

第二次作业

1. 通过将事件 $A+B+C$ 表示成适当的互斥事件之和来证明:

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

2. 判断下列结论是否正确, 并简要说明理由:

(1) $P(A) \geq P(A|B)$.

(2) 不存在既不互斥也不相互独立的事件 A, B .

(3) 若 $P(ABC) = P(A)P(B)P(C)$, 则 A, B, C 独立.

3. 假设 A 是小概率事件, $P(A) = \varepsilon$ ($0 < \varepsilon < 1$), 不断独立地重复此试验, 证明: 事件 A 迟早要发生的概率为 1.

4. 假设有 3 张形状相同的卡片, 其中一张两面都是黑色, 一张两面都是红色, 另一张是一面红一面黑, 随机取出一张放在桌上, 朝上的面为红色, 那么另一面是黑色的概率是多少?

5. n 个人按任一顺序依次抓阄, 每个人抓完阄后立即打开, 当某个人抓到“中”时, 整个抓阄过程结束 (后面的人就不必抓了). 问: 此种抓阄方式是否公平, 请说明理由.

6. 有 3 部电梯 5 名乘客, 假设乘客选择电梯是随机的, 求每部电梯至少有一名乘客的概率.

7. 假设某医生考虑如下诊断方案: 若有 80% 的可能确定病人患此病就会建议病人手术; 否则推荐做进一步的检查, 该检查昂贵且痛苦. 现在该医生仅仅有 60% 的把握认为小明患此病, 因此推荐做了进一步的检查, 该检查对于确有此病的患者给出阳性结果, 而对健康人却不会给出阳性结果. 小明的检查结果呈阳性, 正当要建议手术时, 小明告诉医生他患有糖尿病. 这个消息带来了麻烦, 尽管它并不影响医生一开始对小明患病的 60% 的把握, 但却影响了这个进一步检查项目的效果, 该检查对于患有糖尿病却不患有这种疾病的人来说会有 30% 的可能给出阳性结果. 问: 此时医生是否应该仍旧建议手术?

8. 一个人左右口袋里各放一盒火柴, 每盒 n 支, 每次抽烟时随机选一盒拿出一支用掉, 由于习惯的原因, 选右面口袋的概率是 $p > \frac{1}{2}$. 问: 下述两种情形的概率是否相等? 试求概率的值.

(1) 到某次他发现取出的这一盒已经空了, 这时另一盒恰有 m 支火柴.

(2) 到他用完某一盒时另一盒恰有 m 支火柴.

9. 假设袋中有 a 个黑球, b 个白球, 每次取出一个球, 并将其换成黑球放回, 记第 k 次取出的是黑球的概率为 $P(B_k)$, 求 $P(B_2)$, $P(B_3)$; 若已知第二次取出的是黑球, 则第三次

取出的也是黑球的概率是多少? 是否等于 $P(B_2)$?

10. 陈希孺书第一章习题第 26, 30 题.

26. 设男女两性人口之比为 51:49. 又设男人色盲率为 2%, 女人色盲率为 0.25%. 现随机抽到一个人是色盲, 问“该人为男人”的概率是多少?

30. 甲、乙二人约定了这样一个赌博规则：有无穷个盒子，编号为 n 的盒子中，有 n 红球 1 白球， $n = 1, 2, \dots$ ，然后甲拿一个均匀铜板掷到出现正面为止。若到这时甲掷了 n 次，则甲在编号为 n 的盒子中抽出一个球，如抽到白球算甲胜，否则乙胜。你认为这规则对谁更有利？

11. (选做题) 进一步了解 R 语言，学习 R 的基本原理。