

第三次作业

1. 考虑课上关于球色与盒子材质的例子（数据如下表），当摸出的球是绿色时，请给出盒子材质几种可能的概率。

	红	黄	蓝	绿
金 5	70	20	8	2
银 4	10	75	3	12
铜 3	5	12	80	3

2. 根据症状检查,某患者有 70%可能患有病症 A,患有病症 B,C 的可能分别为 20%和 10%. 现在有甲乙两种药物治疗方案,治愈率如下表所示:

	A	B	C
甲	80%	5%	20%
乙	70%	40%	10%

你会给出哪种治疗方案建议? 请说明理由.

3. 某学生参加限时为 1 小时的测验, 其在 x ($0 \leq x \leq 1$) 小时内完成的概率是 $0.5x$, 已知他在 45 分钟后仍在答题, 问他最后用光 1 小时的概率是多少?
4. 掷 2 颗均匀的骰子, 并记录点数之和 X .

(1) 若掷一次并观察到点数之和为奇数, 求 $P(X = 7)$.

(2) 若反复掷直到 $X = 7$ 出现, 求该事件发生的概率. 与直觉是否相符?

(3) 若反复掷, 求 $X = 7$ 先于 $X = 8$ 出现的概率.

5. 假设袋中有 a 个黑球, b 个白球. 每次取出一个球, 取到白球则停止, 记 X 为此时已取出黑球的个数, 求 $P(X = k)$ ($k = 1, 2, \dots$).

6. 已知 $F(x) = P(X \leq x)$ 是随机变量 X 的分布函数.

(1) 证明: $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$.

(2) 证明: $F(x)$ 右连续.

(3) 求 $P(a \leq X \leq b)$.

7. 给出 5 个不同的随机变量的例子, 并指明随机变量的类型和相关的样本空间.

8. 已知 X 为离散型随机变量, 证明: $\text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X)$; 你中学学到的方差是否与课上的定义相一致? 请简要说明理由.