

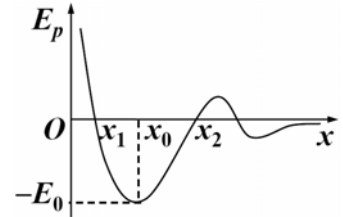
# 大学物理 B (1) 期中试卷 2009 年 4 月 20 日

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 成绩\_\_\_\_\_

## 一、填空题 (每空 3 分, 共 30 分)

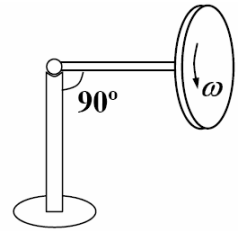
1. 一物体作向上斜抛运动, 初速度大小为  $v_0$ , 与水平方向夹角为  $\theta$ , 物体轨道最高点处的曲率半径是\_\_\_\_\_。

2. 一粒子沿  $x$  轴运动, 势能曲线如图。若该粒子总能量  $E=0$ , 则它的运动范围是\_\_\_\_\_; 粒子处于  $x_0$  位置时的动能为\_\_\_\_\_。



3. 一飞轮以角速度  $\omega_0$  绕光滑固定轴旋转, 此飞轮对轴的转动惯量为  $J_1$ , 另一静止的飞轮突然和上述转动的飞轮咬合, 绕同一转轴转动, 该飞轮对轴的转动惯量为  $J_2$ , 咬合后整个系统的角速度是\_\_\_\_\_。

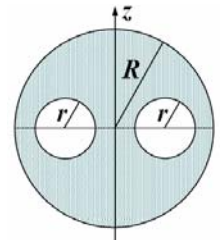
4. 如图, 质量为  $m$ 、绕对称轴高速自转的陀螺在水平面内进动, 自转角速度为  $\omega$ , 陀螺对自转轴的转动惯量是  $J$ , 其质心到支点的距离为  $l$ , 则进动角速度为\_\_\_\_\_;



经过四分之一进动周期, 陀螺重力产生的冲量矩的大小是\_\_\_\_\_。

**冲量矩等于角动量的变化量  
冲量等于动量的变化量**

5. 如图, 质量面密度为  $\sigma$ 、半径为  $R$  的薄圆盘上挖出两个半径为  $r$  的圆孔, 两孔心在同一直径上, 在半径的中点, 剩余部分对  $z$  轴的转动惯量\_\_\_\_\_。



6. 地面上的观察者测得两艘宇宙飞船相对地面以  $0.9c$  的速度逆向飞行, 其中一艘飞船测得另一艘飞船的速度大小为\_\_\_\_\_。

**对S和S'系的选取是任意的, 关键是速度的方向带入时准确**

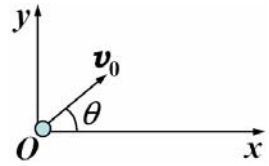
7. 一个被加速的粒子, 当其动能达到静止能量的 3 倍时, 其质量是静止质量的\_\_\_\_\_倍。

8. 一列高速火车以速度  $u$  驶过车站时, 固定在站台上相距为  $l$  的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹, 则车厢上的观察者测得两个痕迹的距离为\_\_\_\_\_。

二、计算题（共 70 分）

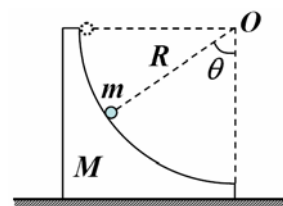
- 1.（10 分）以初速  $v_0$ 、仰角  $\theta$  斜抛一质量为  $m$  的小球，设空气阻力  $\vec{f} = -k\vec{v}$ ，求：（1）在上升的  $t$  时刻小球的速度；（2） $k$  很小时的速度近似表达式。

注意  $e^{-x}$  的近似，泰勒公式



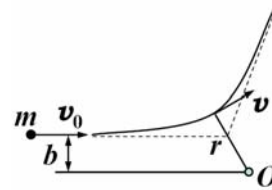
2. (15分) 质量为  $m$  的小球从静止开始, 从质量为  $2m$ 、半径为  $R$  的  $1/4$  圆弧形轨道下落, 假设所有的接触面都是光滑的, 求: (1) 当小球下降到与竖直方向成  $\theta$  角时, 相对地面速度大小和相对圆弧轨道速度大小; (2) 此时小球对圆弧轨道的压力大小。

