

第五周作业

1. 掷 6 颗均匀骰子，求恰有两个一点出现的概率及其 Poisson 近似值（保留小数点后 4 位）。
2. 若惯用左手者的平均百分数是 1%，试计算 200 人中至少有 4 个惯用左手者的概率及其 Poisson 近似（保留小数点后 4 位）。
3. 一只昆虫产卵概率服从参数为 λ 的 Poisson 分布，而虫卵能发育成虫的概率为 p ($0 < p < 1$)，又设每个虫卵是否发育成虫是彼此独立的. 证明：有 k 个后代的概率是服从参数为 λp 的 Poisson 分布。
4. 假设湖中有 N 条鱼，捕获 M 条做了记号后放回，充分混合后再捕获 n 条上来，记 X 为其中带有记号的鱼的数量。
 - (1) 求 $P(X = m)$;
 - (2) 若 N 的具体值未知，而再捕获上来的当中有 m 条带有记号，给出你对湖中鱼总数 N 的估计值;
 - (3) 求使得 $P(X = m)$ 值最大的 N 的值 (M, n, m 的值固定), 并比较与 (2) 中的估计值作比较.
 - (4) 这个例子体现的极大似然估计的思想你能够理解吗? 试着将这一思想做简要说明.
5. 科技馆上午 9 点钟开馆，从 10 点开始每隔半小时有一次同样的科普实验展示，如果某个参观者到馆的时间服从 10 点至 11 点的均匀分布，求以下事件的概率：
 - a) 他等待科普实验展示的时间不超过 10 分钟;
 - b) 他等待科普实验展示的时间超过 20 分钟.
6. 某人被指控为一个新生儿的父亲. 此案鉴定人作证时指出：母亲的怀孕期（即从受孕到婴儿出生的时间）的天数近似地服从正态分布，其参数为 $\mu = 270$ ， $\sigma^2 = 100$. 被告提供的证词表明，他在孩子出生前 290 天出国，而于出生前

240 天才回来. 如果被告事实上是这个孩子的父亲, 试问那位母亲确有与证词相符的过长或过短的怀孕期的概率是多少?

7. 某人计划要开始一个 1 万公里的自驾旅行, 他的汽车已经跑了 1.5 万公里, 假设该品牌汽车在电池报废之前跑的公里数服从均值为 3 万公里的指数分布, 那么他不用更换电池就能跑完全程的概率是多大? 如果该品牌汽车在电池报废之前跑的公里数不服从指数分布 (但是知道其分布函数 F) 呢?