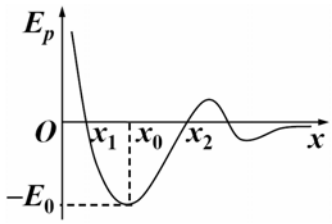
大学物理 B（1）期中试卷　2009 年 4 月 20 日

班级______________姓名_______________学号____________________成绩______________

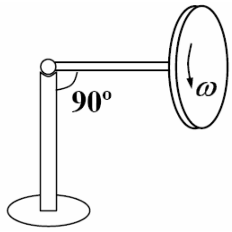
一、填空题（每空 3 分，共 30 分）

1．一物体作向上斜抛运动，初速度大小为 v_0，与水平方向夹角为θ，物体轨道最高点处的曲率半径是_________________。

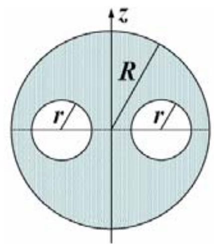


2．一粒子沿 x 轴运动，势能曲线如图。若该粒子总能量 E=0，则它的运动范围是_________________________；粒子处于 x_0 位置时的动能为______________________。

3．一飞轮以角速度ω_0绕光滑固定轴旋转，此飞轮对轴的转动惯量为 J_1，另一静止的飞轮突然和上述转动的飞轮咬合，绕同一转轴转动，该飞轮对轴的转动惯量为 J_2，咬合后整个系统的角速度是______________________。



4．如图，质量为 m、绕对称轴高速自转的陀螺在水平面内进动，自转角速度为ω，陀螺对自转轴的转动惯量是 J，其质心到支点的距离为 l，则进动角速度为___________________；经过四分之一进动周期，陀螺重力产生的冲量矩的大小是_________________。



5．如图，质量面密度为σ、半径为 R 的薄圆盘上挖出两个半径为 r 的圆孔，两孔心在同一直径上，在半径的中点，剩余部分对 z 轴的转动惯量___________________。

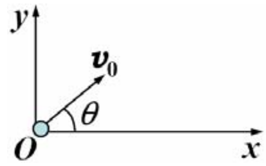
6．地面上的观察者测得两艘宇宙飞船相对地面以 0.9c 的速度逆向飞行，其中一艘飞船测得另一艘飞船的速度大小为______________________。

7．一个被加速的粒子，当其动能达到静止能量的 3 倍时，其质量是静止质量的_____________倍。

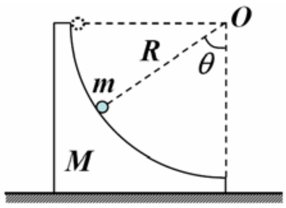
8．一列高速火车以速度 u 驶过车站时，固定在站台上相距为 l 的两只机械手在车厢上同时划出两个痕迹，则车厢上的观察者测得两个痕迹的距离为______________________。

二、计算题（共 **70** 分）

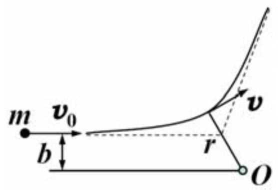
1．（10 分）以初速 v_0、仰角 θ 斜抛一质量为 m 的小球，设空气阻力 $\vec{f}=-k\vec{v}$，求：（1）在上升的 t 时刻小球的速度；（2）k 很小时的速度近似表达式。



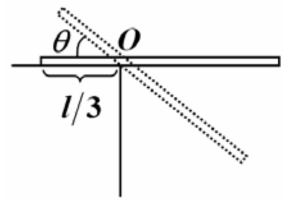
2．（15 分）质量为 m 的小球从静止开始，从质量为 $2m$、半径为 R 的 1/4 圆弧形轨道下落，假设所有的接触面都是光滑的，求：（1）当小球下降到与竖直方向成θ 角时，相对地面速度大小和相对圆弧轨道速度大小；（2）此时小球对圆弧轨道的压力大小。



