

林元烈概率期中试题 (2006)

一、3球：1红2黑，从中取求后放回

每次换一个不同颜色的球， $X_n$ : n次后红球的个数。

(1)、求 $X_1, X_2, X_3$ 关于 $X_1$ 的条件分布律。

(2)、求 $E(X_2 | X_1)$ 分布律。

(3)、 $\{X_1 = 2\}$ 与 $\{X_2 = 2\}$ 是否相容？是否独立？

二、 $N_1, N_2$ 独立， $N_i \sim Po(\lambda_i), i=1, 2$

(1)、求证： $N_1 + N_2 \sim Po(\lambda_1 + \lambda_2)$

(2)、求 $E(N_1 | N_1 + N_2)$ 的分布律

三、 $(X, Y) \sim N(\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \rho)$ ， $E(Y|X=x) = \mu_2 + \rho\sigma_2\sigma_1^{-1}(x - \mu_1)$ ， $Z_1 = X - \mu_1$ ，

$Z_2 = Y - E(Y|X)$ ， $Z = (Z_1, Z_2)^T$

(1)、 $Z_1$ 与 $Z_2$ 是否相关？是否独立？

(2)、求 $f_Z(z)$

四、 $X, Y$ 独立， $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $p(Y=k) = (1-p)^{k-1}p$

(1)、求 $f_{X|Y}(u)$

(2)、求 $E\left(\frac{X}{Y}\right)$

五、 $X_1, X_2$ 相互独立， $X_i \sim Ex(\lambda_i), X_{(1)}, X_{(2)}$ 是失效时刻， $N(t) : (0, t]$ 失效个数

(1)、求 $N(t)$ 分布律， $EN(t)$

(2)、求 $EX_2$