

第二周作业

1. 判断下列结论是否正确，并简要说明理由：

(1) $P(A) \geq P(A|B)$.

(2) 不存在既不互斥也不相互独立的事件 A, B .

(3) 若 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$ ，则 A, B, C 独立.

2. 假设 A 是小概率事件， $P(A) = \varepsilon$ ($0 < \varepsilon < 1$)，不断独立地重复此试验，证明：事件 A 迟早要发生的概率为 1.

3. 假设有 3 张形状相同的卡片，其中一张两面都是黑色，一张两面都是红色，另一张是一面红一面黑，随机取出一张放在桌上，朝上的面为红色，那么另一面是黑色的概率是多少？

4. n 个人按任一顺序依次抓阄，每个人抓完阄后立即打开，当某个人抓到“中”时，整个抓阄过程结束（后面的人就不必抓了）。问：此种抓阄方式是否公平，请说明理由.

5. 3 部电梯 5 名乘客，假设乘客选择电梯是随机的，求每部电梯至少有一名乘客的概率.

6. 考虑课上关于球色与盒子材质的例子（数据如下表），当摸出的球是绿色时，请给出盒子材质几种可能的概率.

	红	黄	蓝	绿
金 5	70	20	8	2
银 4	10	75	3	12
铜 3	5	12	80	3

7. 假设某医生考虑如下诊断方案：若有 80% 的可能确定病人患此病就会建议病人手术；否则推荐做进一步的检查，该检查昂贵且痛苦。现在该医生仅仅有 60% 的把握认为小明患此病，因此推荐做了进一步的检查，该检查对于确有此病的患者给出阳性结果，而对健康人却不会给出阳性结果。小明的检查结果呈阳性，正当要建议手术时，小明告诉医生他患有糖尿病。这个消息带来了麻烦，尽管它并不影响医生一开始对小明患病的 60% 的把握，但却影响了这个进一步检查项目的效果，该检查对于患有糖尿病却不患有这种疾病的人来说会有 30% 的可能给出阳性结果。问：此时医生是否应该仍旧建议手术？

8. 一个人左右口袋里各放一盒火柴，每盒 n 支，每次抽烟时随机选一盒拿出一支用掉，由于习惯的原因，选右面口袋的概率是 $p > \frac{1}{2}$ 。问：下述两种情形的概率是否相等？试求概率的值.

(1) 到某次他发现取出的这一盒已经空了，这时另一盒恰有 m 支火柴.

(2) 到他用完某一盒时另一盒恰有 m 支火柴.

9. 假设袋中有 a 个黑球, b 个白球, 每次取出一个球, 并将其换成黑球放回, 记第 k 次取出的是黑球的概率为 $P(B_k)$, 求 $P(B_2)$, $P(B_3)$; 若已知第二次取出的是黑球, 则第三次取出的也是黑球的概率是多少? 是否等于 $P(B_2)$?

10. 陈希孺书第一章习题第 26, 30 题.

26. 设男女两性人口之比为 51:49. 又设男人色盲率为 2%, 女人色盲率为 0.25%. 现随机抽到一个人是色盲, 问“该人为男人”的概率是多少?

30. 甲、乙二人约定了这样一个赌博规则: 有无穷个盒子, 编号为 n 的盒子中, 有 n 红球 1 白球, $n = 1, 2, \dots$, 然后甲拿一个均匀铜板掷到出现正面为止. 若到这时甲掷了 n 次, 则甲在编号为 n 的盒子中抽出一个球, 如抽到白球算甲胜, 否则乙胜. 你认为这规则对谁更有利?