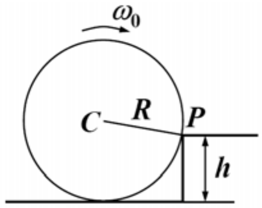
3.（12 分）如图，O 为有心斥力场的力心，斥力和距离平方成反比：$f = k/r^2$，k 为正的常量。求：（1）势能表达式；（2）设力心 O 固定，一质量为 m 的粒子以速度 v_0、瞄准距离 b 从无穷远入射，它能达到的最近距离和此刻的速度是多少？（3）力心如果是质量为 M 的可移动粒子，则在 M 参考系，（2）的结果又如何？直接说出结果即可。



4.（15 分）将一根长为 l、质量为 m 的均匀杆的 $l/3$ 段水平放置在桌面上，另一端用手托住，设杆和桌边的静摩擦系数为μ。求：（1）撤手后，未发生滑动时，桌边对杆的支持力与转角θ 的关系；（2）发生滑动时的临界角。



5.（8 分）一质量为 m、半径为 R 的圆柱体以角速度ω_0在水平面上作纯滚动，前进中与高为 h（h<R）的台阶发生完全非弹性碰撞，求：（1）碰后角速度ω;（2）设圆柱体与台阶之间无相对滑动，则圆柱体要爬上台阶，ω_0至少需要多大？（圆柱体绕旋转对称轴的转动惯量为 $mR^2/2$）



6．（10 分）快速运动的介子的能量为 E=3000MeV，而其静止时的能量为 E_0=100MeV。若这种介子的固有寿命是 τ=2×10^{-6}s，求它运动的距离。（光速取 3×10^{8}m/s）

$$x' = \frac{x-ut}{\sqrt{1-u^2/c^2}}，\quad y'=y，\quad z'=z，\quad t'=\frac{t-ux/c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$v'_x = \frac{v_x-u}{1-uv_x/c^2}，\quad v'_y=\frac{v_y}{1-uv_x/c^2}\sqrt{1-u^2/c^2}，\quad v'_z=\frac{v_z}{1-uv_x/c^2}\sqrt{1-u^2/c^2}$$

（逆变换：变量对调，再把 u 变为 $-u$）

大学物理B（1）期中试题答案　2009年4月20日

一、填空题（每空3分，共30分）

1．$(\boldsymbol{v}_0\cos\theta)^2/g$

2．$[x_1, x_2]$，　E_0　（写成开区间扣1分）

3．$J_1\omega_0/(J_1+J_2)$

4．$mgl/J\omega$，　$\sqrt{2}J\omega$

5．$\dfrac{\sigma\pi}{4}(R^4-2r^4-2R^2r^2)$

6．$1.8c / 1.81 \approx 0.99c$

7．4

8．$l\Big/\sqrt{1-u^2/c^2}$

二、计算题（共70分）

1．（10分）

解：（1）列牛顿方程：　$-k\boldsymbol{v}_x = m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_x}{\mathrm{d}t}$　　2分

$$-mg-k\boldsymbol{v}_y = m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_y}{\mathrm{d}t}$$　　2分

对 υ_y 方程分离变量并积分：　$\displaystyle\int_{\boldsymbol{v}_{0y}}^{\boldsymbol{v}_y}\frac{-\mathrm{d}\boldsymbol{v}_y}{mg+k\boldsymbol{v}_y}=\frac{1}{m}\int_0^t\mathrm{d}t$　　1分

$$\boldsymbol{v}_y=(\frac{mg}{k}+\boldsymbol{v}_0\sin\theta)e^{-\frac{k}{m}t}-\frac{mg}{k}$$　　1分

