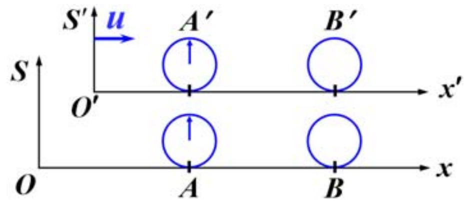
选自《大学物理学习题讨论课指导》上册（沈慧君，王虎珠编）第一章：五：课后练习的第 6 题

**题目：**固定在$S$系的$x$轴上的两只同步的钟$A$，$B$相距 $3\times10^7$m，固定在 $S'$ 系的 $x'$ 轴上的两只同步的钟为 $A'$，$B'$，如图所示。$S'$ 系以 0.6$c$ 的速度沿 $x$ 轴正向运动。在某时刻，在 $S$ 系中观察 $A$ 与 $A'$ 钟、$B$ 与 $B'$ 钟同时相遇，且此时 $A$ 与 $A'$ 钟同时指零。




**求：**（1）在 $S$ 系中观察，此时刻 $B$ 与 $B'$ 钟的示值各是多少？

（2）在 $S'$ 系中观察 $A$ 与 $A'$ 钟相遇时，$B$ 与 $B'$ 钟的示值各是多少？

（3）在 $A'$ 与 $B$ 钟相遇时，在 $S$ 系中观察 $A'$ 与 $B$ 钟的示值各是多少？

（4）在 $A'$ 与 $B$ 钟相遇时，在 $S'$ 系中观察 $A$ 与 $B'$ 钟的示值各是多少？

**解：**首先明确 2 点：

（1）两钟相遇是真实发生的事，一旦钟 $A$ 与 $A'$ 相遇，则钟 $A$ 处的观察者（相对 $S$ 静止）观察到钟 $A$ 的读数，与钟 $A'$ 处的观察者（相对 $S'$ 静止）观察到钟 $A$ 的读数，是一样的；而钟 $A$ 处的观察者（相对 $S$ 静止）观察到钟 $A'$ 的读数，与钟 $A'$ 处的观察者（相对 $S'$ 静止）观察到钟 $A'$ 的读数，也是一样的。这就是两钟只有相遇时，才能直接比较读数或校钟。

（2）对于没有相对运动的两个物体之间的空间距离，可使用静长和动长变换，比如题中的 $A$ 与 $B$ 钟之间的距离，$A'$ 与 $B'$ 钟之间的距离在不同参考系，就可用静长和动长进行变换。这点很容易理解：**因为 $A$ 与 $B$ 钟是固定在 $S$ 系中的，**在 $S$ 系中 $A$ 与 $B$ 钟的空间距离就是静长，但在 $S'$ 系看会缩短，变为动长；同样，$A'$ 与 $B'$ 钟是固定在 $S'$ 系中的，在 $S'$ 系中 $A'$ 与 $B'$ 钟的空间距离也是静长，但在 $S$ 系看会缩短，变为动长。如果两个物体之间有相对运动，则它们之间的空间距离不可随便套用静长和动长进行变换，很容易出错，像作业中的飞船与彗星相撞的问题，飞船和彗星的空间距离在不同参考系看，不是简单的动长、静长的关系。

洛伦兹变换公式：

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \qquad \Delta x = \gamma(\Delta x' + u\Delta t')$$

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \qquad \Delta t = \gamma(\Delta t' + \frac{u}{c^2}\Delta x') \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

由已知条件可知： $\gamma = \frac{5}{4}$

$A$、$B$ 钟的距离在 $S$ 系中为静长：$l_{AB} = 3\times10^7\,\mathrm{m}$，在 $S'$ 系中为动长：$l'_{AB} = l_{AB}/\gamma$

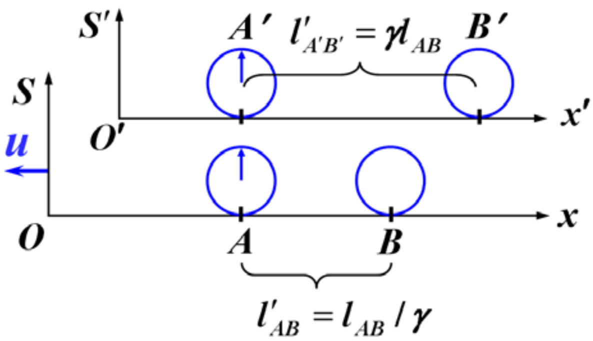
$A'$、$B'$ 钟的距离在 $S'$ 系中为静长：$l'_{A'B'} = \gamma l_{AB}$，在 $S$ 系中为动长：$l_{A'B'} = l_{AB}$

定义事件 P1：$A$ 与 $A'$ 钟相遇，事件 P2：$B$ 与 $B'$ 钟相遇

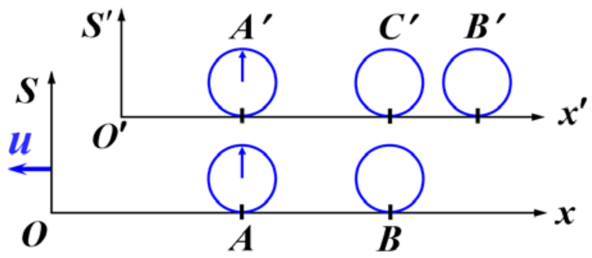
（1）在 $S$ 系中观察，$B$ 与 $A$ 同步，所以 $A$ 与 $A'$ 钟相遇时，$B$ 钟读数是 0，$B'$ 钟的读数用洛伦兹变换求：

