

2012-2013 学年秋季学期概率论与数理统计课程考试要求

2012 年 12 月 17 日

概率论部分

一、 随机现象的数学描述和概率论的基本思想

1. 理解描述随机现象的各种概念（随机试验、样本、样本空间、事件及随机变量）以及这些概念之间的相互关系
2. 掌握事件关系和事件的基本运算。
3. 掌握概率的基本性质，了解概率的连续性。
4. 理解条件概率的直观含义和数学定义，掌握条件概率在概率计算中的应用（乘法公式、全概率公式、Bayes 公式）。
5. 理解事件的独立性的定义和有关性质。
6. 理解古典概型、几何概型的基本原理。

【以下内容不作考试要求：

- 1、 事件域；**
- 2、 事件列的极限与概率的连续性；**
- 3、 确定概率的主观方法**
- 4、 试验的独立性**
- 5、 复杂的计数技巧**

】

二、 随机变量的概率分布

1. 理解随机变量及其概率分布函数的定义，理解随机变量概率分布函数的性质，掌握概率分布函数的计算。
2. 理解离散型随机变量、连续型随机变量的定义，掌握概率分布列、概率密度函数及概率分布函数的关系，掌握有关的计算。
3. 理解多维随机变量的定义，理解联合概率分布（分布函数、分布列、概率密度）与边缘分布（分布函数、分布列、概率密度），掌握有关计算。
4. 理解随机变量的独立性的定义和性质，知道判断独立和不独立的方法。
5. 掌握计算随机变量的函数的概率分布的方法：
 - a) 利用概率分布函数；
 - b) 利用函数关系，直接计算概率密度的方法（Jacobi）：一对一（可逆变换）情形；多对一（分段可逆变换）情形。
 - c) 独立和的概率分布。
 - d) 最大值与最小值的概率分布。
6. 理解条件概率分布（分布函数、分布列、概率密度）的定义和相关计算。

【以下内容不作考试要求：

- 1、 随机和（指形如 $X_1+X_2+\cdots+X_N$ 的随机变量，其中 N 是随机变量）**
- 2、 分布函数的性质的证明**

】

三、 随机变量的数字特征

1. 单个随机变量的数字特征

- a) 数学期望和方差:
 - i. 理解数学期望的定义,理解数学期望的存在性,掌握数学期望的性质和计算。
 - ii. 方差:理解方差的定义和直观含义,掌握方差的性质和计算。
 - iii. 理解如何把随机变量进行标准化改造(期望=0,方差=1)。
 - iv. 理解数学期望和方差的最小二乘含义。
 - b) 原点矩和中心矩。
 - c) 分位数和中位数:理解分布的(下侧)分位数的定义,以及它们在概率分布函数和概率密度函数图像上的直观含义。
2. 涉及多个随机变量的数字特征
- a) 协方差:理解协方差的定义和性质(对称、双线性、与独立性的关系),掌握协方差的计算
 - b) 相关系数:理解相关系数的定义和性质,掌握有关计算。正确理解不相关和独立的联系与区别。知道线性相关系数为 1 或-1 时的含义。
 - c) 条件数学期望:理解定义和有关计算,掌握全期望公式。

【以下内容不作考试要求:

1、变异系数、偏度系数、峰度系数

2、最小二乘法

】

四、常见的概率分布

1. 离散型分布
 - a) Bernoulli 分布、二项分布:分布列,两个分布之间的关系,期望、方差。
 - b) 几何分布:分布列,期望、方差,无记忆性。
 - c) Poisson 分布:分布列,期望、方差, Poisson 定理(特殊二项分布的 Poisson 近似)
 - d) 了解负二项分布:结合 Bernoulli 试验理解它和几何分布之间的关系,并利用这个关系计算期望和方差。
 - e) 了解超几何分布的背景和基本性质。
2. 连续型分布
 - a) 均匀分布:一维均匀分布的分布函数、概率密度、期望和方差;多维均匀分布与几何概型的关系。
 - b) 指数分布:分布函数、概率密度、期望、方差,无记忆性。
 - c) 正态分布:一维正态分布的概率密度、期望、方差、标准化;二维正态分布的概率密度及参数的统计含义。掌握可逆仿射变换下正态性的不变性,正态分布的独立可加性,正态分布随机变量独立性判断等有关结论。
 - d) χ^2 分布、t 分布、F 分布:模式化定义(例如, n 个独立的一维标准正态随机变量的平方和服从自由度为 n 的 χ^2 分布)和性质

【以下内容不作考试要求:

1、负二项分布、一般形式的伽马分布和贝塔分布

2、Poisson 过程

3、 χ^2 分布、t 分布、F 分布的概率密度函数

】

五、 极限定理

1. (Bernoulli、Chebyshev、Markov、辛钦的)(弱)大数定律, Chebyshev 不等式及其应用, 依概率收敛的定义和验证。
2. 中心极限定理(独立同分布情形 De Moivre-Laplace, Lindeberg-Levy) 及其应用。

【以下内容不作考试要求:

- 1、按分布收敛、弱收敛
 - 2、特征函数
 - 3、独立不同分布情形的中心极限定理
- 】**

数理统计初步部分

六、 数理统计的基本概念

1. 总体、抽样、样本、经验分布函数、统计量及其抽样分布、
2. 重要的统计量: 次序统计量、样本均值、样本方差、样本标准差、样本矩
3. 正态总体的重要统计量及其性质, 与正态总体有关的重要抽样分布: χ^2 分布, t-分布, F-分布。

【以下内容不作考试要求:

- 1、样本数据的整理与显示、五数概括与箱线图
 - 2、充分统计量
- 】**

七、 参数的点估计

1. 点估计的常用方法: 矩估计、极大似然估计(似然函数、对数似然函数)
2. 点估计优良性评判: 无偏性, 有偏估计的无偏化, 无偏估计的有效性(比较方差大小)、相合性(又称一致性)、均方误差

【以下内容不作考试要求:

- 1、EM 算法
 - 2、最大似然估计的渐近正态性
 - 3、最小方差无偏估计、充分性原则、Cramer-Rao 不等式
 - 4、贝叶斯估计
- 】**

八、 参数的区间估计和假设检验

1. 区间估计的概念、枢轴量法
2. 单个正态总体均值和方差的区间估计
3. 大样本置信区间
4. 假设检验中的基本概念: 原假设与备择假设, 检验统计量和拒绝域, 两类错误, 检验的显著性水平和检验的 p 值
5. 单个正态总体均值的检验

【其他不作考试要求】