对 υ_x 方程分离变量并积分：　$\displaystyle\int_{\boldsymbol{v}_{0x}}^{\boldsymbol{v}_x}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_x}{\boldsymbol{v}_x}=-\frac{k}{m}\int_0^t\mathrm{d}t$　　1分

$$\boldsymbol{v}_x=\boldsymbol{v}_0\cos\theta e^{-\frac{k}{m}t}$$　　1分

（2）k 很小时有：　$e^{-\frac{k}{m}t}\approx 1-\dfrac{k}{m}t$

$$\boldsymbol{v}_y=\boldsymbol{v}_0\sin\theta-gt-\boldsymbol{v}_0\sin\theta\frac{k}{m}t$$　　1分

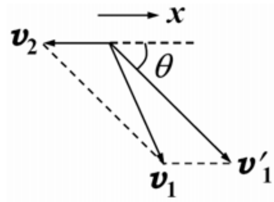
$$\boldsymbol{v}_x=\boldsymbol{v}_0\cos\theta-\boldsymbol{v}_0\cos\theta\frac{k}{m}t$$　　1分

2．（15 分）

解：设小球对地速度为 v_1，对圆弧轨道速度为 v'_1，圆弧轨道对地速度为 v_2，小球和圆弧轨道之间压力为 N。

（1） 水平方向动量守恒： $m\boldsymbol{v}_{1x}-2m\boldsymbol{v}_2=0$ (1) 2 分

机械能守恒： $mgR\cos\theta=\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_1^2+\frac{1}{2}2m\boldsymbol{v}_2^2$ (2) 2 分



相对运动关系： $\boldsymbol{v}_{1x}=\boldsymbol{v}'_1\cos\theta-\boldsymbol{v}_2$ (3) 2 分

$\boldsymbol{v}_{1y}=\boldsymbol{v}'_1\sin\theta$ (4) 2 分

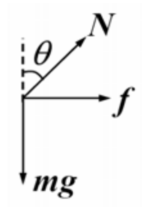
(1)－(4)解得：

$$\boldsymbol{v}_1=\sqrt{\frac{2(4+5\sin^2\theta)\cos\theta}{3(2+\sin^2\theta)}gR} \quad (5) \quad 1\text{ 分}$$

$$\boldsymbol{v}'_1=\sqrt{\frac{6\cos\theta}{2+\sin^2\theta}gR} \quad (6) \quad 1\text{ 分}$$

（2）以圆弧轨道为参考系分析小球运动，设圆弧轨道加速度为 a，惯性力为 f。

法向方程： $N+f\sin\theta-mg\cos\theta=m\frac{\boldsymbol{v}_1'^2}{R}$ (7) 2 分



$f=ma$ (8) 1 分

$N\sin\theta=2ma$ (9) 1 分

(6)－(9)解出：

$$N=2mg\frac{\cos\theta(8+\sin^2\theta)}{(2+\sin^2\theta)^2} \quad 1\text{ 分}$$

3．（12 分）

解：（1）设无穷远势能为零，则：

$$V(r)=\int_r^{\infty} f(r)dr=\int_r^{\infty}\frac{k}{r^2}dr=\frac{k}{r} \qquad 2\text{ 分}$$

（2）设最近距离是 r，速度是 υ，此时 r 与 υ 是垂直的。

角动量守恒：　$m\upsilon_0 b=m\upsilon r$　　2 分

机械能守恒：　$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{k}{r}$　　2 分

解出　$r=\frac{k}{m\upsilon_0^2}\pm\sqrt{(\frac{k}{m\upsilon_0^2})^2+b^2}$　（取正根）

$$r=\frac{k}{m\upsilon_0^2}+\sqrt{(\frac{k}{m\upsilon_0^2})^2+b^2} \qquad 2\text{ 分}$$

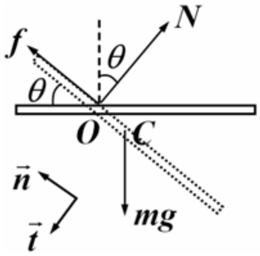
$$\upsilon=\upsilon_0 b\Big/(\frac{k}{m\upsilon_0^2}+\sqrt{(\frac{k}{m\upsilon_0^2})^2+b^2}) \qquad 2\text{ 分}$$

