林元烈《概率论与数理统计》考试 A 卷（回忆）

考试时间：2006 年 6 月 20 日，120 分钟

一、（基础题）

1、P(A)=0.48，P(B)=0.40，P(A|B)=0.50，求 $P(A\cup B)$， $P(B\mid\overline{A})$。

2、以下三个命题是否等价，说明理由。

（1）、事件 A 与事件 B 相互独立。

（2）、I_A生成的σ域$\sigma(I_A)=\{\varnothing,A,\overline{A},\Omega\}$与$\sigma(I_B)$独立。

（3）、I_A与I_B相互独立。

3、求E（$I_A|I_B,I_C$），并证明

$$E(I_A|I_B)=E(E(I_A|I_B,I_C)|I_B)$$

二、1、

$\{X_i,1\le i\le n\}$独立同分布$N(\mu,\sigma^2)$，Y与其独立且$Y\sim Po(\lambda)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})$

a、求S的最大似然估计。

b、求证X以概率收敛到μ。

c、X与S^2是否独立，请写出证明概要。

求X的概率密度函数$f_x(x)$

2、（想不起来了）

3、$\{Y_k,k\ge1\}$独立同分布，$P(Y_K=1)=p,P(Y_K=0)=r,P(Y_K=-1)=q,$

$p+r+q=1$，$Xn=\sum_{k=1}^{n}Y_k$， $N_1=\sum_{k=1}^{n}I_{(Y_k=1)}$， $N_2=\sum_{k=1}^{n}I_{(Y_k=0)}$， $N_3=\sum_{k=1}^{n}I_{(Y_k=3)}$

a、求（N_1,N_2,N_3）的分布，求 P（$N_1+N_2=m$）

b、求$E(X_3\mid X_1)$的分布率，$E(X_2\mid X_1\ge0)$

C、求X_{100}与X_{400}的相关系数