

5. $f(x) = (x^2 - x - 2)|x^3 - x|$ 有几个不可导点?

6. 设函数 $g(x)$ 在 $(-1,1)$ 上连续。定义 $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ 。

若函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续,

(I) 求函数 $g(x)$ 在点 $x=0$ 处的值;

(II) 问函数 $g(x)$ 在点 $x=0$ 处是否可导? 若可导, 求出导数值。

7. $f(x)$ 在 $x=a$ 可导, $f(a) \neq 0$, 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{f\left(a + \frac{1}{x}\right)}{f(a)} \right]^x$

8. 讨论 $f(x) = \begin{cases} x(1-x), & x \in \mathbf{Q}; \\ x(1+x), & x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q} \end{cases}$ 的连续性与可微性。

9. 设 $g(x)$ 在 $x=0$ 点连续, 问 $f(x) = g(x)\sin 2x$ 在 $x=0$ 点是否连续, 是否可导, 若可导, 求其导数。

10. 设 $f(0)=1, g(1)=2, f'(0)=-1, g'(1)=-2$, 求

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - f(x)}{x} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x f(x) - 1}{x} \quad (3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}g(x) - 2}{x-1}$$

11. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 点连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = A$, 求证: $f(x)$ 在 $x=0$ 点可导, 且 $f'(0) = A$ 。

12. 设 $f(x) = (x-a)^2 g(x)$, 其中 $g'(x)$ 在 $x=a$ 的某个邻域连续, 求 $f''(a)$ 。

二. 隐函数, 反函数, 参数函数, 高阶导数

13. 设 $y = y(x)$ 由方程 $e^{x+y} - \sin(x+y) = x^3$ 所确定的二次可导函数。求 $y = y(x)$ 的一阶导数和二阶导数。

14. 设函数 $y = f(x)$ 的三次可导, 并且 $f'(x) \neq 0$, 其反函数记 $x = g(y)$ 。试用函数

$y = f(x)$ 的前三阶导数来表示反函数 $x = g(y)$ 的前三阶导数。(本题本质上同第三章

总复习题 15)

15. 求函数 $y = x + \ln(1+x)$ 反函数的二阶导数。

16. 求参数函数 $\begin{cases} x = t + e^t \\ y = t + \ln(1+t) \end{cases}$ 的二阶导数。

17. $f(x) = (x+1)^2 \ln(1-x)$, 求 $f^{(n)}(-1)$

18. 设 $y = (\arcsin x)^2$

(a) 求证: $(1-x^2)y'' - xy' = 2$;

(b) 求 $y^{(n)}(0)$ 。