第一问方程列对了, 没解动  
第二问少考虑了惯性力的影响



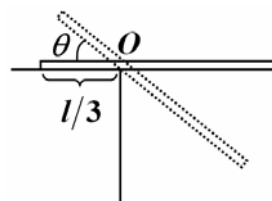
3. (12分) 如图,  $O$  为有心斥力场的力心, 斥力和距离平方成反比:  $f = k/r^2$ ,  $k$  为正的常量。  
 求: (1) 势能表达式; (2) 设力心  $O$  固定, 一质量为  $m$  的粒子以速度  $v_0$ 、瞄准距离  $b$  从无穷远入射, 它能达到的最近距离和此刻的速度是多少? (3) 力心如果是质量为  $M$  的可移动粒子, 则在  $M$  参考系, (2) 的结果又如何? 直接说出结果即可。

### 两体问题



4. (15分) 将一根长为  $l$ 、质量为  $m$  的均匀杆的  $l/3$  段水平放置在桌面上，另一端用手托住，设杆和桌边的静摩擦系数为  $\mu$ 。求：(1) 撒手后，未发生滑动时，桌边对杆的支持力与转角  $\theta$  的关系；(2) 发生滑动时的临界角。

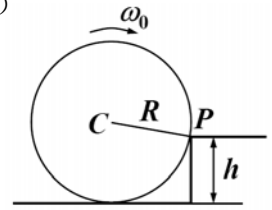
质心运动定理  
用能量解



5. (8分) 一质量为  $m$ 、半径为  $R$  的圆柱体以角速度  $\omega_0$  在水平面上作纯滚动，前进中与高为  $h$  ( $h < R$ ) 的台阶发生完全非弹性碰撞，求：(1) 碰后角速度  $\omega$ ；(2) 设圆柱体与台阶之间无相对滑动，则圆柱体要爬上台阶， $\omega_0$  至少需要多大？（圆柱体绕旋转对称轴的转动惯量为  $mR^2/2$ ）

原来对P的角动量不会求

柯尼希定理！！！！



6. (10分) 快速运动的介子的能量为  $E=3000\text{MeV}$ ，而其静止时的能量为  $E_0=100\text{MeV}$ 。若这种介子的固有寿命是  $\tau=2\times 10^{-6}\text{s}$ ，求它运动的距离。(光速取  $3\times 10^8\text{m/s}$ )

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2}, \quad v'_y = \frac{v_y}{1 - uv_x/c^2} \sqrt{1 - u^2/c^2}, \quad v'_z = \frac{v_z}{1 - uv_x/c^2} \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

(逆变换：变量对调，再把  $u$  变为  $-u$ )

大学物理 B (1) 期中试题答案 2009 年 4 月 20 日

一、填空题 (每空 3 分, 共 30 分)

1.  $(v_0 \cos \theta)^2 / g$

2.  $[x_1, x_2], E_0$  (写成开区间扣 1 分)

3.  $J_1 \omega_0 / (J_1 + J_2)$

4.  $mgl / J\omega, \sqrt{2J\omega}$

5.  $\frac{\sigma\pi}{4}(R^4 - 2r^4 - 2R^2r^2)$

6.  $1.8c / 1.81 \approx 0.99c$

7. 4

8.  $l / \sqrt{1 - u^2/c^2}$

二、计算题 (共 70 分)

1. (10分)

解: (1) 列牛顿方程:  $-k v_x = m \frac{d v_x}{d t}$  2分

$$-mg - k v_y = m \frac{d v_y}{d t} \quad 2 \text{分}$$

对  $v_y$  方程分离变量并积分:  $\int_{v_{0y}}^{v_y} \frac{-d v_y}{mg + k v_y} = \frac{1}{m_0} \int dt$  1分

$$v_y = \left( \frac{mg}{k} + v_0 \sin \theta \right) e^{-\frac{k}{m} t} - \frac{mg}{k} \quad 1 \text{分}$$

