

第四次作业

1. 掷 6 颗均匀骰子，求恰有两个一点出现的概率及其 Poisson 近似值（保留小数点后 4 位）。
2. 若惯用左手者的平均百分数是 1%，试计算 200 人中至少有 4 个惯用左手者的概率及其 Poisson 近似（结果保留 4 位小数）。
3. 一只昆虫产卵概率服从参数为 λ 的 Poisson 分布，而虫卵能发育成虫的概率为 p ($0 < p < 1$)，又设每个虫卵是否发育成虫是彼此独立的。证明：有 k 个后代的概率是服从参数为 λp 的 Poisson 分布。
4. 假设湖中有 N 条鱼，捕获 M 条做了记号后放回，充分混合后再捕获 n 条上来，记 X 为其中带有记号的鱼的数量。
 - (1) 求 $P(X = m)$;
 - (2) 若 N 的具体值未知，而再捕获上来的当中有 m 条带有记号，给出你对湖中鱼总数 N 的估计值；
 - (3) 求使得 $P(X = m)$ 值最大的 N 的值 (M, n, m 的值固定)，并比较与 (2) 中的估计值作比较。
 - (4) 这个例子体现的极大似然估计的思想你能够理解吗？试着将这一思想做简要说明。
5. 科技馆上午 9 点钟开馆，从 10 点开始每隔半小时有一次同样的科普实验展示，如果某个参观者到馆的时间服从 10 点至 11 点的均匀分布，求以下事件的概率：
 - (1) 他等待科普实验展示的时间不超过 10 分钟；
 - (2) 他等待科普实验展示的时间超过 20 分钟。
6. 某人被指控为一个新生儿的父亲。此案鉴定人作证时指出：母亲的怀孕期（即从受孕到婴儿出生的时间）的天数近似地服从正态分布，其参数为 $\mu = 270$ ， $\sigma^2 = 100$ 。被告提供的证词表明，他在孩子出生前 290 天出国，而于出生前

240 天才回来. 如果被告事实上是这个孩子的父亲, 试问那位母亲确有与证词相符的过长或过短的怀孕期的概率是多少?

7. “各个年龄段吸烟者的死亡率是非吸烟者死亡率的 2 倍”这个说法的意思是什么? 是不是说对于同年龄的非吸烟者和吸烟者来说, 前者活到一个给定时间的概率是后者的 2 倍? 假设 50 到 60 岁之间的非吸烟者死亡率是 $\frac{1}{30}$, 分别求一个 50 岁非吸烟者和吸烟者活到 60 岁的概率 (结果保留 4 位小数).
8. 某人计划要开始一个 1 万公里的自驾旅行, 他的汽车已经跑了 1.5 万公里, 假设该品牌汽车在电池报废之前跑的公里数服从均值为 3 万公里的指数分布, 那么他不用更换电池就能跑完全程的概率是多大? 如果该品牌汽车在电池报废之前跑的公里数不服从指数分布 (但是知道其分布函数 F) 呢?
9. (选做题)利用 R 语言实现. 从正态分布 $N(100, 100)$ 中随机产生 1000 个随机数, (1) 作出这 1000 个正态随机数的直方图; (2) 从这 1000 个随机数中随机有放回地抽取 500 个, 作出其直方图; (3) 比较它们的样本均值与样本方差.