1.在长为a的线段的中点的两边随机的各选取一点，求两点间距离小于$\frac{a}{3}$ 的概率。

2.设随机变量$X_1,...,X_n$相互独立，且都是区间$[0,\theta]$的均匀分布，定义：$Y=max\{X_1,...,X_n\},Z=min\{X_1,...,X_n\}$。

(1).求(Y,Z)的联合分布函数$F(y,z)$；(2).求Y和Z的数学期望和方差。

3.设(X,Y)的联合密度函数为$p(x,y)=\begin{cases}\frac{1+xy}{4} & \text{if } (x,y)\in[-1,1]^2\\ 0 & \text{if } else\end{cases}$ 问：(1).X与Y是否独立？(2).X^2与Y^2是否独立？

4.设X、Y独立，都服从均匀分布$U(0,1)$。记$U=min(X,Y),V=max(X,Y)$，$W=U/V$。

(1).求U、V各自的概率分布函数；

(2).证明U、V服从平面区域$\{(u,v)|0<u\leq v<1\}$上的均匀分布；

(3).求W和V的联合概率密度函数，并判断W和V是否独立，请给出解释。

5.设(X,Y)的联合密度函数为$p(x,y)=\begin{cases}3x & \text{if } 0<x<1,0<y<x\\ 0 & \text{if } else\end{cases}$ 试求Z=X-Y的密度函数。

6.设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为$p(x,y)=\frac{1}{2}\{\varphi_1(x,y)+\varphi_2(x,y)\}$其中$\varphi_1,\varphi_2$分别为$N(0,0,1,1,\frac{1}{3})$和$N(0,0,1,1,-\frac{1}{3})$分布的概率密度函数。

(1).求X、Y的边际密度函数；

(2).求X和Y的相关系数；

(3).X、Y是否相互独立？

7.设随机变量X_1与X_2相互独立同分布，其密度函数为$p(x)=\begin{cases}2x & \text{if } 0<x<1\\ 0 & \text{if } else\end{cases}$ 试求$Z=max\{X_1,X_2\}-min\{X_1,X_2\}$的分布。

8.设随机变量X和Y都只能取两个值，试证：X与Y的独立性与不相关性是等价的。

9.设随机变量$X\sim N(0,1)$，Y各以0.5的概率取值±1，且假定X与Y相互独立，令$Z=X\cdot Y$，证明：

(1).$Z\sim N(0,1)$；

(2).X与Z既不相关也不独立。（注：此题说明不相关性不蕴含独立性）

10.设随机变量X、Y独立同$\lambda=1$的指数分布，试证$X+Y$与$\frac{X}{X+Y}$相互独立。