

习题课 205 题目：条件极值

1. 求原点到曲面 $z^2 = xy + x - y + 1$ 的最短距离。
2. 在周长为 $2p$ 的三角形中求出满足下述要求的三角形：绕自己的一边旋转时所形成的旋转体的体积最大。
3. 求平面 $x + y - z = 0$ 与圆柱面 $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx - 1 = 0$ 相交所成椭圆的面积。
4. 曲面 $e^{-(x+y+z)} + x^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{2}$. 求 z 的极值 (最值)。
5. 若 $f''_{xy}(x, y) = 2(y+1)e^x$, $f'_x(x, 0) = (x+1)e^x$, $f(0, y) = y^2 + 2y$. 求 $f(x, y)$ 的极值。
6. 求函数 $z = xy(4 - x - y)$ 在由三条直线 $x = 1$, $y = 0$ 和 $x + y = 6$ 所围有界闭区域上的最大值。
7. 设 $S: F(x, y, z) = 0$ 是光滑曲面, $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 是曲面 S 外一点。证明：若 $Q \in S$ 使得线段 P_0Q 是 P_0 与曲面 S 上任意一点的连线中最短线段, 则向量 $\overline{P_0Q}$ 必与曲面在该点的切平面垂直。