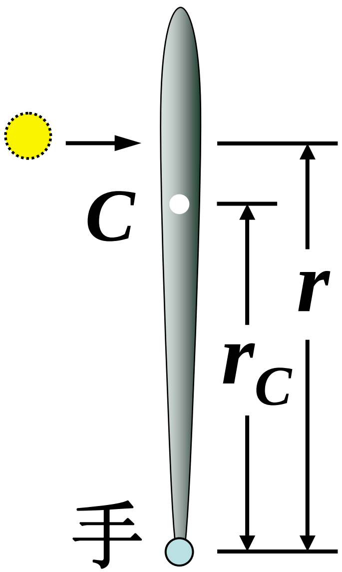
【例】 刚体撞击问题，如打击中心。

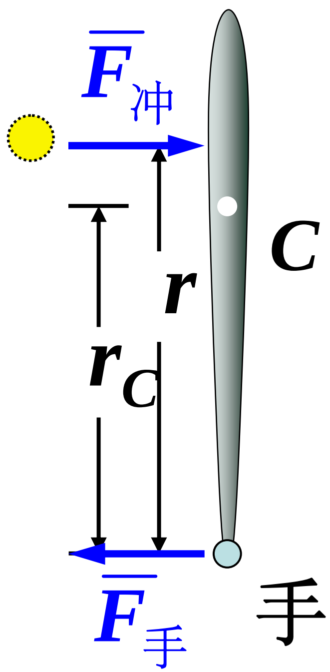


棒球手要做到轻松击球，必须使球击打合适位置，此位置称为打击中心。

已知：棒质量 m，对手的转动惯量 J，棒的质心 C 距离手 r_C。

求：打击中心到手的距离 r 。

分析：轻松击球 $\begin{cases} \text{击球瞬间手的作用力} \approx 0 \\ \text{棒绕手作定轴转动} \end{cases}$



棒受力 $\begin{cases} \text{球的冲击力}\,\overline{F}_{冲} \\ \text{手的作用力}\,\overline{F}_{手} \end{cases}$

