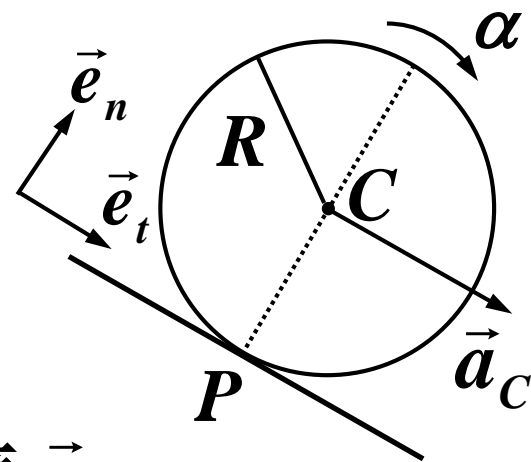


【例3】 质量均匀、半径 R 的圆球在斜面上作纯滚动， P 是瞬心， C 是质心。



证明： P 点相对水平面的加速度 \vec{a}_P 沿 PC 连线方向。

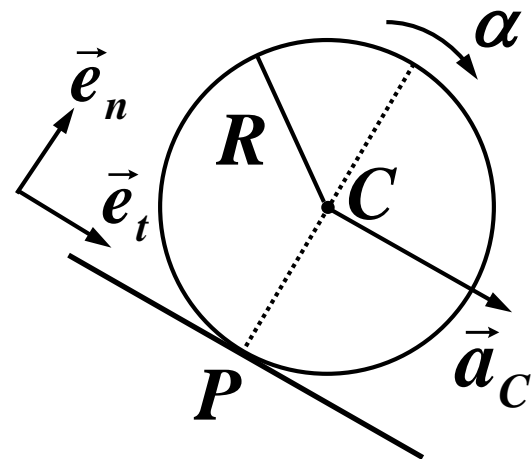
证： 用相对运动关系证明。

如图建立坐标系 \vec{e}_t, \vec{e}_n ，设圆球向下运动。设顺时针方向为正，不妨设角加速度 $\alpha > 0$ ，即圆球沿顺时针方向加速转动。

设 \vec{a}'_P 是 P 点相对质心 C 的加速度，
根据相对运动关系有：

$$\vec{a}_P = \vec{a}'_P + \vec{a}_C \quad (1)$$

$$\vec{a}_C = a_C \vec{e}_t = R\alpha \cdot \vec{e}_t \quad (2)$$



在质心系， P 点瞬间随球作沿顺时针方向的
加速转动，所以：

$$a'_{Pn} = \omega^2 R \quad \text{方向为 } \vec{e}_n$$

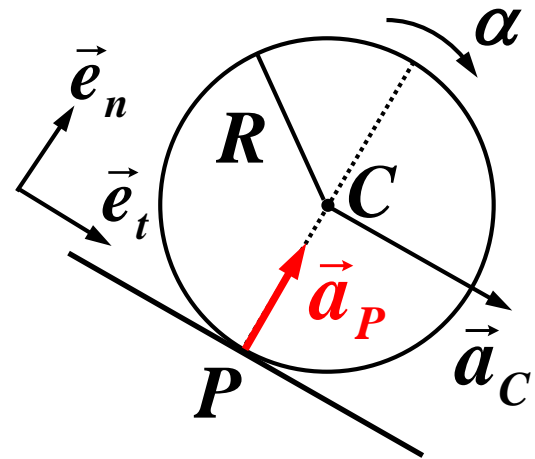
$$a'_{Pt} = R\alpha \quad \text{方向为 } -\vec{e}_t$$

$$\therefore \vec{a}'_P = \omega^2 R \cdot \vec{e}_n - R\alpha \cdot \vec{e}_t \quad (3)$$

由 (1)(2)(3) 解出:

$$\vec{a}_P = \vec{a}'_{Pn} = \omega^2 R \cdot \vec{e}_n$$

$\therefore \vec{a}_P$ 沿 PC 连线方向。



本题所证明的结论也适用于其它质量分布均匀的圆形物体。