一 选择（每题3分）

1. A　2. B　3. B　4. C　5. C　6. C　7. C

8. B　9. B　10. D　11. C　12. E　13. C　14. C

15. B　16. C

二 填空（每空3分）

17. $\sqrt{g/R}$　18. 36　19. $12\vec{i}-2\vec{j}+20\vec{k}$　20. 20

21. $\omega=\sqrt{3g\sin\theta/l}$　22. $-H/28$　23. 沿 y 轴方向　$L(\vec{j}-\vec{i})$

三 计算题

24.（8分）

解 (1) 设小珠到达圆锥底部时圆锥的角速度为 ω,由系统（包括圆锥和小珠)对固定轴的角动量守恒，

$$(I+mR^2)\omega = I\omega_0 \qquad 2分$$

$$\omega = \frac{I}{I+mR^2}\omega_0 \qquad 2分$$

(2) 设小珠到达圆锥底部,也就是小珠刚离开圆锥时在实验室参考系中的速率为 v. 由系统在此参考系中机械能守恒，

$$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}I\omega_0^2+mgh \qquad 2分$$

$$v=\sqrt{\frac{2IR^2+mR^4}{(I+mR^2)^2}+2gh} \qquad 2分$$

25．（20 分）

解：设小圆柱体所受支持力为 N，静摩擦力为 f ，以半圆柱体为参考系，它是平动非惯性系，小圆柱体在此参考系中的受力如图 1 所示，其中 ma 是平移惯性力：

质心运动方程：

$$mg\sin\theta + ma\cos\theta - f = ma'_{Ct} \qquad 1\text{ 分}$$

$$mg\cos\theta - ma\sin\theta - N = ma'_{Cn} \qquad 1\text{ 分}$$

$$a'_{Cn} = \frac{v'^2_C}{5r} \qquad 1\text{ 分}$$

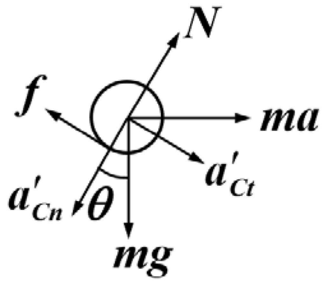

图 1

绕质心 C 轴的转动定律：

$$fr = \frac{1}{2}mr^2\alpha \qquad 1\text{ 分}$$

（或对瞬轴的转动定律 $mgr\sin\theta + mar\cos\theta = (\frac{1}{2}mr^2 + mr^2)\alpha$ ）

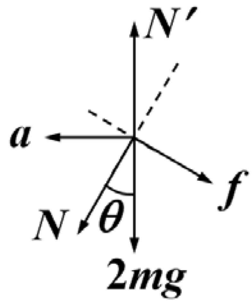

图 2

纯滚动关系：

$$v'_C = r\omega \qquad 1\text{ 分}$$

$$a'_{Ct} = r\alpha \qquad 1\text{ 分}$$

半圆柱体在水平面系中的受力如图 2 所示，运动方程：

$$N\sin\theta - f\cos\theta = 2ma \qquad 1\text{ 分}$$

设小圆柱体相对水平面系的质心速度是 v_C ，速度关系如图 3：

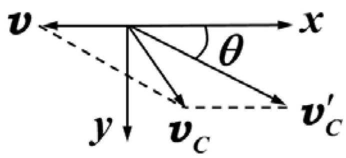

图 3

$$v_{Cx} = v'_C\cos\theta - v \qquad 1\text{ 分}$$

$$v_{Cy} = v'_C\sin\theta \qquad 1\text{ 分}$$

在水平面系，系统在水平方向动量守恒：

$$2mv = mv_{Cx} \qquad 2\text{ 分}$$

在水平面系，系统机械能守恒：

$$\frac{1}{2}2mv^2 + \frac{1}{2}(\frac{1}{2}mr^2)\omega^2 + \frac{1}{2}m(v^2_{Cx} + v^2_{Cy}) = mg5r(1-\cos\theta) \qquad 2\text{ 分}$$

由(1)一(7)解出：

$$v_C' = \sqrt{\frac{60gr(1-\cos\theta)}{7+2\sin^2\theta}} = \sqrt{\frac{60gr(1-\cos\theta)}{9-2\cos^2\theta}}$$ 1 分

$$a_{Ct}' = 6g\sin\theta\left[\frac{7+2(1-\cos\theta)^2}{(7+2\sin^2\theta)^2}\right]$$ 1 分

$$a_{Cn}' = \frac{12g(1-\cos\theta)}{7+2\sin^2\theta} = \frac{12g(1-\cos\theta)}{9-2\cos^2\theta}$$ 1 分

$$\omega = \sqrt{\frac{60g(1-\cos\theta)}{r(7+2\sin^2\theta)}} = \sqrt{\frac{60g(1-\cos\theta)}{r(9-2\cos^2\theta)}}$$ 1 分

$$\alpha = \frac{6g\sin\theta}{r}\left[\frac{7+2(1-\cos\theta)^2}{(7+2\sin^2\theta)^2}\right]$$ 1 分

$$v = \sqrt{\frac{20gr(1-\cos\theta)}{3(7+2\sin^2\theta)}}\cos\theta = \sqrt{\frac{20gr(1-\cos\theta)}{27-6\cos^2\theta}}\cos\theta$$ 1 分

$$a = 2g\sin\theta\frac{(-2\cos^3\theta+27\cos\theta-18)}{(7+2\sin^2\theta)^2}$$ 1 分

$$(7+2\sin^2\theta)^2 = 54+27\sin^2\theta-3\cos^2\theta-6\sin^2\theta\cos^2\theta-2\cos^4\theta$$

$$6g\sin\theta[7+2(1-\cos\theta)^2] = 36g\sin\theta+18g\sin^3\theta+30g\sin\theta\cos^2\theta-24g\sin\theta\cos\theta$$