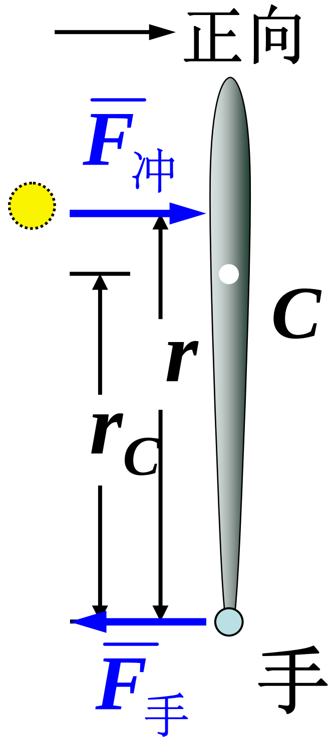
解法一　对质心的动量定理、

对手的角动量定理

设：打击时间 Δt，此时间内：

棒质心的动量改变为 $m\Delta v_C$

棒的角速度改变为 $\Delta\omega$



对质心：动量定理

$$(\overline{F}_{冲} - \overline{F}_{手})\Delta t = m\Delta v_C \qquad (1)$$

对手：角动量定理

$$(\overline{F}_{冲} r)\Delta t = J\Delta\omega \qquad (2)$$

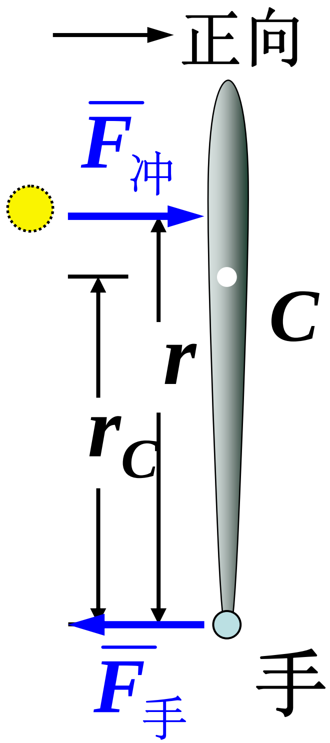
角量与线量关系：

$$\Delta v_C = r_C \Delta\omega \qquad (3)$$

(1)(2)(3) 消去 Δ 量得： $\overline{F}_{手} = (1 - \frac{mrr_C}{J})\overline{F}_{冲}$

令 $\overline{F}_{手} = 0$ 得打击中心位置： $r = \frac{J}{mr_C}$

解法二 对质心的动量、角动量定理



对质心：

$$(\overline{F}_{冲} - \overline{F}_{手})\Delta t = m\Delta \boldsymbol{v}_C \qquad (1)$$

$$[\overline{F}_{冲}(r - r_C) + \overline{F}_{手} r_C]\Delta t = J_C \Delta\omega \qquad (2)$$

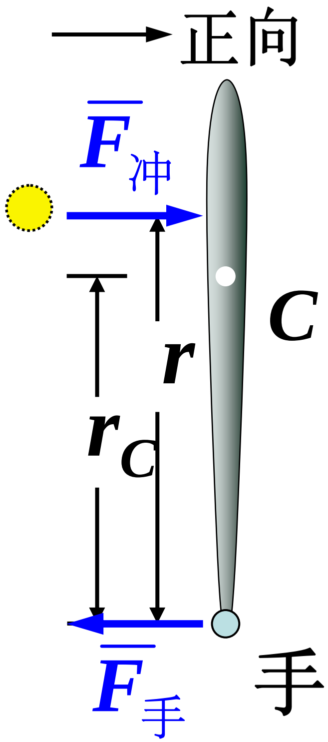
$$J_C = J - m r_C^2 \qquad (3)$$

角量与线量关系：

$$\Delta \boldsymbol{v}_C = r_C \Delta\omega \qquad (4)$$

由 (1–4) 并令 $\overline{F}_{手} = 0$ 得：$r = \dfrac{J}{m r_C}$

解法三　质心运动定理、对手的转动定律



对质心：

$$\overline{F}_{冲} - \overline{F}_{手} = ma_C \qquad (1)$$

对手：

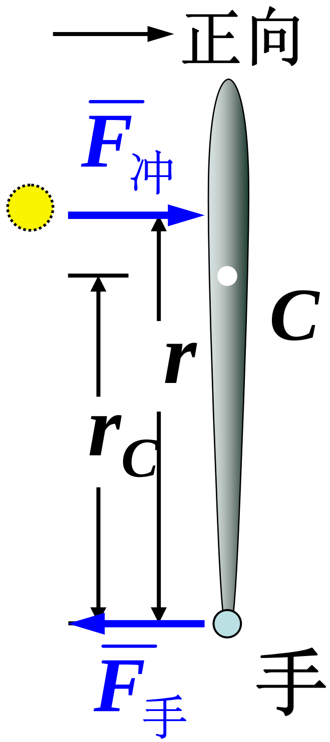
$$\overline{F}_{冲} r = J\alpha \qquad (2)$$

角量与线量关系：

$$a_C = r_C \alpha \qquad (3)$$

由 (1–3) 并令 $\overline{F}_{手} = 0$ 得： $r = \dfrac{J}{mr_C}$

解法四　质心运动定理、对质心轴转动定律



对质心和过质心的轴：

$$\overline{F}_{冲} - \overline{F}_{手} = m a_C \qquad (1)$$

$$\overline{F}_{冲}(r - r_C) + \overline{F}_{手} r_C = J_C \alpha \qquad (2)$$

$$J_C = J - m r_C^2 \qquad (3)$$

角量与线量关系：

$$a_C = r_C \alpha \qquad (4)$$

由 (1–4) 并令 $\overline{F}_{手} = 0$ 得： $r = \dfrac{J}{m r_C}$