考试课程 **微积分A(1)** (A) 2017年11月19日 答案

**一．填空题**（每空3分，共15题）**（请将答案直接填写在横线上！）**

1. \_\_\_\_\_\_\_。 答案：
2. 已知，则 。 答案：
3. 设，，则 。答案：
4.  。答案：
5.  。答案：
6.  。 答案：
7. 函数的间断点的类型为 。（填“第一类间断点”或“第二类间断点”） 答案：第一类间断点
8. ，则 。 答案：
9. 设由方程确定，则 。答案：
10. 设，则 。答案：
11. 设，其中均为二阶可导函数，则 。答案：
12. 设，在点的微分 。答案：
13. 设，则 。 答案： 
14. 设曲线的参数方程为，。则上对应参数点的切线被两个坐标轴所截的长度为 。答案：
15. 设满足方程，则常数 。答案：

**二．计算题**（每题10分，共4题）**（请写出详细的计算过程和必要的根据！）**

1. 设函数在点可导，且，求。

解：。

 ……………..10分

注：用洛必达法则做，得5分。

1. 设，求实数，使得当时，。

解：因为，所以当时， 。……………..4分

 又因为，所以当时， 。 ……………..8分

故当时，，。 ……………..10分

1. 设

（I）求实数，使得****为连续函数；

（II）此时，****是否为可导函数？若可导，求导函数；若不可导，说明理由。

解：（I），

所以当时****为连续函数； ……………..4分

（II）

 

. ……………..8分

所以当时****为可导函数，其导函数为

 ……………..10分

1. 求函数的反函数的二阶导数。

解：， ………………..4分

， ………………..10分

**三．证明题（请写出详细的证明过程！）**

1.（8分）设都在上连续，在内可导，且，求证：，使得。

证明：构造， ………………..3分

则，由Rolle定理得，，使得

。

因为，所以。 ………………..8分

2.（7分）设，为上的连续函数，数列，使得，且，。证明：存在，使得。

证明：（1）若存在，使得，则由连续函数的介值定理知，存在介于的实数可取，使得。本题得证。 ………………..3分

（2）若，，由已知条件得， ，，故数列单调增，同理可得，数列也单调增。

由有界闭区间上连续函数的最值定理，数列均为有界数列，所以都收敛。

 记，因为，所以。

 有界数列有收敛子列，设其收敛子列，则由函数，的连续性可得：

 

即存在，使得。 ………………..7分