

矢量满足加法的交换律： $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ ，在物理上举个例子就是，对一个物体，它先位移 \vec{r}_1 ，再位移 \vec{r}_2 ，与先位移 \vec{r}_2 ，再位移 \vec{r}_1 最后产生的结果即总位移一样： $\vec{r}_1 + \vec{r}_2 = \vec{r}_2 + \vec{r}_1$ 。

再看有限大小的角位移 θ ，假设它是矢量，则它应满足加法交换律。现在不需要知道 θ 这个“矢量”数学上是如何表达的，只需知道在物理上它表示物体转动了 θ 角。那么做 2 个实验，如下图，实验 1 是让一本书先绕 x 轴逆时针转 90 度，再绕 y 轴逆时针转 90 度，产生下图 (a) 中右面结果；实验 2 是让一本书先绕 y 轴逆时针转 90 度，再绕 x 轴逆时针转 90 度，产生下图 (b) 中右面结果。显然结果不一样！用这一个特例就说明物体先产生 θ_1 角位移，再产生 θ_2 角位移，与先产生 θ_2 角位移，再产生 θ_1 角位移其最后合成结果一般不同，也就说明了如果有限大小的角位移是矢量的话，它不满足加法交换律。所以有限大小的角位移 θ 无法定义成矢量。

另外数学上补充一点，3 维空间的纯转动操作可以用一个 3×3 的正交矩阵表示。物体连续转过两个角，可以用两个 3 阶矩阵相乘表示其联合操作。我们知道，矩阵乘法一般不满足交换律，所以两次转动的先后次序不同，其结果一般也不同。

