}\sin^3\alpha&=\sin^2\alpha\sin\alpha\\&=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}\sin\alpha\\&=\frac{\sin\alpha-\sin\alpha\cos 2\alpha}{2}\\&=\frac{\sin\alpha-\dfrac{\sin 3\alpha-\sin\alpha}{2}}{2}\\&=\frac{3\sin\alpha-\sin 3\alpha}{4}\end{aligned}$$

两个同频正弦波叠加

$A\cos\omega t + B\sin\omega t$

$$= \sqrt{A^2+B^2}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos\omega t + \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin\omega t\right)$$

$$= \sqrt{A^2+B^2}(\cos\varphi\cos\omega t + \sin\varphi\sin\omega t)$$

$$= \sqrt{A^2+B^2}\cos(\omega t-\varphi) = \sqrt{A^2+B^2}\cos\left(\omega t - \arctan\frac{B}{A}\right)$$

$\varphi = \arctan\dfrac{B}{A}$

一般默认情况　$A > 0$

$\varphi = \arctan\dfrac{B}{A} + \pi$

$A < 0$

正弦信号微分

$$\frac{d}{dt}\cos\omega t = -\omega\sin\omega t \qquad \frac{d}{dt}\sin\omega t = \omega\cos\omega t$$

二阶矩阵求逆

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

作业

- **05、请用矢量图来表述复数的加减乘除**
  - 其中，两个向量为S_1=6∠50°，S_2=3 ∠30°，求两个向量的加减乘除

- **06、调幅就是将低频信号v_b(t)线性负荷到正弦波的幅度上，请画出如下调幅波的波形**

$$v_{AM} = \left(1 + 0.5 v_b(t)\right)\cos\omega_c t$$

  - 为了画图方便，假设

$$v_b(t) = \cos\Omega t \qquad \Omega = 2\pi F \qquad F = 1kHz$$

$$\omega_c = 2\pi f_c \qquad f_c = 10kHz$$

    - 请尽快学会使用matlab帮助你做图，可以手工画图
    - 选作：请用矢量叠加图表述上述调幅波

作业

- **07**、在复平面坐标系中，画出 $1^{\frac{1}{6}}$ 的六个根的具体位置，写出**6**个根的复数表达式
  - 两种形式：实部虚部，幅度相位

- **08**、你是如何理解 $S\cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$ 的，其中**S**是一个矢量（复数）

- **09**、家用电器设备采用的**220V**，**50Hz**的市电是正弦波电压，其有效值为**220V**，其峰值为多少？其峰峰值为多少？

- **10**、已知方波电压为$V_0S_1(t)$，求其直流分量和电压幅度有效值
  - 直流分量为信号的平均值
  - 幅度有效值为功率折算电压幅度

$$V_{DC}=\overline{v(t)}=\frac{1}{T}\int_{-0.5T}^{+0.5T}v(t)dt$$

$$V_{rms}=\sqrt{\overline{v^2(t)}}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_{-0.5T}^{+0.5T}v^2(t)dt}$$

作业11、请补全下表

通常表示或科学计数表示	SI词头表示法	中文读法
$I = 0.025A$	$I = 25mA$	25毫安的电流
$U = 7.6 \times 10^{-7}V$		
	$t = 1ms$	
		0.3毫瓦的功率
$f = 9.8 \times 10^{8}Hz$		
		0.01缪法的电容
	$L = 5.3mH$	
$R = 1 \times 10^{5}\Omega$		
		1皮焦耳的能量

作业12 请补全下表

物理量	数值或比例数	dB数
电压U	100mV	dBV
功率P	W	20dBm= dBW
电压增益$A_v=V_o/V_i$	100	40dB
电流增益$A_i=I_o/I_i$	20	dB
功率增益$A_p=P_o/P_i$	100	dB
信噪比$SNR=P_s/P_n$		20dB
电压比值		3dB
电压比值		-3dB
功率比值		-3dB