卷A 《随机数学方法考试题》( 01.1)

一( 30分)、填空与判正误(正确时填√，错误时填X；填入的分布必须带参数)

 1. P(A∪B) = 1/2, 且A与B独立. ( × )

 2. 设*rv X*~ Ex(λ), … D*Y* = 4(e 1e 2).

 3. 对其期望估计时, 比更有效. ( × )

 4．1)  ~ *t* (m).

  ~ *F* (1, n1).

 2) 填表:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 和的分布为 | *n*足够大时样本均值的近似分布 |
| 设为0-1分布 | B(*n*,*p*) |  N(*p*, *pq*/*n*) |
| 设 |  P(nλ) |  N(λ, λ/n) |

二( 10分) 随机相位正弦波

解

 .

 .

三 (10分)、问和是否独立?

解 由设及二元正态分布性质, 计算知

而

 

故*U*和*V*不是不相关的, 因此不能独立.

四( 10分)、设在(s, t] 时段内访问次数

1) 试求的分布；2) 求概率的下限.

解 1).

.

(故～, 它也可由Poisson流性质得到).

2). 由Poisson流性质, 可写= *X*1 + *X*2, 其中，故.

（也可利用1）的结果直接计算）.

利用切贝雪夫不等式, 

计算并利用



故 , 即所求概率的下限为0.92.

五( 10分) 设元件*b*i的次品率…求正品数*Y*的分布和数学期望.

解 以记*a*i抽出的正品数，则 即

它是几何分布，由定义易求得其期望为，

即, 于是两人抽出正品数的期望为：

 .

最后求*Y*分布. 注意由题设知*X*1与*X*2独立,



 

当 ，

上式=

 =

当，上式= =, *n* = 0, 1, ….

六 ( 10分)、设 .

1. 试求*Z*(*t*)- *Z*(*s*)的分布, 其中0*s< t*.
2. 试证 .

解 1) 由设*X*、*Y*为*iid*, ~ N(0, 1)，

*Z*(*t*)- *Z*(*s*) = (*s*-*t*)*Y*有正态分布, 容易算得参数知 *Z*(*t*)- *Z*(*s*)~N(0, (t-s)2).

2) 由设及条件期望的线性性质, 并注意*X*、*Y*为*iid*, 及E*Y*= 0,



也可直接如下推证.

由设*X*、*Y*为*iid*, 且为正态, 而 (*Z*(*s*), *Z*(*t*)) = ,

因此它为二元正态, ~ N(0, 0, (1+*s*2), (1+*t*2), (1+st)/), 于是

(*Z*(0), *Z*(*t*)) ~ N(0, 0, 1, 1+*t*2, 1/)

 



即 , 故证得命题.

七 ( 20分) 现从某厂生产的一批

解1) Vc含量波动程度置信上限= .

由抽样数据 ,

 = =16×20.5209/7.962 = 41.24.

2) H0： H1：

由设Vc的含量X服从正态分布, 未知，故选*t* 检验, 并选左拒绝域 .

统计量 . 由样本观测值，

统计量观测值 .

查表 < 0.3744, 不在拒绝域内，且因为离开边界点较远，接受H0即认为该批罐头的Vc含量不少于21毫克，因此合格。