

## 2007年6月25日 概率论 王晓峰老师

整理 By Lester

首先替王老师说几句话，精华区中有关说王老师发彪那件事的起因不是因为抄作业，而是因为有人没有做作业，还欺骗王老师说他以为自己选了梁宗霞老师的课（后查明他并没有去上梁老师的课，并且梁老师的作业也没有如他所说交过，而是一次都没有交）那么当然，欺骗老师是不可原谅的，所以王老师所谓的“发彪”是情有可原的。

一、有  $N$  个产品，其中有  $m$  个次品，问取出两个产品都是次品的概率，取出的产品中有一个次品的概率，以及已知有一个取出的产品是次品，求两个产品都是次品的概率。（14分，送分）

二、银行只剩两个顾客在等待银行的服务，等待的时间的期望都是 4 分钟，那么如果有 2 个窗口，请问银行基本在几分钟后下班，如果只有 1 个窗口呢？（12分）

三、利用几何概型考虑下述图形  $|y| < x < 1$  中的均匀分布，首先求一下  $|x| + |y| < 1$  的概率，然后要写出  $x, y$  分别的概率密度函数，再写出  $x$  的条件概率密度，求出使  $E(x - c)^2$  最小的  $c$ ，求出使  $E(x - h(y))^2$  最小的  $h(y)$ ，求出使  $E|x - c|$  最小的  $c$ ，求出使  $E|x - h(y)|$  最小的  $h(y)$ 。（30分）

四、证明一个均匀分布的大数定律成立（18分）

从  $N$  个编号的球中有放回地取出  $n$  个，求  $x_{(k)}$  的分布列。并证明  $x_{(n)}$  依概率收敛到  $N$ ；求  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$  的数学期望，并证明它依概率收敛到它的期望。

五、已知总体服从参数为  $\lambda$  的指数分布，求 Lemma 的矩估计，判断相合性，如果要求发生第一类错误的概率小于 5%，那么对于下列假设和备择假设：

$$H_0: \lambda = 900; \quad H_1: \lambda > 920$$

构造拒绝域的形式为  $\{x > c\}$ ，求  $c$ ，如果要求第二类错误发生的概率也小于 5%，那么要求  $n$  至少多大，当然这里给了你所需要的  $\phi(u)$ ，并且假设了  $n$  足够大。（14分）

六、从  $N$  个编号的球中不放回地取出  $n$  个，那么证明  $N$  的极大似然估计是  $x_{(n)}$ ，并且构造利用  $x_{(n)}$  得出的无偏估计，另外还要求构造以统计量  $x = x_1 + x_2 + \dots + x_n$  为基础的无偏估计。（12分）

最后，我想说习题课很重要，加分也不少，当然，如果你只需要 90 多分，那么你尽可以选其他老师的，但如果你准备接受更多的挑战以及准备得满分的话，那么建议你选王老师的课：) 就这么多吧。