（3）这是两体问题，将 m 换成约化质量 $\frac{mM}{m+M}$ 代入到（2）的结果即可。　2 分

4．（15 分）

解：（1）未滑动前，杆绕 O 点作定轴转动，设角速度和角加速度分别为ω、α，桌边支持力为 N，静摩擦力为 f，质心切向和法向加速度分别为 a_t、a_n。

下落过程机械能守恒：



$$\frac{1}{2}J_O\omega^2 = mg\frac{l}{6}\sin\theta \qquad (1) \qquad 2 分$$

$$J_O = \frac{1}{12}ml^2 + m(\frac{l}{6})^2 = \frac{1}{9}ml^2 \qquad (2) \qquad 1 分$$

绕 O 的转动定律： $$mg\frac{l}{6}\cos\theta = J_O\alpha \qquad (3) \qquad 2 分$$

质心切向运动方程： $$mg\cos\theta - N = ma_t \qquad (4) \qquad 2 分$$

质心法向运动方程： $$f - mg\sin\theta = ma_n \qquad (5) \qquad 2 分$$

角量和线量关系： $$a_t = \frac{l}{6}\alpha \qquad (6) \qquad 1 分$$

$$a_n = \frac{l}{6}\omega^2 \qquad (7) \qquad 1 分$$

由(1)－(7)解出：

$$N = \frac{3}{4}mg\cos\theta \qquad (8) \qquad 1 分$$

$$f = \frac{3}{2}mg\sin\theta \qquad (9) \qquad 1 分$$

（2）当杆开始滑动时，静摩擦力 f 达到最大值：

$$f = \mu N \qquad (10) \qquad 1 分$$

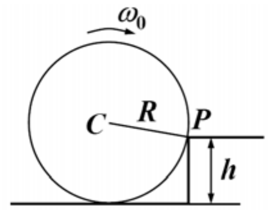
由(8)－(10 得临界角为：

$$\theta = \arctan\frac{\mu}{2} \qquad 1 分$$

5．（8 分）

解：（1）设碰前质心速度为 v_0，由于是完全非弹性碰撞，碰撞后 P 为瞬心，设碰撞后角速度为 ω。

碰撞时对 P 点角动量守恒，设顺时针方向为正：



$$m\boldsymbol{v}_0(R-h)+J_C\omega_0=J_P\omega$$ 2 分

$$\boldsymbol{v}_0=R\omega_0$$ 1 分

$$J_P=mR^2+J_C=\frac{3}{2}mR^2$$ 1 分

解出： $$\omega=\frac{3R-2h}{3R}\omega_0$$ 1 分

（　考虑到碰后质心速度与 CP 连线垂直，也可用下面方程求解：

$$m\boldsymbol{v}_0(R-h)+J_C\omega_0=m\boldsymbol{v}R+J_C\omega$$

$$\boldsymbol{v}=R\omega$$ ）

（2）圆柱体要想爬上台阶，要求其碰撞后的动能足够用于克服重力做功：

$$\frac{1}{2}J_P\omega^2>mgh$$ 2 分

由此得： $$\omega_0>\frac{\sqrt{12gh}}{3R-2h}$$ 1 分

6．（10 分）

解： $$E=mc^2$$ 1 分

$$E_0=m_0c^2$$ 1 分

$$m=m_0\Big/\sqrt{1-\boldsymbol{v}^2/c^2}$$ 1 分

所以 $$1\Big/\sqrt{1-\boldsymbol{v}^2/c^2}=30$$ 1 分

$$\boldsymbol{v}=c\sqrt{\frac{899}{900}}\approx 2.998\times10^8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$ 2 分

介子运动时间为 $t=\tau\Big/\sqrt{1-\boldsymbol{v}^2/c^2}=30\tau$ 2 分

所以运动距离为 $l=\boldsymbol{v}t=\boldsymbol{v}\cdot 30\tau\approx 17988\mathrm{m}$ 2 分