

# 《概率论》期中考试试卷

2001年4月11日, 每题10分

1. 一部五册的文集, 按任意次序放到书架上去, 试求下列概率: (1) 第一册出现在旁边; (2) 第一册和第五册出现在旁边; (3) 第一册或第五册出现在旁边; (4) 第一册和第五册都不出现在旁边; (5) 第三册正好出现在中间.

2. 某城市下雨的日子占一半, 天气预报的准确性为90%. 某人每天上班很为下雨烦恼, 于是预报下雨他就拿伞, 即使预报无雨, 他也有一半的时候拿伞. 求 (1) 他没有拿伞而遇雨的概率; (2) 他拿伞而没有下雨的概率.

3. 设男女两性人口之比为 51:49, 又设男性的色盲率为 2%, 女性的色盲率为 0.25%. 现在随机地抽到一个人是色盲, 问该人为男性的可能性为多大?

4. 从  $(0, 1)$  中随机地取两个数, 求下列概率: (1) 两数之和小于 1.2, (2) 两数之积小于  $1/4$ , (3) 以上两个要求同时满足.

5. 设随机变量  $X$  的分布函数为  $F(x) = A + B \arctan x$ ,  $-\infty < x < \infty$ . 试求 (a) 系数  $A, B$ ; (b)  $X$  落在区间  $(-1, 1)$  的概率; (c)  $X$  的密度函数.

6. 设随机向量  $(X, Y)$  的联合分布为  $P(X = 1, Y = 1) = \frac{2}{27}; P(X = 1, Y = 4) = \frac{1}{27}; P(X = 2, Y = 1) = P(X = 2, Y = 2) = P(X = 2, Y = 3) = P(X = 3, Y = 2) = \frac{6}{27}$ . (1) 求  $X, Y$  的边缘分布; (2) 判断  $X$  与  $Y$  是否独立; (3) 求在  $X = 1$  时  $Y$  的条件分布以及在  $Y = 0$  时  $X$  的条件分布; (4) 求  $P(X = 3|Y = 2)$  及  $P(Y = 2|X = 3)$ .

7. 对二元正态密度函数

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi} \exp\left\{-\frac{1}{2}(2x^2 + y^2 + 2xy - 22x - 14y + 65)\right\},$$

试求 (1) 参数  $\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho$ ; (2) 边缘密度函数  $p_X(x)$ ; (3) 条件密度函数  $p_{X|Y}(x|y)$ .

8. 通过某交叉路口的汽车流可看作普阿松过程, 若在一分钟内没有车的概率为 0.2, 求在 2 分钟内有多于一辆车的概率.

9. 假设  $\xi$  与  $\eta$  独立, 且分别服从  $\Gamma$ -分布  $\Gamma(\lambda, r_1)$  和  $\Gamma(\lambda, r_2)$ . 证明  $\xi + \eta$  与  $\xi/\eta$  也独立.

10. 通过构造适当的概率模型证明: (a)  $\sum_{k=0}^{a-r} C_a^{k+r} C_b^k = C_{a+b}^{a-r}$ ;

(b) 从正整数中随机地选取两数, 此两数互素的概率等于  $6/\pi^2$ .