

# “概率论与数理统计”第一次习题课题目

1. 设一个昆虫生产 $k$ 个卵的概率为 $P(X = k) = e^{-\lambda} \lambda^k / k!$  ( $\lambda > 0$ 为常数), 又设一个虫卵孵化为昆虫的概率为 $p$ , 若卵能否孵化为虫是相互独立的, 求此昆虫的下一代有 $r$ 条昆虫的概率。
2. 设罐中有 $b$ 个黑球、 $r$ 个红球, 每次随机地取出一个球, 取出后将原球放回, 再加入 $c$  ( $c > 0$ )个同色的球。试证: 第 $n$ 次取到黑球的概率为 $b/(b+r)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ 。
3. 甲掷硬币 $n+1$ 次, 乙掷硬币 $n$ 次, 求甲掷出的正面数目比乙掷出的正面数目多的概率。
4. 在一个游戏中有三扇门, 一个后边有汽车, 其余后边是山羊。主持人让你任意选择其一。并且总会打开另外两扇门中的某扇背后是山羊的门让你看。这时, 他给你机会让你可以重选, 也就是你可以换选另一个剩下的门。那么, 你换不换?
5. 一对夫妇有两个孩子, 一大一小, 考虑以下问题:
  - (1) 已知大的那个孩子是个男孩, 问小的那个孩子也是男孩的概率;
  - (2) 已知其中有一个孩子是男孩, 问另一个孩子也是男孩的概率;
  - (3) 已知其中有一个孩子是出生于星期二的男孩, 问另一个孩子也是男孩的概率。
6. 假设我在找一封信, 有 $1/5$ 的概率是我把它弄丢了, 不然就是我之前随机地把它放在8个抽屉中了。我打开了前3个抽屉, 没有发现我的信, 问信在剩余的5个抽屉中的概率是多大?
7. 将 $n$ 个完全相同的球(这时也称球是不可辨别的)随机地放入 $N$ 个盒子中, 试求:
  - (1) 某个指定的盒子中恰好有 $k$ 个球的概率;
  - (2) 恰好有 $m$ 个空盒的概率;
  - (3) 某指定的 $m$ 个盒子中恰好有 $j$ 个球的概率。
8. 假设明天早上我约了某人见面, 但是具体见面时间我忘了, 只知道是8:00 - 9:00的某个时候。那么我随便在这个时段中选择一个去等对方, 最多等半小时, 能等到对方的概率是多少(假设对方先到的话不会等我)?
9.  $r$ 个人相互传球, 每次传球时, 传球者等可能地传给其余 $r-1$ 人中的一个, 问第 $n$ 次传球后, 此球回到最初发球者的概率 $P_n$  ( $n \geq 1$ )。
10. 抽查一个家庭, 考察两个事件。A: 至多有一个女孩; B: 男女都有。针对下面两类家庭, 讨论事件是否独立:
  - (1) 3个孩子之家
  - (2) 4个孩子之家
  - (3) 如果是 $n$ 个孩子呢?