对  $v_x$  方程分离变量并积分:  $\int_{v_{0x}}^{v_x} \frac{d v_x}{v_x} = -\frac{k}{m_0} \int dt$  1分

$$v_x = v_0 \cos \theta e^{-\frac{k}{m} t} \quad 1 \text{分}$$

(2)  $k$  很小时有:  $e^{-\frac{k}{m} t} \approx 1 - \frac{k}{m} t$

$$v_y = v_0 \sin \theta - gt - v_0 \sin \theta \frac{k}{m} t \quad 1 \text{分}$$

$$v_x = v_0 \cos \theta - v_0 \cos \theta \frac{k}{m} t \quad 1 \text{分}$$



2. (15分)

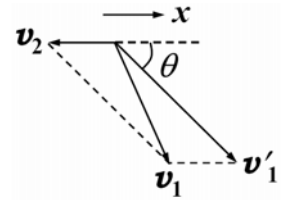
解：设小球对地速度为  $v_1$ ，对圆弧轨道速度为  $v'_1$ ，圆弧轨道对地速度为  $v_2$ ，小球和圆弧轨道之间压力为  $N$ 。

(1) 水平方向动量守恒：
$$m v_{1x} - 2m v_2 = 0 \quad (1) \quad 2 \text{分}$$

机械能守恒：
$$mgR \cos \theta = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} 2m v_2^2 \quad (2) \quad 2 \text{分}$$

相对运动关系：
$$v_{1x} = v'_1 \cos \theta - v_2 \quad (3) \quad 2 \text{分}$$

$$v_{1y} = v'_1 \sin \theta \quad (4) \quad 2 \text{分}$$



(1)–(4)解得：

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(4 + 5 \sin^2 \theta) \cos \theta}{3(2 + \sin^2 \theta)}} gR \quad (5) \quad 1 \text{分}$$

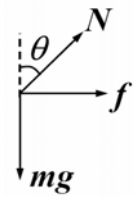
$$v'_1 = \sqrt{\frac{6 \cos \theta}{2 + \sin^2 \theta}} gR \quad (6) \quad 1 \text{分}$$

(2) 以圆弧轨道为参考系分析小球运动，设圆弧轨道加速度为  $a$ ，惯性力为  $f$ 。

法向方程：
$$N + f \sin \theta - mg \cos \theta = m \frac{v_1'^2}{R} \quad (7) \quad 2 \text{分}$$

$$f = ma \quad (8) \quad 1 \text{分}$$

$$N \sin \theta = 2ma \quad (9) \quad 1 \text{分}$$



(6)–(9)解出：

$$N = 2mg \frac{\cos \theta (8 + \sin^2 \theta)}{(2 + \sin^2 \theta)^2} \quad 1 \text{分}$$

3. (12分)

解: (1) 设无穷远势能为零, 则:

$$V(r) = \int_r^{\infty} f(r) dr = \int_r^{\infty} \frac{k}{r^2} dr = \frac{k}{r} \quad 2 \text{分}$$

(2) 设最近距离是  $r$ , 速度是  $v$ , 此时  $r$  与  $v$  是垂直的。

角动量守恒:  $m v_0 b = m v r \quad 2 \text{分}$

机械能守恒:  $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{k}{r} \quad 2 \text{分}$

解出  $r = \frac{k}{m v_0^2} \pm \sqrt{\left(\frac{k}{m v_0^2}\right)^2 + b^2} \quad (\text{取正根})$

$$r = \frac{k}{m v_0^2} + \sqrt{\left(\frac{k}{m v_0^2}\right)^2 + b^2} \quad 2 \text{分}$$

$$v = v_0 b / \left( \frac{k}{m v_0^2} + \sqrt{\left(\frac{k}{m v_0^2}\right)^2 + b^2} \right) \quad 2 \text{分}$$

(3) 这是两体问题, 将  $m$  换成约化质量  $\frac{mM}{m+M}$  代入到 (2) 的结果即可。 2分

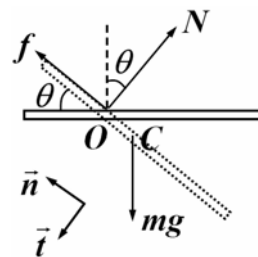
4. (15分)