对 P1 和 P2：$\Delta x = l_{AB}$，$\Delta t = 0$，求出 $\Delta t' = -\gamma\frac{u}{c^2}l_{AB} = -0.075$，所以 $B'$ 钟的读数为-0.075s。

（2）在 $S'$ 系中观察 $A$ 与 $A'$ 钟相遇时，$B$ 与 $B'$ 钟的位置应是这样的：

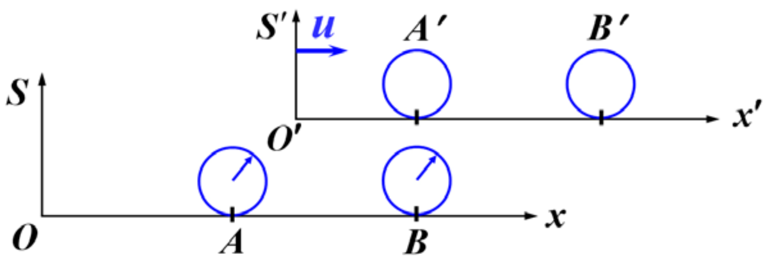


所以在 $S'$ 系中观察 $A$ 与 $A'$ 钟相遇时，$B$ 与 $B'$ 钟已经相遇过了（也可用同时的相对性理解）。
在 $S'$ 系中 $B'$ 与 $A'$ 同步，所以 $A$ 与 $A'$ 钟相遇时，$B'$ 钟的读数是 0，
$B$ 钟的读数用洛伦兹变换求，为方便，另设一事件 P3：设 $A$ 与 $A'$ 钟相遇时，在 $S'$ 系中观察，$B$ 与 $C'$ 钟相遇：




对 P1 和 P3：$\Delta x' = l'_{AB}$，$\Delta t' = 0$，求出 $\Delta t = \gamma \dfrac{u}{c^2} l'_{AB} = 0.06$，所以 $B$ 钟的读数为 0.06s。

（3）在 $A'$ 与 $B$ 钟相遇时，在 $S$ 系中观察到的情形是：



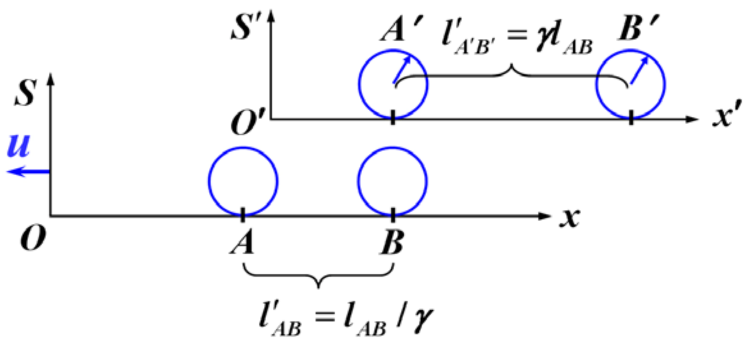

设一事件 P4：$A'$ 与 $B$ 钟相遇，从 P1 到 P4，在 $S$ 系中观察需要时间是 $\Delta t = l_{AB} / u = 0.16666$，

所以 $A'$ 与 $B$ 钟相遇时 $B$ 钟读数是 0.1666s。对 P1 和 P4：$\Delta x = l_{AB}$，$\Delta t = l_{AB} / u$，求出

$\Delta t' = \gamma(\dfrac{l_{AB}}{u} - \dfrac{u}{c^2} l_{AB}) = 0.133333$，所以 $A'$ 钟的读数为 0.13333s。

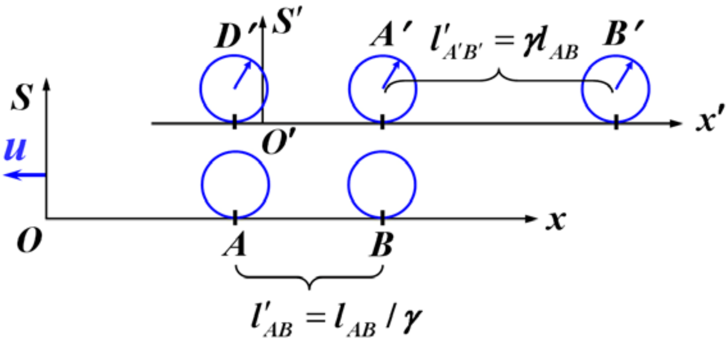
另法：P1 和 P4 在 $S'$ 系是同地发生，所以可知 $\Delta t$ 和 $\Delta t'$ 应是两地时与原时的关系：$\Delta t' = \Delta t / \gamma$ …

（4）在 $A'$ 与 $B$ 钟相遇时，在 $S'$ 系中观察到的情形是：




从 P1 到 P4，在 $S'$ 系中观察需要时间是 $\Delta t' = l'_{AB} / u = 0.1333333$，

所以 $A'$ 与 $B$ 钟相遇时 $B'$ 钟读数是 0.13333s。
为方便，另设一事件 P5：设 $A'$ 与 $B$ 钟相遇时，在 $S'$ 系中观察，$A$ 与 $D'$ 钟相遇：




对 P4 和 P5：$\Delta x' = -l'_{AB}$，$\Delta t' = 0$，求出 $\Delta t = \gamma[0 + \frac{u}{c^2}(-l'_{AB})] = -0.06$，根据（3）问知 P4 发生时 *B* 的读数是 0.1666s，所以 *A′* 与 *B* 钟相遇时，*A* 钟的读数为：B 钟读数+$\Delta t$ = 0.10666s。

所以用洛伦兹变换，事件的定义是相当重要的。

时间仓促，应该没错！呵呵。