解：(1) 未滑动前，杆绕  $O$  点作定轴转动，设角速度和角加速度分别为  $\omega$ 、 $\alpha$ ，桌边支持力为  $N$ ，静摩擦力为  $f$ ，质心切向和法向加速度分别为  $a_t$ 、 $a_n$ 。

下落过程机械能守恒：

$$\frac{1}{2}J_o\omega^2 = mg\frac{l}{6}\sin\theta \quad (1) \quad 2 \text{分}$$

$$J_o = \frac{1}{12}ml^2 + m\left(\frac{l}{6}\right)^2 = \frac{1}{9}ml^2 \quad (2) \quad 1 \text{分}$$



绕  $O$  的转动定律：  $mg\frac{l}{6}\cos\theta = J_o\alpha \quad (3) \quad 2 \text{分}$

质心切向运动方程：  $mg\cos\theta - N = ma_t \quad (4) \quad 2 \text{分}$

质心法向运动方程：  $f - mg\sin\theta = ma_n \quad (5) \quad 2 \text{分}$

角量和线量关系：  $a_t = \frac{l}{6}\alpha \quad (6) \quad 1 \text{分}$

$$a_n = \frac{l}{6}\omega^2 \quad (7) \quad 1 \text{分}$$

由(1)–(7)解出：

$$N = \frac{3}{4}mg\cos\theta \quad (8) \quad 1 \text{分}$$

$$f = \frac{3}{2}mg\sin\theta \quad (9) \quad 1 \text{分}$$

(2) 当杆开始滑动时，静摩擦力  $f$  达到最大值：

$$f = \mu N \quad (10) \quad 1 \text{分}$$

由(8)–(10)得临界角为：

$$\theta = \arctan\frac{\mu}{2} \quad 1 \text{分}$$

5. (8分)

解：(1) 设碰前质心速度为  $v_0$ ，由于是完全非弹性碰撞，碰撞后  $P$  为瞬心，设碰撞后角速度为  $\omega$ 。

碰撞时对  $P$  点角动量守恒，设顺时针方向为正：

$$m v_0 (R - h) + J_C \omega_0 = J_P \omega \quad 2 \text{分}$$

$$v_0 = R \omega_0 \quad 1 \text{分}$$

$$J_P = m R^2 + J_C = \frac{3}{2} m R^2 \quad 1 \text{分}$$

解出：
$$\omega = \frac{3R - 2h}{3R} \omega_0 \quad 1 \text{分}$$

( 考虑到碰后质心速度与  $CP$  连线垂直，也可用下面方程求解：

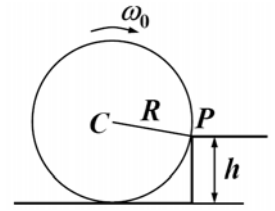
$$m v_0 (R - h) + J_C \omega_0 = m v R + J_C \omega$$

$$v = R \omega \quad )$$

(2) 圆柱体要想爬上台阶，要求其碰撞后的动能足够用于克服重力做功：

$$\frac{1}{2} J_P \omega^2 > mgh \quad 2 \text{分}$$

由此得：
$$\omega_0 > \frac{\sqrt{12gh}}{3R - 2h} \quad 1 \text{分}$$



6. (10分)

解：
$$E = mc^2 \quad 1 \text{分}$$

$$E_0 = m_0 c^2 \quad 1 \text{分}$$

$$m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad 1 \text{分}$$

所以 
$$1/\sqrt{1 - v^2/c^2} = 30 \quad 1 \text{分}$$

$$v = c \sqrt{\frac{899}{900}} \approx 2.998 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad 2 \text{分}$$

介子运动时间为 
$$t = \tau / \sqrt{1 - v^2/c^2} = 30\tau \quad 2 \text{分}$$

所以运动距离为 
$$l = vt = v \cdot 30\tau \approx 17988 \text{ m} \quad 2 \text{分}$$